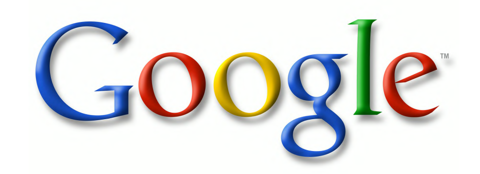
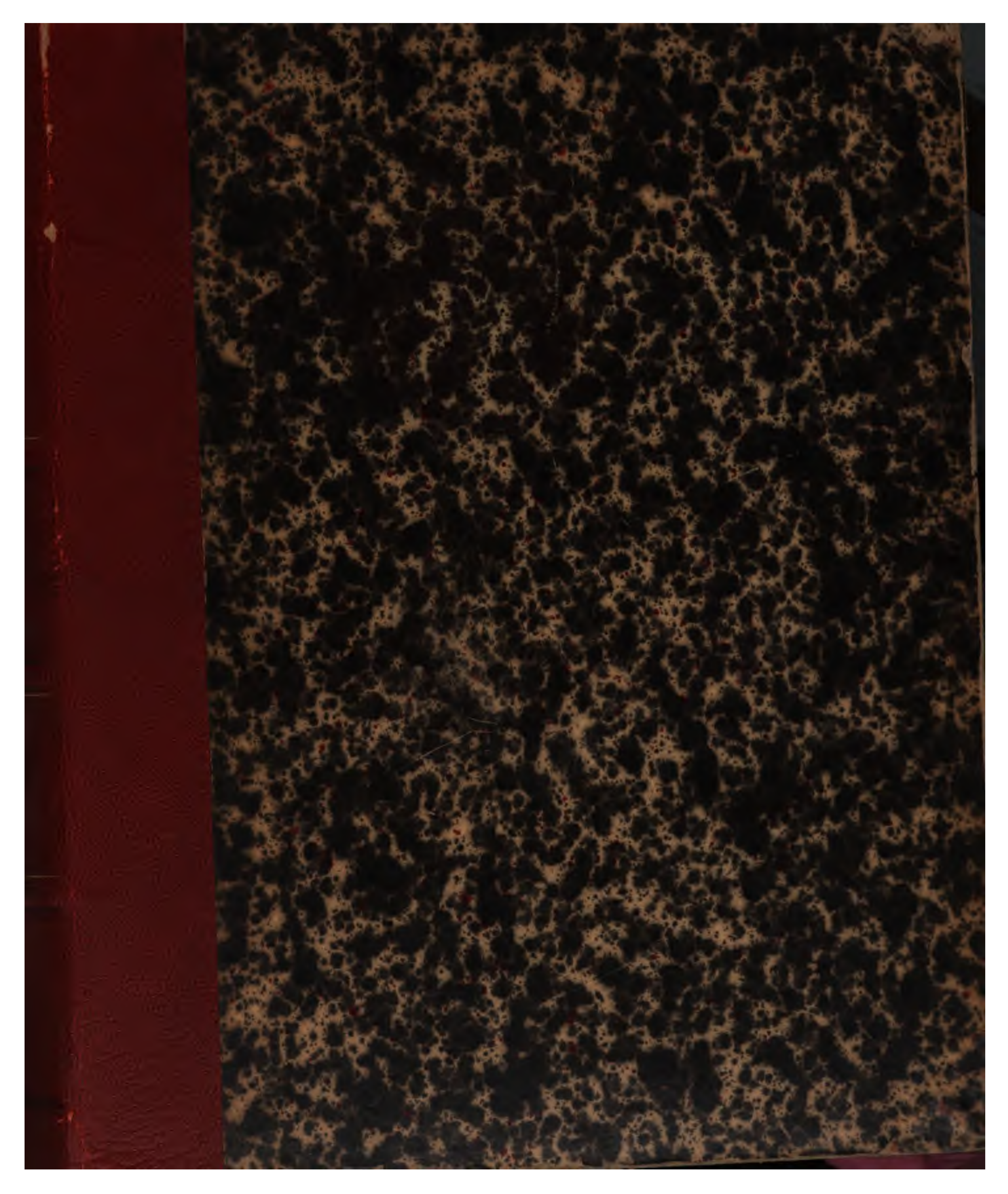





LELAND·STANFORD·JVNIOR·VNIVERSITY



ŒUVRES COMPLÈTES

DE

CHRISTIAAN HUYGENS.

Imprimerie de JOH. ENSCHEDÉ & FILS, Harlem.

ŒUVRES COMPLÈTES

DE

CHRISTIAAN HUYGENS

PUBLIÉES PAR LA

SOCIETE HOLLANDAISE DES SCIENCES

TOME DIXIÈME

CORRESPONDANCE

1691—1695



LA HAYE
MARTINUS NIJHOFF
1905

CORRESPONDANCE

1691—1695.



N° 2655.

P. BAYLE à CHRISTIAAN HUYGENS.

1er JANVIER 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2657.

MONSIEUR

Il y a longtems que i'ai penſé à vous demander l'explication d'une choſe qui ne vous chargera d'aucune meditation, et ie ſuis bien aiſe d'avoir differé iuſqu'à aujourdhui afin de pouvoir en meme tems vous ſouhaitter une bonne et heureuſe année. Je vous la ſouhaitte, Monſieur, tres heureuſe celle que nous commencons, et pluſieurs autres conſecutivement. pour venir à ma petite queſtion voici ce que c'eſt.

Comme ie n'ai iamais fait d'operation Aſtronomique, ie ne ſai point avec quels inſtrumens on prend la paralaxe d'un aſtre, et comment on peut remarquer la difference entre *le locum verum* et le *locum viſum* d'un aſtre, car dit on, *locus verus* c'eſt celui où la lune paroitroit correſpondre au firmament ſi on la regardoit du centre de la terre: *locus viſus* eſt celui où nous la voions correſpondre au firmament. Je comprens fort bien que plus un aſtre eſt eloigné de la terre, moins doit on s'apercevoir de la difference entre ſon *locus verus* et ſon *locus viſus*, mais je voudrois ſeulement ſavoir comment on fait que le *locus verus* de la lune, c'eſt a dire celui où elle paroitroit du centre de la terre, eſt là ou là, eloigné de tant et de tant de ſon *locus viſus*. Vous voiez Monſieur que c'eſt là une demande de Novice qui ne vous coutera que 2 coups de plume, ſi vous avez la bonté de me la vouloir eclaircir à votre première commodité, comme vous en ſuplie tres humblement

MONSIEUR

Votre treſhumble et treſobeiſſant ſeruiteur

BAYLE.

A Rotterdam le 1. de l'an 1691.

N° 2656.

A. DE GRAAFF à CHRISTIAAN HUYGENS.

1er JANVIER 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse au No. 2652.

Amſterdam den 1 Januarij 1691.

MIJN HEER

hebbe UE aangename van den 26 dec. 1690 wel ontfangen en de ingeleyde [1]), op dien ſelfden avont, noch aan mijn ſoon geſonden met een matroos van Brandenburg, die aanſtonts zoude vertrekken, zoo dat vertrouwe dat ze hem wel ȥal behandigt wezen. 't is mij lief dat uE noch iets vint in mijne mathematiſche werken dat u behaagt. Ik hebbe niets van de uwe als dat van de horologiens..

hier nevens gaan drie brieven van mijn ſoon, hebbe twee daarvan [2]) zoo even ontfangen, ende andere voor twee dagen [3]), die ik uE niet toeſont omdat ik er noch meer verwachte, en oordeelde het te laat te wezen om mijn zoon meerder te ſchrijven, 't welk ook gebleeken is omdat de ſcheepen Vrijdag zijn vertrokken, uijtgenomen Java dat vaſt raakte int uytloopen.

Eyndigende, wenſche dat de horologiens goet ſucces mogen hebben, en ook voor UE een geluk en ſalig nieuwe jaar. Verblijvende mijn Heer ſijn ootmoedige Dienaar

ABRAHAM DE GRAAFF.

het kaſie etc. wert UE met het eerſte
openwater toegeſonden.

Aande E: Heer
Mijn Heer CONSTANTYN HUYGENS
Heere van Zuylichem, om te behandigen
aan ſijn E. Broeder de Heer van Zelem
In
's gravenhage.

---

[1]) La Lettre N°. 2651.
[2]) Les Lettres Nos. 2650 et 2653.
[3]) Probablement la Lettre N°. 2648.

N° 2657.

Christiaan Huygens à P. Bayle.

13 janvier 1691.

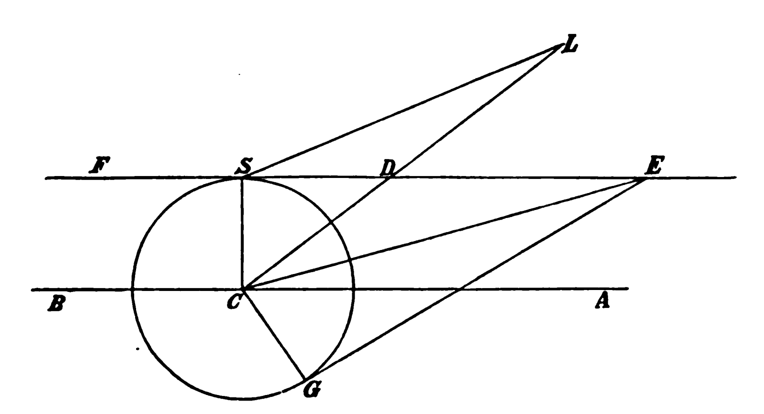
La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2655.

Monsieur

Vous ne faites pas comme la plufpart des philofophes qui profitent des decouvertes des Aftronomes, fans s'informer comment ils les ont faites. J'approuve fort voftre curiofité et y fatisfais tres volontiers, quoy que le premier autheur de ceux qui traitent ces matieres, fi vous l'aviez voulu confulter, vous auroit pu apprendre ce que vous me demandez touchant la maniere d'obferver les Parallaxes.

Vous fcavez que par les Tables aftronomiques on peut connoitre le lieu d'un aftre, par ex. de la Lune, en determinant fa longitude et latitude a l'egard du cercle Ecliptique et de fon point qui s'appelle le commencement d'aries. lequel lieu fe trouve tout calculè dans les Ephemerides, en forte qu'on le peut avoir pour chaque jour heure et minute. Ces lieux font ceux ou la lune paroiftroit parmi les Etoiles fixes eftant regardée du centre de la Terre. Et il eftoit neceffaire de commencer par ces loci veri pour trouver en fuite locos vifos ex terrae fuperficie. Ayant donc apris par l'un de ces moiens la Longitude et la Latitude de la Lune on peut trouver par le calcul des triangles fpheriques quel fera l'angle de fon elevation fur le plan d'un horizont, qu'on nomme rationalis qui eft un plan imaginè paffant par le centre de la Terre, et parallele a noftre horizon vifible, c'eft a dire parallele au plan qui touche le globe terreftre a l'endroit ou nous fommes.

Soit SG la Terre; fon centre C. le lieu de noftre demeure S, la lune en L. Imaginant maintenant un plan FSE qui touche la terre en S, et qui s'etende jufqu'aux etoiles fixes et un autre plan BA parallele au premier et paffant par le centre C,



c'eſt la cet horizon rationalis et la hauteur de la lune qui ſe trouve comme je viens de dire eſt l'angle LCA.

Pour meſurer donc la parallaxe de la Lune, il faut obſerver a quelque heure ſa hauteur apparente ſur noſtre horizon viſible FSE, ſcavoir l'angle LSE, ce qui ſe fait par le quart de cercle ou autre tel inſtrument, et mieux qu'autrement lors que la Lune eſt au meridien, parce qu'elle demeure quelque temps la ſans changer ſenſiblement de hauteur. Ayant cette hauteur (prenons que ce ſoit 30 degr.) on ſuppoſe en ſuite pour l'heure que cette obſerv. a eſtè faite, l'angle LCA, qui ſoit de 30 degr. 40 min. Ces 40 min. de difference font l'angle SLC, qu'on nomme parallactique. Car il eſt aiſè de voir que cet angle SLC eſt celuy dont l'angle LCA, c'eſt a dire CDS ſurpaſſe ESL, ou DSL, puiſque DSL et DLS pris enſemble egalent l'externe CDS par Elem. d'Euclide. C'eſt que dans le triangle SLC eſtant connu l'angle L et l'angle LSC, compoſè de LSE et de l'angle droit ESC; et le coſtè SC, on en calcule le coſtè CL, diſtance cherchee de la lune au centre de la Terre.

Vous voiez donc Monsr. la maniere de connoitre la parallaxe par obſervation jointe au calcul de l'angle d'elevation de l'aſtre ſur l'horizon, et il ne faut qu'un mot pour vous faire voir comment cette parallaxe ſert a trouver la diſtance de l'aſtre.

J'ajoute encore que par la diſtance connue on ſuppoſe reciproquement la parallaxe pour toute elevation ſur l'horizon viſible, car dans le triangle SLC, les coſt. SC, CL eſtant donnez et l'angle CSL par obſerv.on, on en trouve l'angle SLC. On trouve encor plus facilement quand l'aſtre eſt dans le plan horizontal SE comme en E, l'angle SEC, parce que le triang. CSE eſt rectangle, aiant les coſtez CS, SE connus d'ou l'on a d'abord SEC que l'on nomme la parallaxe horizontale, c'eſt elle, qui eſt la plus grande de toutes et qui ne ſe trouveroit pas bien par obſervation a cauſe des refractions pres de l'horizon. Il eſt evident au reſte que cet angle SEC eſt le meſme ſous lequel on voit le $\frac{1}{2}$ diametre de la Terre lors qu'on eſt dans la lune en E, eſtant environ de 56 minutes dans la diſtance moyene. Et par ce qu'a la meſme diſtance le $\frac{1}{2}$ diam. de la Lune nous paroit de $15\frac{1}{2}$. min. il s'en ſuit que le diam. de la Terre eſt a celuy de la Lune comme 56 a $15\frac{1}{2}$ c'eſt a dire preſque quadruple. le grand uſage des parallaxes eſt encore de trouver par leur moien la diſtance des Planetes au ſoleil comparees a celle de la Terre au ſoleil. Car ſi dans la meſme figure le cercle SG repreſente l'orbe annuel de la Terre autour du ſoleil que je ſuppoſe en C, et que jupiter ſoit en L, on appelle ſon locus verus celuy ou on le verroit du ſoleil C et ſon locus viſus celuy ou il paroit de la Terre. Et l'on connoit par obſervation dans le triangle LSC l'angle S, et par les tables aſtronomiques l'on ſuppute l'angle SCL par ou le troiſieme SLC eſt auſſi donnè, qui s'appelle parallaxe orbis magni. Et en ſuite l'on trouve la proportion entre LC et CS, c'eſt a dire les diſtances du ſoleil a Jupiter et à la Terre.

Ainfi l'on apprend dans le Syfteme Copernicien la proportion de toutes les diftances des Planetes au Soleil comparees au demidiametre de l'orbe annuel de la Terre, dont on ne pouvoit rien fcavoir dans le fyfteme de la terre immobile de Ptolemee.

Je vous remercie trefhumblement de vos bons fouhaits pour la nouvelle année. J'efpere qu'elle vous fera autant et plus heureufe et fuis avec zele

Monsieur

N° 2658.

Ph. de la Hire à Christiaan Huygens.

17 janvier 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.

A Paris à l'obferuatoire le 16 januier 1691.

Jay toujours differé, Monfieur, a faire reponfe a la uoftre du 16 nouembre dernier attendant de jour en jour de receuoir le paquet des exemplaires [1]) que uous m'enuoyëz. Mais les difficultez que jay trouuées pour auoir main levee de la faifie quon en auoit faite a Peronne et pour les faire uenir icy mont couté beaucoup de peine &c..... c'eft pourquoy Monfieur quelque plaifir que j'euffe de receuoir de femblables commiffions de uoftre part, il faut y renoncer dans le temps ou nous fommes, et laiffer ces commerces a faire aux marchands qui ont leurs correfpondans qui entendent a demefler ces fortes de brouilleries. Il n'y a que trois jours que jay pu auoir le paquet j'en ay depuis fait prefque toute la diftribution pour mon particulier je uous en fuis extremement obligé et je crois que uous en receurez des complimens de ceux a qui uous en auez enuoyé. Lorfque ce paquet ma efté rendu j'auois leû uoftre traité dans un exemplaire qui eftoit a la bibliotheque du Roy et qui eftoit uenu par la pofte il y a enuiron 6 mois. J'auois encore la memoire affez fraiche de ce que uous auiez lu autrefois [2]) dans nos affemblée[s], mais comme uous reftâtes au chriftal d'Iflande je ne pouuois me perfuader que uous puffiez expliquer fes apparences auec facilité, cependant cette partie de

[1]) Voir la Lettre N°. 2616.
[2]) En 1679. Consultez la Lettre N°. 2462, note 5.

uoſtre traitté me ſemble un chef doeuure tout enſemble de phyſique et de mathematique, et je ne ſcaurois me laiſſer dadmirer le tour que uous auez pris pour expliquer des phenomenes ſi extraordinaires et pour les expliquer tous comme uous faites. J'ay eu occaſion dans les leçons publiques que je fais au college Royal, dexpliquer uoſtre ſyſteme et je lay fait ualoir autant qu'il m'a eſté poſſible. c'eſt une choſe nouuelle en ces quartiers car hormis les exemplaires que uous nous auez enuoyez et celuy de la Bibliothèque du Roy ie ne crois pas qu'il y en ait a Paris.

L'experience que uous marquez a la fin de la page 42 ſur la refraction dun objet a une demi lieuë de diſtance[3]), me ſurprend fort car toutes celles que j'ay faites pour regler nos inſtrumens a deux lieuës ½ ne m'ont jamais montré aucune difference ſenſible. je lay meſme repetée tout expres ayant uû ce que uous en dites en differentes heures du jour et meſme autrauers un grand brouillard et dans un temps ſerein et je n'y ay trouué nulle difference. Je ne me ſouuiens pas non plus que M. Picard ait rien remarqué de ſemblable luy qui obſeruoit fort exactement. Cette meſme experience que iay faite dernierement autrauers dun brouillard ne confirmeroit pas ce que uous dites au commencement de la page 46. car jaurois du trouuer une bien plus grande refraction autrauers du brouillard que lorſque le ciel eſtoit ſerein.

Je reuiens maintenant a uoſtre lettre et je uous diray pour la comparaiſon de ma machine des Eclipſes[4]) a celle de M. Romer[5]) que Monſieur Caſſini a rendu temoignage en pleine aſſemblée de l'academie que la mienne eſtoit plus exacte que celle de M. Romer. la deſcription que jeſpere de donner des machines de M. Romer dans nos collections auec celle que uous auez faites, ſi uous trouuez a propos de nous l'ennoyer, fera uoir juſqu'a quelle exactitude elles peuuent aller. la correction que uous me marquez de dixiéme au lieu de douziéme eſt une faute d'impreſſion que celuy qui s'eſtoit chargé de limpreſſion a laiſſé gliſſer auec pluſieurs autres, je uous remercie de cet auis.

Pour ce qui eſt de la uiteſſe complette ou terminale[6]) je me ſouuiens pas de uous auoir eſcrit que je fuſſe dun ſentiment oppoſé au uoſtre car apres auoir examiné cette queſtion je ſuis venu au meſme but ou je uois que uous eſtes arriué, mais il me ſemble qu'il y a du parallogiſme dans mon raiſonnement ceſt pourquoy je n'oze rien prononcer la deſſus ſans en auoir trouué une demonſtration dans les formes

[3]) Il s'agit de l'expérience sur la variabilité de la réfraction atmosphérique, mentionnée au commencement du Chapitre IV du Traité de la Lumière. Comparez aussi la Lettre N°. 2619, note 1.

[4]) Voir la Lettre N°. 2568, note 6.

[5]) Voir la Lettre N°. 2255, note 3.

[6]) La vitesse limite d'un corps tombant dans l'air. Voir la Lettre N°. 2616.

a la quelle je me rendray fort volontiers; et je croyois ne uous auoir mandé que le doute ou je me trouuois.

Ce que uous me mandez du Prodomus Aſtronomicus d'Heuelius [7]) ne me fait pas connoitre ſil eſt imprimé ou non. M. le Marquis de l'Hoſpital a eſté longtemps a la campagne et je ne ſçay s'il n'y eſt pas encore; ceſt pourquoy je n'ay pu luy faire part de ce que uous me mandez je m'en acquiteray a la premiere occaſion.

Pour les tables des mouuemens des ſatellites de ♃ je ne uois pas qu'on en puiſſe attendre une juſteſſe plus grande que de 4 a 5 minutes. M. Caſſini a fait imprimer depuis peu un feuillet uolant [8]) de la decouuerte dune nouuelle tache dans le corps de ♃ auec quelques bandes extraordinaires, je ne doute pas qu'il ne trouue quelque commodité pour uous faire part de ce qu'il a fait. Je ne ſuis pas content de la philoſophie de M. Regis [9]). Et pluſieurs ſe plaignent du dictionaire Mat [10]).

Si uous auiez a nous enuoyer quelque choſe qui pût eſtre porté commodemment par la poſte uous nauriez qu'a laddreſſer a Monſieur l'abbé de Louuois [11]) Bibliothequaire du Roy a la bibliotheque et uous ne pourriez pas en faire part a une perſonne de plus de merite. Ceſt le plus jeune des garcons de M. de Louuois, qui ſe fait aimer et admirer de tout le monde. dans deux années il ſera a la teſte de la compagnie [12]) et il ſera un puiſſant protecteur pour elle il ſe propoſe de la faire florir

---

[7]) Johannis Hevelii Prodromus Aſtronomiae, exhibens fundamenta quae tam ad novum planè et correctiorem ſtellarum fixarum catalogum conſtruendum quàm ad omnium planetarum tabulas corrigendas omnimodè ſpectant, necnon novas et correctiores tabulas ſolares, aliaſque plurimas ad aſtronomiam pertinentes, utpote refractionum ſolarium, parallaxium, declinationum, angulorum eclipticae et meridiani, aſcenſionum rectarum et obliquarum horizonti Gedanenſi inſervientium, differentiarum aſcenſionalium, motûs et refractionum, ſtellarum fixarum, quibus additus eſt uterque catalogus ſtellarum fixarum, tam major ad ann. 1660, quàm minor ad ann. completum 1700. Acceſſit corollarii loco tabula motûs lunae libratorii, ad bina ſaeculae proximè ventura prolongata, brevi cum deſcriptione ejuſque uſu. Cum gratia & privilegio Sac. Reg. Maj. Polon. Gedani Typis Johannis, Zachariae Stollii. Anno M.DCXC. in-f°.

Ouvrage posthume publié par la veuve d'Hevelius.

[8]) Nouvelles Découvertes dans le globe de Jupiter faites par M. Cassini. Paris, 1691. in-4°.

[9]) L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2616, note 6.

[10]) L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2616, note 8.

[11]) Camille Le Tellier, abbé de Louvois, né à Paris le 11 avril 1675, mort le 5 novembre 1718. A l'âge de neuf ans il fut pourvu de la charge de maître de la librairie et bientôt après de celle de garde de la bibliothèque du roi et d'intendant du cabinet des médailles. L'archevêque de Reims le forma aux affaires ecclésiastiques en lui donnant de l'emploi dans son diocèse dont l'abbé Louvois, après un voyage en Italie, devint grand-vicaire et official. Après la mort de Louis XIV, il fut nommé évêque de Clermont.

[12]) Ce projet échoua. Louvois, le père de l'abbé, mourut en disgrâce le 16 juillet 1691. Toutefois, l'abbé Louvois entra, en 1706, à l'Académie française et, en 1708, à l'Académie des inscriptions et belles-lettres. En 1699 il fut créé membre honoraire de l'Académie des Sciences.

plus que jamais et de la foutenir par fe[s] propres liberalitez. Monfieur fon pere ma donné ordre de luy enfeigner une partie de nos fciences il y a pres dun an quil y trauaille autant que fes autres eftudes le luy peuuent permettre et je ne doute pas quil ne s'y rende tres capable.

Quand j'auray acheué quelques ouurages que j'ay commencez je me remettray a trauailler a mes tables aftronomiques [13]) : mais je fuis encore incertain fi je dois donner un catalogue entier des eftoiles fixes a caufe du peu dufage qu'on en fait, il me femble que les principales que jay données font plus que fuffifantes pour tout ce que lon en a befoin tant dans laftronomie que dans la geographie et nauigation, et les inftrumens font fi communs que lon obferue guerre fans s'en feruir et que lon fait peu de cas des obfervations faites a la uuë fimple. le temps et mes amis me donneront confeil la deffus. Je me feray toujours un uray plaifir de fuiure le uoftre quand uous me ferez la grace de men donner. Croyez auffi que je fuis

MONSIEUR

Voftre tres humble et tres obeiffant feruiteur
DE LA HIRE.

---

[13]) La „Pars prior" de ces Tables avait paru en 1687. Voir la Lettre N°. 2568, note 9.

Ce ne fut qu'en 1702 que de la Hire publia des Tables plus complètes, sous le titre:

Philippi de la Hire Tabulae aftronomicae; Ludovici Magni juffu et munificentia exaratae, in quibus folis, lunae reliquorumque planetarum motus ex ipfis obfervationibus, nullà adhibità hypothefi traduntur; habenturque praecipuarum fixarum in noftro horizonte confpicuarum pofitiones; ineundi calculi methodus, cum geometricà ratione computandarum eclipfium, folà triangulorum rectilineorum analyfi, breviter exponitur. Adjecta funt defcriptio, conftructio et ufus inftrumentorum aftronomiae novae practicae infervientium, variaque problemata aftronomis geographifque perutilia, ad meridianum obfervatorii Regii Parienfis, Parifiis. MDCCII. in-4°.

N° 2659.

G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.

6 février 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]) et par C. I. Gerhardt [2]).
Elle est la réponse au No. 2643.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2660.

Hanover ce 27 de Janvier (vieux st.) 1691.

Monsieur

Je n'ay pas osé vous importuner trop souvent en écrivant lettre sur lettre; de plus, j'étois fort accablé depuis ma derniere ayant esté deux fois à Wolfenbutel et une fois à Hildesheim pour chercher des memoires Historiques, et ayant repondu à plus de 40 lettres dont la plus part avoient esté differées et demandoient quelque attention. Il est vray qu'il y avoit un mot dans la vôtre, qui m'avoit tenté de repondre sur le champ, mais j'ay crû qu'il ne falloit pas écrire pour cela seul. En effect j'ay esté le plus surpris du monde de vous voir capable d'un soubçon aussi mal fondé que l'estoit celui qui paroissoit, lors que vous disiés trouver mon excuse merveilleuse. Mais il n'y avoit point d'excuse, Monsieur, et je ne pouvois pas en faire d'une chose ou je vous asseure encor de n'avoir eu aucune part. Ces Mrs. de Leipzig ont mis dans leur Journal ce qu'ils ont dit de la 2e partie de vostre ouvrage [3]), ou est l'endroit dont vous vous plaignés, avant que je l'eusse sçû ou vû, ou y contribué en aucune façon. J'avois même dessein de leur envoyer quelque petit discours pour estre mis à la suite de ce qu'ils en diroient et pour comparer ce que vous et Mons. Neuton avés dit de la resistance du milieu, avec ce que j'en avois publié, et je suis asseuré que vous n'auriés pas eu sujet de vous en plaindre. Mais j'appris qu'ils avoient déja depeché vostre ouvrage, et je differay mon dessein à une autre occasion [4]) pour voir premierement ce qu'ils en avoient dit.

---

[1]) Chr. Hugenii Exercitationes Mathematicae etc. Fasc. I, p. 59.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. II, p. 71, et Briefwechsel, p. 628.
[3]) Voir la Lettre N°. 2643, note 17.
[4]) Les „Acta eruditorum" d'avril 1691 contiennent un article de Leibniz intitulé: O. V. E. Additio ad schediasma de Medii Resistentia publicatum in Actis mensis Febr. (lisez janvier) 1689. Dans cet article Leibniz démontre, pour le cas du mouvement rectiligne sous l'influence d'une résistance proportionelle au carré de la vitesse, la conformité des résultats obtenus par lui et par Newton et Huygens. Ensuite il y reconnaît l'erreur qu'il a commise en traitant du mouvement curviligne sous l'influence d'une telle résistance et sur laquelle Huygens va fixer son attention dans sa lettre du 23 février 1691. Voir la Lettre N°. 2660, note 14.

Si je ne vous honnorois pas autant que je fais, je negligerois une accusation qui n'a pas le moindre fondement. Car je ne voy pas ce qui vous a pû mouvoir à ne pas adjuter foy à une chose de fait dont je vous avois asseuré. Mais vous estimant autant que je dois, je suis bien aise de vous desabuser. J'ay une lettre de Mons. Mencken [5]) Professeur de Leipzig, qui a soin des Actes, datée du 28 d'Octobre vieux stile, lors que leur Mois de Novembre éstoit déja imprimé (car il paroist le premier jour du mois) ou il me mande (sur ce que je luy avois écrit a l'occasion de vôtre lettre, ou vous vous étonniés de leur silence) que j'en trouverois une relation convenable dans les mois d'Octobre et de Novembre (von des Herrn Hugenii Buch wird mHerr in den October und November Actorum gebührende relation finden), il adjoute que cette fois leur Novembre avoit esté achevé trois semaines plus tost qu'à l'ordinaire. Si vous en desirés voir l'original, je le vous envoyeray. Peut-estre que la veue de ce mois vous aura déja detrompé, et vous aurés remarqué aisément que ce qu'on y dit du consentement de vostre series avec celle que j'avois donnée il y a plusieurs années estant manifestement erronnée, ne pouvoit estre attendu de moy. Je feray temoigner le contraire comme je vous l'ay promis. Mais tout ce proces importe bien peu. Car vous ou moy nous n'avions qu'a voir l'équation de la courbe [6]) pour connoistre la series, et vous ne l'aviés reduit à l'Hyperbole, que sur la demonstration de Mons. Neuton [7]), au lieu que je l'avois fait immediatement et avois preferé l'expression par les logarithmes. Mais je n'ay garde de m'imaginer que ce que j'en avois dit vous y ait servi. Je n'avois pas pensé

---

5) Otto Mencke, né le 22 mars 1644 à Oldenburg, mort à Leipzig le 29 janvier 1707. Il fut professeur de morale à l'université de Leipzig, et le fondateur des „Acta Eruditorum", le premier journal littéraire qui parut en Allemagne, continué après sa mort par son fils Johann Burckhard, puis par son petit-fils Friedrich Otto. La bibliothèque royale de Hannover contient sa correspondance avec Leibniz. Voir, aux pages 179—181, l'ouvrage du Dr. Ed. Bodemann: Der Briefwechsel des G. W. Leibniz in der Königlichen öffentlichen Bibliothek zu Hannover. Hannover, Hahn'sche Buchhandlung, 1889, in-4°.

6) Consultez, sur ce point, le passage du „Discours de la pesanteur", cité dans la lettre N°. 2632, note 7. La „ligne courbe" en question n'était autre que la courbe $y = \frac{a^3}{a^2 - x^2}$, ainsi qu'il résulte d'une pièce intitulée: *De descensu corporum gravium et ascensu per aerem aut materiam aliam, quae resistit motui in ratione duplicata celeritatum, ut revera contingit*", que nous reproduisons comme Appendice à la Lettre N°. 2660. (voir le § I de cette pièce, notre N°. 2661).

Il était facile à Leibniz de deviner l'équation de cette courbe, quoiqu'elle ne lui eût pas été communiquée par Huygens, parce que c'était l'intégrale $\int \frac{a^2 dy}{a^2 - y^2}$ qui l'avait conduit lui-même à la solution logarithmique du même problème. Voir la Lettre N°. 2636.

7) Voir le passage du „Discours de la pesanteur", cité dans la note précédente, et les § II et III de la pièce N°. 2661.

pour cette fois à la tangente; ny eu recours à mon theoreme general marqué dans une de mes precedentes, n'ayant eu en vue qu'une expreſſion degagée de toute conſideration de la figure, que les logarithmes me fourniſſoient la plus analytique que je pouvois ſouhaiter. C'eſt pourquoy je ne comprends pas comment vous dites de ne pas voir que ma progreſſion $v + \frac{1}{3}v^3 + \frac{1}{5}v^5$ etc. réponde à la vôtre, parce que, dites vous, je ne me ſers pas de la tangente et du ſecteur hyperbolique. Mais qu'ay je beſoin de penſer à cette tangente et à ce ſecteur? N'eſt ce pas aſſés, que je donne moyen d'exprimer la quadrature de la figure dont l'ordonnée eſt $\frac{1}{1-vv}$, c'eſt à dire d'exprimer la grandeur de la ſeries $v+\frac{1}{3}v^3+\frac{1}{5}v^5$ etc. $= t$ par les logarithmes, diſant que v eſtant les velocites, les temps t ſont comme les logarithmes de $\frac{v+1}{v-1}$, et vous trouverés touſjours que $\int\frac{dv}{1-vv}$ ou $v + \frac{1}{3}v^3 + \frac{1}{5}v^5$ etc. repond au logarithme de $\frac{v+1}{v-1}$; c'eſt à dire les $\frac{v+1}{v-1}$ eſtant pris en progreſſion Geometrique, les grandeurs égales à $v + \frac{1}{3}v^3 + \frac{1}{5}v^5$ etc. ſeront en progreſſion Arithmetique. C'eſt ce que j'avois dit artic. 5. n. 4. Si rationes inter ($v + 1$ et $v - 1$) ſummam et differentiam velocitatis maximae (unitatis) et minoris aſſumtae (v) ſunt ut numeri, tempora fore ut logarithmos. Or je ſuppoſe qu'on ſçache que la conſtruction des Logarithmes revient à la quadrature de l'Hyperbole. Nous avions tous deux beſoin pour un même deſſein (c'eſt à dire pour donner la relation entre les temps et les velocités) de la quadrature de la figure dont l'ordonnée eſt $\frac{1}{1-vv}$, l'abſciſſe eſtant v. Vous l'avés donnée par la ſeries, et moy ne pouvant pas ignorer cette ſeries, j'ay crû mieux faire en la donnant par les logarithmes. Je croyois m'eſtre expliqué d'une maniere dans la derniere lettre à n'avoir plus laiſſé d'obſcurité. Et pour ce qui eſt de la correction reïterée, ce n'eſt que la retractation de la correction, c'eſt à dire la reſtitution du premier eſtat. Car en refaiſant le calcul pour vous ſatisfaire, un abus dans les ſignes me fit croire que j'avois fait un echange des temps pour les eſpaces dans les prop. 4 et 6 de l'Article 5. mais depuis j'ay vû qu'il n'y avoit rien à changer comme je vous ay déja mandé. Et lors que vous dites, que s'il eſt vray que j'aye conſideré les reſiſtances de l'air comme en proportion doublée des velocités il faudroit au moins changer l'inſcription de l'article 5me, en mettant in proportione quadrata velocitatis, je réponds que ſi vous aviés conſideré ce que je vous avois écrit[8]), vous auriés vû qu'il n'y a rien à changer et je n'aurois pas beſoin de repetition mais j'avouë de n'avoir point de droit de vous demander de l'attention. Je dis encor une fois

---

[8]) Voir le commencement de la Lettre N°. 2636.

motum a medio retardari proportione velocitatis c'eſt à dire comme je m'eſtois expliqué dans le precedent article 4. (dont l'hypotheſe premiere eſt la même avec celle du preſent article 5) que les reſiſtences ſont en raiſon compoſée des elemens de l'eſpace ou milieu, et des velocités, et prenant les elemens du milieu pour égaux, ou conſiderant tout comme égal à l'égard du milieu les reſiſtences ſont comme les velocités, car ſi vous diviſés le milieu en parties égales tres petites et le conſiderés comme egalement parſemé de globules egaux, un grand globe allant la dedans perdra à chaque choc, (c'eſt à dire à chaque particule du milieu) un degré de viteſſe proportionel à la velocité qui luy reſte. Et cette conſideration a priori m'avoit mené à mon hypotheſe. Ainſi conſiderant le milieu comme la baſe de la diviſion egale (ce qui eſt le plus naturel) les reſiſtences ſont comme les velocités; mais conſiderant le temps comme la baſe, c'eſt à dire diviſant le temps en parties egales, tres petites, les reſiſtences ou velocités perdues[a]) à chaque particule de temps, feront comme les quarrés des viſteſſes. Et la raiſon eſt, que les reſiſtances eſtant en raiſon compoſée des elemens de l'eſpace et des velocités; et les elemens de l'eſpace eſtant encor en raiſon compoſée des elemens des temps et des velocités, les reſiſtences ſont en raiſon compoſée des elemens des temps et des quarrés de velocité, ce que je dis en termes expres ſous la prop. 3. et comme j'avois deja marqué toutes ces choſes, je m'étonne de vôtre conditionelle; s'il eſt vray que j'aye conſideré la proportion doublée; car dans mes precedentes, j'avois expliqué à fonds comment elle avoit lieu, et j'avois rendu raiſon de mon expreſſion. A parler exactement on ne doit pas dire[b]) que les reſiſtences ſont en raiſon de velocité ny en raiſon des quarrés des velocités, ſi ce n'eſt qu'on adjoute le temps ou le milieu, comme j'ay fait. Enfin on peut examiner à toute rigueur cet article 5, on n'y trouvera rien à dire; il y a ſeulement une faute à corriger. C'eſt que l'enontiation de la prop. 3. eſt toute gâtée [9]), je ne ſcay par quelle megarde; mais cette beveue n'a point d'influence ſur tout le reſte: Il falloit dire: Reſiſtentia[c]) eſt ad impreſſionem gravitatis ut quadratum velocitatis acquiſita ad quadratum velocitatis maximae; ou bien je pouvois dire quelque choſe de ſemblable à cecy: impreſſio nova (ſeu acceſſio velocitatis), reſiſtentia (ſeu diminutio velocitatis) et incrementum velocitatis (quod eſt differentia impreſſionis et reſiſtentiae) ſunt inter ſe ut quadratum velocitatis maximae, quadratum velocitatis acquiſitae, et exceſſus quadrati maximae ſuper quadratum acquiſitae; la preuve de la propoſition 3. infere cecy et les preuves des propoſitions 4. et 6. le ſuppoſent, et je ne ſçay pas d'ou eſt venu ce qui pro quo. Mais je laiſſe enfin ce point ſur lequel la ſeule conſide-

---

[9]) „Resistentia est ad impressionem novam a gravitate eodem temporis elemento factam (seu diminutio velocitatis ad accessionem) ut quadratum excessus velocitatis maximae super acquisitam est ad quadratum maximae".

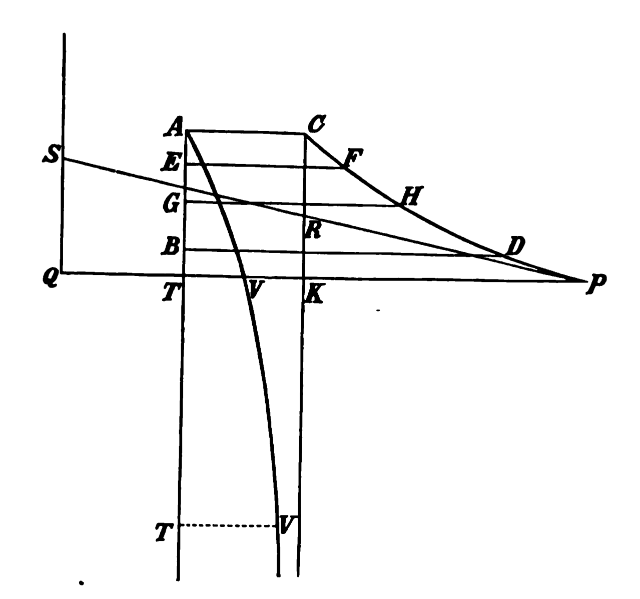
ration que j'ay pour vous m'a rendu ſi prolixe, à fin de tâcher de vous ſatisfaire s'il eſt poſſible; mais auſſi je ne crois pas d'en pouvoir ou devoir dire d'avantage. Vous avés raiſon, Monſieur, de dire que les courbes que j'avois données pour vôtre probleme ſont invariables, et je n'avois pas pris garde que $\frac{rr}{a}$ fait une ſeule quantité determinée. Mon calcul m'avoit pû mener auſſi bien à $2aaxx = aayy - y^4$ qu'à $2aaxx = aayy + y^4$, mais ayant la ſolution qui s'eſtoit offerte, je n'y avois plus penſé. Vous dites que la premiere ſe peut quadrer et vous doutés ſi la ſeconde. ſe pourroit quadrer auſſi, je reponds qu'effectivement il eſt auſſi aiſé de quadrer la premiere que de donner un plan egal à la ſurface decrite par un arc de cercle tourné à l'entour du diametre; mais la ſeconde depend de la quadrature de l'Hyperbole. Je ne vous ay pas donné la ſolution de vos problemes, comme une marque de la perfection de ma Methode, mais comme une marque de ſon utilité. Je crois meme de vous avoir deja dit [10]) que pour les reſoudre, je ne me ſuis pas ſervi de la Methode qui peut toujours reuſſir pour toutes les lignes ordinaires, car elle eſt fort prolixe, mais d'une autre, qui eſt bien plus courte, et bien plus directe et commune aux tranſcendentes et ordinaires, mais je ne l'ay pas encor miſe en perfection pour la pouvoir touſjours conduire juſqu'au bout, parce qu'il y a encor des choſes à decouvrir pour applanir des difficultés qui ſe trouvent dans ſon chemin. Je n'ay garde de ſouhaiter qu'on me propoſe des problemes, dont la ſolution ne ſerve qu'à faire croire que je les puiſſe reſoudre. Notre temps eſt trop pretieux, je ſuis trop diſtrait ailleurs pour le preſent, et la methode pour les lignes ordinaires que je crois ſuffiſante eſt trop prolixe; il faudroit dreſſer une eſpece de tables pour l'abreger, mais je n'en ay pas le loiſir.

Pour ce qui eſt des expreſſions exponentiales, je les tiens pour les plus parfaites de toutes les manieres d'exprimer les tranſcendentes. Car les Exponentiales donnent une equation finie, ou il n'entre que des grandeurs ordinaires quoy que miſes dans l'expoſant. au lieu que les ſeries donnent des equations infinies; et les equations differentiales, quoy que finies, employent des grandeurs extraordinaires, ſçavoir les differences infiniment petites. Et tout ce que je ſouhaite pour la perfection de la Geometrie c'eſt de pouvoir reduire les autres expreſſions tranſcendantes aux Exponentiales. Ie ne diviſe donc pas les courbes Tranſcendentes en Exponentiales et non exponentiales (comme il ſemble que vous l'avés pris) mais leurs expreſſions. Car une meme courbe peut recevoir les trois expreſſions, que je viens de dire. Par exemple la courbe ſuſdite [qui exprime la relation entre les temps et les viſteſſes ou bien entre viſteſſes imprimées par la peſanteur, (qui ſont proportionnelles au temps) et entre les

[10]) Consultez la Lettre N°. 2639, vers la fin.

viſteſſes abſolues, qui en reſtent à cauſe de la reſiſtence du milieu] c'eſt à dire la courbe dont les abſciſſes ſont v et les ordonnées t ſe peut exprimer ſerialement par $t = \frac{1}{1}v + \frac{1}{3}v^3 + \frac{1}{5}v^5$ etc. et differentialement par $t = \int \frac{dv}{1 - vv}$, et enfin exponentialement par $b^{\frac{t}{\cdot}} = \frac{1 + v}{1 - v}$; ce qui veut dire que $\frac{1 + v}{1 - v}$ eſtant comme les nombres, t ſont comme les logarithmes; b eſtant une grandeur conſtante, dont le logarithme eſt 1, et le logarithme de 1 eſtant 0.

Vous faites une demande, Monſieur, à laquelle il eſt juſte que je ſatisfaſſe, ſcavoir ſi les expreſſions exponentiales ſervent à donner quelque deſcription de la courbe et à la marquer en quelque façon par points, ou ſi je m'en ſers ſeulement à decider que la courbe eſt tranſcendente. Je reponds que les expreſſions exponentiales ſervent à trouver autant de points qu'on voudra d'une telle courbe, tout comme dans les helices et dans la quadratrice, au lieu que les autres expreſſions ordinairement ne donnent pas des points veritables, mais ſeulement des points approchans; outre qu'elles ne ſont pas ſi maniables par le calcul. Mais il



ſera bon d'expliquer dans un exemple la maniere de conſtruire ou de marquer des points de la courbe ſuſdite. Soit AC = AB = 1 repreſentant la plus grande velocité, et BD droite priſe à diſcretion, ſoit b. Suppoſons AC, BD paralleles et cherchant entre elles des moyennes proportionnelles EF, GH, etc. decrivons la courbe des Logarithmes CFHDP. Je dis donc que prenant un point quelconque de cette courbe comme P, et en menant à l'axe AB, une ordonnée PT, alors le

logarithme ou l'abſciſſe AT ſera t; et le nombre ou l'ordonnée TP ſera $\frac{1+v}{1-v}$ que nous appellerons e. Or e eſtant aſſignée il ne reſte que de trouver v, ce qui eſt aiſé, car il y aura $v = \frac{e-1}{e+1}$ [4]), c'eſt à dire dans la droite TP prolongée prenant TK, TQ egales à AC, et erigeant QS normale à QP, et egale à AC, et joignant PS, qui coupera CK (parallele à AB) en R, et enfin dans TP prenant TV égale à KR, il eſt manifeſte que TV ſera v, AT eſtant t; c'eſt à dire AT eſtant comme les temps, TV ſeront comme les velocités, et la ligne AVV aſymptote à CK ſera la courbe demandée. Il n'eſt gueres plus difficile de conſtruire les courbes exponentialement exprimées, qui ſatisfont à une de vos ſoûtangentes, et je m'imagine qu'a preſent vous ferés plus content de ces ſortes d'expreſſions.

Je feray bien aiſe de ſçavoir ſi la regle renverſée des Tangentes de Mons. Facio contenuë dans les lettres que vous dites avoir receues de luy vous donne quelque contentement, et en quelle ſorte de cas vous la trouvés la plus practicable a fin que je puiſſe juger ſi elle a quelque rapport à mes meditations.

Feu Mons. Gericke m'envoya ſes experiences ſur un globe de matiere electrique, lorſque ſon livre n'eſtoit pas encor imprimé, car je luy avois procuré un privilege de l'Empereur pour ce livre par mes amis. Mais je m'imagine que la ſubſtance de ces experiences ſera dans le livre, et comme la lettre a eſté écrite [11]) il y a bien du temps, il ne me ſeroit pas aiſé maintenant de la trouver parmy mes vieux papiers. Je feray ravi d'apprendre un jour quelque choſe de vos experiences electriques.

Pour ce qui eſt de l'aimant, il eſt vray que nous ne ſçavons pas la regle des declinaiſons, je crois neantmoins qu'elles ſont reglées avec leurs changemens, et ne dependent pas des cauſes accidentaires et non liées comme ſeroient les fibres du globe de la terre ſuivant ce que Gilbert [12]) et Des Cartes [13]) ont crû. Si elles ſont reglées et tant que nous ne ſçavons pas comment et pourquoy, c'eſt une marque que nous n'avons pas encor la vraye hypotheſe.

Je feray bien aiſe de voir un jour ce qu'on a imprimé en France de la part de l'Academie Royale, ſur tout ce qu'il y a de vous. Je me ſouviens d'avoir auſſi remarqué autres fois des voyes de demonſtrer la regle de l'equilibre differentes de celle d'Archimede. Mons. Römer me parla auſſi d'une ſienne, et un Profeſ-

---

[11]) La correspondance d'Otto von Guericke avec Leibniz a été conservée à Hannover. Voir la page 74 de l'ouvrage cité dans la note 5 de cette lettre.

[12]) Voir, sur William Gilbert, au Supplément du Tome IV, la Lettre N°. 455^a, note 4.
Il s'agit ici de son ouvrage:
Guilielmi Gilberti Colcentrensis, Medici Londinensis, De Magnete, Magneticisque corporibus, et de Magno magnete tellure; Physiologia nova, *plurimis & argumentis, & experimentis* demonstrata. Londini Excudebat Petrus Short Anno MDC. in-4°.

[13]) Voir la Lettre N°. 2454, note 10.

ſeur de Jena nommé Weigelius [14]) en a auſſi donné. Mais j'ay ſur tout envie de voir un jour vôtre maniere, ſçachant que vous avés couſtume de donner quelque choſe d'elegant.

J'ay honte de vous parler encore d'une lettre que je vous deſtine il y a long temps [15]) touchant le ſyſteme des Planetes, et qui eſt demeurée imparfaite par des interruptions, ſans que j'aye encor pû la finir. Cependant je m'y mettray au plus toſt, et il faut bien auſſi que je mette en ordre mes penſées ſur la courbe de la chaîne pour les confronter avec les voſtres. Les occupations journalieres entierement éloignées de ces choſes font que j'ay bien de la peine à reprendre le fil d'un travail interrompu, quand les Idées ne me ſont plus recentes.

Je ſouhaitte beaucoup l'honneur de vous voir; mais quand S. A. S. Monſeigneur le Duc d'Hanover iroit encor à la Haye, il n'y a pas d'apparence que je le pourrois accompagner, mon employ n'eſtant pas de ſuivre la Cour, mais de travailler à des choſes dont je ſuis chargé. Si Dieu me donne la grace de depecher le travail, qui m'occupe à preſent et qui eſt de longue haleine, je feray plus libre. Je prie Dieu de vous conſerver, dont j'eſpere de profiter avec le public et je ſuis avec paſſion etc.

MONSIEUR

Voſtre tres humble et tres obeiſſant ſerviteur
LEIBNIZ.

P. S. Quant à la ligne de la chaîne pendante, donnant une oeillade à mon calcul, je m'apperçois que pour la relation entre deux points de la chaîne ſituée dans le meme horiſon, et entre la partie de la chaîne, pendante deſſous, je me puis ſervir d'une ligne dont l'equation eſt de la forme de celle que vous aviés marquée $xxyy^2 = a^4 - aayy^2$ [16]). Mais une autre dont je vous avois parlé et dont la forme eſt $xxyy = a^4 + aayy$ ne laiſſe pas d'avoir auſſi ſon uſage dans ce probleme.

A Monſieur
Monſieur CHR. HUGENS
Seigneur de Zuylichem.
a la Haye.

franco Bremen.

[14]) Erhard Weigel, baptisé le 16 décembre 1625 à Weiden. En 1653 il fut nommé professeur de mathématiques à Jena, puis mathématicien de la cour de Weimar et directeur en chef d'architecture. Il mourut à Jena, le 21 mars 1699.

[15]) Voir la pièce N°. 2628.

[16]) Voir la Lettre N°. 1633.

[a]) Il nait beaucoup d'obfcurité et de mefentendu de ce qu'il appele les refiftences velocitez perdues [Chriftiaan Huygens].
[b]) fi fait, quand on confidere les refiftences comme il faut c'eft à dire comme une preffion, qui eft comparée à celle de la pefanteur [Chriftiaan Huygens].
[c]) j'avois corrigè ainfi cet endroit mot a mot [Chriftiaan Huygens].

Nº 2660.

Christiaan Huygens à G. W. Leibniz.

23 FÉVRIER 1691.

La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]) *et par C. I. Gerhardt* [2]).
La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2659.
G. W. Leibniz y répondit par le No. 2664.

Sommaire: De faire voir qu'il a quelque chofe de plus, Fatio eft ingè.
Methode de Fatio univerfelle hors mis aux racines, pas longue, ni n'a befoin de Tables: a les 2 courbes.
Comment il faut confiderer la refiftance du milieu.
Fautes dans fon abbregè. J'avois corrigè mot à mot comme luy dans l'article 5e. Progreffion. que je vois la paritè, que je pourrois l'avoir apprife de Wallis. Eftonne qu'il ne l'ait pas remarquée ni fon utilitè.
qu'il n'a rien determinè de ce qu'on devoit le plus fouhaiter.
Courbe de jet pas connu [?] obfcuritè paroit de ce que perfonne n'a rien repris. Comment il a pu publier des chofes fi peu digérees.
Que je l'impute à fon peu de loifir, eftant tres perfuadè qu'il a toute la fubtilitè de connaiffances requife pour demontrer des chofes bien plus difficiles.
Que je comprens ce qu'il veut dire de la proportion des refiftences. Qu'il prend l'effet de la refiftence pour la refiftence mefme. Que la connaiffance du temps n'y eft pas requife.
De fa conftruction de courbe. que c'eft par cette mefme courbe que j'ay commencè, fans avoir befoin de toutes ces propofitions de luy ni Newton.
Que fcachant fon expreffion par progreffion dont la fomme depende de la quadrat. de l'hyperbole, c'eft a dire des logarithmes, on en peut auffi bien conftruire la courbe que par l'equation exponentiale. Que je ne luy en veux pas difputer l'utilitè, ne fcachant pas.
Courbe du jet ne fe trouve pas comme il penfe. Il ne dit rien des jets perpend. en haut.

[1]) Chr. Hugenii, etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 68.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften II, p. 79 et Brietwechsel p. 635.

A la Haye 23 Février 1691.

MONSIEUR

Jay vu avec bien du déplaifir dans voftre derniere lettre que vous avez entendu tout autrement et au contraire de mon intention ce que je vous avois efcrit, *que voftre excufe eftoit merveilleufe.* Car j'ay voulu dire par là que cette excufe eftoit tout à fait fuperflue, et que j'eftois fort eloignè d'avoir aucun foupçon, que vous euffiez contribuè à ce qu'on avoit mis abufivement dans les Actes de Leipzich à mon prejudice. C'eft la pure veritè, et il me femble que par toute forte de raifons vous deviez l'âvoir pris de cette manière. Je n'ay pas encore pu avoir ces Actes des mois de Novembre et Decembre de l'année derniere, de forte que je ne fcay fi la faute aura eftè reparée. Cependant j'ay fort bien compris depuis ma derniere, comment ma *feries* pour l'Hyperbole fe rapporte à celle de vos logarithmes et j'ay auffi trouvè que j'aurois pu apprendre cette *feries* du livre de Mr. Wallis, qu'il a efcrit de l'Algebre en Anglois [3]) p. 329, où il range la progreffion de Mercator et la fiene l'une au deffus de l'autre conjointement, qui eftant adjoutées enfemble font le double de la progreffion $a + \frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{5}a^5$ &c., de mefme que vous le faites voir dans voftre lettre du 25 Nov. [4]). Je m'etonne que Mr. Wallis n'ait pas remarquè cela, ni combien cette progreffion doublée eft plus utile pour la quadrature de l'Hyperbole et pour trouver les Logarithmes que n'eft la fienne ni celle de Mercator [5]), car le calcul en devient plus court de la moitié [6]).

Depuis quinze jours j'ay revu [7]), non fans peine, les brouillons que j'avois touchant les mouvements à travers un milieu qui fait refiftence, fcavoir dans la vraye hypothefe, et j'ay fait quelques calculs en fuite, pour voir comment ils s'accorderoient avec les voftres [8]). Je trouve qu'une partie de noftre difpute vient de ce que vous prenez le mot de refiftence dans une autre fignification que moy et Mr. Newton; car vous appellez refiftence la velocitè perdue ou la perte de velo-

---

3) A treatise of Algebra, both Historical and Practical. By John Wallis, D. D. Professor of *Geometry* in the University of Oxford; and a Member of the Royal Society of London. Plus tard une édition latine du même ouvrage parut sous le titre: Johannis Wallis S. T. D. geometriae professoris Saviliani, in celeberrima Academia Oxoniensis, de Algebra Tractatus, historicus et practicus, anno 1685 Anglice editus, nunc auctus Latine. Oxoniae, E theatro Sheldoniano, 1693. On y rencontre les deux progressions au Caput XC, intitulé: „Ejusdem accommodatio ad quadraturam hyperbolae".

4) Voir la Lettre N°. 2639. Consultez aussi sur le même chapitre le § II de la pièce N°. 2661, que nous publions comme Appendice à cette lettre.

5) Voir sa Logarithmo-Technia, citée dans la Lettre N°. 1669, note 5, à la Prop. XVII.

6) Consultez, sur l'application de la série en question au calcul des logarithmes, l'Appendice II à cette lettre, notre pièce N°. 2662.

7) L'appendice I de cette lettre, le N°. 2661, contient les résultats de cette revision.

8) Voir le § VIII de la pièce N°. 2661.

cité caufée par le milieu, ou la velocitè perdue, et en confequence de cela pour comparer des refiftences differentes, vous voulez que la confideration des elemens du temps entre en compte, et *qu'à parler exactement, on ne doit pas dire que les refiftences font en raifon des velocitez, ni en raifon des quarrez des velocitez.* En quoy il eft evident que vous prenez l'effet de la refiftence pour la refiftence mefme. Mais à Mr. Newton et à moy la refiftence eft la preffion du milieu contre la furface d'un corps, comme par exemple, quand on tient dans la main une feuille de carton, et qu'on l'agite à travers l'air, on fent une preffion qui fe peut comparer à celle d'un poids, et qui devient quatre fois plus grande lorfqu'on remue cette feuille deux fois plus vifte qu'auparavant, ainfi que j'ay trouvè autre fois à Paris par des experiences fort exactes[9]). Vous voiez, Monfieur qu'il n'y a que la difference viteffe dont depend cette preffion, fans confiderer des parties egales ni inegales des temps. Et c'eft fans doute la veritable et la plus naturelle notion de la refiftence.

Je comprens bien pourtant comment, fuivant la voftre, vous voulez conferver l'infcription de voftre article 5, mais c'eft comme j'ay dit, en prenant l'effet pour la caufe, et toute l'obfcuritè de voftre difcours vient principalement d'icy; laquelle, à ce que je crois, eft caufe que perfonne ne l'a affez examinè pour comprendre ce qu'il y a de vray, ni pour remarquer les abus que vous y corrigez maintenant vous mefme. J'avois fait la mefme correction mot à mot dans la prop. 3. art. 5, que vous m'envoiez dans voftre derniere lettre. A la prop. 6. du mefme article les efpaces parcourus, qui à moy font comme les logarithmes de $\frac{aa}{aa-yy}$, felon vous font comme les logarithmes de $\sqrt{aa-yy}$ (il falloit $\sqrt{\frac{aa-yy}{aa}}$) ou de $\sqrt{(1-yy)}$; ce qui revient pourtant à la mefme chofe, (fi non que vos logarithmes devienent negatifs) car les logarithmes des racines ont entre eux la mefme raifon que ceux de leurs quarrez. Vous aviez de mefme des logarithmes negatifs, en difant que les temps font comme des logarithmes de $\frac{1-y}{1+y}$, mais dans voftre derniere vous l'avez redreffè en mettant $\frac{1+y}{1-y}$. Je m'apperçois affez, Monfieur, en tout cela, qu'il ne vous manque ni habilitè ni fcience pour demefler toute cette matiere, et d'autres plus difficiles, mais que feulement vous n'avez pas affez de loifir pour adjouter plus d'exactitude et de clartè aux chofes que vous avez trouuées.

---

[9]) En 1669. La relation de ces expériences, telle qu'elle se trouve dans le livre D des Adversaria, a été reproduite par Uylenbroek dans le Fasc. II (pag. 59—67) de l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2057, note 2. Elle paraîtra encore dans un des volumes des „Œuvres complètes" qui suivront cette „Correspondance".

Je ne ſcay pas pourquoy dans tout ce diſcours de la Reſiſtence vous n'avez rien voulu determiner des choſes qui ſont comme le fruit de cette recherche, et qu'on peut ſouhaiter de ſcavoir, comme *ſi quaeratur tempus deſcenſus liberi ad tempus deſcenſus impediti donec data celeritas obtineatur, hoc eſt, quae ad celeritatem terminalem datam rationem habeat*[10]); *aut ſi quaeratur ratio ſpatiorum ſic peractorum*[11]); *item quae ſit ratio temporis aſcenſus ad tempus deſcenſus, cum corpus recta ſurſum projicitur celeritate terminali*[12]). Je ſouhaiterais de voir comment vos calculs s'accordent aux miens dans ces problemes, et en les comparant enſemble nous pourrions eſtre aſſurez tous deux d'avoir raiſonnè juſte. Le Traité de Mr. Newton en cecy n'eſt pas ſans faute[13]). Dans l'art. 6. prop. 1. vous faites la ligne du jet bien plus facile à trouver qu'elle n'eſt en effet, ſur quoy je vous prie d'examiner la remarque que j'ay faite dans l'addition à mon diſcours de la Peſanteur[14]).

J'ay conſiderè voſtre conſtruction de la Courbe Exponentiale qui eſt fort bonne. Toutefois je ne vois pas encore que cette expreſſion $b^t = \frac{1+v}{1-v}$ ſoit d'un grand ſecours pour ſela. Il y a longtemps que je connois cette meſme courbe[15]) auſſi

[10]) Consultez le § VII de la pièce N°. 2661.

[11]) Quoique cette proportion se déduise assez facilement au moyen des résultats obtenus dans la pièce N°. 2661, il est probable que Huygens a en vue la proposition énoncée au commencement du § VI de cette pièce et que ce fut même pendant la préparation de cette partie de sa lettre qu'il ajouta à la proposition en question la phrase que nous avons signalée dans la note 41 de la pièce N°. 2661 comme étant une méprise.

[12]) Voir le § XI de la pièce N°. 2661. On remarquera que toutes les proportions indiquées ici sont indépendantes de la valeur absolue de la résistance et de même de l'intensité de la gravité. C'est bien la raison pour laquelle elles ont été mises en évidence ici, comme Huygens l'avait déjà fait pour d'autres plus simples du même caractère dans l'„Addition au Discours de la pesanteur".

[13]) Consultez le § V de la pièce N°. 2661.

[14]) A la page 175 de l'„Addition au Discours de la Pesanteur" Huygens, après avoir montré comment dans le cas d'une résistance proportionnelle à la première puissance de la vitesse, le mouvement curviligne d'un projectile peut être obtenu par la composition de deux mouvements rectilignes décrits sous l'influence d'une résistance de la même nature, s'exprime comme il suit sur le problème correspondant pour le cas d'une résistance proportionnelle au *carré* de la vitesse: „Mais cette composition de mouvement n'ayant point lieu icy; parce que la diminution du mouvement retardé, dans la diagonale d'un rectangle, n'est pas proportionelle aux diminutions par les costez; il est extrement difficile, si non du tout impossible de resoudre ce Problème". Or, Leibniz, dans l'article cité dans la lettre N°. 2561, note 6, était tombé dans l'erreur d'avoir voulu construire ce mouvement curviligne de la manière signalée ici comme fausse. Comme nous l'avons remarqué déjà, il n'a pas manqué d'avouer son erreur dans l'article cité dans la note 4 de la Lettre N°. 2659.

[15]) En effet, la courbe ARΩ de la figure 1 de la pièce N°. 2661 est identique à la courbe transcendante de Leibniz, puisqu'elle représente, comme celle-ci, la relation entre les temps écoulés $A\theta$, $A\varkappa$, et les vitesses acquises, $A\varphi$, $A\sigma$, etc. Il est incertain depuis quelle époque Huygens

bien que ſa compagne [16]), qui ſert aux jets montans, et je la conſtruis par la ligne logarithmique en ſuppoſant les velocitez données au lieu que vous ſuppoſez les temps.

Quoyque cette lettre ſoit deſia bien longue, il faut que je vous reſponde à ce que vous ſouhaitez de ſcavoir touchant la methode des Tangentes de Mr. Fatio. Vous ſcaurez donc que l'auteur eſt depuis quelque temps en cette ville et qu'il me fait ſouvent l'honneur de me voir. J'avois examinè ſa lettre dont je vous ay parlè, où la dite methode eſtoit amenée juſqu'a un certain point, mais depuis qu'il eſt icy, il l'a beaucoup perfectionnée, et m'a trouvè les deux meſmes courbes dont je vous avois propoſè les ſoutangentes [17]), deſquelles la 2. a plus de difficultè. Ses calculs ne ſont pas longs, ni n'ont beſoin d'aucunes Tables, mais il ne ſcauroit reſoudre juſqu'icy les cas, où il entre des racines qui contienent des inconnues et plus d'un terme; par exemple ſi la ſouſtangente eſt donnée $\frac{yy\sqrt{aa-xx}}{ax}$, x eſtant l'abſciſſe, y l'appliquée à angles droits et a une ligne connue. Si voſtre methode ne s'arreſte pas à ces racines, vous avez quelque choſe de plus que Mr. Fatio, quoy qu'il ait deſia paſſè mon attente. Peut-eſtre c'eſt pour ces racines que les Tables, dont vous parlez, ſont neceſſaires dans la methode que vous dites reuſſir toujours.

Cette quadrature de la 1e de mes courbes [18]), que vous dites eſtre aiſée, marque auſſi quelque connoiſſance extraordinaire. Vous me ferez plaiſir de la determiner, à fin que Mr. Fatio ſe puiſſe aſſurer que vous l'avez trouvée, à quoy il m'a avouè n'avoir pu reuſſir. La figure, au reſte, de cette courbe ne conſiſte pas dans

s'occupait de cette courbe; toutefois il est probable que ses recherches sur les mouvements avec résistance proportionnelle au carré de la vitesse ont commencé dès qu'il connut les résultats des expériences mentionnées dans la note 9 de la présente lettre.

[16]) La courbe ARG de la figure 3, de la pièce N°. 2661.

[17]) En effet, les deux équations différentielles: $-y\frac{dx}{dy}=\frac{y^2}{2x}-2x$ ou $-2xy\,dx+4x^2\,dy-y^2dy=0$ et $-y\frac{dx}{dy}=\frac{2x^2y-a^2x}{3a^2-2xy}$ ou $-3a^2y\,dx+2xy^2\,dx-2x^2y\,dy+a^2x\,dy=0$, auxquelles les problèmes, posés par Huygens dans sa Lettre N°. 2611, donnent lieu, se laissent réduire à des équations différentielles totales au moyen de la multiplication par une fonction $x^p y^q$ (y^{-5} pour la première, x^{-4} pour la seconde), ce qui constitue la condition nécessaire et suffisante pour le succès de la méthode de Fatio telle qu'elle a été décrite par Huygens dans sa lettre à de l'Hospital du 23 juillet 1693. Voir encore la note 11 de la Lettre N°. 2465.

[18]) Il s'agit de la courbe $2a^2x^2=a^2y^2-y^4$, satisfaisant à l'équation différentielle $-y\frac{dx}{dy}=\frac{y^2}{2x}-2x$. Voir, sur la quadrature par Huygens de cette même courbe, la Lettre N°. 2643, note 13.

les feules 2 demi-ovales, comme je vous avois marquè [19]), mais elles font jointes par une croix et le tout reffemble à un 8, ce qui fe connoit aifement par l'equation. Quant à la courbe exponentiale [20]) que vous trouvaftes au lieu de cette ligne [21]), lorfque les fignes + et — eftoient renverfez, Mr. Fatio affure, et m'a demonftrè en quelque façon, que cette exponentiale eft impoffibile, par où vous voyez que voftre demonftration pour prouver qu'elle fatisfait à la foutangente donnée, ne nous eft pas claire.

Vous m'obligerez d'achever ce que vous avez trouvè fur la chaine pendante, afin que nous nous communiquions nos meditations. Je crois qu'il y aura bien d'autres geometres qui refoudront ce probleme, car, à dire vray, il ne me paroit pas bien difficile, fi ce n'eft que vous en demandiez quelque chofe de plus que ce que j'en ay trouvé.

[22]) Mr. Spener m'a dit que, pour faire reuffir la boule de fouphre de Mr. Guericke, il faut adjouter pour chaque livre 13 grains falis tartari fixi; peut eftre l'autheur vous aura donné la mefme recepte. Il me dit auffi qu'il pouvoit ofter au fer l'attraction vers l'aimant, mais je ne m'y fie pas trop depuis que j'ay trouve fauffe une experience avec le vif argent, qu'il debitoit comme tres certaine [23]).

Ce n'eft pas fans regret que je perds l'efperance de vous voir icy, et je n'aurois pas efté fi longtemps fans vous efcrire fi je ne vous avois toufjours attendu. Je fuis Monfieur etc.

---

[19]) Voir la Lettre N°. 2643.

[20]) Voir les Lettres Nos. 2627, et 2632.

[21]) C'est une méprise. Lisez plutôt „au lieu de la seconde de mes courbes" et consultez la note 6 de la Lettre N°. 2627.

[22]) Selon Gerhardt, l'alinéa suivant ne se rencontre pas dans la lettre, qui se trouve à Hanover.
On peut consulter sur ces communications de Spener la lettre N°. 2623, note 3. Ajoutons que la page 57 recto du livre des Adversaria, citée dans la première de ces notes, ne contient aucun renseignement sur l'artifice dont Spener prétendait se servir pour ôter au fer sa propriété magnétique.

[23]) Voir, sur cette expérience, la Lettre N°. 2633, note 15.

N° 2661.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[1691].

Appendice I au No. 2660.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]).

De defcenfu corporum gravium et afcenfu par aerem aut materiam aliam, quae refiftit motui in ratione duplicata celeritatum, ut revera contingit[2]).

Olim inventa clarius hic explicare volui ut rationem inveniendi femper repetere poffem, in qua infunt aliqua, quorum utilitas ad alia quoque pertinet.

§ I[3]).

1. Sit AN[4]) quadratum, cujus latus Aב, diagonalis AN. Referat Aב celeritatem terminalem, five maximam, quam numquam poffit affequi corpus quoddam decidens per aërem, fed quamtumvis prope adaequare. Temporis partes capiantur in recta בN. Quod fi igitur defcenderet corpus nullo aëre refiftente, accrefcerent ei celeritatis partes aequales, aequalibus temporis partibus, ut invenit Galileus. Itaque celeritates ita cadentis referant applicatae in triangulo ANΛ parallelae NΛ: fitque celeritas ΛN acquifita tempore בN, corpori nempe non impedito; quam eandem celeritatem maximam feu terminalem effe dixi corporis impediti. Confiderentur jam incrementa celeritatis corporis hujus, cui aër refiftit; quae cum

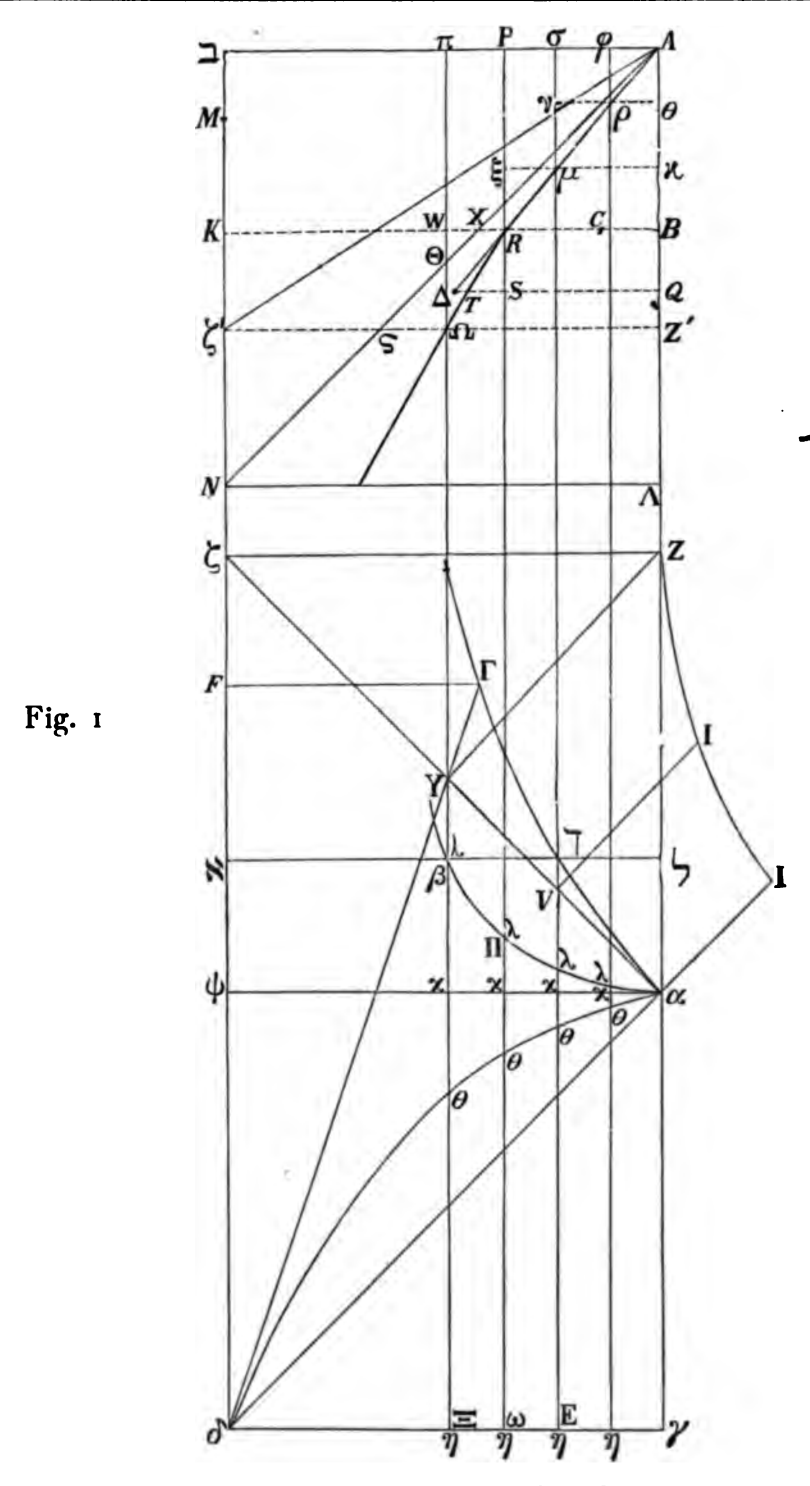
[1]) Chr. Hugenii Exercitationes Mathematicae etc. Fasc. II, p. 67—82.

[2]) Pour faciliter l'intelligence de cette pièce, empruntée au livre G des Adversaria, p. 75 verso à 81 verso, nous avons cru utile de la diviser en paragraphes numérotés, afin d'y pouvoir renvoyer le lecteur dans les notes qui suivent.

[3]) *Déduction de la relation entre la durée de la descente et la vitesse acquise.*

[4]) Voir la figure de la page suivante. En construisant cette figure nous nous sommes conformés à l'indication qui suit, ajoutée par Christiaan Huygens en marge: „Melius fuisset quadratum $\alpha\delta$, cum curvis $\alpha\theta\theta$, $\alpha\lambda\lambda$, α]ſ desuperponere quadrato AN". En effet, cette décomposition de la figure assez compliquée contribue singulièrement à la clarté. Seulement, nous avons dû introduire en conséquence dans notre figure les points ζ' et Z' qui, dans la figure de Huygens, se superposent aux points ζ et Z.

Fig. 1



minora ſint incrementis corporis non impediti, ſumtis utrobique particulis temporis iiſdem, hinc conſequitur, ut, ſi ponatur curva ARΩ, inter quam et rectam

ΑΛ applicatae, ut RB, referant celeritates acquiſitas corpori impedito [5]), neceſſario ſemper haec minor ſit applicata reſpondente in triangulo ΑΝΛ, ut hic BX. Erunt autem trilinea ARB, ATQ inter ſe uti altitudines cadendo emenſae temporibus AB, AQ; et celeritates in fine aequalium temporum acquiſitae, tum motu impedito tum libero, ut applicatae coincidentes ad curvam AR et rectam AN. Velut BR, BX in fine temporis AB. Itemque tempora, quibus eadem celeritas ut ΩZ′ tum impedito tum libero motu acquiretur, ut lineae PΩ et PΘ [6]).

Ad examinandam vero naturam curvae ARΩ, ſit a puncto ejus aliquo R ducta RS parallela ΑΛ, eaque temporis particulam referat; ſitque S△ parallela Aℶ et aequalis ipſi RS: unde juncta R△ erit parallela AN; ſecetque S△ curvam in T puncto. Referet ergo S△ incrementum celeritatis in tempore RS corporis non impediti; ST vero incrementum celeritatis corporis impediti; ideoque ST minor quam S△. Porro ſi Aℶ ponatur referre reſiſtentiam, quam pateretur corpus impeditum, ſi cum terminali celeritate deſcenderet, velimuſque invenire reſiſtentiam, quam patitur acquiſita celeritate RB, oportet duabus KB, RB facere tertiam proportionalem CB, quo facto, dico CB referre reſiſtentiam in celeritate RB, quia ſunt reſiſtentiae in duplicata ratione celeritatum. Erit autem jam, ut KB ad BC ita S△ ad △T. Quia enim Aℶ refert reſiſtentiam contra velocitatem terminalem, quae reſiſtentia aequalis eſt vi gravitatis, qua corpus deorſum pellitur, neceſſe eſt in minimis temporum particulis, qualis putanda RS, velocitatem vi gravitatis acquiſitam corpori non impedito, quae eſt S△, diminui tali particula T△, quae ſit ad △S ut reſiſtentia tota KB, ſeu ut vis gravitatis, ad reſiſtentiam CB; atque ita ſupereſſe ST velocitatem acquiſitam tempore eodem RS corpori impedito: quamobrem tempore WΩ acquiret celeritatem WR, quia ut RS ad ST ita cenſenda eſt ΩW ad WR.

Sit $A\beth = a$, $AP = x$. Ergo et $RB = x$. Et quia proportionales KB, RB, CB, erit KB ad BC, ut a ad $\frac{xx}{a}$, et BK ad KC ut a ad $a - \frac{xx}{a}$. Ergo etiam △S ad ST, hoc eſt RS ad ST, hoc eſt ΩW ad WR, vel etiam Rξ ad $\xi\mu$ (nam pro recta linea habetur T$R\mu$, cum ſit curvae particula minima) ut a ad $a - \frac{xx}{a}$. Quod ſi vero

---

[5]) Dans les notes qui vont suivre, nous représenterons le temps écoulé par t, la vitesse acquise par v, la vitesse terminale par V, le chemin parcouru par s. En outre, $A\beth = A\Lambda = \alpha Z = \alpha\gamma$ par a. Commençons par remarquer qu'alors, d'après ce qui précède dans le texte: $AP = x = \frac{v}{V} a$;

$$RP = \left(t : \frac{V}{g}\right) a = \frac{gt}{V} a.$$

[6]) Lisez: $\pi\Omega$ et $\pi\Theta$.

AP in particulas minimas aequales ſecetur punctis φ, σ, a quibus ducuntur ad curvam AΩ rectae $\varphi\rho$, $\sigma\mu$, parallelae AB, et rurſus $\rho\nu$, $\mu\xi$ complentes rectangula $\sigma\rho$, Pμ: et ſucceſſive σA, φA, vocentur x, ut ante PA, ſemper exprimentur rationes $\mu\nu$ ad $\nu\rho$, et $\rho\varphi$ ad φA, rationibus a ad $a - \frac{xx}{a}$; et erunt invertendo $\mu\xi$ ad ξR, $\nu\rho$ ad $\mu\nu$, Aφ ad $\varphi\rho$, ut $a - \frac{xx}{a}$ ad a. Sunt autem omnes antecedentes $\mu\xi$, $\nu\rho$, Aφ, aequales. Ergo ſi particulis rectae Aπ ſumantur particulae $\eta\eta$ aequales in recta $\gamma\delta$, quam aequalem pono Aℶ, et in quadrato $\gamma\delta\psi\alpha$ ducantur parallelae $\eta\kappa$; ſicut autem $\xi\mu$ ad ξR, hoc eſt ut $a - \frac{xx}{a}$ ad a, ita fiat $\omega\kappa = a$, ipſi Rξ reſpondens, ad $\omega\lambda$; erit haec $= \frac{a^3}{aa - xx}$; et ita exprimentur quoque ſingulae $\eta\lambda$, quae erunt ad $\kappa\lambda$ ſicut ſibi reſpondentes $\mu\nu$, $\rho\varphi$ [7]), poſtquam ſingulae $\eta\gamma$ dicta fuerint x. Jamque ſicut omnes ſimul Aφ, $\varphi\sigma$, σP, ſive tota AP, ad omnes $\varphi\rho$, $\nu\mu$, ξR, ſive ad totam PR, ita erunt omnes $\kappa\eta$ ad omnes $\lambda\kappa$, atque ita propterea rectangulum $\alpha\omega$ ad ſpatium $\gamma\alpha\Pi\omega$ [8]). Et ſingula ſpatia $\lambda\eta\gamma\alpha$ referent ſingulas rectas ſpatii RPA ſingulis $\lambda\eta$ reſpondentes.

Haec vero ſingula ſpatia, inter $\lambda\eta$, $\alpha\gamma$, interjecta, menſurantur ſumma progreſſionis numericae; ſingulae enim $\lambda\eta = \frac{a^3}{aa - xx}$, poſito nempe x pro ſingulis $\eta\gamma$, quae ipſarum $\lambda\eta$ diſtantias ab $\alpha\gamma$ definiunt; $\frac{a^3}{aa - xx}$ vero aequale $a + \frac{xx}{a} + \frac{x^4}{a^3} + {} + \frac{x^6}{a^5}$ etc., et ſi pro a unitas ponatur, fit $1 + xx + x^4 + x^6 +$ etc.; ac porro, ſi maxima linearum $\eta\gamma$, ut hic $\omega\gamma$, vocetur b; et x ſucceſſive ſignificet aequaliter creſcentes $\gamma\eta$, quarum minima, ſive exceſſus, quibus creſcunt, dicatur p; et numerus particularum p in $\omega\gamma$ ſeu b comprehenſarum dicatur θ; erit quae ab $\alpha\gamma$

prima ſequitur $\eta\lambda = 1 + pp + p^4 + p^6 +$ etc.
ſecunda. . . . $\eta\lambda = 1 + 4pp + 16p^4 + 64p^6 +$ etc.
tertia . . . . . $\eta\lambda = 1 + 9pp + 81p^4 + 729p^6 +$ etc.

---

7) Il faut lire probablement: *quae erunt ad $\omega\lambda$ sicut sibi respondentes $\mu\nu$, $\varrho\varphi$ ad Rξ.*
8) Au moyen des notations de la note 5, cette proportion s'écrit:

$$\frac{\nu}{V} a : \frac{gt}{V} a = \frac{\nu}{V} a^2 : \int_0^{\frac{\nu}{V} \cdot a} \frac{a^3}{a^2 - x^2} dx.$$

et ita porro, maxima autem $\eta\lambda$, quas infinitas numero ponimus, erit. . . $\omega\lambda = 1 + \theta^2 pp + \theta^4 p^4 + \theta^6 p^6 + \text{etc.}$

five quia θp particula una in multitudinem particularum ducta facit b, erit . . . . $= 1 + bb + b^4 + b^6 + \text{etc.}$

et fummae columnarum, hoc eft omnium $\eta\lambda$, erunt. . . . . $= \theta + \frac{1}{3}\theta bb + \frac{1}{5}\theta b^4 + \frac{1}{7}\theta b^6 + \text{etc.}$

et ductis omnibus in latitudinem p fiet fpatium $\alpha\Pi\omega\gamma$. , ... $= p\theta + \frac{1}{3}p\theta b^2 + \frac{1}{5}p\theta b^4 + \frac{1}{7}p\theta b^6 + \text{etc.}$

Seu quia $p\theta = b$, erit idem fpatium $\alpha\Pi\omega\gamma$ . . . . $= b + \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{5}b^5 + \frac{1}{7}b^7 + \text{etc.}$

Eft autem $\gamma\omega$ fractio unitate minor, quia $\gamma\delta$ eft unitas, unde fit ut membra progreffionis ejufmodi continue decrefcant, atque eo magis quo $\gamma\omega$ minor pars fuerit $\gamma\delta$ [9]).

§ II [10]).

Hanc vero progreffionem aequari fectori hyperbolico Newtoni [11]) inde inveni, quod eadem progreffione fector ille efficitur; quod et aliter animadvertere potui

---

[9]) Pour faire ressortir le résultat obtenu jusqu'ici, nous n'avons qu'à remarquer que la proportion déduite plus haut:

$$AP : PR = \text{rect. } \alpha\omega\iota : \text{spat. } \gamma\alpha\Pi\omega$$

s'écrit maintenant, en posant $\delta\gamma = \alpha\gamma = 1$:

$$\frac{v}{V} : \frac{gt}{V} = b : b + \frac{1}{3} b^3 + \frac{1}{5} b^5 + \ldots ;$$

mais on a évidemment $b = \frac{v}{V}$, donc:

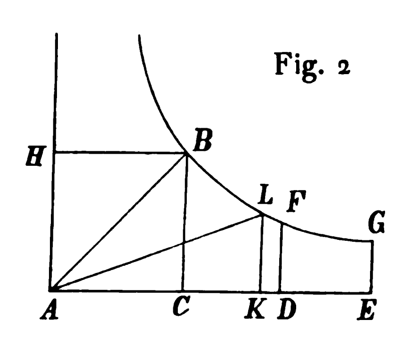
$$gt = V\left(\frac{v}{V} + \frac{1}{3}\frac{v^3}{V^3} + \frac{1}{5}\frac{v^5}{V^5} + \ldots\right),$$

résultat exact.

[10]) *Réduction de la sommation de la série $b + \frac{1}{3} b^3 + \frac{1}{5} b^5 + \ldots$ à la quadrature de l'hyperbole. Emploi de cette série au calcul des logarithmes.*

[11]) Consultez le Corollarium 3 de la prop. IX du Liber II des „Principia" (p. 259 de l'édition originale): „Velocitas corporis tempore ATD cadentis est ad velocitatem quam eodem tem-

ex quadraturis Mercatoris et Wallisii [12]), quam hic illum imitatus procudit. Posita enim hyperbola BG, cujus asymptoti AH, AE, quadratum vero AB; sumtâque AD majore quam AC; si AD sit $= i$; DE vero fractio minor unitate, quae fractio vocetur b [13]), sit ex quadratura Nicolai Mercatoris spatium FDEG ad quad. HC ut



$$b - \tfrac{1}{2}b^2 + \tfrac{1}{3}b^3 - \tfrac{1}{4}b^4 + \tfrac{1}{5}b^5 - \text{etc. ad } 1.$$

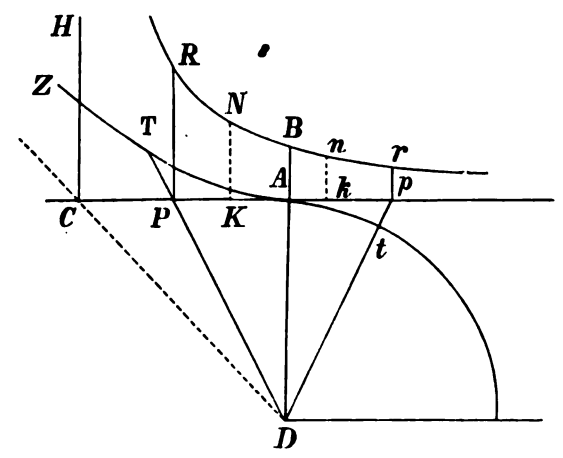
Item posita DC = DE, fit ex quadratura Wallisii spatium FBCD ad quad. HC ut

$$b + \tfrac{1}{2}b^2 + \tfrac{1}{3}b^3 + \tfrac{1}{4}b^4 + \tfrac{1}{5}b^5 + \text{etc. ad } 1.$$

Ergo spatium BGEC ex duobus illis compositum erit ad quadr. BA ut

---

pore in spatio non resistente acquireret, ut triangulum APD ad sectorem hyperbolicum ATD".



Remarquons que dans la figure de Newton, dont nous reproduisons ici la partie essentielle, AC = AD peut, d'après le coroll. 2 de la proposition précédente, être considéré comme représentant la vitesse terminale V, AP = v la vitesse acquise. En outre, AD est le demi-axe réel, D le centre de l'hyperbole équilatère ATZ.

[12]) Huygens annota ici en marge: Quadraturam Wallisii explicui in libro D. On trouve, en effet, cette explication aux pages 82—85 de ce livre des Adversaria. Elle commence ainsi: „Pour expliquer la quadrature de l'hyperbole de Mercator, reformée par M. Wallis, je n'auray qu'à repeter l'abbregé que ce dernier en a donné en eclaircissant les difficultez qui y pourroient rester." Consultez d'ailleurs, sur les quadratures de Mercator et de Wallis, les notes 3 et 4 de la Lettre N°. 2660.

[13]) C'est-à-dire $b =$ DE : AD.

$2b + \frac{2}{3}b^3 + \frac{2}{5}b^5 +$ etc. ad 1; quam progreſſionem ſingulos terminos duplos habere apparet noſtrae praecedentis progreſſionis $b + \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{5}b^5 +$ etc. Unde et noſtram aequari conſtat [14]) ſpatio ejuſmodi hyperbolico, quod nempe dimidium erit ſpatii BGEC, hoc eſt ſpatio BLKC, ſive ſectori hyperbolico Newtoni BAL, poſitâ AK media proportionali inter AC, AE; ſic enim fiunt quoque proportionales BC, LK, GE, ideoque ſpatia BLKC, LGEK inter ſe aequalia. Hinc optima ratio progreſſionum ad inveniendos logarithmos, praecipue ſi CD ſit ad DA ut unitas ad numerum, hoc eſt, ſi EA ad AC ſit ut numerus ad alium binario vel unitate minorem. Sed de his alias. vid. pag. 46 et 45 [15]).

§ III [16]).

Spatio noſtro [17]), quod nunc ſit $\alpha\beta\Xi\gamma$, aequalis debebat eſſe ſector hyperbolicus Newtoni $\alpha\Gamma\delta$ [18]) ducta $\delta\Gamma$ per Y, ubi rectam $\alpha\zeta$ perpend. in $\alpha\delta$ ſecat $\Xi\beta$ producta; eſt autem $\alpha\Gamma$ hyperb. ad aſymptotos $\delta\gamma$, δN. Sicut enim Aπ ad $\pi\Omega$ ita eſt rectangulum $\alpha\Xi$ ad ſpatium $\alpha\beta\Xi\delta$ [19]), ex demonſtrata curvarum harum natura [20]). Quare et $\pi\Theta$ erit ad $\pi\Omega$ ut rectangulum $\alpha\Xi$ ad ſpatium $\alpha\beta\Xi\delta$ [19]). Eſt autem $\pi\Theta$ ad $\pi\Omega$ ut

---

[14]) Pour le montrer, supposons AC égal aux grandeurs $\alpha\gamma = \delta\gamma = a$ de la figure 1 du texte, $\mathrm{CD} = \mathrm{DE} = b$ $\mathrm{AD} = \frac{\nu}{V}\mathrm{AD} = \frac{\nu}{V - \nu}\mathrm{AC}$.

Dans ce cas, on a, d'après le texte de ce paragraphe:

$$\text{quadr. HC} : \text{sect. ABL} = 1 : b + \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{5}b^5 + \ldots.$$

ou bien

$$a^2 : \text{sect. ABL} = 1 : b + \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{5}b^5 + \ldots.$$

D'un autre côté on a, d'après le § I (voir la figure 1):

$$\text{rect. } \alpha\omega : \text{spat. } \gamma\alpha\Pi\omega = b : b + \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{5}b^5 + \ldots.$$

donc:

$$a^2 b : \text{spat. } \gamma\alpha\Pi\omega = b : b + \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{5}b^5 + \ldots.$$

d'où l'on conclut facilement:

$$\text{sect. ABL} = \text{spat. } \gamma\alpha\Pi\omega.$$

Au § V nous aurons besoin de rappeler ce résultat.

[15]) Consultez l'Appendice II, notre N°. 2662, où nous avons reproduit quelques passages empruntés aux pages citées du livre G des Adversaria.

[16]) *Comparaison du résultat obtenu dans le § I avec celui formulé par Newton dans le Corollarium* 3 *de la prop. IX du liber II des Principia* (voir la note 11 de cette pièce).

[17]) Voir la figure 1 de cette pièce.

[18]) Confrontez, pour ce qui suit, la figure 1 de notre pièce avec la figure de la note 11.

[19]) Lisez: $\alpha\beta\Xi\gamma$.

[20]) Voir le § I et en particulier la note 9.

tempus, quo corpus non impeditum acquiſivit celeritatem $\Omega Z'$, ad tempus quo corpus impeditum acquiſivit celeritatem eandem. Jam quia Newtonus, poſita celeritate acquiſita ad celeritatem terminalem ut αY ad $\alpha\zeta$, quarum ratio eſt eadem quae $A\pi$ ad Aℶ, quam nos adſumſimus, invenit tempus deſcenſus non impediti ad tempus impediti, quibus obtinetur celeritas eadem αY, ſicut triangulum $\alpha\delta Y$ ad ſectorem hyperbolicum $\alpha\delta\Gamma$: eſtque triang. $\alpha\delta Y$ aequale rectangulo noſtro $\alpha\Xi$ [21]); neceſſe eſt et ſectorem $\alpha\delta\Gamma$ aequari ſpatio noſtro $\alpha\beta\Xi\gamma$, ſi recte ſe habent inventa Newtoni; unde primum didici progreſſionem meam $b + \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{5}b^5 +$ etc. aequari ſpatio hyperbolico.

§ IV [22]).

Ut inquiramus porro quam rationem habeat altitudo emenſa motu impedito, dum acquiritur celeritas data $Z'\Omega$, ad altitudinem eodem tempore $\pi\Omega$ emenſam cum celeritate dimidia celeritatis terminalis, ſcimus primum haec ſpatia eſſe inter ſe ſicut trilineum $A\Omega Z'$ ad dimidium rectanguli ℶZ', ſive ad triangulum $A\zeta'Z'$ [23]). Jam cum ſit ſpat. $A\Omega\pi$ ad rectang. $\pi Z'$ ut omnes $\varphi\rho$, $\sigma\mu$, PR, $\pi\Omega$ ad totidem maximae $\pi\Omega$ aequales; hoc eſt, ſicut ſumma ſpatiorum omnium $\omega\lambda\eta\gamma$ ad totidem maximo $\beta\alpha\gamma\Xi$ aequalia [24]); hoc eſt, ut cuneus anguli ſemirecti ſuper ſpatio $\alpha\beta\Xi\gamma$ per $\beta\Xi$ abſciſſus, ad priſma ſuper eodem ſpatio $\alpha\beta\Xi\gamma$ cum altitudine $\gamma\Xi$: ſequitur hinc trilineum alterum $A\Omega Z'$ eſſe ad dictum rectang. $\pi Z'$, ut cuneus alter [25]) ſuper ſpatio $\alpha\beta\Xi\gamma$ abſciſſus per $\alpha\gamma$ ad idem priſma ſuper ſpatio $\alpha\beta\Xi\gamma$; quia conſtat hunc cuneum

---

[21]) En effet $\delta\alpha = \alpha\gamma\sqrt{2}$; $\alpha Y = \alpha\varkappa\sqrt{2}$; donc $\frac{1}{2}\,\delta\alpha.\,\alpha Y = \alpha\gamma.\ \alpha\varkappa$.

[22]) *Déduction de la relation entre la durée de la descente et l'espace parcouru.*

[23]) En effet, puisque $A\theta$, $A\varkappa$, etc. représentent les temps écoulés, $A\varphi$, $A\sigma$,... les vitesses acquises et Aℶ la vitesse terminale, il est clair que $s = \int v dt : \frac{1}{2} Vt =$ tril. $A\Omega Z'$: triang. $A\zeta'Z'$.

[24]) C'est-à-dire en conséquence de la construction de la courbe $\alpha\lambda\lambda\lambda\beta$, décrite dans le § I. D'après cette construction on a $\xi\mu : \xi R = \omega\varkappa : \omega\lambda$, donc : $\xi\mu : \Sigma\xi R = \omega\varkappa : \Sigma\eta\lambda$, c'est-à-dire: $\xi\mu : PR =$ rect. $\omega\varkappa\varkappa E : \alpha\gamma\omega\lambda$. De même $\xi\mu : \pi\Omega =$ rect. $\omega\varkappa\varkappa E : \alpha\gamma\Xi\beta$; donc encore : $PR : \pi\Omega = \alpha\gamma\omega\lambda : \alpha\gamma\Xi\beta$, d'où il s'ensuit enfin $\Sigma PR : n \times \pi\Omega = \Sigma\alpha\gamma\omega\lambda : n \times \alpha\gamma\Xi\beta$, où n représente le nombre des partitions.

[25]) Huygens ajouta en marge:

Poterat hoc de cuneo altero brevius inveniri et absque consideratione prioris; quia sicut singulae particulae temporis $A\theta$, $\theta\varkappa$, $\varkappa B$, BZ' ductae in celeritates respectivas in fine eorum temporum acquisitas, ut $\theta\varrho$, $\varkappa\mu$, BR, $Z'\Omega$, efficiunt spatium totum $A\Omega Z'$, dum rectang. $\pi Z'$ efficitur ex AZ' summa omnium particularum temporis ducta in celeritatem dictarum maximam $Z'\Omega$; ita quoque omnes $\beta\Xi$, $\lambda\eta$, quae sunt ut tempuscula ΩW, $R\xi$, $\mu\nu$, $\varrho\varphi$, hoc est ut $Z'B$, $B\varkappa$, $\varkappa\theta$, θA, ductae in easdem celeritates respectivas $\gamma\Xi$, $\gamma\omega$, γE etc., referent spatium $A\Omega Z'$, dum summa omnium $\beta\Xi$, $\lambda\omega$, etc., hoc est spatium $\beta\alpha\gamma\Xi$, ductum in celeritatem eandem maximam $\gamma\Xi$, sive $Z'\Omega$, refert rectangulum $\pi Z'$. Sed omnes $\beta\Xi$, $\lambda\eta$ ductae in respectivas $\gamma\Xi$, $\gamma\omega$, γE faciunt cuneum super spatio $\alpha\beta\Xi\gamma$ abscissum per $\alpha\gamma$ in angulo semi-

cum priori conſtituere ſimul priſma jam dictum, ſicut trilinea $A\Omega\pi$ et $A\Omega Z'$ conſtituunt rectangulum $\pi Z'$. Atqui cuneus ſuper ſpatio $\alpha\beta\Xi\gamma$ abſciſſus per $\alpha\gamma$ aequalis eſt ei, quo cuneus ſuper rectangulo $\beta\gamma$, abſciſſus per לγ, ſuperat cuneum ſimul abſciſſum ſuper ſpatio trilineo $\alpha\beta$ל: quem cuneum ajo aequalem eſſe priſmati ſuper trilineo hyperbolico αדל, altitudinem habenti dimidiam $\delta\gamma$. Quod hoc modo demonſtro. Si enim ducatur recta aliqua, ut אל, parallela $\gamma\delta$, ac ſecans curvam $\alpha\lambda\lambda$, ut hic in β, fiatque duabus אל, βל tertia proportionalis דל, erit punctum ד ad hyperbolam αדΓ ante deſcriptam [25]) per α punctum ad aſymptotos δב, $\delta\gamma$. Nam ponendo אל $= a$, βל $= x$, inventum fuit ſupra [26]) eſſe $\beta\Xi$, quae vocetur y, aequalem $\frac{a^3}{aa-xx}$; unde erit βל ſive $x = \sqrt{\frac{aay-a^3}{y}}$; et, quia אל eſt a, invenitur tertia proport. duabus אל, βל quae erat דל, aequalis $\frac{ay-aa}{y}$; ſit דל $= z$, ergo $ay-aa = zy$, et $ay-zy = aa$. Unde liquet punctum ד eſſe ad hyperbolam dictam, quae per α punctum ad aſymptotos δב, $\delta\gamma$ deſcripta eſt. Quia itaque אל, quae ſecat curvam $\alpha\lambda$ in β et hyperbolam αדΓ in ד, ita iis punctis dividitur, ut ſint proportionales אל, βל, דל, erit rectang. ex אל, לד aequale quadrate ex βל: quod cum ſemper eveniat, ubicumque ducatur recta ipſi אל parallela, ſequitur, ſi tales parallelae ducantur in rectangulo אα, quae latus ejus אψ in particulas aequales dividant, fore omnia rectangula ex ductu harum parallelarum in partes earum inter αל et hyperbolam αד interceptas, aequalia omnibus quadratis partium interceptarum inter αל et curvam $\alpha\lambda\beta$. Vel, ſumtis omnium dimidiis, erit ſumma rectangulorum ex omnibus interceptis ſpatii דל in dimidias לא, aequalis ſummae ſemiquadratorum ab omnibus interceptis in ſpatio $\alpha\beta$ל, atqui iſta ſumma rectang. efficit priſma ſuper ſpatio αדל, cum altitudine $\frac{1}{2}$ אל. Similique ratione ſumma illa ſemiquadratorum efficit cuneum ſuper ſpatio $\alpha\beta$ל abſciſſum per αל angulo ſemirecto. Ergo illud priſma huic cuneo aequale eſt, ut dicebamus.

---

recto. Hinc, cum lineae $\lambda\eta$ sint $\frac{a^3}{aa-xx}$, ubi x significant $\gamma\eta$ respectivas et aequaliter crescentes, erunt producta ex singulis $\lambda\eta$ in respectivas x, $\frac{a^3x}{aa-xx}$, et non, ut vult Leibnitzius, $\frac{aax}{aa-xx}$. (Voir, sur la comparaison des résultats de Leibniz et de Huygens, le § VIII de cette pièce).

25) Voir le § III de cette pièce.

26) Au § I de cette pièce.

Eſt autem et cuneo ſuper rectang. $\beta\gamma$, abſciſſo per $\alpha\gamma$, aequale priſma ſuper rectangulo ךγ cum altitudine $\frac{1}{2}$ לא, propter proportionales לא, βל, לך. Ergo, cum ante oſtenſum fuerit id, quo cuneus ſuper rectang. $\beta\gamma$, per $\alpha\gamma$ abſciſſus, ſuperat cuneum ſimul abſciſſum ſuper ſpatio $\alpha\beta$ל, aequari cuneo ſuper ſpatio $\alpha\beta\Xi\gamma$ per $\alpha\gamma$ abſciſſo; erit hic cuneus aequalis differentiae, qua priſma dictum ſuper rectang. ךγ cum altitudine $\frac{1}{2}$ לא ſuperat priſma ſuper ſpatio αלך cum eadem altitudine $\frac{1}{2}$ לא; hoc eſt priſmati ſuper ſpatio αך$E\gamma$ cum dicta altitudine $\frac{1}{2}$ לא.

Oſtenſum vero fuit trilineum $A\Omega Z'$ eſſe ad rectang. $\pi Z'$ ut cuneus ſuper ſpatio $\alpha\beta\Xi\gamma$ per $\alpha\gamma$ abſciſſus ad priſma ſuper ſpatio $\alpha\beta\Xi\gamma$ cum altitudine $\gamma\Xi$. Ergo jam erit trilineum $A\Omega Z'$ ad rectang. $\pi Z'$ ut priſma ſuper ſpatio αך$E\gamma$ cum altitudine $\frac{1}{2}$ לא ad priſma ſuper ſpatio $\alpha\beta\Xi\gamma$ cum altitudine $\gamma\Xi$, hoc eſt in ratione compoſita ex ratione ſpatii αך$E\gamma$ ad ſpatium $\alpha\beta\Xi\gamma$, et ex ratione $\frac{1}{2}$ לא ad βל. Eſt autem rectang. $\pi Z'$ ad triangulum $A\zeta'Z'$ ut $\Omega Z'$ ad dimidiam $\zeta'Z'$, ſive ut βל ad $\frac{1}{2}$ לא. Ergo, cum ratio triang. $A\zeta'Z'$ ad ſpatium $A\Omega Z'$ componatur ex ratione triang. $A\zeta'Z'$ ad rec. $\pi Z'$, et rectanguli $\pi Z'$ ad ſpatium $A\Omega Z'$; erit jam ratio trianguli $A\zeta'Z'$ ad ſpatium $A\Omega Z'$ compoſita ex ratione $\frac{1}{2}$ לא ad βל et ſpatii $\alpha\beta\Xi\gamma$ ad ſpatium αך$E\gamma$, et βל ad $\frac{1}{2}$ לא, quae poſterior ratio tollit primam. Ergo erit triang. $A\zeta'Z'$ ad ſpatium $A\Omega Z'$ ut ſpatium $\alpha\beta\Xi\gamma$ ad ſpatium αך$E\gamma$ [27]). Ergo hanc eandem rationem habebit quoque altitudo emenſa tempore AZ' cum celeritate dimidia terminali ad altitudinem eodem tempore AZ' emenſam caſu impedito. Quod erat inveniendum [28]).

---

[27]) Ici Huygens annota en marge :

Non opus erat longa ista demonstratione ad hoc probandum. Idem enim breviter sic. Rectang. בZ' fit ex tempusculis singulis ΩW, $R\xi$, $\mu\nu$, $\varrho\varphi$ in totidem בA ductis. Spatium vero $A\Omega Z'$ fit ex iisdem singulis tempusculis ΩW, $R\xi$, $\mu\nu$, $\varrho\varphi$, ductis in applicatas in singulis ad rectam AZ'. Vel quia tempuscula illa sunt ut $\eta\beta$, $\omega\lambda$ etc., erit summa productorum ex $\eta\beta$, $\omega\lambda$, etc. in totidem בA vel $\delta\gamma$, hoc est prisma super spatio $\beta\Xi\gamma\alpha$ cum altitudine $\delta\gamma$ ad summam productorum earundem $\eta\beta$, $\omega\lambda$ in singulorum distantias ab recta $\alpha\gamma$, hoc est ad cuneum super spatio $\beta\Xi\gamma\alpha$, ut dictum rectangulum בZ' ad spat. $A\Omega Z'$. Est autem cuneus aequalis prismati ex spatio hyperbolico αך$E\gamma$ cum altitudine $\frac{1}{2}\delta\gamma$, ut ostensum; ergo, ut prisma super $\beta\Xi\gamma\alpha$, cum altitudine $\delta\gamma$ ad prisma super αך$E\gamma$ cum $\frac{1}{2}$ altitudine $\delta\gamma$, hoc est duplum spatii $\beta\Xi\gamma\alpha$, ad spatium αך$E\gamma$, ita rectang. בZ' ad spat. $A\Omega Z'$. Ideoque ut spat. $\beta\Xi\gamma\alpha$ ad spat. αך$E\gamma$, ut triang. $A\zeta'Z'$ ad spat. $A\Omega Z'$.

[28]) Voici donc le résultat obtenu jusqu'ici :

$$\frac{1}{2}Vt : s = \text{spat. } \beta\Xi\gamma\alpha : \text{spat. } \alpha\text{ך}E\gamma.$$

Pour en comprendre la portée, il faut se rappeler que, d'après les conclusions du § I et du

§ V [29]).

Et convenit cum Newtonianis prop. 9 Lib. 2 [30]). Sed corrigendum ibi in. 7 et 10 ac legendum ABNK pro ABRP. Et lin. [8] pro: *cum ſemiſſe velocitatis maximae*, legendum *cum velocitate maxima;* ſicut recte poſtea pag. eadem ubi, de aſcenſu [31]). Fit enim ipſius ſpatium hyperbolicum ABNK, quod in meo ſche-

---

§ II, l'aire $\beta\Xi\gamma\alpha$ peut se calculer au moyen de la série $\frac{v}{V}+\frac{1}{3}\left(\frac{v}{V}\right)^3+\frac{1}{5}\left(\frac{v}{V}\right)^5+\ldots$ et qu'il est aussi égal au secteur hyperbolique $\alpha\delta\Gamma$. La détermination de l'espace parcouru se trouve donc réduit à deux quadratures hyperboliques, dont le calcul au moyen des logarithmes va être exposé dans le paragraphe suivant.

Si d'ailleurs on pose $\delta\gamma = 1$, $\Xi\gamma = \frac{v}{V}$ et si l'on calcule alors les ordonnées des courbes $\alpha\beta$ et $\alpha\urcorner$ au moyen des formules données dans le texte, il est facile d'écrire la proportion obtenue en langage moderne, comme il suit:

$$\int_0^{\frac{v}{V}} \frac{dx}{1-x^2} : \int_0^{\frac{v^2}{V^2}} \frac{dx}{1-x};$$

résultat correct et qui se vérifie facilement au moyen des formules connues:

$$t = \frac{V}{2g}\, l.\, \frac{1+\frac{v}{V}}{1-\frac{v}{V}};\quad s = -\frac{V^2}{2g}\, l.\left(1-\frac{v^2}{V^2}\right).$$

[29]) *Corrections à apporter à la prop. 9 du Liber II des Principia. Application des logarithmes au résultat obtenu dans le paragraphe précédent.*

[30]) Il s'agit du Coroll. 1 de cette proposition, dont le commencement est comme il suit: „Hinc si AB" (voir la figure de la note 11 de cette pièce) „aequetur quartae parti ipsius AC, spatium ABRP, quod corpus tempore quovis ATD cadendo describit, erit ad spatium quod corpus semisse velocitatis maximae AC, eodem tempore uniformiter progrediendo describere potest, ut area ABRP, qua spatium cadendo descriptum exponitur, ad aream ATD qua tempus exponitur"; pour la description de la figure de Newton on peut consulter la note 11 déjà citée; seulement, il faut y ajouter que RNB*nr* est une hyperbole construite sur les asymptotes CA et CH et qu'en outre: $AK = AP^2 : AC$ et de même $Ak = Ap^2 : AC$.

Ajoutons que les corrections indiquées dans le texte de ce paragraphe ont été apportées dans les éditions postérieures des Principia. Aussi ne s'agissait-il que de simples méprises.

[31]) En effet, le Coroll. 2 de la Prop. 9 se lit comme il suit: „Idem consequitur etiam de spatio quod in ascensu describitur. Nimirum quod spatium illud omne sit ad spatium, uniformi cum velocitate AC eodem tempore descriptum, ut est area AB*nk* ad sectorem AD*t*". (voir encore la figure de la note 11 de cette pièce).

mate [32]) eſt αIIV, dimidium mei αד Eγ [33]). Invenitur autem ſpatio $\alpha\beta\Xi\gamma$ aequale ſpatium hyperbolicum, quod ſit loco ſectoris $\alpha\Gamma\delta$, ſi ponatur ut אβ ad βל ita $\delta\psi$ ad $\psi\zeta$ [34]) et ſumatur ipſi $\psi\zeta$ aequalis ψM [35]); interque Mδ, $\delta\psi$ inveniatur media proportionalis Fδ: et fiat FΓ parall. ⊃A. Erit enim ſpatium $\alpha\psi$FΓ aequale ſpatio $\alpha\beta\Xi\gamma$ [36]); quod logarithmis jam exprimi poteſt. Eſt enim $= \frac{1}{2} \log. \frac{a+x}{a-x}$ [37]).
Ponendum autem quadr. $\alpha\delta$ ſive $aa = 0{,}4342955$, qualium log. 10 eſt 1,0000000. Quod ſi x ſit $= \frac{1}{2}a$, fit jam ſpatium $\alpha\beta\Xi\gamma = \frac{1}{2}$ log. 3. Similiter ſpa-

---

32) Consultez la figure 1 de cette pièce.

33) L'hyperbole équilatère IIZ, dont il est question ici pour la première fois, a été construite, afin de l'identifier avec l'hyperbole BNR de la note 11, d'une telle manière qu'elle ait ζ pour centre, $\zeta\alpha$ pour asymptote et qu'elle passe par le point I pour lequel $\alpha I = \frac{1}{4}\delta\alpha = \frac{1}{4}a\sqrt{2}$. Il est facile de vérifier qu'elle passe alors par le point Z et qu'en outre on a partout:
$VI = \frac{a^2}{2\sqrt{2}\,(a-z)}$ ($z =$ דל $=$ Eγ) $= \frac{1}{2\sqrt{2}}$ דE (comparez au § IV l'équation: $ay - zy = aa$, où $y = \beta\Xi =$ דE, $z =$ דל $=$ Eγ). De cette dernière propriété il résulte immédiatement que les accroissements successifs de l'aire αIIV sont les moitiés de ceux de l'aire αדEγ.

34) Dans la discussion qui va suivre, le point ζ doit être considéré comme un point variable, dépendant pour les différents points λ de la valeur de $\eta\gamma$ et qui ne coïncide ici avec le sommet ζ du carré ψZ que pour le point β, parce que pour ce point λא $= \lambda$ל.

35) Lisez: ζM.

36) La discussion qui précède s'explique si l'on consulte le § II de cette pièce. Dans ce paragraphe (voir la note 14) il a été démontré que l'aire $\alpha\beta\Xi\gamma$ de la figure 1 est égale au secteur hyperbolique ABL de la figure 2, pourvu que l'AC de cette dernière figure soit identifié avec le $\delta\gamma = \delta\psi = a$ de la figure 1 et CD $= \frac{v}{V-v}$ AC $= \frac{x}{a-x}\,\delta\psi$ ($x = \Xi\gamma$) $= \frac{\beta ל}{א\beta}\,\delta\psi$ donc, d'après la construction du point ζ indiquée dans le texte, $= \psi\zeta$. Mais alors on a de même AE (fig. 2) $=$ AC $+$ 2CD $= \delta\psi + 2\psi\zeta = \delta$M; AK (fig. 2) $= \sqrt{AC.AE} = \sqrt{\delta\psi.\delta M} = \delta$F, et comme d'ailleurs l'hyperbole BLG de la figure 2 se confond sous ces conditions avec l'hyperbole αדΓ de la figure 1, il est clair que le point L va correspondre avec le point Γ. On a donc en effet: $\alpha\beta\Xi\gamma =$ ABL (fig. 2) $=$ BCKL $= \alpha\psi$FΓ.

37) D'après un théorème bien connu, l'aire $\psi\alpha\Gamma$F est égale au carré $\delta\psi\alpha\gamma$ multiplié par le logarithme népérien du quotient $\frac{\delta F}{\delta\psi}$; mais on a d'après ce qui précède: $\delta F = \sqrt{\delta\psi.\delta M} = \sqrt{a\left(a + \frac{2ax}{a-x}\right)} = a\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$. L'aire en question s'exprime donc par $\frac{1}{2}aa\; l.\frac{a+x}{a-x}$, ou bien, en employant un logarithme briggien, par $\frac{1}{2}aa.\frac{1}{0{,}4342955}\log.\frac{a+x}{a-x}$.

tium αך $E\gamma$, logarithmo expreſſum, fit $=$ log. $\frac{aa}{aa-xx}$; et, ſi $x = \frac{1}{2}a$, log. $\frac{4}{3}$. Eſt enim ſpatium αך $E\gamma$, relatum ad quadr. $\alpha\delta$, aequale logarithmo rationis VE[38]) ad $\alpha\gamma$, ſive $\alpha\psi$ ad אך, hoc eſt a ad $a - \frac{xx}{a}$[39]), ſive aa ad $aa-xx$.

§ VI[40]).

Invenio autem et rationem trilinei $A\Omega Z'$ ad triang. $A\varsigma Z'$, hoc eſt rationem altitudinis emenſae caſu impedito ad altitudinem emenſam eodem tempore caſu non impedito, [donec utrimque perveniatur ad celeritatem datam $A\pi$][41]), eſſe in ratione compoſita ex ratione ſpatii αך $E\gamma$ ad $\alpha\beta\Xi\gamma$ et quadrati $\alpha\delta$ ad $\alpha\beta\Xi\gamma$, hoc eſt, ex ratione compoſita log. $\frac{aa}{aa-xx}$ ad $\frac{1}{2}$ log. $\frac{a+x}{a-x}$ et aa ad $\frac{1}{2}$ log. $\frac{a+x}{a-x}$. Et in numeris ſit $x = \frac{1}{2}a$, erunt iſtae altitudines in ratione compoſita ex ratione log. $\frac{4}{3}$ ad $\frac{1}{2}$ log. 3 et aa ad $\frac{1}{2}$ log. 3. Et poſito aa ∞ 0,4342955 ſecundum ultimam noſtram quadraturam hyperbolae[42]), log. $\frac{4}{3}$ eſt 0,1249388, log. 3

---

38) Liſez: ךE.

39) En effet, on a par construction (voir le § IV) $ך ל = \frac{\beta ל^2}{אל} = \frac{x^2}{a}$ ($x = \Xi\gamma$), donc $אך = a - \frac{x^2}{a}$.

40) *Relation entre l'espace parcouru sous l'influence de la résistance du milieu et celui qui aurait été parcouru dans le même temps sous l'action de la gravité seule.*

41) Biffez les mots que nous avons mis en parenthèses et qui, ajoutés après coup (consultez la note 11 de la Lettre N°. 2660) proviennent d'une méprise. En effet, la relation énoncée ici doit être lue comme il suit:

$$s : \frac{1}{2}gt^2 = aa \log. \frac{aa}{aa-xx} : \frac{1}{4}\left(\log. \frac{a+x}{a-x}\right)^2,$$

ou bien, en employant des logarithmes népériens, et remplaçant en outre a et x par V et v:

$$s : \frac{1}{2}gt^2 = l. \frac{V^2}{V^2-v^2} : \frac{1}{4}\left(l. \frac{V+v}{V-v}\right)^2.$$

Sous cette forme on la vérifie aisément au moyen des formules de la note 28 de cette pièce.

42) Voir l'Appendice II de cette pièce, notre N°. 2662, au troisième passage. Toutefois, il semble que la valeur donnée ici au module népérien repose sur un calcul moins exact que celui du passage cité, puisque les deux dernières décimales (55) doivent être, en réalité, remplacées par (44) comme ce passage l'indique, ou mieux encore par 45, la vraie valeur étant 0,4342944819....

eſt 0,4771212; ut 5,426035861540 ad 5,691115987236, fere ut 20 ad 21 [43]).

Ratio enim ſpatii AΩZ′ ad triang. AςZ′ componitur ex rationibus ſpatii AΩZ′ ad rectang. πZ′ et rectanguli πZ′ ad triang. AςZ′. Sed oſtenſum eſt [44]) rationem ſpatii AΩZ′ ad rect. πZ′ componi ex ratione ſpatii αךEγ ad ſpat. αβΞγ, et ex ratione ½ ℵל ad βל. Rationem vero alteram, rectanguli πZ′ ad triangulum AςZ′, conſtat eandem eſſe, quae ΩZ′ ad ½ Z′ς, hoc eſt, quae πΘ ad ½ πΩ, hoc eſt, quae rectanguli [45]) αΞ ad ½ ſpat. αβΞγ, quae, poſito ss pro ſpatio αβΞγ, eſt eadem compoſitae ex αγ ſeu ℵל ad s, et γΞ ſive βל ad ½ s. Itaque ratio ſpatii AΩZ′ ad triang. AςZ′ erit compoſita

ex rationibus	ſpat. αךEγ	ad ſpat.	αβΞγ.
	½ ℵל	„	βל
	ℵל	„	s
	βל	„	½ s

hoc eſt, quia βל ſe mutuo tollunt, ex rationibus αךEγ ad ſpatium αβΞγ, et ½ quadr. ℵל ad ½ ss, ſeu ½ αβΞγ; ſive et quadrati ℵל ſeu αδ ad ſpat. αβΞγ. Quod erat demonſtrandum.

§ VII [46]).

Eſt autem πΘ ad πΩ ut tempus quo grave, cadens libere, acquireret celeritatem *dimidiam* maximae, ad tempus quo eandem celeritatem acquireret motu impedito.

Sed ſi in univerſum celeritas data ſit pars quaevis maximae celeritatis; tunc tempus deſcenſus liberi, ad tempus deſcenſus impediti hic eſt ut □ ax ad ſpatium αβΞγ [47]). Hoc eſt ut ax ad ½ log. $\frac{a+x}{a-x}$.

---

[43]) A propos de ces calculs Huygens ajouta encore en marge: In quantitatibus quae rationes constituunt quarum hic logarithmi habentur potest a poni ∞ 1 vel quilibet numerus. Sed aa in posteriori duarum rationum ponendum ∞ 4342955 etc. ut possimus uti logarithmis tabularum.

Est autem x ad a ut celeritas in fine casus impediti acquisita ad celeritatem terminalem.

[44]) Voir le § IV à la page 32.

[45]) Voir le § III.

[46]) *Relation entre les temps nécessaires pour obtenir une vitesse donnée dans les deux cas de la chute avec et sans résistance.* (Cette partie du manuscrit n'a pas été reproduite par Uylenbroek).

[47]) Voir le paragraphe précédent.

NB. x hic lineam ſignificat, partem ſcilicet $\gamma\delta$ rectae; item a totam $\gamma\delta$. Itaque ax ſemper eſt portio certa quadrati aa.

aa	0,4342955		
$\frac{1}{2}\,aa$	0,2171477	$\frac{1}{2}$ log. 3 [48])	0,2385606

ut ▭ $\alpha\Xi$ ad ſpatium $\alpha\beta\Xi\gamma$. hoc eſt ut $\pi\Theta$ ad $\pi\Omega$, hoc eſt ut $\frac{1}{2}\,aa$ ad $\frac{1}{2}$ log. 3, fere ut 10 ad 11.

Qui noſtra quadratura hyperbolae non utuntur quae eſt in Additione diſſertationis de cauſa gravitatis neceſſario adhibere debent reductionem logarithmorum ordinariorum, diminuend. eos in ratione 10000000 ad 4342955.

§ VIII [49]).

Colligitur igitur ex jam demonſtratis, ſi velocitates aequaliter creſcentes dicantur x, maxima ſeu terminalis velocitas ſit a, tempora fore ſicut ſummas rectarum $\frac{a^3}{aa-xx}$, quod recte habet et Leibnitius. Spatia vero cadendo emenſa, ut ſummae $\frac{a^3x}{aa-xx}$, cum Leibn. habeat ſummas $\frac{aax}{aa-xx}$. Tempora vero, ſive ſummas rectarum $\frac{a^3}{aa-xx}$, fore $\frac{1}{2}$ logar. $\frac{a+x}{a-x}$, (hic x ſignificat velocitatem in fine temporis acquiſitam, ut in reliquis deinceps, et deberet pro eo ſcribi X majus) ubi Leibnitius habet log. $\frac{a-x}{a+x}$, ſeu, quia ponit $a=1$, log. $\frac{1-x}{1+x}$. Recte quidem dixerat tempora eſſe ut logarithmos rationis $a+x$ ad $a-x$, ſed non bene videtur ſcribere log. $\frac{a-x}{a+x}$ pro logarithmo rationis $a+x$ ad $a-x$, quia talis fractionis logarithmus ſit negativus. Non erravit etiam, quod tempora dixerit eſſe ut logarithmos rationis $a+x$ ad $a-x$, cum tamen mihi ſint ut $\frac{1}{2}$ logarithmi rationis hujus $a+x$ ad $a-x$: quia eadem eſt ratio logarithmorum ac $\frac{1}{2}$ logarithmorum inter ſe. Sed tunc pro tempore quo, caſu non impedito, acquiritur velocitas ter-

---

48) Le calcul se rapporte au cas $x=\frac{1}{2}$, c'est-à-dire $v=\frac{1}{2}\,V$.

49) *Comparaison des résultats acquis jusqu'ici avec ceux énoncés par Leibniz.* Voir ses Lettres N°. 2636, 2639, 2659 et l'article 5, cité dans la Lettre N°. 2632, note 10, de son travail sur la chute des graves dans un milieu résistant, mentionné dans la Lettre N°. 2561, note 6.

minalis, non eſt ponendum hyperbolae quadratum aa ſive 1, ut Newtonus fecit[50]) et ipſe voluit, ut puto, Leibnitius. Invenio etiam ſpatia deſcendendo emenſa fore ut logarithmos $\frac{aa}{aa-xx}$, cum Leibnitius habeat log. $\sqrt{aa-xx}$ vel log. $\sqrt{1-xx}$. Rurſus hic inverſe poſuiſſe videtur pro logarithmo rationis aa ad $aa-xx$, logarithmum $\frac{aa-xx}{aa}$, ſive quia aa eſt unitas, logarithmum $(1-xx)$. Sed cum ponat log. $\sqrt{1-xx}$, erravit rurſus, quia debebat dicere log. $1-xx$, ut poſſet referri ad $aa=1$. Nam alioquin eadem eſt ratio logarithmorum radicum, quae logarithmorum quadratorum ab iiſdem radicibus, ut jam antea dictum fuit. Puto ipſum vice verſa erraſſe in apponendo ſigno $\sqrt{}$ adeoque, ubi $\frac{1}{2}$ log. $\frac{a-x}{a+x}$ ſeu log. $\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}$ ſcribere debuerat, ſcripſiſſe log. $\frac{a-x}{a+x}$. Et ubi debebat eſſe log. $(1-xx)$ ſcripſiſſe log. $\sqrt{}(1-xx)$, et tamen ſaepius jam calculum ſuum correxerat.

A ℶ ſeu ℶN eſt ad $\Omega\pi$[51]) ut quad. $\alpha\delta$ ad ſpat. $\alpha\beta\Xi\gamma$, ſeu ad $\frac{1}{2}$ log. $\frac{a+x}{a-x}$; ſi quad. $\alpha\delta$ ſit quadr. hyperbolae. Et poſito hoc quadrato $=43429$, etc., uti poterimus logarithmis tabul.

§ IX[52]).

Notatu dignum quod ſpatium $A\Omega Z'$ ſemper dimidium eſt ſpatii hyperbolici ⅂$\alpha\gamma$E.

---

[50]) Allusion au Coroll. 5 de la Prop. 9 du Livre II des Principia, où on lit:

„Est igitur tempus quo corpus in Medio resistente cadendo velocitatem AP (voir la figure de la note 11 de cette pièce) acquirit, ad tempus quo velocitatem maximam AC in spatio non resistente cadendo acquirere posset, ut sector ADT ad triangulum ADC." D'ailleurs, la critique de Huygens n'est pas dirigée ici contre Newton. Il n'a d'autre intention que de faire remarquer que Leibniz en se contentant de proportionnalités au lieu d'égalités, a manqué l'occasion de comparer la chute avec résistance avec celle sans résistance, comme Newton et lui, Huygens, l'ont fait.

[51]) On se rappellera que ℶN et $\Omega\pi$ représentent respectivement, dans la figure 1 de cette pièce, le temps nécessaire pour obtenir dans la chute sans résistance une vitesse égale à la vitesse terminale a ou V de la chute avec résistance, et la durée véritable de la chute avec résistance jusqu'au moment où la vitesse x ou v est acquise.

[52]) *Sur une relation remarquable vérifiée par la figure* 1 *de cette pièce.*

Nam cum ſpatium $\alpha\beta\Xi\gamma$ ſit ad rectang. $\alpha\Xi$ ut $\Omega\pi$ ad πA [53]), ex ante demonſtratis, hoc eſt ut rectang. Aζ' ad rectang. ex A ב, Aπ, ſeu rectang. $\alpha\Xi$; ſequitur hinc ſpatium $\alpha\beta\Xi\gamma$ aequari rectang. Aζ'. Atqui oſtenſum fuit [54]) triangulum Aζ'Z$'$, ſeu $\frac{1}{2}$ rectang. Aζ', eſſe ad ſpatium AΩZ$'$, ut ſpatium $\alpha\beta\Xi\gamma$ ad ſpatium αדEγ; ergo etiam $\frac{1}{2}$ ſpatii $\alpha\beta\Xi\gamma$ ad ſpat. AΩZ$'$ ut ſpatium totum $\alpha\beta\Xi\gamma$ ad ſpat. αדEγ. Et permutando ut 1 ad 2, ita ſpat. AΩZ$'$ ad ſpat. hyperbolicum αדEγ.

§ X [55]).

2. Sit quadratum בV [56]), cujus diagonalis AN. Latus vero Aב referat celeritatem terminalem, quam ſuperare non poſſit grave per aërem cadens. Ponatur autem nunc illa celeritate terminali ſurſum projici. Et quaeratur primum tempus totius aſcenſus impediti, ſeu ratio ejus ad tempus totius aſcenſus non impediti, atque etiam altitudo totius aſcenſus impediti ad altitudinem totius aſcenſus non impediti.

Scimus celeritatem ſurſum libere tendentis diminui aequaliter aequalibus temporis partibus. Ideoque ſi tempora talis aſcenſus accipiantur in latere quadrati בN, quo totius aſcenſus tempus deſignetur, celeritates recte deſignari per applicatas in triangulo NבA, lateri Aב parallelas. Veluti, ſi tempus aſcenſus ſit בB, celeritatem corporis non impediti in fine ejus temporis fore BX, ratione nimirum celeritatis terminalis Aב.

Sed celeritatem reliquam in motu impedito, exacto tempore eodem בB, conſtat minorem fore quam BX. Sit ergo BR; ſitque curva ARG, cujus applicatae ad Nב referant celeritates relictas in motu impedito. Totum vero tempus aſcenſus impediti erit Gב, ac minus quidem tempore aſcenſus liberi בN.

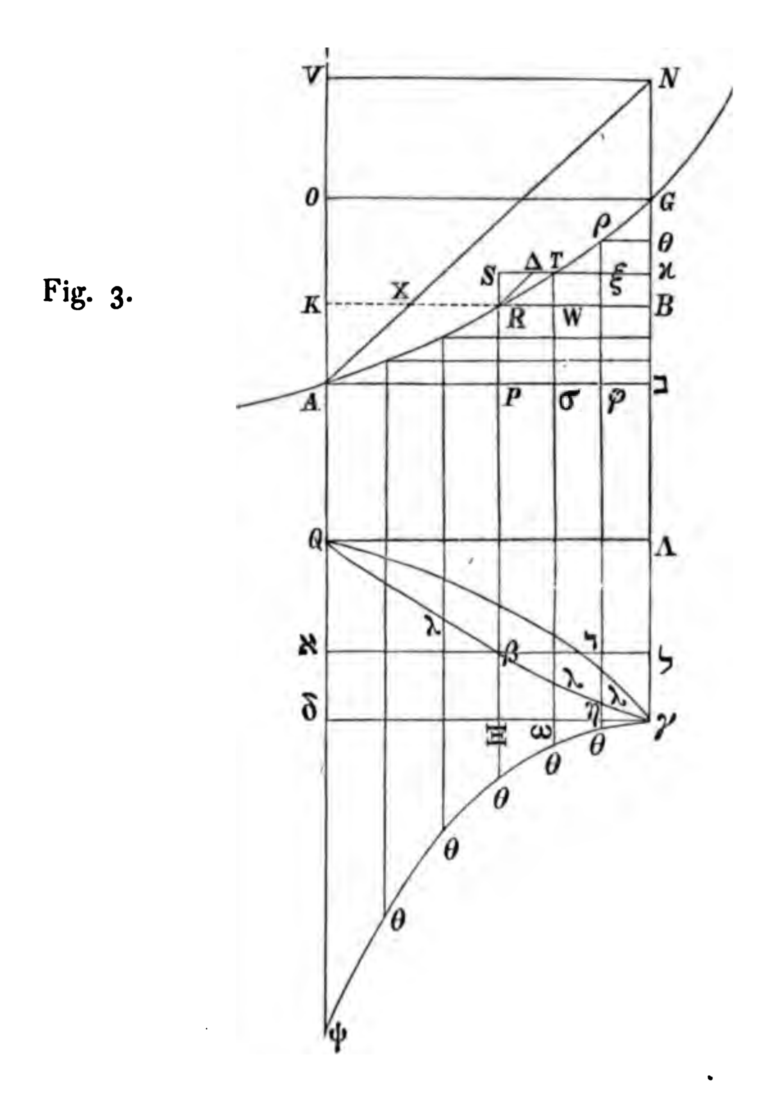
Jamque altitudo tota aſcenſus impediti ad non impediti erit ut ſpatium ARGב ad triangulum AבN; quoniam utraque altitudo ſit ex particulis temporis in celeritates iis temporum particulis exiſtentes.

Ad inquirendum vero naturam curvae ARG, ſit e puncto ejus aliquo R ducta recta minima RS parallela בN, et ST parallela Aב, quae occurrat curvae in T;

[53]) D'après le § III de cette pièce.
[54]) Au § IV, page 32.
[55]) *Comparaison des durées de l'ascension et des hauteurs acquises par un corps pesant jeté en haut avec la vitesse terminale, dans les deux cas où la résistance du milieu existe et où elle n'existe pas.*
[56]) Voir la figure 3 à la page suivante.

ſitque R△ parallela AN. Referet ergo S△ decrementum celeritatis non impeditae per temporis particulam RS, impeditae vero celeritatis decrementum per tempus idem RS erit ST, ut quidem S△ ſit ad △T ſicut quadratum KB ad quadratum RB; quia reſiſtentiae ſunt in duplicata ratione celeritatum. Et in minimo tempore eandem rationem habere recte cenſentur particulae celeritatis amiſſae, quam reſiſtentiae ipſas producentes: Erat autem S△ particula celeritatis amiſſa

Fig. 3.



ex reſiſtentia gravitatis, ſive etiam quam reſiſtentia tota terminalis tempore RS effectura erat.

Quod ſi igitur Aב ſit a, et BR celeritas $= x$; erit S△ ad △T ſicut aa ad xx; et ST ad S△ ut $aa + xx$ ad aa. Unde et ST ad SR, ſive RW ad WT, ut $aa + xx$ ad aa. Si diviſa igitur intelligatur tota בA in particulas aequales Pσ, $\sigma\varphi$, φב etc. Itemque PR, σT, $\varphi\rho$ ad curvam AG, et rurſus RW, Tξ, $\rho\theta$, erit in ſingulis trilineis minimis RWT, T$\xi\rho$, $\rho\theta$G, baſis ad perpendicularem, ut $aa + xx$ ad aa, ſi nempe vocentur ſucceſſive x applicatae RB, T$\varkappa$, $\rho\theta$, quae fiunt productis baſibus iſtis.

Sit $\partial\psi = \partial$A; et $\gamma\theta\psi$ parabola vertice γ. Ad hanc continuatae RP, Tσ, $\rho\varphi$, facient ſingulas Pθ, $\sigma\theta$, $\varphi\theta = a + \frac{xx}{a}$; unde, ſi fiunt duabus θP, ΞP tertia proport. βP, et ſic porro, erunt ſingulae βP, $\lambda\sigma$, $\lambda\varphi = \frac{a^3}{aa + xx}$; hoc eſt rationes ΞP ad βP, $\omega\sigma$ ad $\lambda\sigma$, $\eta\varphi$ ad $\lambda\varphi$, etc. ſingulae eaedem, quae RW ad WT, Tξ ad $\xi\rho$, $\rho\theta$ ad θG; ideoque quadratum totum Aγ ad ſpatium $\gamma\beta$QAב, ut recta בA, ſeu בN, ad בG. Atqui, ob ſingulas $\lambda\varphi$, $\lambda\sigma$, βP $= \frac{a^3}{aa + xx}$, conſtat ex Nic. Mercatoris methodo, ſecundum Leibnitſii quadraturam circuli, ſummam omnium harum, hoc eſt ſpatium $\gamma\beta$QAב eſſe aequale circulo intra quadr. Aγ inſcripto [57]).

Ergo ut quadratum ad circulum ſibi inſcriptum, ita eſt hic Nב tempus aſcenſus liberi ad Gב tempus aſcenſus impediti.

Ad altitudinum porro rationem inveſtigandam, quae ſunt hic ut triang. ANב ad ſpatium AGב, conſtat, ex jam dictis, rectam $\rho\varphi$ referri ſpatio A$\varphi\lambda$Q, rectam Tσ ſpatio A$\sigma\lambda$Q, atque ita porro. Unde omnium $\rho\varphi$, Tσ, etc. ſumma, hoc eſt ſpatium GבA refertur ſumma omnium A$\varphi\lambda$Q, A$\sigma\lambda$Q etc., hoc eſt cuneo anguli ſemirecti ſuper ſpatio בAQ$\beta\gamma$ abſciſſo per בγ.

---

[57]) Voici le raisonnement que Huygens a en vue ici. On sait, par ce qui précède, que: spat. $\gamma\beta$QAב $= \frac{1}{n}\, a\, \Sigma\, \frac{a^3}{a^2+x^2}$ (c'est-à-dire en langage moderne $\int_0^a \frac{a^3}{a^2+x^2}\,dx$). Si maintenant on développe cette somme de la même manière que Mercator l'a fait pour une telle somme dans sa Logarithmotechnia, on trouve:

$$\text{Spat. } \gamma\beta\text{QA}ב = \frac{1}{n}\, a\left(\Sigma a - \Sigma\frac{x^2}{a} + \Sigma\frac{x^4}{a^3} - \Sigma\frac{x^6}{a^5} + \ldots\right) = a^2\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots\right);$$

mais d'après la quadrature du cercle de Leibniz, communiquée à Huygens en 1674 (voir la Lettre N°. 1999) et publiée depuis dans l'article cité dans la Lettre N°. 2633, note 12, la somme de cette progression est égale à $\frac{1}{4}\pi a^2$.

Hujus vero cunei folidum ut nofcatur, fiat duabus אל, βל tertia proportionalis לך; erit jam punctum ך ad hyperbolam tranfeuntem per γQ, habentemque afymptoton בΛ. Quia enim, pofita βל $= x$, inventa fuit βP $= \frac{a^3}{aa + xx}$, לך autem eft $\frac{xx}{a}$; fi βP five לב vocetur y, et לך vocetur z, erit $\frac{a^3}{aa + xx} = y$, et $\frac{xx}{a} = z$, five $xx = az$, unde, reftituto valore xx, erit $y = \frac{a^3}{aa + az}$, five $\frac{aa}{a + z}$, atque adeo $ay + zy = aa$, unde facile apparet punctum ך effe ad hyperbolam γךQ, uti diximus. Quia porro rectang. אלך aequale eft quadrato ex βל, idque in omnibus applicatis parallelis, erit prifma fuper fpatio γךQΛ, cum altitudine $\delta\gamma$, aequale quadratis omnibus βל et reliquarum applicatarum ad curvam γβQ. Ideoque prifmatis illius dimidium aequale cuneo fuper fpatio γβQΛ abfciffo per γΛ. Eft autem et prifmatis fuper rectangulum AΛ cum altitudine $\delta\gamma$ dimidium aequale cuneo fuper idem rectangulum AΛ per בΛ abfciffo. Ergo prifma fuper fpatio toto γךQAב cum dimidio altitudinis $\delta\gamma$ aequabitur cuneo fuper fpatio toto γβQAב abfciffo per בγ.

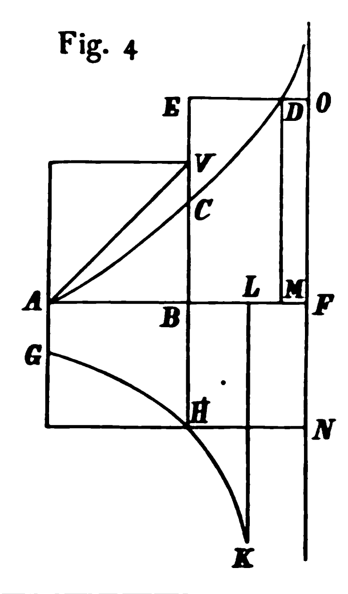
Eft autem prifma fuper γβQAב ad cuneum fuper idem γβQAב per γב, ut rectang. Oב ad trilineum GבA. Ergo etiam prifma fuper γβQAב cum altitudine $\delta\gamma$, ad prifma fuper γךQAב cum $\frac{1}{2}$ altitudine $\delta\gamma$, ut rectangulum Oב ad trilineum GבA. Ergo et fpatium γβQAב ad $\frac{1}{2}$ fpat. γךQAב ut rectangulum Oב ad trilineum GבA. Sed per ante oftenfa erat quadratum בδ ad fpat. γβQAב ut quadr. Vב ad rectangulum בO, funt enim haec ut Nב ad Gב. Itaque jam ex aequo erit quadr. בδ ad $\frac{1}{2}$ fpatium γךQAב ut quadratum Vב ad trilin. GבA. Sunt autem quadrata בδ, Vב aequalia; ergo et $\frac{1}{2}$ fpatium hyperbolicum γךQAב aequale trilineo GבA, unde et $\frac{1}{2}$ fpat. γךQAב ad $\frac{1}{2}$ quadr. בδ; feu totum ad totum, ut trilineum GבA ad $\frac{1}{2}$ quadr. בδ five $\frac{1}{2}$ quadr. בV; quod erat inveniendum. Eft autem fpatium hyperbolicum γךQAב ad quadr. בδ ut logar. binarii ad quadratum hyperbolae [58]), hoc eft ut fere 30103 ad 43430. Ergo hanc rationem habebit altitudo afcenfus impediti, incipientis cum celeritate terminali, ad altitudinem afcenfus liberi, eadem cum celeritate incipientis.

---

[58]) C'est-à-dire, comme le logarithme népérien de 2 à 1, puisqu'en effet AQ $= \frac{1}{2}$בγ, comme cela résulte de la construction de la courbe γβQ.

§ XI[59]).

Invenire rationem inter tempus defcenfus ad tempus afcenfus cum corpore projicitur furfum celeritate terminali. Curva ad afcenfum AC[60]). Curva ad defcenfum CD. Oportet fpatia ABC, CED effe aequalia[61]). Quaeritur ratio BC ad CE quae eft temporum.



AB = BF = BH. GHK hyperbola ad afymt.os AF, FN. Spat. ABC = $\frac{1}{2}$ ABHG[62]). BL = LF. Spatium HBLK = ABHG. Ergo debet effe fpat. CDE = $\frac{1}{2}$ fpat. HBLK.

BM media prop. inter BF, BL. MD parall. BE. Dico fpatium CDE aequari CBA[63]). Si enim BF = 1, erit BL = $\frac{1}{2}$, et BM = $\sqrt{\frac{1}{2}}$.

[Unde[64]) ex fupra demonftratis,

log. $\dfrac{1+\sqrt{\frac{1}{2}}}{1-\sqrt{\frac{1}{2}}}$ = fpat. HBLK. Ex iifdem vero

---

59) *Comparaison des durées de l'ascension et de la descente d'un corps pesant jeté en haut avec la vitesse terminale dans le cas d'une résistance proportionnelle au carré de la vitesse.* Ce paragraphe, emprunté au Livre G des Adversaria, page 90 recto, de même que les précédents, n'a pas été reproduit par Uylenbroek.

60) Voir la figure 4. Pour comprendre ce qui va suivre, on doit comparer la partie gauche de cette figure, jusqu'à la droite EVCBH, avec la figure 3 de cette pièce de manière que le triligne ACB soit identifié avec l'AGב de la figure 3 et l'aire hyperbolique AGHB avec AQדזב. Cette partie gauche se rapporte de cette manière au mouvement ascendant du projectile. La partie droite au contraire, qui se rapporte à la descente, doit être comparée avec la figure 1. Pour y réussir on doit faire correspondre, point pour point, le triligne AΩZ' de la figure 1 avec le triligne CDE de la figure 4, et de même l'aire hyperbolique זEדa avec l'aire BLKH. Alors les distances des points de la courbe ACD à l'axe ABF représentent les temps écoulés, et de même leurs distances, de gauche à droite ou de droite à gauche, à la droite EVCB, les vitesses acquises dans le sens ascendant ou descendant.

61) Puisque ces aires représentent les chemins parcourus pendant l'ascension et pendant la descente.

62) D'après le paragraphe précédent. Voir, vers la fin de ce paragraphe, le passage: Ergo et $\frac{1}{2}$ spatium hyperbolicum זדQAב aequale trilineo GבA.

63) En effet, d'après le § IX, l'aire AΩZ' de la figure 1, c'est-à-dire l'aire CDE de notre figure, est égale à la moitié de l'aire hyperbolique aזEד = BLKH, pourvu seulement que l'on ait

eſt OE ad EC ut quad. BN ad ½ ſpat. HBLK, hoc eſt ad ½ log. $\frac{1+\sqrt{\frac{1}{2}}}{1-\sqrt{\frac{1}{2}}}$].

Atqui BC ad BV ſeu OE ut circulus inſcriptus qu. AV ſeu qu° BN ad ipſum

---

$\text{לך} = \frac{\text{ל}\beta^2}{\text{אל}}$, c'est-à-dire, dans notre figure, $BL = \frac{BM^2}{BF}$. Et comme cette relation est vérifiée par les valeurs indiquées de BL, BF et BM, on a donc $CDE = \frac{1}{2}\,BLKH = \frac{1}{2}\,ABHG = CBA$.

[64]) Les phrases qui vont suivre et que nous avons mises entre accolades contiennent des erreurs étranges, qui, puisque le résultat est correct, doivent s'y être glissées pendant la transcription (ou élaboration) des annotations préliminaires qui ont servi à composer cette partie de la pièce.

Voici, d'ailleurs, comment on peut parvenir sans beaucoup de peine à la relation : OE ad EC ut quad. BN ad $\frac{1}{2}$ log. $\frac{1+\sqrt{\frac{1}{2}}}{1-\sqrt{\frac{1}{2}}}$, la seule dont il soit fait usage dans la suite pour arriver au résultat définitif de ce paragraphe.

Remarquons tout d'abord que, d'après ce qui précède, la vitesse v avec laquelle le projectile retournera au plan horizontal est égale à $ED = BM = BF\sqrt{\frac{1}{2}} = V.\sqrt{\frac{1}{2}}$, où V représente la vitesse terminale, indiquée dans la figure par $AB = EO$. Mais on sait, d'après le § I de notre pièce (voir la note 9), qu'on a $ED : EC = \frac{v}{V} : \frac{v}{V} + \frac{1}{3}\frac{v^3}{V^3} + \frac{1}{5}\frac{v^5}{V^5} + \ldots$ d'où l'on déduit facilement, puisque $ED = \frac{v}{V}\,EO$, $EC = EO\left(\frac{v}{V} + \frac{1}{3}\frac{v^3}{V^3} + \frac{1}{5}\frac{v^5}{V^5}\ldots\right)$, ou bien, en appliquant la réduction de la sommation de cette série à la quadrature de l'hyperbole, mentionnée au § II, $\frac{1}{2}EO.l.\left(\frac{1+\frac{v}{V}}{1-\frac{v}{V}}\right)$ On a donc:

$$EC = \tfrac{1}{2}.\,OE.\,l.\left(\frac{1+\sqrt{\frac{1}{2}}}{1-\sqrt{\frac{1}{2}}}\right),$$

c'est-à-dire:

$$OE : EC = 1 : \tfrac{1}{2}\,l.\left(\frac{1+\sqrt{\frac{1}{2}}}{1-\sqrt{\frac{1}{2}}}\right),$$

ou bien, en logarithmes briggiens:

$$OE : EC = \text{quad. } BN\ (= 0{,}4343) : \tfrac{1}{2}\log.\left(\frac{1+\sqrt{\frac{1}{2}}}{1-\sqrt{\frac{1}{2}}}\right).$$

qu.um BN[65]). Ergo ex aequo BC ad EC ut circulus in quadr. BN ad

$\frac{1}{2}$ log. $\frac{1+\sqrt{\frac{1}{2}}}{1-\sqrt{\frac{1}{2}}}$ feu $\frac{1}{2}$ log. $\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$.

14 — 11 —— 4343 — 3412 $\frac{1}{2}$ log. $\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = 3826,8$

3827 : 3412 ut tempus defcenfus ad tempus afcenfus prox.e cum projicitur celeritate terminali.

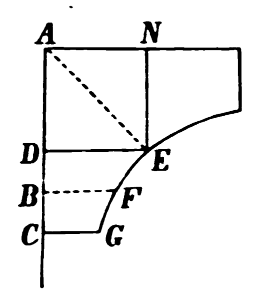
N° 2662.

CHRISTIAAN HUYGENS.

Appendice II au No. 2660 [1]).

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

§ I [2]).



Sit fpatii DEGC ad qu. DN ratio invenienda. Dividatur DC bifariam in B, formeturque fractio numerica, cujus numerator fit ad denominatorem ut DB ad BA, quae fractio vocetur d. Eritque fumma progreffionis $d + \frac{d^3}{3} + \frac{d^5}{5} + \frac{d^7}{7} + \frac{d^9}{9}$ etc. bis fumpta aequalis fpatio DEGC, in partibus qualium quadr. DN eft 1 [3]).

Sic fi DC fit $=$ DA fiet $d = \frac{1}{3}$ quia DB ad BA ut 1 ad 3. Eritque fpat. DEGC $=$ logar. 2, qualium quadratum AE eft 1. Verus autem

[65]) D'après le § X: „Ergo ut quadratum ad circulum sibi inscriptum ita est hic N℈ (fig. 3) tempus ascensus liberi ad G℈ tempus ascensus impediti."
Ce qui va suivre contient le calcul numérique du résultat obtenu, qui termine ce paragraphe, lequel comme toute la pièce que nous venons de reproduire, constitue, sans doute, un vrai chef-d'œuvre de difficulté vaincue, montrant jusqu'à quel point Huygens savait remplacer l'analyse naissante de Leibniz par ses méthodes géométriques.

[1]) Cet appendice contient quelques passages empruntés aux pages 45 et 46 (p. 73 verso et 74 recto de la pagination générale) du livre G des Adversaria, citées dans le texte de l'Appendice I (voyez la pièce N°. 2661, note 15).

[2]) *Calcul du logarithme népérien l. 2. Manière d'en déduire le logarithme briggien, le module du système décimal une fois connu.*

[3]) Consultez le § II de la pièce N°. 2661.

log. 2 [4]) exiftet fi fiat ut 10000000000 ad inventum ductum in 10000000000, ita 434294481 ad alium.

$$d = {}^1/_3 = 0{,}3333333333$$
$$\frac{d^3}{3} = {}^1/_{81} = 0{,}0123456790$$
$$\frac{d^5}{5} = {}^1/_{1215} = 0{,}0008230453$$
$$\frac{d^7}{7} = {}^1/_{15309} = 653210$$
$$\frac{d^9}{9} = {}^1/_{177147} = 56450$$
$$\frac{d^{11}}{11} = {}^1/_{1948617} = 5132$$
$$\frac{d^{13}}{13} = {}^1/_{20726199} = 482$$
$$\frac{d^{15}}{15} = {}^1/_{215233605} = 46$$
$$\frac{d^{17}}{17} = {}^1/_{2195} \text{ etc.} = 4$$

3465735900
2

0,6931471800

4342944819
log. 2 hyperbcus 6931471800

34743558552
4342944819
30400613733
17371779276
4342944819
13028834457
39086503371
26057668914

log. 2 Tabul.m 3010299954/1854604200 logar. 2.
6

4) Il s'agit du logarithme briggien.

§ II[5]).

Si ratio ED ad GC ac proinde CA ad AD ut numeri ad numerum proxime minorem vel ad binario minorem, erit femper DB ad BA ut unitas ad numerum. Unde facile invenitur numeri dati logarithmus ex cognito log.° numeri proxime minoris vel majoris, vel binario minoris aut majoris.

$\frac{1}{9}+\frac{1}{2187}+\frac{1}{295245}$[6])

100000000/11111111
45725
338
11157174
2
0,22314348 $l.\frac{5}{4}$

§ III[7]).

0,69314718	l. 2
2	
1,38627436	l. 4
0,22314348	l. $\frac{5}{4}$
1,60943784	l. 5

ficut 2,30258502 l. 10 ad 1,00000000 ita 1,00000000 log. 10 ad fuum quadr. hyperbolae 0,4342944 etc. fubtang. logifticae [8]).

5) *Méthode générale pour le calcul des logarithmes népériens. Application à* $l.\frac{5}{4}$.

6) En effet, en posant ED = 5, CG = 4, on a $d=\frac{DB}{BA}=\frac{1}{9}$, donc spat. DEGC $= l.\frac{5}{4}=$
$= 2\left(1+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\ldots\right)=2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{2187}+\frac{1}{295245}+\ldots\right)$.

7) *Calcul du module du système décimal.* Ce module est considéré ici comme égal à l'aire du carré AE au cas où l'aire DEGC exprime le logarithme briggien de la fraction: $\frac{DE}{CG}=\frac{AC}{AD}$.

8) C'est-à-dire de la courbe $x = \log. y$, qui possède, comme on sait, une soustangente constante

N° 2663.

G. MEIER [1]) à CHRISTIAAN HUYGENS.

25 FÉVRIER 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2665.

Nobiliſſime Domine.

Commendavit fidei meae literas in Belgium curſore ad te publico deferendas [2]) Ampliss. Leibnizius. Ergo certè gratulatus mihi ſum quòd optimi Amici voluntati obſequendi atque ad Tuam, Vir Nobiliſſime, notitiam ingrediendi hac mihi via aperta eſt opportunitas. Pervagatur enim à multis retrò annis Orbem eruditum nominis Tui celebritas, quem mirandis ingenii ſpeciminibus in Tui cultum adtraxiſti, atque ſuperiori iterum anno explicatis refracti reflexique luminis principiis domeſticis, Tibi obligaſti.

Macte, Vir Illuſtris, tua iſta virtute, doctos porrò recrea et non contemnendis adhuc partibus truncam mutilamque phyſicen perfice atque exorna. Dolendum enim eſt poſtquam Nobiliſſimus des Cartes viam ad naturae condita hactenus myſteria apparavit, pleroſque ex ejus ſchola diſcipulos egreſſos fluenti velut quodam afflatos morbo, nihil adeo inventis Magiſtri addidiſſe, immò inveniri illos inter, qui coeca veluti obedientiae lege nullo λογισμῶν inſtituto calculo philoſophemata viri amplectantur, profiteantur. Quibus Tu, Vir Nobiliſſime, facem praetuliſti ut, quae philoſophandi regia ſit, cominus intueantur et ex ſegnitiei ſomno expergefiant.

Vale, Vir Celeberrime, et in multos porro annos ſolidioris doctrinae praeſidium atque decus intemeratus ſoſpeſque vive, atque ama illum, qui B. Parenti ſeni quondam clarus, atque penes ipſum interioris erat admiſſionis.

---

[1]) Gerhard Meier, né à Bremen le 3 décembre 1646, étudia, à Tubingen et à Leiden, la théologie, l'algèbre, la littérature orientale et le droit civil. Après avoir acquis à Leiden le grade de docteur en théologie, il voyagea en Angleterre, France et Italie, et se fixa à Bremen comme pasteur de l'église St. Etienne. Il y mourut le 30 janvier 1703. La bibliothèque royale de Hannover a de lui cent lettres latines à Leibniz et 28 réponses de ce dernier.

[2]) La Lettre N°. 2664.

Literas ad Celeb. Leibnitium refponforias fi mihi credideris, faxo ego fumma voluntate, ut rectè curentur.

Dabam Bremae 25 Febr. A. aerae Chrift. 1691.

Tuae Amplitud.
Studiofiffimus
GERARDUS MEIERUS S. S. Th. D. & V. D. M.

A Monfieur
Monfieur HÜGENS, feigneur DE ZÜLICHEM
à
l'Haye.
franco bis Amfterdam.

Nº 2664.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

2 MARS 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]) *et C. I. Gerhardt* [2]).
Elle est la réponse au No. 2660.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2667.

Hannover ce $\frac{20}{30}$ Février 1691.

MONSIEUR

Je fuis ravi de m'eftre trompé en vous attribuant un foubçon, dont malgré vos paroles, je ne vous devois pas juger capable. La faute de la relation de Leipzig n'aura pas encor efté redreffée mais ce fera fait au pluftoft [3]), car il y a quelque tems, que je n'y ay pas écrit.

J'avois crû de pouvoir eftimer la refiftence par fon effect prochain, c'eft-à-dire

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, page 73.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. II, p. 83 et Briefwechsel, p 639.
[3]) Voir la Lettre Nº. 2636, note 14.

par la diminution de la viſteſſe du corps, qui la ſent, et je m'eltois aſſés expliqué la deſſus dans tout mon diſcours, mais j'advouë qu'il demande de l'attention. Je ne ſcay ſi vous aurés examiné ce que je dis de la reſiſtence abſolue [4]), comme il s'en trouve dans le frottement. Il eſt tres vray, comme vous avés remarqué, Monſieur, que dans un jet libre par un milieu reſiſtent, la ſimple compoſition des deux mouvemens ne peut avoir lieu et pour que mon article 6. puiſſe trouver place, il faut une hypotheſe particuliere [5]).

Ce peu que j'ay vû de Mr. Fatio me le fait eſtimer, et j'attends beaucoup de ſa penetration. Je ſuis bien aiſe d'entendre qu'il eſt à la Haye, et je luy envierois ce bonheur, dont il ne m'eſt pas permis de jouir, ſi je ne conſiderois, qu'il profitera beaucoup en vous voyant quelques fois, et qu'il en ſera d'autant plus en eſtat de rendre ſervice au public. Il n'a pas mal choiſi en ſe mettant à chercher les courbes dont les tangentes ſont d'une nature connue, c'eſt preſque ce qu'il y a de plus difficile et de plus important en Geometrie; je contribuerois volontiers à l'aider ſi je puis dans cette recherche, s'il en croyoit avoir beſoin. Comme il a auſſi trouvé vos courbes je m'imagine qu'il aura pris quelque biais, qui ſerve à abreger; comme en effect je puis fabriquer pluſieurs canons particuliers pour retrancher le calcul. Pour ce qui eſt d'une courbe dont la ſoutangente ſoit $yy\sqrt{aa-xx} : ax$ j'ay trouvé qu'il y en a pluſieurs, qui y peuvent ſatisfaire [6]), mais les plus ſimples ſont comme je croy celles dont les equations ſont $aaxx = a^4 - y^4$, ou bien $4aaxx = 4aayy - y^4$. Le calcul fera connoiſtre que tant l'une que l'autre reuſſit. Si M. Fatio trouve bon de me communiquer ſa methode pour vos deux lignes, je luy communiqueray la mienne pour ces deux d'à preſent, où il a trouvé de la difficulté. J'avois crû que l'aire de la courbe dont l'equation eſt $2aaxx = aayy + y^4$ dependoit de la quadrature de l'hyperbole, mais ayant revû mon calcul, je trouve qu'elle eſt quadrable

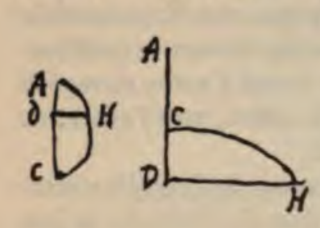
---

4) Il s'agit des articles I—III du travail cité dans la Lettre N°. 2561, note 6.

5) Voici l'hypothèse compliquée par laquelle Leibniz, dans l'article cité dans la note 4 de la Lettre N°. 2659, cherche à sauver, autant que possible, les résultats viciés par l'erreur que Huygens avait signalée dans sa Lettre (voir la note 14 de notre N°. 2660): „Circa compositionem motus in medio resistente rectissime monuit Celeberrimus *Hugenius*, eam non ita simpliciter locum habere, ut in motu libero, itaque ea quam exposui Articulo 3 et 6 ita accipienda est verbi gratia, ac si corpus aliquod moveatur in medio secundum unam legem motus compositi, et huic ipsi corpori (veluti navi) sit inclusum medium ejusdem cum priore naturae in quo iterum aliud corpus feratur, cujus jam motus ex communi navis motu, et ipsius proprio, velut projectionem faciet, ita se habentem ut descripsimus."

6) En effet, la solution générale du problème, qui revient à l'intégration de l'équation différentielle $ax\,dx = y\sqrt{aa-xx}\,dy$ peut s'écrire: $a^4 - a^2x^2 = \frac{1}{4}y^4 - Cy^2 + C^2$. Elle conduit donc, pour $C = a^2$, à la seconde des équations mentionnées par Leibniz, et, pour $C = 0$ à la première, après la correction que Leibniz y apporta dans sa Lettre du 20 avril 1691.

abſolument auſſi bien que l'autre, dont l'equation eſt $2aaxx = aayy - y^4$ [7]). Et comme vous me demandés la determination de l'aire de la derniere, afin que M. Fatio ſe puiſſe aſſeurer que je l'ay trouvée, de quoy il avoit douté, parce qu'il n'y avoit pas reuſſi luy même, je vous donneray les aires des parties quelconques de toutes deux. Soit AC, a et AD, y, et DH, x, et $aaxx = aayy - y^4$, et ſoit $\sqrt{aa - yy} = z$, je dis que ADHA eſt $\frac{a^3 - z^3}{3a}$ et par conſequent ACHA eſtant $\frac{a^3}{3a}$, CDHC ſera $\frac{z^3}{3a}$ [8]). Caeteris iiſdem poſitis, ſoit $aaxx = aayy + y^4$ et ſoit $\sqrt{aa + yy} = z$, je dis que CDHC eſt $\frac{z^3}{3a}$ [9]), comme auparavant ſi au lieu de $aaxx$ on met $2aaxx$ comme vous le demandés, on n'a qu'à écrire $3a\sqrt{2}$ au lieu de $3a$.



Puiſque la premiere achevée retourne en elle meme, en forme de 8 [10]), on en peut juger que le theoreme de Mr. Newton [11]) p. 105, qui pretend, qu'il n'y a point de courbe recourrante (de la Geometrie ordinaire) indefiniment quadrable, ne ſcauroit ſubſiſter, et qu'il y a quelque faute dans ſa demonſtration. Mais je ne l'en eſtime pas moins; Opere in longo fas eſt obrepere ſomnum. M. Bernoulli a auſſi trouvé enfin la ligne de la chaine [12]). Je croy que la connoiſſance de mon calcul l'aura un peu aidé, car quoy que ce probleme ne ſoit pas des plus difficiles, je m'imagine qu'il n'eſt pas trop aiſé d'y reuſſir ſans avoir quelque choſe d'equivalent à ce calcul. Je n'ay pas vû ſa ſolution, je ne laiſſe pas de croire qu'il a donné dans le but. Mons. Tſchirnhaus n'y a pas mordu, quoique j'aye parlé expres d'une maniere à l'y engager [13]), pour luy donner occaſion d'exercer ſa methode, dont il nous pro-

---

7) Consultez, sur ces deux courbes, la Lettre N°. 2643 et l'Appendice N°. 2644.

8) Résultat exact.

9) Il y a dans cette phrase des méprises ou des fautes de transcription que nous n'avons pas réussi à redresser. La figure ne convient pas, pour $AD = y$, $DH = x$, à l'équation $aaxx = aayy + y^4$. De même la formule $\frac{z^3}{3a} = \frac{(a^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}{3a}$ ne peut pas représenter l'aire DCH, puisqu'elle ne s'annule pour aucune valeur de y.

10) Voir la figure exacte de la courbe dans la réponse de Huygens, notre N°. 2667. La figure du texte en représente la partie droite et inférieure.

11) Il s'agit du Lemma XXVIII: „Nulla extat figura Ovalis cujus area, rectis pro lubitu abscissa, possit per aequationes numero terminorum ac dimensionum finitas generaliter inveniri."

12) La solution de Bernoulli parut en même temps que celles de Leibniz et de Huygens dans les „Acta Erud." de Juin 1691, sous le titre: „Solutio problematis funicularii, exhibita a Johanne Bernoulli, Basil. Med. Cand."

13) Voir la Lettre N°. 2623, note 10.

mettoit tant, jusqu'à me reprendre obliquement, de ce que j'avois dit que l'Analyse ordinaire ne suffit pas dans ces rencontres.

Je croy que Mr. Fatio est allé trop viste en pretendant que mon Exponentiale est impossible. Je verray un de ces jours, si je vous en pourray donner la construction. On ne donnera la solution de M. Bernoulli que quand j'auray envoyé la mienne; et si vous le trouvés à propos nous y joindrons la vostre, mais j'espere de la voir prealablement, et de vous faire juger de la mienne.

[14]) Je voudrois bien sçavoir ce que vous jugés des variations de l'eguille aimantée et des causes de l'inclination. Et s'il est bien seur, que dans des lieux qui ne sont pas eloignés l'un de l'autre il se trouue une grande difference entre les declinaisons. Je suis disposé à croire que cela n'est point. Mais l'experience en doit juger souuerainement. Je desire aussi de sçavoir vostre sentiment sur la cause du flus et reflus de Mr. Des Cartes [15]). Je me souuiens que vous avés traité autres fois de la cause des parelies. J'espere que vous en mettrés la demonstration dans vostre dioptrique, et que vous nous donnerés apres tant de delais cet ouvrage si desiré. M. Newton n'a pas traité des loix du ressort; il me semble de vous avoir entendu dire autres fois que vous les aviés examinées, et que vous aviés demonstré l'isochronisme des vibrations.

N'y a-t-il personne à present qui medite en philosophe sur la medecine? Feu Mr. Crane [16]) y estoit propre, mais Messieurs les Cartesiens sont trop prevenus de leur hypotheses. J'aime mieux un Leeuwenhoek qui me dit ce qu'il voit, qu'un Cartesien qui me dit ce qu'il pense. Il est pourtant necessaire de joindre le raisonnement aux observations. Mais je finis en me qualifiant avec beaucoup de zele

MONSIEUR

Vostre treshumble et tresobeissant seruiteur
LEIBNIZ.

---

[14]) A partir de cet alinéa, la lettre, écrite jusqu'ici par un copiste, est de la main de Leibniz même.

[15]) Voir la quatrième partie des Principes de la Philosophie §§ 49—52.

[16]) Theodorus Craanen; voir la Lettre N°. 346, note 1.

N° 2665.

P. D. Huet à Christiaan Huygens.

12 mars 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2675.

Monsieur

J'ay receu de Mr. de la Hire le liure que vous m'auez fait l'honneur de m'enuoyer [1]). Je ne ſaurois aſſez vous en teſmoigner ma reconnoiſſance, non ſeulement pour la valeur du preſent, mais bien plus par ce qu'il m'a fait connoiſtre que voſtre eſloignement ne m'a point fait perdre la part que j'auois dans voſtre ſouuenir. Quoy que l'eſtat ou je me trouue m'engage dans des eſtudes qui ont bien peu de rapport aux matieres que vous auez traittées dans voſtre bel ouurage, je n'ay pas laiſſé de le lire et je ſuis demeuré perſuadé que vous auez eſté plus loin que ceux qui vous ont precedé, & que ceux qui viendront apres vous auront bien de la peine d'approcher de vous. Continuez Monſieur, d'enrichir et de faire honneur a noſtre ſiecle, par vos ingenieuſes decouuertes. J'ay fait quelques petits ouurages ces dernieres années. Mais outre qu'ils ne valoient pas la peine de vous eſtre enuoyez, & que pour mon honneur je dois fuir le jugement d'un homme auſſi éclairé que vous eſtes, l'interruption entiere du commerce m'a oſté le moyen de les faire paſſer en Hollande. Si vous auiez la bonté de m'indiquer quelque voye, je m'en ſeruirois pour vous donner ces legeres marques de l'eſtime infinie que j'ay pour voſtre merite, & de la paſſion extreme auec laquelle je ſuis

Monsieur

Voſtre très humble et très obeiſſant ſeruiteur
l'Abbé Huet.
N. Eu. d'Auranches.

A Paris le 12 Mars 1691.



[1]) Voir la Lettre N°. 2658.

N° 2666.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. MEIER.

26 MARS 1691.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2663.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2678.

A Mr. MEIER, docteur en Theologie et ministre de la parole de Dieu à Bremen.

26 Mart. 1691.

Clarissime Vir

Quod literas Di. Leibnitsij, quem merito suo permagni facio, ad me perferre curaveris, eandemque operam in posterum officiose pollicearis gratias ago quam maximas; ac libenter amicitiae paternae redintegrandae occasionem hinc praebitam amplector. Quid enim optabilius quam viris eruditis ac sinceris Philosophiae studium professis conciliari atque aliquo loco sese esse intelligere. Te vero in horum numero censendum è brevicula licet epistola satis conjicere potui eoque magis mihi gratulor si quid in lucubratiunculis meis quod tibi probetur repereris, in quibus uni certe veritati me studuisse non inutile scio, felix si et [ ] [1]) quandoque contigerit. De Cartesij degeneribus discipulis justa plane est expostulatio tua facitque ut sicut hactenus aequum te mihi lectorem spondeam cum alios viri illius magni errores redarguam atque ut spero verisimiliora quaedam in eorum locum substituam.

Vale Vir eximie, et amicis tuis tibique optime cupientibus annumera

CHR. H.

[1]) Mot illisible.

N° 2667.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

26 MARS 1691.

La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.
La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]) *et par C. I. Gerhard*[2]).
Elle est la réponse au No. 2664.
G. W. Leibniz y répondit par le No. 2676.

Sommaire: Vous avez trouvè l'équation vèritable, mais je ne crois pas qu'il y en a d'autres, que fa feconde ne quadre point.

2 Vous avez auffi donnè la vraie quadrature. beau fi c'eft par methode. proprietez de cette courbe. il a falu bien du calcul pour reporter voftre quadr. a la miene. Fatio ne peut pas bien foutenir la prop. de Newton pag. 105; quand je luy donne deux paraboles oppofees.

3 Mr. Fatio ne defefpere pas de vaincre la difficultè des racines lors qu'il faut trouver la courbe par la foutangente, et s'excufe fur l'echange, parce qu'il faudrait vous envoier un traitè entier. Je voudrois que vous voulufliez tous deux donner au public ce que vous en avez trouvè. gentilhomme anglais malade.

4 Fatio doute maintenant que voftre courbe Expon.e ne puiffe eftre poffible.

5 Je ne fcay fi Bern. a tout trouvè. J'auray du plaifir à voir.

6 qu'il faut neceffairement que Bernoulli donne le fien pour eviter les difputes.

7 Chiffre par les premieres lettres aifè.

8 Caufe du reflus de defcartes je me fouviens qu'en l'examinant à Paris nous n'en etions pas fatisfait. Variations de l'Eguille aimentée difficiles d'expliquer.

Parelies j'en traite dans la dioptrique je veux m'y appliquer pour l'achever.

Loix du reffort je les ay demontrees de l'ifochronifme. Hooke en a traitè paralogifti quement.

Nous avons affez de medecins qui pretendent fuivre la philofophie Cartefienne, mais ce font ceux que j'appellerais les derniers fi j'en avais befoin.

Il y avait un article touchant le calcul de quelques problemes du mouvement avec refistance du milieu.

A la Haye 26 Mars 1691.

MONSIEUR

J'ay eftè indifpofè pendant plus de 3 femaines, et fur la fin j'ay eftè auffi attaquè de la goute [3]) dont je reffens encore un refte, et cela pour la premiere fois de ma vie. Sans cet accident j'aurois refpondu plus toft à la derniere que vous m'avez fait l'honneur de m'efcrire. J'y ay vu avec beaucoup de fatisfaction que vous avez fi

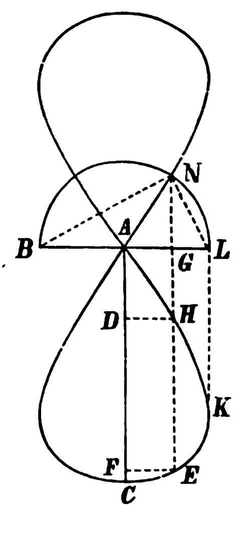
[1]) Christiani Hugenii Exercitationes mathematicae, etc. Fasc. I, p. 77.

[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 85, et Briefwechsel p. 641.
Nous avons suivi le texte du Briefwechsel; celui d'Uylenbroek, d'après la minute publiée par Uylenbroek, n'en diffère qu'insensiblement.

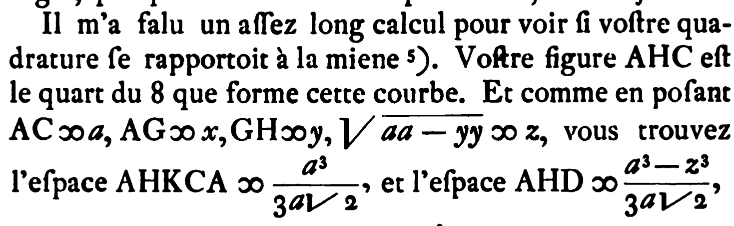
[3]) A la date du 1er mars Constantyn, frère, nota dans son journal:
„Dans l'après midi je fus chez frère Christiaan, que je trouvai souffrant de ténesme"; et à la date du 13 mars: „Je fus aussi chez frère Christiaan, rétabli de sa goutte".

bien sceu trouver la ligne courbe, dont l'équation est $4aaxx \infty 4aayy - y^4$ pour la soutangente $yy \frac{\sqrt{aa-xx}}{ax}$. Mais j'ay de la peine à croire ce que vous dites, qu'il y a plusieurs autres courbes qui y satisfont[4]), et j'oserois presque assurer que cela est impossible; du moins celle que vous apportez $aaxx \infty a^4 - y^4$ ne donne pas cette mesme soutangente, mais $-\frac{2yy\sqrt{aa-xx}}{ax}$, qui est double de l'autre et qui doit estre prise au delà de x, à cause du signe negatif.

J'ay proposé vostre offre à Mr. Fatio touchant l'eschange de vostre methode dans cette recherche, contre la siene dont il s'est servi à trouver mes deux autres courbes par leur soutangentes; mais je vois qu'il ne desespere pas de surmonter la difficulté des Racines, et qu'il ne peut pas se resoudre à vous envoier un traité assez long qu'il a sur cette matiere. Il avoue au reste qu'elle est d'une estude penible et infinie, et il est seur, dit il, qu'on ne sçauroit venir à bout de tous les divers deguisements possibles des soutangentes, ce que j'ay aussi tousjours creu. Je ne laisse pas de l'exhorter de donner ce qu'il en a trouvé, et je souhaiterois, Monsieur, que vous en voulussiez faire de mesme, parce que le Probleme est de grande utilitè, quand bien il ne seroit pas generalement resolu. Vous obligeriez aussi le public en produisant vostre methode des quadratures dont vous venez de donner un si joli echantillon dans la courbe que je vous avois proposée, sçavoir $2aaxx \infty aayy - y^4$, où j'admire certes vostre adresse et l'excellence de vostre regle, quoique limitée aussi bien que l'autre, comme je crois.



Il m'a falu un assez long calcul pour voir si vostre quadrature se rapportoit à la miene[5]). Vostre figure AHC est le quart du 8 que forme cette courbe. Et comme en posant



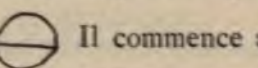
AC ∞a, AG ∞x, GH ∞y, $\sqrt{aa-yy} \infty z$, vous trouvez l'espace AHKCA $\infty \frac{a^3}{3a\sqrt{2}}$, et l'espace AHD $\infty \frac{a^3 - z^3}{3a\sqrt{2}}$, et par consequent DHKEC $\infty \frac{z^3}{3a\sqrt{2}}$, il s'enfuit que l'espace AKCA est à DHKEC comme le cube de AC au cube de EG, car cette EG est z; et que le mesme espace AKCA est à CEF comme le cube AC au cube HG. J'avois formè cette courbe en faisant un demi-cercle BNL et dans les droites qui coupent BL perpendiculairement, comme NGE, prenant GE egale aux soutendentes NB, NL, d'ou nait aussi

---

[4]) Voir la note 6 de la Lettre N°. 2664.

[5]) Voir, sur la quadrature de Huygens, la pièce N°. 2612 vers la fin du § I.

GH egale à leur difference. Il eſt aiſè de voir par la que l'eſpace ACKL devient egal à deux eſpaces paraboliques, et l'eſpace AKL à leur difference. Je n'ay pas encore eu le loiſir d'examiner voſtre autre quadrature de la courbe $2aaxx \infty aayy + y^4$, et je doute ſi j'en trouveray le moien. Car je n'ay pas penetrè bien avant cette matiere et je ne crois pas meſme que je doive m'y occuper, puiſque j'eſpere de participer un jour à ce que vous en ſcavez, qui m'avez devancè de ſi loin que j'aurois trop de peine à vous atteindre.

M. Fatio ne peut pas bien ſoutenir la Propos. de Mr. Newton pag. 105, ſurtout quand pour ſon Ovale indeterminée, je luy marque deux portions egales de parabole qui aient la meſme baſe [5]) ainſi.  Il commence auſſi à douter ſi l'impoſſibilitè de voſtre courbe exponentiale eſt telle qu'il l'avoit crue.

Je verray avec plaiſir comment s'accorderont vos decouvertes et celles de Mr. Bernoulli avec les mienes ſur la chaine pendante. Mais pour faire connoitre au vray ce qu'un chacun aura trouvè, et pour prevenir toute diſpute, il eſt abſolument neceſſaire, qu'on ſe communique premierement les chiffres, comme j'ay fait il y a longtemps [6]). Je ne doute pas que vous et Mr. Bernoulli n'en conveniez, car ſi ſans cette precaution vous luy envoiez le premier voſtre ſolution, on pourra douter s'il eſt autheur de la ſienne. Voicy mon chiffre que j'ay mis d'une maniere moins embaraſſée, qu'il n'eſtoit, en marquant ſeulement les premieres lettres des mots [7]), ce qui ſe fait avec facilitè et s'examine de meſme. J'y ay enfermè auſſi quelque choſe de plus que dans l'autre, m'eſtant apperçu du depuis d'une choſe qui eſtoit *in poteſtate* [8]) (pour me ſervir de voſtre terme) ſans que je l'euſſe remarquè.

s c a p s s e f æ u a g c q c s i e a.

1. p i t i d q c p.	1. s u a c t a p a q i a e d c p e v, i s t i c c a a, q i a a; e e h c æ i a c c a a; h i p a p d d t c i i h p.

[5]) Dans les éditions postérieures des Principia l'explication qui accompagne le „Lemma" cité dans la note 11 de la Lettre N°. 2664 a été modifiée de manière à contenir la restriction que la courbe formant l'ovale doit avoir partout la même équation, et que cette équation ne doit pas être réductible à d'autres équations plus simples, comme cela arrive quand la courbe dont il s'agit dégénère en d'autres courbes d'un degré inférieur. Comme on le voit, cette restriction, prise à la lettre, n'exclut pas le cas allégué par Leibniz dans la Lettre N°. 2664. Toutefois, ce cas amène au point double une discontinuité de la même nature que celles qui caractérisent les cas expressément exclus.

[6]) Dans la Lettre N°. 2623, du 9 octobre 1690.

[7]) Voir, pour l'explication du chiffre, le premier Appendice de cette lettre, la pièce N°. 2668.

[8]) Il s'agit de la quadrature absolue de la courbe $\delta\omega\varkappa\theta$ de la figure 5 de la pièce N°. 2625 (voir la note 22 de cette même pièce). Elle se trouve reproduite aux §§ II et III de l'Appendice II de cette lettre, notre N°. 2669.

2. r æ c v c e p.	2. u t i c.c, d a, e a a, i s a d e l.
3. r c i v.	3. a i q a a r c i u.
4. c æ s c e r c e a.	4. s c c e c r c a æ e c c r e m p. i d r c i v e p a q i v e t.
5. c e l l c e c c d.	5. u r e a e d i t e a a q s i r c i v a c c e c d.
6. m s c e p c. p c i p p q c a h. $xxyy \infty a^4 - aayy$ $xxyy \infty 4a^4 - x^4$	6. s c e p c e æ r e l c d e c e s e e s r c i v.

Vous pouvez, ſi vous le trouvez bon, communiquer cet Enigme à Mr. Bernoulli, en luy demandant le ſien. Je m'eſtonne du ſilence de Mr. D. T. ſur ce Probleme apres y avoir eſtè invitè plus particulierement que tous les autres, mais il luy reſte encore du temps. Pour ce qui eſt de vos demandes, je me ſouviens qu'en examinant dans l'Academie des ſciences la cauſe du flus et reflus ſelon Mr. des Cartes, les aſtronomes n'en eſtoient pas contents et trouvoient des phenomenes contraires.

La declinaiſon de l'Eguille aimantée et encore plus ſa variation, me paroiſſent irreduiſibles à quelque regle certaine. La variation, ou bien le changement de declinaiſon marque aſſez clairement qu'au dedans de la Terre il doit arriver quelque changement.

J'ay une demonſtration de l'iſochroniſme des vibrations du reſſort, eſtant ſuppoſè qu'il cede dans la meſme proportion de la force qui le preſſe, comme l'experience l'enſeigne conſtamment.

La demonſtration des Parelies ſera dans ma dioptrique à la quelle je vay travailler cet eſtè, ſans m'en laiſſer detourner par d'autres ſpeculations.

Il y avoit un article dans ma lettre precedente [9]) touchant le calcul de quelques cas du mouvement avec reſiſtence du milieu, au quel article vous n'avez rien reſpondu, ce que pourtant je vous pardonne facilement, ne vous ayant que trop fatiguè par mes problemes des lignes courbes. Vous me direz auſſi quelque jour comment vous trouvez mes explications de la Refraction et du Criſtal d'Iſlande, de quoy juſqu'icy je n'ay pas appris la moindre choſe. Je ſuis etc.

---

[9]) Voir la Lettre N°. 2660.

N° 2668.

Christiaan Huygens.

1691.

Appendice I au No. 2667 [1]).

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [2]) *et C. I. Gerhardt* [3]).

Chifre envoiè à Mr. Leibnitz le 26 Mars 1691 [4]) et à Mr. De Beauval [5]) le 27 Mars.

Ie Partie.

s. c. a. p. s. s. e. f. æ. u. a. g. c. q. c. s. i. e. a.	Si catena ad parietem ſuſpenſa ſit ex filis aequalibus, utrimque annexis, gravitate carentibus, quarum capita ſint in eadem altitudine, *deturque angulus inclinationis filorum et catenae poſitus* [6]):
d. a. i. f. e. c. p. *hae 7 literae deſunt in Leibnitziano, additae in Beauvallino.*	
1. p. i. t. i. d. q. c. p.	Poſſumus invenire tangentem in dato quolibet catenae punĉto [7]);
2. r. æ. c. v. c. e. p.	reĉtam aequalem catenae vel cuilibet ejus portioni;
3. r. c. i. v.	radium curvitatis in vertice.

[1]) Cet Appendice contient l'explication de l'anagramme de la Lettre N°. 2667, telle qu'elle se trouve aux pages 93 verso et 94 recto du livre G des Adversaria. On l'a divisée en trois parties et, à l'exemple d'Uylenbroek, mis en regard les anagrammes avec les explications, lesquelles, dans le manuscrit de Huygens, se trouvent écrites à la suite des premiers.

[2]) Christiani Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 83.

[3]) Briefwechsel, p. 644.

[4]) Voir la Lettre N°. 2667.

[5]) Nous ne connaissons pas la lettre de Huygens à Basnage de Beauval. La communication n'a pas été insérée dans l'„Histoire des Ouvrages des Sçavans", rédigée par cet auteur.

[6]) A propos des mots en italiques, Huygens a ajouté plus tard l'annotation suivante: hoc oblitus eram in illo quod ad Leibnitſium, addidi in eo qd. ad Beauvallium.

[7]) Les numéros 1 à 6 de cette première partie et ceux de la troisième correspondent de telle manière que les résultats annoncés dans la première sont donnés explicitement au même numéro de la troisième partie.

4. c. æ. s. c. e. r. c. c. a.	circulum aequalem ſuperficiei conoidis ex revolutione catenae circa axem;
5. c. e. l. l. c. e. c. c. d.	conſtructionem et longitudinem lineae, cujus evolutione curva catenae deſcribitur [8]);
6. m. s. c. e. p. c.	menſuram ſectoris cui evoluta pro centro.

IIe partie.

p. c. i. p. p. q. c. a. h. $xxyy = a^4 - aayy$ $xxyy = 4a^4 - x^4$.	Puncta catenae inveniri poſſunt poſita quadratura curvae alterutrius harum: $xxyy = a^4 - aayy$ [9]), $xxyy = 4a^4 - x^4$ [10]);
v. d. d. c. g a. a. i. p. c. p. *Hoc in gryphis quos dedi deeſt.*	(vel data diſtantia centri gravitatis ab axe in portionibus curvae prioris [11]). *hoc in gryphis quos dedi Leibnitzio et Beauvallio non eſt additum ſed poſtea per literas* [12]) *ad Leibnitſium miſi.*

IIIe partie.

1. s. u. a. c. t. a. p. a. q. i. a. e. d. c. p. e. v., i. s. t. i. c. c. [13])a. a. q. [14]) i. a. a; e. e. h. c. æ. i. a. c. c. a. a.; h. i. p. a. p. d. d. t. c. i. i. h. p.	Si, ut axis catenae totius ad partem axis quae inter applicatam ex dato catenae puncto et verticem, ita ſit tangens in capite catenae [15]) ad aliam, quae huic ipſi applicatae addatur; et ex his compoſitae aequalis inclinetur a capite catenae ad axem [16]), huic inclinatae parallela a puncto dato ducta, tanget curvam in ipſo hoc puncto. *vid. pag.* 87 [17]).

---

[8]) Ce numéro fait exception à la règle de la note précédente pour autant que la *construction* de la développée n'est pas indiquée expressément au numéro correspondant de la troisième partie de cette pièce, mais la *rectification* une fois obtenue, cette construction est facile, puisque p. e. KR = AC + CR (voir la figure de cette pièce).

[9]) Voir le § VIII de la pièce N°. 2625.

[10]) Voir la pièce N°. 2634.

[11]) Voir la sousdivision γ de la pièce N°. 2669.

[12]) Voir la Lettre du 21 avril 1691 de Huygens à Leibniz.

[13]) Plus tard, Huygens a indiqué dans une note marginale que l'on doit intercaler ici les lettres *d s a*, en ajoutant: „haec omiſſa in miſſis ad Leibn. et Beauvallium".

2. u. t. i. c. c., d. a., e. a. a., i. s. a. d. c. l.	Ut tangens in capite catenae, demta applicata, eſt ad axem, ita ſubtangens ad dimidium catenae longitudinem. ***vid. p.*** 82 ***et*** 87 [18]).
3. a. i. q. a. a. r. c. i. v.	Atque ita quoque applicata ad radium curvitatis in vertice. ***vid. ibidem*** [19]).
4. s. c. c. e. c. r. c. a. æ. e. c. c. r. e. m. p. i. d. r. c. i. v. e. p. a. q. i. v. e. t.	Superficiei curvae conoidis ex catenae revolutione circa axem aequalis eſt circulus cujus radius eſt medius proportione inter duplum radium curvitatis in vertice et partem axis quae inter verticem et tangentem. ***vid. pag.*** 16 [20]).
5. u. r. e. a. e. d. i. t. e. a. a. q. s. i. *r. c. i. v.* [21]) a. c. c. e. c. d.	Ut rectangulum ex applicata et differentia inter tangentem et applicatam ad quadratum ſubtangentis, ita ***radius curvitatis in vertice*** [22]) ad curvam cujus evolutione catena deſcribitur. ***vide pag.*** 17 [23]) ***ubi patet evolutam*** *CR* ***aequari rectae*** *AW*, ***poſitis proportionalibus*** *CA*, *AI*, *AW*. ***Eſt autem*** $AI =$ ***curvae ſeu*** *AK*.

---

[14]) On doit de même intercaler ici la lettre *h* représentant le mot *huic*, lequel également, comme le prouve l'inspection du manuscrit, a été ajouté après coup.

[15]) Plus tard Huygens intercala ici les mots: „demta ſua applicata", en ajoutant „hoc omiſſum in eo quem ad Leibnitſium miſi et ad Beauvallium".

[16]) Il s'agit de la ligne AW (voir la 2a fig. de la figure 4 de la pièce N°. 2669) qu'il faut prendre égale à $\frac{VH\,(AG - AB)}{VB} + AB$.

[17]) Voir la sousdivision γ du § IV de la pièce N°. 2669. En effet, la construction indiquée se déduit facilement de la formule finale de cette sousdivision.

[18]) Voir la sousdivision δ du paragraphe cité.

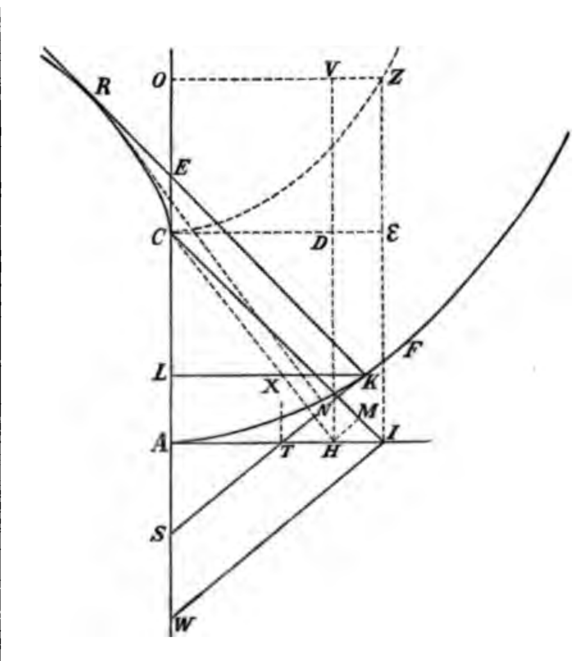
[19]) Voir la sousdivision ε.

[20]) Voir le § VI de la pièce N°. 2625.

[21]) Les lettres en italiques doivent être remplacées par la seule lettre *a*, comme Huygens l'indique en ajoutant: „hic error non erat correctus in eo quod ad Leibnitſium miſi 26 Mart. 1691, ſed in eo quod ad Beauvallium poſtridie miſi, ita ut hic".

[22]) Les mots en italiques ont été biffés depuis et remplacés en marge par le mot „axis".

[23]) Il s'agit du § IV et de la figure 4 de la pièce N°. 2625. Pour faciliter la lecture nous reproduisons la figure. Voir la page suivante.



Unde AW ſeu CR $= \frac{cc}{r}$. *Eſt autem r ſeu radius curvitatis* $= \frac{ad}{b-a}$ [24]) *ut videre eſt pag.* 87. *Itemque* $c = \frac{ds}{b-a}$ *ut ibidem. Unde ſit* $\frac{cc}{r} = \frac{dss}{ab-aa}$ *ut in hac* 5ª *proportione.*

6. s. c. e. p. c. e. æ. r. e. l. c. d. e. c. e. s. e. e. s. r. c. i. v.

Sector cui evoluta pro centro eſt, aequatur rectangulo ex longitudine catenae dimidia et compoſita ex ſextante evolutae et ſemiſſe radii curvitatis in vertice. *vid. pag.* 17 [25]).

---

[24]) Voir, pour l'explication des lettres, la sousdivision ζ du § IV de la pièce N°. 2669, laquelle en effet, se trouve à la page citée, c'est-à-dire à la page 94 verso de la pagination générale.

[25]) Voir le § V de la pièce N°. 2625. En effet, la formule de ce paragraphe peut s'écrire $c\left(\frac{1}{6}e+\frac{1}{2}r\right)$, où c représente la demi-longueur de la chaînette complète CVA (voir la figure de la note 1 de la pièce N°. 2669).

N° 2669.

CHRISTIAAN HUYGENS.

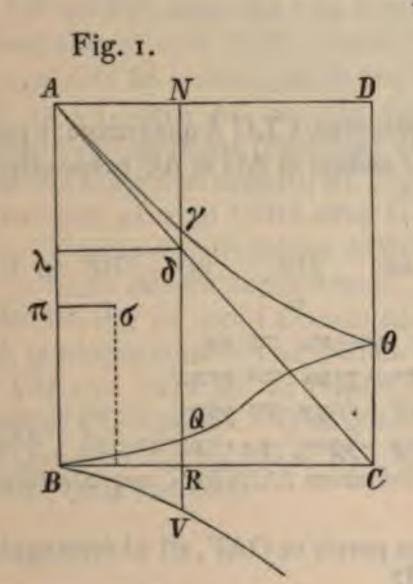
[MARS 1691].

Appendice II au No. 2667 [1]).

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

§ I [2]).

Fig. 1.



BQθ eſt curva pag.ae praecedentis [3]), altera nempe ex iis quae ad catenariae conſtructionem requiruntur. Altera eſt Aγθ.

Dico ſpatium prioris BQNA ad ſpatium poſterioris AγN eſſe ut AB ad πσ diſtantiam centri gravitatis ſpatii BQNA ab recta AB.

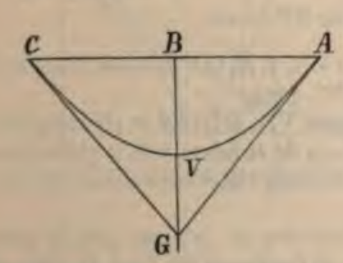
Adeo ut ſi detur hoc centrum gr. non opus eſt quadratura ſpatii AγN, neque ipſius ſpatii conſideratione (ad inveniendam ſcilicet rationem AB ad BV axem catenae, eſt enim BV ipſi πσ aequalis) [4]).

Quia enim ut VN ad RN ita RN ad QN [5]), itemque ut VN ad RN ita δN ad γN [6]).

Erit RN ad QN ut δN ad γN. Quare

---

[1]) Cet Appendice contient les recherches qui ont mené aux résultats formulés dans l'anagramme de la Lettre N°. 2667, expliqué dans la Lettre N°. 2668. Nous l'avons divisé en paragraphes.



[2]) *Relation entre les aires δωχ et αψχδ de la figure 5 de la pièce N°. 2625, identiques aux aires AγN et BQNA de la figure de notre texte, et la distance πσ du centre de gravité de cette dernière aire à l'axe AB. Construction au moyen de cette distance de l'ordonnée BV (voir la figure de cette note) de la chainette au cas où l'abscisse AB et l'angle BAG sont connus.*

Le paragraphe est emprunté à la page 69 verso du livre G.

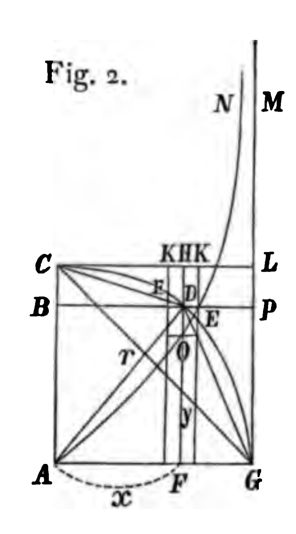
[3]) Voir le § II de la pièce N°. 2634.

[4]) Les mots que nous avons mis entre parenthèses, ont été ajoutés plus tard. Les lettres se rapportent en partie à la figure de la note 2. Les droites AB de la figure 1 du texte et de la figure de la note sont considérées comme identiques. Alors on a, d'après le § VII de la pièce N°. 2625

γN ducta in RN aequabitur QN ducta in δN, five in $\delta\lambda$. idque ubique: Ergo totum fpatium AγN fufpenfum ex brachio librae quod aequale fit AB, aequiponderabit fpatio ABQN ut jacet ponderanti fuper axem AB: five eidem fpatio ex centro grav. fuae σ fufpenfo, et ex diftantia $\sigma\pi$ ponderanti. Ergo fpatium ABQN erit ad fpatium AγN, ut AB diftantia ad diftantiam $\sigma\pi$.

(Sed fpatii AγN quadratura opus eft ad inveniendum longitudinem curvae AV quia per illam quadraturam inventum eft quod ut diff.a AR — AB ad BR ita eft BV ad curvam AV. Item ad alia utilis eft eadem quadratura, quam poftea inveni, vid. pag. 82 et 87) [7]).

§ II [8]).



ACG circuli quadrans. CLG A quadratum; à puncto peripheriae D cadunt in AG et AC perpendiculares DF, DB.

FD	ad	DB	ut	HF	ad	FO
$\sqrt{rr-xx}$		x		r		y

$$y\sqrt{rr-xx} = rx$$
$$yyrr - yyxx = rrxx$$
$$yyrr - rrxx = yyxx$$
$$xxyy - yyrr + rrxx = 0$$ [9]). Hujus curvae fpatium infinitum AONMG, aequale eft quadrato CG.

Item fpatii ejus portio ut OAF, eft ad rectangulum FC, ut BC ad BD.

(voir la note 21 de cette pièce): $\frac{BV}{VA} = \frac{A\gamma N}{\square BN}$; mais d'après le § VIII de cette même pièce on sait que: $\frac{AB}{VA} = \frac{BQNA}{\square BN}$, donc: $\frac{BV}{AB} = \frac{A\gamma N}{BQNA} = \frac{\pi\sigma}{AB}$; donc BV $= \pi\sigma$.

5) D'après le § VIII de la pièce N°. 2625. En effet, les lignes VN, RN, QN de notre texte sont identiques aux lignes Dχ, $\varrho\chi$, $\psi\chi$ de la figure 5 de la pièce N°. 2625.

6) D'après la conclusion du § VII de la pièce N°. 2625, puisque VN, RN, δN et γN sont identiques avec les lignes $D\chi = \varrho\delta$, $\varrho\chi = a$, $\gamma\chi = \delta\chi = x$, $\omega\chi = y$ de la figure 5 de la pièce citée.

7) Les phrases entre crochets ont été ajoutées plus tard. Les pages citées contiennent les § III et IV de cette pièce.

8) *Quadrature d'une aire qui paraîtra être identique à l'aire $\delta\omega\chi$ de la figure* 5 *de la pièce N°.* 2625, *dont la quadrature permet de trouver le rapport de l'ordonnée BV (voir la figure de la note* 1) *à l'arc AV de la chaînette pour un angle donné BAG.* Le paragraphe a été extrait de la page 80 recto du livre G.

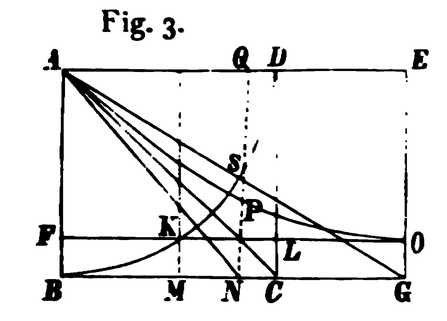
9) Il est clair que cette courbe devient identique avec celle de la note 20 de la pièce N°. 2625 par la substitution de x pour y, y pour x et a pour r.

(Sive ſpatium OAF eſt aequale □ BL ut facile apparet ex calculo)[10].

Quia enim AD ad DF ut particula curvae minima EDE ad KK, erit AD ſeu HF ducta in KK = DF ductae in EE, idemque pars ſuperficiei cylindricae ex KK circa AG, aequalis parti ſuperficiei ſphaericae ex EE circum eandem AG. Unde (ut notum eſt) tota ſuperficies cylindrica ex CL circa AG aequalis ſuperficiei ſphaericae ex arcu CDG circa AG. Porro quia ſuperficies ex EE circa AG ad ſuperficiem ex eadem EE circa CA, ſicut DF ad DB, erit et ſuperficies ex KK circa AG, ad ſuperficiem ex EE circa CA, ut DF ad DB, hoc eſt, ex conſtructione, ut HF ad FO; atque ita tota ſuperf. cylindrica ex CL circa AG ad ſuperficiem ſphaericam ex arcu CDG circa CA, ut omnes HF ad omnes OF, hoc eſt ut quadratum CG ad totum ſpatium infinitum AONMG. Eſt autem oſtenſum ſuperf. cyl. ex CL circa AG aequalis ſuperficiei ſphaericae ex arcu CDG circa AG, ideoque et ſuperficiei ſphaericae ex arcu CDG circa CA, quia utraque dimidiae ſphaerae ſuperficiei aequalis eſt. Ergo ratio ſuperficiei ex CL circa AG ad ſuperf. ſphaericam ex arcu CDG circa CA erit ratio aequalitatis, ac proinde et ratio qu.i CG ad ſpatium infinitum AONMG erit aeqalitatis, quod erat dem.m.

Porro ex ratione demonſtrandi, patet etiam ſuperficiem cylindricam ex CH circa AF, ſive ex arcu CD circa AF eſſe ad ſuperficiem ex eodem arcu CD circa CB, ut rectangulum HA ad ſpatium curvae OFA; atqui ex Archimede eſt ſuperf.s ex CD arcu circa AF ad furperf.m ex eodem arcu CD circa CB ſicut exceſſus quadrati CG ſupra qu. GD ad quadr. ex CD recta, hoc eſt ſicut exceſſus AG ſupra GF, ſeu ſicut AF aut BD ad BC. Ergo et rectang.m HA ad ſpatium OFA ut BD ad BC, quod erat dem.

§ III[11].



Ulterior diſquiſitio circa catenae curvam ex animadverſa quadratura curvae APOE quae pag. 20 erat ꝺθ.

AG = *b*, AB, GE = *a*

ADCB quadr.m diagonios AC.

(AG) (GE) (AE) (OE = AF)

$b : a = \sqrt{bb-aa} : \frac{a\sqrt{bb-aa}}{b}$

[10]) Cette phrase a été ajoutée plus tard.

[11]) *Application de la quadrature obtenue dans le paragraphe précédent à la courbe* ꝺωθ *de la figure* 5 *du* N°. 2625. Ce paragraphe a été extrait de la page 93 recto de la pagination générale du livre G, c'est-à-dire la page 82 mentionnée vers la fin du § I.

ex proprietate curvae ad catenam: $aaxx - aayy = xxyy$ pag. 20[12])

$$\text{qu. AK} - \text{qu. AF} = aa - \frac{a^2bb - a^4}{bb} = \frac{a^4}{bb}, \text{ qu. FK},$$

$\frac{aa}{b} = \text{FK}$; ex $a = \text{FL}$ et $a - \frac{aa}{b} = \text{KL}$; $aa - \frac{a^3}{b} = \square\ \text{MD} = \text{ſp. AOF}$ ex proprietate curvae pag. 58 [13]) quae eſt eadem atque illa pag. 20 mutatis reciproce x in y, unde et illa pag. 20 quadraturam recipit, quod nunc demum animadverſi.

$\sqrt{bb - aa} = \text{AE}$; $\frac{a\sqrt{bb - aa}}{b} = \text{AF}$; $\frac{abb - a^3}{b} = \square\ \text{FE}$

$$\frac{baa - a^3}{b} = \text{ſp. AOF}$$

s.

$$\frac{abb - aab}{b} = ab - aa = \text{ſp. AOE}.$$

$\sqrt{bb - aa}$ AE

a

$a\sqrt{bb - aa}$ ($\square$ BE) : $ab - aa$ (ſpat. AOE) $= \sqrt{bb - aa}$(AE):$(b - a)$(SG)

Item ſpat. AOE ad ſpat. APQ ut AG—AB ad NA—AB.

§ IV [14]).

Sit AV catena pendens [15]). AG tangens in A. angulus BAG = BAG in 1a fig.

---

[12]) Il s'agit de la courbe $\delta\omega\theta$ de la figure 5 de la pièce N°. 2625. En effet, il est facile de vérifier, en posant $\text{AE} = \delta\chi = x$, $\text{EO} = \chi\omega = y$, que la construction du point O, indiquée ici, est identique avec celle du point ω de cette dernière courbe.

[13]) C'est la courbe AON du paragraphe précédent (voir la figure 2), dont l'identité avec la courbe $\delta\omega\theta$ de la figure 5 de la pièce N°. 2625 a déjà été indiquée dans la note 9 du paragraphe précédent. Or dans ce dernier paragraphe l'aire AOF de la figure 2, identique avec l'aire homonyme de notre figure 3, a été trouvée égale au rectangle BL ou CP de la figure 2; mais comme le point C de la figure 2 correspond avec le point B de la figure 3 (ainsi qu'il est facile de le reconnaître en tournant la figure 2 d'un angle de 90°) et le point P avec le point M, il s'ensuit sp. AOF (de la figure 3) $= \square\ \text{MD} = aa - \frac{a^3}{b}$.

[14]) *Résumé des résultats acquis sur la chaînette.* Le paragraphe se trouve à la page 94 verso (= 87) du livre G. Pour faciliter les renvois nous avons ajouté des sousdivisions α, β, etc.

[15]) Voir la seconde figure de la fig. 4.

(α) Jam divisam ponendo catenam AV [2a fig.] in particulas aequales, earum summa est ad VZ ut totidem radii ad sinus omnes complimenti in arcu SB [1a fig.] qui pertinent ad totidem tangentes aequaliter crescentes in recta BG.

Item summa particularum aequalium catenae AV est ad AZ sive BV, ut totidem radii ad sinus omnes in arcu SB qui ad easdem illas tangentes pertinent. Hoc utrumque pag. 14 ostenditur [16].

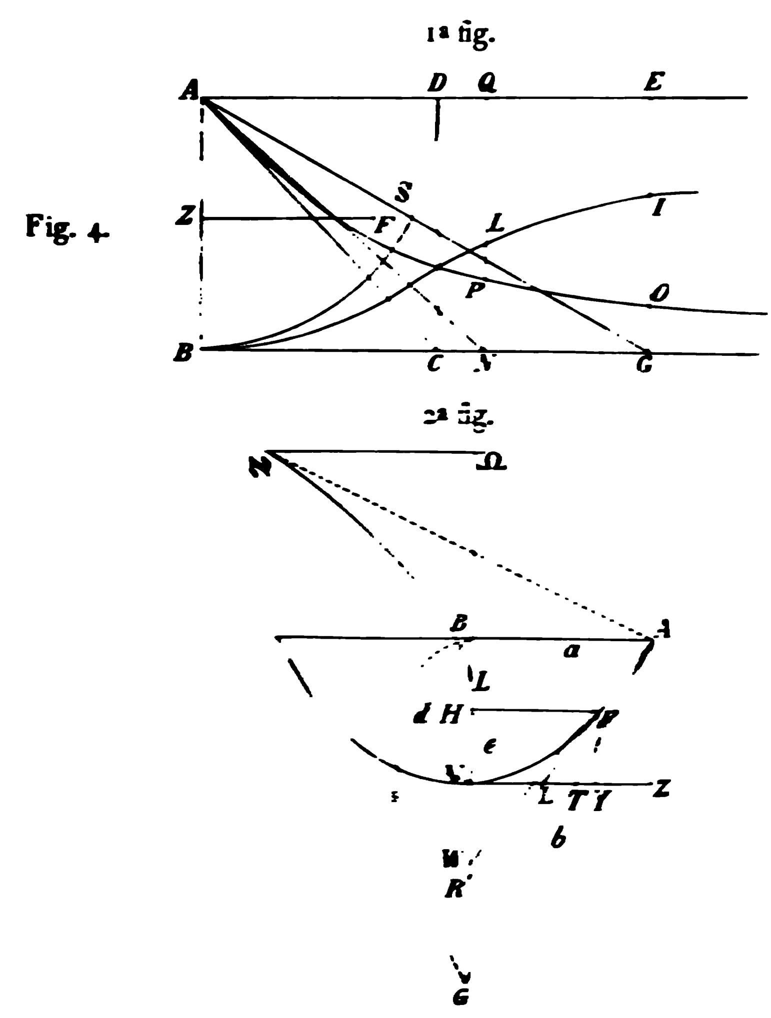


Fig. 4.

(β) Porro sicut curva AV, recta VZ, et recta AZ, ita sunt inter se ⊏ BE [1a fig.], spatium ABIE, et spatium APOE. Hoc explicatur pag. 20 et 14 [17].

---

[16] Voir le commencement du § VII de la pièce N°. 2625.

[17] Voir les §§ VII et VIII de la pièce N°. 2625.

Quia ut AV, VZ, ZA, funt fummae totidem radiorum, totidem finuum complimenti, et totidem finuum, pro angulis quorum tangentes aequaliter fefe exedunt; ita quoque ▭ BE, fpatium ABIE, et fpatium APOE, quando ang. AGB utrobique eft idem.

(γ) Habeat BV [2a fig.] ad VH, five AZ ad FY rationem datam, (puta duplam), fitque FR tangens in F. Et fecetur fpatium APOE recta NPQ, ut fit fpatium APOE ad fpat. APQ ut BV ad VH; dico angulo ANQ effe aequalem angulum tangentis HFR.

Eft enim YF ad ZA ut fumma finuum (fumma nempe finuum qui pertinent ad angulos quorum tangentes fefe aequaliter excedunt, quod de his omnibus finibus ita eft intelligendum) ufque ad angulum FLY feu HFR, ad fummam finuum ufque ad angulum ATZ feu GAB, fed ut YF ad ZA, feu ut HV ad VB, ita quoque fpatium APQ ad fp. APOE.

Ergo fumma finuum ufque ad angulum HFR ad fummam finuum ufque ad ang. GAB ficut fpat. APQ ad fpat. APOE; hoc eft ficut fumma finuum ufque ad ang. ANQ ad fummam finuum ufque ad ang. AGE five GAB, in 1a fig. vel etiam in 2.da.

Ergo fumma finuum ad ufque ang. HFR aequalis eft fummae finuum adufque ang. ANQ; ideoque ang. HFR aequalis ang.o ANQ, quod erat dem.

Si AB, BG in utraque fig.a magnitudine fibi refpondeant, erunt et AG aquales, et AN aequalis AW, cui tangens FR parallela ducenda eft.

Si AB $= a$. AG $= b$, fit fpatium APOE $= ab - aa$, vid. pag. 82 [18]).

Si BV $= d$. VH $= e$. Et ut d ad e ita faciendum fpatium APOE ad fp. APQ.

Sit AN $= x$. Ergo fpat. APQ $= ax - aa$. Ergo

$$d : e = ab - aa : ax - aa$$

$$dx - da = eb - ea$$

$$x = \frac{eb - ea}{d} + a = \text{AN}$$ cui aequalis AW. Hinc problema de invenienda quavis tangente, per unam AG datam. p. 83 [19]).

---

[18]) Il s'agit du paragraphe précédent de cette pièce.

[19]) La page 83, identique à la page 93 verso de la pagination générale, contient une partie de l'explication de l'anagramme envoyé à Leibniz; c'est-à-dire de la pièce N°. 2668. Voir plus particulièrement le numéro 1 de la troisième partie.

(δ) Sit BG = s.
Spat. APOE ad □ EB = BV ad VA. vid. pag. 20 et 14 [20]).

$$ab-aa \quad : \quad as = d : \frac{ds}{b-a} \text{ curva VA.}$$

(ε) GB : BA = VA : radium curvitatis in V, ex Theoremate p. 13 [21]).

$$s : a = \frac{ds}{b-a} : \frac{ads}{sb-sa} = \frac{ad}{b-a} \text{ Radius curvitatis in V, hoc eſt VL.}$$

(ζ) radius curvis : curva VA = VA : L ℵ evoluta. Vid. pag. 17 [22]) ubi CA, IA, AW ſunt prop.les AW vero = CR.

$$\frac{ad}{b-a} : \frac{ds}{b-a} = \frac{ds}{b-a} : \frac{dss}{ab-aa} = \text{L ℵ}$$

propos. 5a [23])

(η) Erit et ſpat. BLQA ad ſpat. APQ ſicut FH [2a fig.] ad HV. Unde data HV, datur et HF, inventa per centr. gr.is ratione ſpatiorum iſtorum. Eſt enim ea quae AB ad ZF [1a fig.] ſi F centr. gr. BLQA [24]). Et ſic tunc AV curvae puncta quotvis inveniri poſſunt, quod aliter non poſſet fieri niſi longiſſima ſupputatione [25]) areae BIEA per approximationem.

[20]) Voir le § VII et la note 21 de la piece N°. 2625. On se rappellera que la courbe $\delta\omega\kappa\theta$ de la figure 5 de la pièce N°. 2625 est identique avec la courbe APO de la première figure de ce paragraphe.

[21]) Voir le § II et la note 11 de la pièce N°. 2625.

[22]) Voir le § IV et la figure 4 de la pièce N°. 2625.

[23]) C'est-à-dire la 5e proposition de l'anagramme. Voir la pièce N°. 2668.

[24]) Voir le § I de cette pièce. En effet, les courbes $A\gamma\theta$ et $BQ\theta$, dont il est question dans le paragraphe I, correspondent avec les courbes APO et BLI de la figure 4 (1e figure).

[25]) Voir le § IX de la pièce N°. 2625.



§ V [26]).

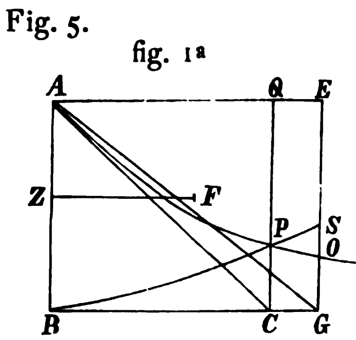


Fig. 5.
fig. 1a

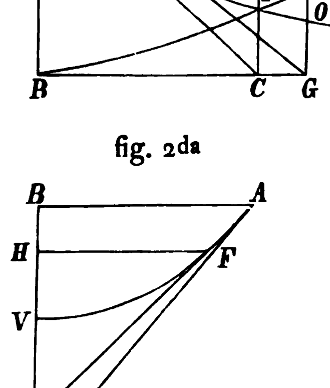


fig. 2da

AB = 3 AG tangit curvam catenae
BG = 4 AV in A.
GA = 5 Quaeritur VH et HF definientes punctum F, cujus tangens FR inclinetur ad BR angulo ſemirecto.

Sit in fig. 1a ABCQ quadratum, et GB ad BC ut 4 ad 3 ſintque curvae ut ſupra [27]) BPS, APO. Jam ut ſpat. AOE ad ſpat. APQ, ita eſt BV [fig. 2da] ad VH [28]). Hoc eſt ut 2 ad $3\sqrt{2}-3$ ſicut oſtenditur initio pag. hujus [29]) quia ſpatia ſunt ut GA—AB [fig. 1a] ad CA—AB, vid. pag. 82 [30]).

Sic quidem dato vertice V [fig. 2da] invenitur punctum H, atque etiam F, dato catenae poſitu. Sed nec punctum V poteſt inveniri niſi approximatione quadraturae vel ope diſtantiae centri gr.is [31]) portionis BSEA ab AB, quae in hac catenae poſitione AV eſt prox. 601 [32]) partium qualium AB 1000 nec rurſus punctum F niſi ex cognita per ejuſmodi approximationem ratione inter HV, HF quae eſt proxe ut 46996 [33]) ad 100000.

---

[26]) *Détermination du point F (voir la figure du texte), où la tangente fait un angle de* 45° *avec l'axe, et du sommet de la chaînette, au cas où la distance AB du point de suspension A à l'axe et la tangente AG sont supposées connues.* Ce paragraphe a été extrait de la page 95 verso du livre G.

[27]) C'est-à-dire qu'il s'agit des mêmes courbes dont il a été question dans le paragraphe précédent.

[28]) Voir la sousdivision (γ) du paragraphe précédent.

[29]) Au sommet de la page se trouve, en effet, un calcul difficile à reproduire, ce qui est d'autant moins nécessaire que les mots qui vont suivre indiquent suffisamment comment la proportion en question a été obtenue.

[30]) Il s'agit du § III de cette pièce. Voir la dernière ligne de ce paragraphe.

[31]) Voir le § I de cette pièce.

[32]) Ce nombre a été obtenu évidemment par la méthode expérimentale qui va suivre.

[33]) Nombre obtenu, comme un petit calcul en marge le prouve, au moyen de la division de 41421 par 88137. Sur ces derniers nombres on peut consulter la note 6 de la pièce N°. 2624.

Ex charta craſſa (carton) figura ABSEA abſcindatur, poſtquam curva BPS inſcripta fuerit: invenitur autem facile per puncta ex libello ſinuum; nam poſita tangente BG cujuſlibet anguli BAG, erit ES ſinus compl. anguli ejuſdem [34]).

Figurae refectae ABSEA centr. gravitatis mechanice inveniatur F. Erit jam in catena pendente fig.[a] 2[da], ſi angulus BGA quem facit tangens in A, aequalis ſit ang.[o] BGA in fig. 1[a], ratio applicatae in catena ad axem ejus BV, ſicut in fig. 1[a] AB ad ZF [35]).

Sic inveni, ſi AB applicata ſit 1000 partium AG 5000, unde BG 4900 [36]), fore BV = 1720 prox.

Si AB ſit 1000. BG 2446, tunc AB, BV fore aequales.

Si AB 1000. ſintque AB, BG, GA ut 3, 4, 5; fore BV = 601.

Si AB 1000, AG 2000, ut in triang° aequilatero, ſit BV = 763.

Si AB 1000, itemque BG; ſit BV = 469. Sed accuratâ ſupputatione ſi fuerit hic AB 10000, ſit BV = 4699 [33]).

Quoniam charta illa non prorſus aequalis eſt ubique craſſitudinis, melius ex linteo uno, vel pluribus conglutinatis, ipſoque glutine duratis ac dein levigatis figurae reſcinderentur.

Parata figura una longiore, quaelibet breviores ex ipſa in aliam chartam circumſcribi poſſunt, quarum exſciſſarum centrum gr. inveniatur.

---

[34]) Voir le § VIII de la pièce N°. 2625.

[35]) Voir le § I de cette pièce.

[36]) En réalité 4899,1.

N° 2670.

CHRISTIAAN HUYGENS à ABRAHAM DE GRAAFF.

29 MARS 1691.

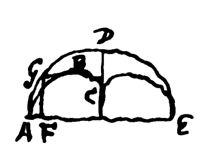
La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
A. de Graaff y répondit par le No. 2674.

Mijn Heer DE GRAEF

Haghe 29 Marti 1691.

Ick hebbe volgens mijn belofte bij een gesocht eenighe van mijn Tractaties die nu en dan int licht gegeven hebbe, welcke ick hier nevens VE versendt om eenighsins mijne danckbaerheydt te betuijgen wegens het present van VE Wiskonst [1]) laetsmael tot Amsterdam sijnde aen mij gedaen twelck altijdt in waerde sal houden. Ick en denck niet dat VE noch eenighe tijdingh van VE soon [2]) en sijn geselschap sult gehadt hebben, — dan of bij geval iets van haer quaemt te vernemen, soo versoeck ick daervan deelachtigh te werden.

Mij gedenckt dat VE mij seijde seeckere Propositie van de Heer Tchirnhaus [3]) door getallen onderzocht te hebben en onwaer bevonden, te weten dat ABC de kromme linie sijnde die gemaeckt werdt door reflexie der parallele straelen op den hollen halven circel ADE vallende altijdt de Tangens BG met GF rechthoekighe op de basis AE te saemen gelijck waeren aen het deel der kromme BA. Ick weet niet of ick wel onthouden hebbe, doch naederhandt dit geëxamineert hebbende [4]), vinde dat daer in geen faut en is. VE gelieve dan bij gelegentheydt sijn rekeningh hier van nae te sien, opdat aen desen mathematicus, behalve sijne veele misslaegen, geen andere t'onrecht opgeleght werden.



Ick hebbe aen de Hr. van de Bloquery over 3 a 4 maenden te handt gestelt een Rekeningetie van den Horologiemaecker Visbach alhier, die eenighe reparatie aen de bewuste slingerwercken gedaen heeft [5]). Indien VE gelieft bij occasie sijn Edt van mijnen' twegen te versoeken van daer aen te willen gedencken sal mij vriendschap doen, die altijdt blijve

VE dienstwillighe dienaer

[1]) Abraham de Graaff a écrit plusieurs livres de mathématiques. Huygens parle probablement du suivant:
De Geheele Mathesis of Wiskonst Herstelt in zijn natuurlijke gedaente. Amsterdam 1676.

[2]) Johannes de Graaff, en route pour le Cap; voir la Lettre N°. 2656.

[3]) Dans l'article de 1682, cité dans la Lettre N°. 2274, note 4.

[4]) On rencontre cet examen au livre G des Adversaria. Nous le reproduisons comme Appendice à cette lettre, sous le N°. 2671.

[5]) Voir le post-scriptum de la Lettre N°. 2615.

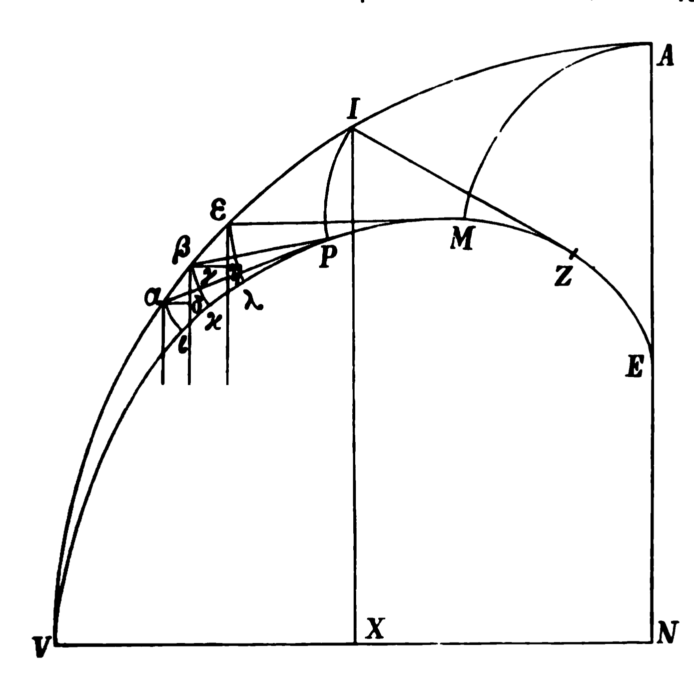
N° 2671.

CHRISTIAAN HUYGENS.

Appendice [1]) *au No.* 2670.

[MARS 1691].

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.



Sit MA ex evolutione EM. Oſtenditur MPV = = AN.

Sit PI ex evolutione ZP; unde PZ = IZ. Oſtenditur PV aequalis IX. Ergo XI + IZ = VPZ.

Propter aequalitatem angulorum in reflexione, eſt $\alpha\gamma$, pars reflexi, aequalis $\beta\delta$ parti incidentis in β. Sed $\iota\kappa$ eſt $= \alpha\gamma$ ex natura evolutarum. Ergo $\iota\kappa = \beta\delta$. Itemque $\kappa\lambda = \varepsilon\eta$, etc. Unde ſumma aequalis ſummae [2]). Hoc eſt curva VM = AN. Sed ME eſt = EA, cum MA ſit ex evolutione EM. Ergo tota VME = NA + AE ſive $\frac{3}{2}$ AN [3]).

---

[1]) Rectification de la catacaustique du cercle pour le cas de rayons parallèles.

[2]) Ici la démonstration est achevée. En effet, on peut conclure maintenant PV = IX.

[3]) Théorème qui se retrouve à la dernière page du „Traité de la lumière".

N° 2672.

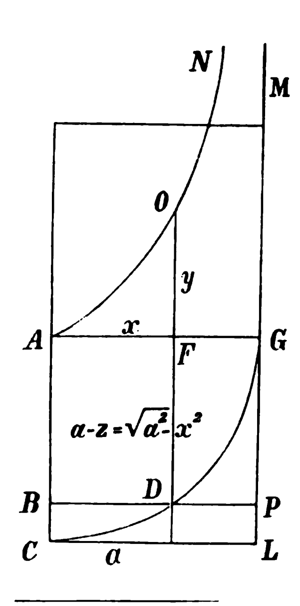
CHRISTIAAN HUYGENS à N. FATIO DE DUILLIER.

3 AVRIL 1691.

La lettre se trouve à Genève, Bibliothèque Publique [1]).
La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [2]).
Fatio y répondit par le No. 2673.

Ce 3 Avr. 91.

J'oubliay hier [3]) Monfieur parmy l'embaras de l'enterrement de vous prier de me reftituer devant voftre depart, la lettre que cy devant vous avez eu la bontè de me faire [4]) en m'expliquant voftre methode de trouver les Lignes courbes par la proprietè de leur Tangentes. Je vous aurois auffi demandè d'y vouloir joindre quelque chofe de ce que vous avez depuis adjoutè a cette methode, ou fi cela vous donneroit trop de peine, d'expliquer feulement les deux exemples que vous en avez donnez dans les courbes que je vous avois propofées comme auffi a Mons.r Leibnitz [5]). Comme vous avez tous deux penetrè fort avant cette matiere, j'aime bien mieux de profiter de vos decouvertes, que de me donner la peine d'y travailler fur les fondements contenus dans voftre lettre, a quoy mefme je pourrois ne pas reuffir. Il vous fouviendra au refte que dans la derniere lettre que je vous montray de Mons.r Leibnitz [5]), il vous propofoit un echange de fon fecret, au cas que dans le probleme que je viens de dire il y euft des racines compofees dans l'Equation de la Tangente, pour avoir la voftre, dont vous vous eftes fervi dans mes deux courbes. Et il vous fouviendra de plus, que longtemps auparavant je vous avois propofè une ligne courbe AON dont j'avois la quadrature [6]), eftant telle que AG eftant perpendiculaire fur fon afymptote GM, tout efpace AOF, retranchè par une ligne OF, parallele a l'afymptote, eftoit egal au rectangle BL, partie du quarrè AGLC, lorfque BP paffoit par le



[1]) Voir la fin de la note 1 de la Lettre N°. 2572.
[2]) Christianii Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II p. 122. La minute ne diffère pas sensiblement de la lettre.
[3]) La minute a de plus: au foir.
[4]) Voir la Lettre N°. 2643, note 15. Il s'agit probablement de la seconde des lettres mentionnées dans cette note. Dans ce cas, elle datait de 1688.
[5]) Il s'agit toujours des deux problèmes proposés à Leibniz dans la Lettre N°. 2611, et qui conduisent aux équations différentielles citées dans la note 17 de la Lettre N°. 2660. Or, à la

point D, auquel OF continuée rencontre le quart de circonference GDC, et que mesme par cette quadrature donnée vous trouvaftes l'equation de la courbe. Or a caufe qu'il pourroit arriver que j'euffe a prouver ce fait a Mons.r Leibnitz, je vous fupplie Monfieur de me permettre, et de me donner moien en faifant ref-ponfe a ce billet, de pouvoir alleguer voftre temoignage pour confirmation de ce que je viens de dire, eftant feulement befoin de defigner la courbe par fon equation que vous trouvaftes $xxyy \propto aayy - aaxx$. Vous ferez plaifir et obligerez beaucoup

Voftre tres h. et tres ob. ferviteur
HUGENS DE ZULICHEM.

Pour Monfieur FATIO DE DUILLIER.

[7]) $y\dot{x}$ = Fluxion de l'Efpace AOF
$a\dot{z}$ = Fluxion du rectangle BL [8]). Donc $y\dot{x} = a\dot{z}$
$a^2 - 2az + z^2 = a^2 - x^2$; dont la Fluxion donne
$-a\dot{z} + z\dot{z} \quad = - x\dot{x}$. Et prenant les valeurs de $\dot{z}$ on aura
$\frac{y\dot{x}}{a} = \frac{-x\dot{x}}{-a+z}$. Et $ay - zy = ax$. Or $z = a - \sqrt{ax - x^2}$.
Ainfi $ay - ax = ay - y\sqrt{a^2 - x^2}$ [9]).
Et $a^2x\dot{x} = a^2y\dot{y} - y^2x\dot{x} - x^2y\dot{y}$ fera fa Fluxion.

---

page 101 recto du Livre G des Adversaria on trouve, de la main de Fatio, une solution de la seconde de ces équations, obtenue d'après sa méthode et pourvue de quelques remarques de Huygens. Il nous semble inutile de reproduire cette page d'une rédaction peu achevée, parce que nous pouvons renvoyer à l'exposition si claire de la méthode de Fatio que Huygens a donnée dans sa lettre à de l'Hospital du 23 juillet 1693, où elle se trouve appliquée à cette même équation. En suivant les indications données dans cette lettre, on trouve facilement les „transformateurs" (comme Fatio les nomme) y^{-5} et x^{-4}, mentionnés dans la note citée de la Lettre N°. 2660.

[5]) La Lettre N°. 2664.

[6]) Voir, sur cette quadrature, le § II de la pièce N°. 2669.

[7]) Les annotations qui suivent se trouvent écrites de la main de Mr. Fatio, sur le 2d feuillet recto.

[8]) Fatio fait donc BC = z.

[9]) Ici donc la solution, que l'on retrouvera dans la réponse de Fatio, notre N°. 2673, est achevée, puisqu'on a immédiatement $-ax = -y\sqrt{a^2 - x^2}$, donc $a^2x^2 = a^2y^2 - x^2y^2$. Dans ce qui va suivre encore, Fatio essaie d'étendre sa méthode au cas où l'équation différentielle contient des expressions irrationnelles. A cet effet, il différentie l'équation $a^2x^2 = a^2y^2 - x^2y^2$ pour déguiser ensuite l'équation obtenue par les substitutions qu'il indique. Après quoi il s'efforce de retrouver, à travers ces déguisements, la „génératrice" originale.

Dans cette equation on peut ſubſtituer les valeurs des Racines ax, ou ay, ou xy.

Par exemple on aura $a\dot{x}\sqrt{a^2y^2-x^2y^2} = a^2y\dot{y} - y^2x\dot{x} - x^2y\dot{y}$ I

ou bien $a\dot{y}\sqrt{a^1x^2+x^2y^2} = a^2xx + y^2xx + x^2y\dot{y}$ II

ou bien $x\dot{y}\sqrt{a^2y^2-a^2x^2} = a^2y\dot{y} - y^2x\dot{x} - a^2x\dot{x}$ III

Dans le 1er Exemple il eſt aiſé de reconnaitre les Generateurs $a^2y^2-x^2y^2$. Et comme c'eſt là la quantité meme qui eſt ſous le Signe Radical, il eſt à preſumer que cette Racine tient lieu de ax qui paracheveroit le quarré a^2x^2. Et effectivt on trouvera que ces trois Generateurs rendent l'Equation marquée I.

La même choſe ſe doit entendre de l'Equation II.

De même dans la III Equation, il faut voir ſi ſa Generatrice n'eſt pas $x^2y^2 = a^2y^2-a^2x^2$. Et dans la IV Equation ci deſſous il faut voir ſi

$-yx+\sqrt{a^2y^2+2a^2xy} = ax$?

De cette maniere on parviendra à la veritable Generatrice, ſi elle a produit la Fluxion proproſée par ces ſortes d'Enveloppemens.

Et ceci donne une clef conſiderable pour trouver les Fluentes ou Generatrices, quand leurs Equations ſont ſimples en elles mêmes, quoi que leurs Fluxions ſoient mêlées de Racines par accident.

$$ax = \sqrt{a^2y^2-x^2y^2} \qquad a^2x^2+2a^2xy+x^2y^2 = a^2y^2+2a^2xy$$

$$ay = \sqrt{a^2x^2+x^2y^2} \qquad ax+xy = \sqrt{a^2y^2+2a^2xy}$$

$$xy = \sqrt{a^2y^2-a^2x^2} \quad -axy\dot{x}+a\dot{x}\sqrt{a^2y^2+2a^2xy} = a^2y\dot{y} - y^2\underset{*}{x}\dot{x} - \underset{*}{x}^2y\dot{y} \quad \text{IV.}$$

[10]) Mr. Hugens de la Haye 3 avril 1691, le lendemain de l'Enſeveliſſement de Mr. Ellys Eſq.e à N. F. à la Haye.

Il me redemande la lettre où je lui avois expliqué autrefois ma Methode inverſe des Tangentes et ſouhaite ce que je puis encore avoir ajouté à cette methode.

---

[10]) Ce qui suit est un extrait de la Lettre de Huygens, écrit au dos sur un pli, de la main de Fatio.

Ou qu'au moins je lui explique les deux Exemples que j'ai donnés dans les courbes qu'il avoit propofées à Mr. Leibnitz et a moi.

Il rend temoignage aux progrès que Mr. Leibnitz et moi avons fait en cette matiere, defquels il aime mieux profiter que travailler fur les fondemens contenus dans ma Lettre, et peut eftre fans fuccès.

Sur l'Echange que Mr. Leibnitz propofoit de fon fecret, pour avoir une folution du probleme fufdit de Mr. Hugens, s'il y avoit des racines compofées dans l'Equation de la Tangente.

Probleme que Mr. Hugens m'avait propofé il y a longtemps et dont je luy avois donné la Solution pour retrouver l'Equation de certaine Courbe par la propriété de fa Quadrature. Cette courbe avait pour Equat.n $x^2y^2 = a^2y^2 - a^2x^2$. Mais la propriété de fa Tangente contient une Racine incommenfurable complexe, fi on y fubftitue la valeur de xy ou de ay, ou de ax, etc.

Mr. Hugens demande que je lui laiffe alleguer à Mr. Leibnitz mon Temoignage fur ce fait.

J'ai ajouté ici ma folution ou mon Analyfe de ce Probleme de Mr. Hugens.

NB. Remarque confiderable fur les Racines complexes.

N° 2673.

N. Fatio de Duillier à Christiaan Huygens.

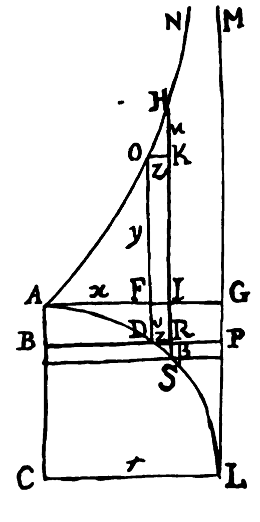
9 avril 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
Elle est la réponse au No. 2672.

Voici Monfieur de quelle maniere je fis mon calcul fuivant la theorie que j'ai eu quelquefois l'honneur de vous expliquer. lors que vous me propofates il y a quelque temps de trouver l'Equation d'une courbe Geometrique, que vous connoiffiez, par la proprieté que vous me donnates de fa quadrature.

---

[1]) Christiani Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae Fasc. II, p. 123.



$CL = r$
$AF = x$
$FO = y$
$FD = v$
$OK = z = DR$
$KH = u$
$RS = \beta$

Soit C le centre d'un quart de cercle ADSL, dont les lignes AFIG, LPGM ſont tangentes en A et L. La proprieté de la courbe AOHN eſt telle, que d'un de ſes point O tirant la ligne OFD parallele à ML, et par le point D la ligne BDRP égale et parallele a AG, l'eſpace AOF eſt toujours égal au rectangle AP.

$$OFIH = AG \times RS$$

C'eſt-à-dire $y+\frac{1}{2}u$ [2]) $\times z = r\beta$.

Or l'Equation au cercle ADL eſt $x^2 - 2rv + v^2 = 0$.

Donc par ma methode des tangentes[3]) $2xz - 2r\beta + 2v\beta = 0$.

Donc $\beta = \frac{xz}{r-v}$. Or $v = r - \sqrt{r^2 - x^2}$.

Donc $\beta = \frac{xz}{\sqrt{r^2 - x^2}}$.

On trouve donc $zy = \frac{rxz}{\sqrt{r^2 - x^2}}$.

Et par conſequent $y^2 = \frac{r^2x^2}{r^2 - x^2}$. Qui eſt l'Equation à la courbe AOH.

Ce que je vien d'écrire ſuffira Monſieur s'il vous plait pour le preſent, car j'ai l'eſprit encore trop abbatu pour faire une plus longue lettre. Je ſuis

MONSIEUR

Voſtre tres humble et tres obeissant Seruiteur
N. FATIO DE DUILLIER.

Ce 30 Mars 1691. S. V.

Pour Monſieur HUGENS DE ZULICHEM.

---

[2]) Dans le manuscrit le coefficient ½ se trouve biffé.

[3]) La méthode mentionnée dans la Lettre N°. 2465, à la page 169.

N° 2674.

A. DE GRAAFF à CHRISTIAAN HUYGENS.

17 AVRIL 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse au No. 2670.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2679.

MIJN HEER

17 April 1691.

Sende VE hier nevens het kasie, het Loot, 2 pennen en de strik, zoude het eerder gesonden hebben, maar ben seer belemmert geweest met de Exames der Stierlieden, het welk ook oorsaak is geweest dat ik VE Tractatiens, mij laast gesonden, maar even heb ingesien: ik bedank daarvoor VE hartelijk: bij occasie sal ik hen, en voornamelijk het laatste, wat naukeuriger nazien: maar het is beschreven in een taal waarvan ik ganſch onkundig ben; en t'en ware het de Mathesis raakte, ik zoud er geheel niets uit konnen verstaan.

Ik hebbe niet de minste tijding van mijn zoon, noch en verwacht ze ook niet als met de Retourvloot.

Ik zie dat VE memory niet onfeylbaar is, of ik moeste VE qualijk onderricht hebben, dat ik niet kan geloven. 't is niet deze eygenschap waarin Thirnhaus geabuseert is, die VE mij voordraagt, welke ik mede goet bevonden hebbe, maar de eerste, waarin hij wil dat altijt HD ∞ DK zal wezen [1]).

Mijne calculatie heeft mij gegeven de volgende getallen

als EC is 90.0)	DK 50000	en DH 50000,	diff:	0
85.0)	DK 49432	en DH 48000,	diff:	1432
80.0)	DK 47789	en DH 44990,	diff:	2799
70.0)	DK 41943	en DH 38379,	diff:	3564
60.0)	DK 34263	en DH 31880,	diff:	2383
50.0)	DK 26456	en DH 25789,	diff:	667
45.0)	DK 22830	en DH 22904,	diff:	74
40.0)	DK 19466	en DH 20115,	diff:	649
30.0)	DK 13534	en DH 14788,	diff:	1254
20.0)	DK 8509	en DH 7918,	diff:	1209
10.0)	DK 4098	en DH 4820,	diff:	722
5.0)	DK 2030	en DH 2405,	diff:	375
0.0)	DK 0	en DH 0,	diff:	0

Waar uyt blijkt het merkelijk verschil met het geene Thirnhaus daarvan affir-

[1]) Consultez, sur cette erreur de von Tschirnhaus, la pièce N°. 2626.

meert. daar zoude wel eenige misrekening in konnen wezen, alzoo ik het zelfde alleen, en dat maar eens, uytgerekent hebbe: doch het kan niet merkelijk wezen. Ik hebbe ook vaak instuytstraalen getrokken, in een groote en net verdeelde Cirkel, die ik gedrukt hadde, en daarin quam het oogschijnlijk overeen met de voornoemde getallen.

En zoo ik 't wel onthouden hebbe; de autheur gaat deze eygenschap ook voorbij in de Acta van Lypzig [2]), alwaar hij nochtans de andere aantekent en bewijst [3]).

Ik hadde het abuys aan Monsr. Macreel [4]) gecommuniceert, welke zeyde met hem te corresponderen, en ik vertrouwe dat die hem daarvan kennisse zal gegeven hebben.

Ik hebbe voor omtrent 2 jaren eens nagespeurt zijn Regel op de Quadrature der kromlinische figuren [5]): doch kon der niet door komen, omdat ik niet kon vinden de getallen die hij voegt bij i, k, en l.

hij stelt $i \infty ca + 2dx$

$k \infty 2eaa + 3fax + 4gxx$

$l \infty 3ha^3 + 4iaax + 5kaxx + 6lx^3$

naar mijn gissing moesten der andere getallen bijstaan kleender als deze doch omdat de geheele zaak mij duyster bleef, zoo geloof ik dat ik hem niet wel zal gevat hebben: hierom, zoo VE mij dies aangaande eenige onderrichting kon geven, het zoude mij aangenaam zijn.

Zijn Regel op de Tangenten [6]) heb ik gevonden en zijn methode op de wegneming der tussentermen [7]) scheen mij toe dat ik zoude hebben konnen magtig werden; doch ben niet tot de uytrekening gekomen.

Ik hebbe de Hr. Bloquery laten lezen hetgeene UE wegens de horologymaker schrijft: zijn E. geliefde te antwoorden dat aan de Hr. van Dam, in den haag zijnde, zoude geschreven werden om de Rekening te betalen.

Afkortende, verblijve, naar cordiale groeten,

Mijn Heer

Sijn ootmoed.en Dienaar
ABRAHAM DE GRAAFF.

Amsterdam den 17 April 1691.

---

[2]) L'article de 1690, cité dans la note 15 de la pièce N°. 2626, et dans lequel von Tschirnhaus reconnaissant l'erreur commise dans l'article de 1682 remplace sa fausse construction de la catacaustique par la véritable, que probablement il avait empruntée au „Traité de la Lumière" de Huygens.

[3]) Comparez la page 72 de l'article de 1690, où ce théorème est mentionné, mais sans démonstration.

[4]) Dirck Makreel; voir la Lettre N°. 2485, note 3.

[5]) L'article de von Tschirnhaus, cité dans la note 10 de la lettre 2274.

[6]) Voir la Lettre N°. 2274, note 8.

[7]) Voir la Lettre N°. 2274, note 11.

N° 2675.

CHRISTIAAN HUYGENS à P. D. HUET.

18 AVRIL 1691.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Une copie se trouve à la Bibliothèque Nationale de Paris.
La lettre est la réponse au No. 2665.
Elle a été publiée par V. Cousin [1]).

A la Haye, 18 avril 1691.

Il n'y a que peu de jours que j'ai reçu la lettre dont il vous a plu m'honorer quoiqu' écrite du 15 [2]) du mois paffé. En la lifant, je me fuis reproché de m'être laiffé prévenir et de ne vous avoir pas fait mes remerciements lorfque j'ai reçu le préfent de votre Cenfura philofophiæ Cartefianæ, que M. Cuper a eu le foin de me faire tenir de votre part [3]). Je vous prie de croire que je n'ai pas laiffè de reffentir comme je dois, la grâce que vous m'avez toujours faite de me communiquer vos excellentes productions, aux quelles je ne puis comparer les mienes, ***nec numero nec pondere***. Vous avez vu, Monfieur, dans mes deux derniers petits Traitez [4]) que je n'épargne non plus que vous Mr. des Cartes, lors que je trouve fes fentiments

---

[1]) Fragments philosophiques par Victor Cousin Troisième Edition Ladrange, libraire Quai des Augustins, N°. 19, 1838, 2 Vol. in-8°. au Tome II, page 220. Dans notre texte nous suivons la leçon de la minute, différente de celle de Cousin, dont l'orthographe diffère sensiblement de celle de Huygens.

M. V. Delisle, administrateur de la bibliothèque nationale de Paris, a eu l'obligeance de nous renseigner sur l'origine du texte de Cousin. La lettre originale a fait partie de la collection Libri. La majeure partie du fonds Libri a été achetée par le gouvernement italien et déposée à la bibliothèque Laurentienne de Florence. Voir l'ouvrage:

„Catalogue des manuscrits des Fonds Libri et Barrois par Léopold Delisle membre de l'Institut administrateur général de la Bibliothèque nationale Paris H. Champion, Libraire 9, Quai Voltaire 1888. in-8°. page 156.

Malheureusement, d'après une communication de M. le docteur Guido Biagi, bibliothécaire en chef, notre Lettre N°. 2675 ne se trouve pas à la Mediceo-Laurenziana. Cousin paraît s'être servi, pour sa publication, d'une copie faite par Léchaudé d'Anisy qui, avec l'académicien Campenon, avait projeté une publication des lettres les plus importantes de la correspondance de Huet. Le texte de Cousin et celui de la copie de Léchaudé d'Anisy sont à très peu près identiques. Ils diffèrent en quelques endroits de celui de la minute et généralement par l'orthographe.

[2]) Lisez: 12.

[3]) Voir la Lettre N°. 2553.

[4]) Le „Traité de la Lumière" et le „Discours de la Cause de la Pesanteur".

peu veritables [5]): que ſi en eſſayant d'en ſubſtituer quelques autres à leur place, je n'ai pas tout à fait mal reuſſi ſelon votre jugement, j'ai ſans doute de quoi être ſatisfait de mon travail. Vos Quæſtiones Alnetanæ [6]) m'ont été prêtees par M. de Beauval, auteur de l'Hiſtoire des ouvrages des Scavants, où j'ai admiré votre infinie erudition et la manière agreable de votre dialogue. Quant à la matière, elle eſt d'une diſcuſſion tres difficile, et il n'eſt pas permis de la traiter en toute libertè. Autrement je crois qu'on pourroit mettre entierement d'accord la Raiſon et la Foi *et ſoutenir ſano ſenſu, nihil adverſus rationem valere debere auctoritatem fidei, cum Rationem fidei reddi poſſe neceſſe ſit* [7]). Je n'ai pu avoir votre livre que pour deux jours, et ſerai fort aiſe de le poſſeder en propre, ſi cela ſe peut. Je ne vois pas encore quand l'interruption du commerce pourra finir; mais j'eſpère d'indiquer ſous peu une voie à Mr. de la Hire par laquelle il me puiſſe faire tenir quelques traités de l'Academie des Sciences, qu'on a imprimez l'annee dernière; de ſorte que ſi vous avez la bonte, Monſieur, de lui envoyer un exemplaire pour moy de ce livre et de ceux que vous pouvez encore avoir publiez outre les 2 que j'ay mentionnez vous m'obligerez extrêmement, et je pourray du moins me promettre que je les auray enſemble avec les autres.

Je ſuis avec beaucoup de reſpect
HUGENS DE ZULICHEM.

5) Cousin a: véridiques.
6) Voir la Lettre N°. 2677, note 12.
7) Les mots que nous imprimons en italiques manquent chez Cousin, ainsi que dans la copie de Léchaudé d'Anisy. Toutefois, puisque Huet, dans sa réponse du 16 septembre 1691, cite textuellement la proposition de Huygens, il est certain qu'elle a fait partie de la lettre envoyée par Huygens.

N° 2676.

G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.

20 avril 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]) et par C. I. Gerhardt[2]).
Elle est la réponse au No. 266[illegible].
Chr. Huygens y répondit par le No. [illegible].

A Hanover ce $\frac{10}{20}$ d'Avril 1691.

Monsieur

Je suis bien aise que ma solution de vos problemes vous a satisfait. Vous doutés de ce que j'avois dit, qu'il y a plusieurs lignes qui puissent donner la soustangente $yy \,|\, \overline{aa - xx} : ax$, et meme cela vous paroist impossible. En voicy pourtant une, dont l'equation est $xx = 2yy - \frac{1}{aa} y^4 - 3aa$ [3]). Et tant que yy sera moindre que aa, la valeur de la soustangente sera affirmative[4]), et donnera $yy \,|\, \overline{aa - xx} : ax$, mais lorsque yy deviendra plus grande que aa, alors $yy \,|\, \overline{aa - xx} : ax$ sera une grandeur negative ou moindre que rien, et doit estre prise en sens contraire. Pour ce qui est de $aaxx = x^4 - y^4$, que je vous avois envoyée[5]), je voy que dans mes brouillons il y a $aaxx = x^4 - \frac{y^4}{2}$, c'est à dire $2aaxx = 2x^4 - y^4$, à quoy je n'avois pas pris garde en vous écrivant. Il est vray qu'alors $yy \,|\, \overline{aa - xx} : ax$ devient une grandeur negative[6]), mais j'ay déja marqué que cela n'empeche point qu'elle ne satisfasse. [illegible] sur la premiere, marquée dans la lettre passée.

Vostre construction de la ligne qui donne l [illegible] à cause de sa simplicité. Considerés s'il vous plaist, Monsieur, [illegible] des deux portions égales de parabole sur une meme base, Monsieur Newton pour soutenir

---

1) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae. Fasc. I, p. [illegible]
2) Leibnizens Mathematische Schriften, I. 2, ed. Briefwechsel, p. [illegible]
3) Voir la Lettre N°. [illegible], note [illegible]. La solution particulière indiquée [illegible] $C = 2aa$.
4) C'est-à-dire pour le point [illegible] $ax = [illegible]$
5) Voir la Lettre N°. [illegible].
6) Puisque $ax = [illegible] = - \frac{[illegible]}{2aax}$

l'impoſſibilité de la quadrature des ovales ne pourroit repondre, qu'une telle ovale ſeroit fauſſe et non pas compoſée d'une même ligne recourante, comme il ſemble que ſon raiſonnement demande, puis qu'une parabole continuée ne tombe pas dans l'autre. Mais voſtre ligne qui fait 8 eſt veritablement recourante, et ſon raiſonnement y eſt applicable [7]), quoy qu'elle n'ait pas juſtement la forme d'une ovale, et ſelon luy, elle ne devroit pas eſtre generalement quadrable. Il ſeroit bon de conſiderer ſon raiſonnement en luy même, pour voir où giſt le manquement.

Quant au cercle et à l'ellipſe, l'impoſſibilité de leur quadrature generale eſt aſſez demonſtrée, mais je n'ay pas encore vû qu'on aye donné aucune demonſtration pour prouver, que le cercle entier, ou quelque portion determinée n'eſt pas quadrable.

Je n'auois pas fait attention à l'endroit de voſtre precedente, où vous aviés parlé des calculs ſur la reſiſtence du milieu. Mais quand j'y aurois pris garde je n'eſtois pas en eſtat d'entrer aſſés là dedans, eſtant extremement diſtrait, et occupé à des matieres qui en ſont trop eloignées et pour les quelles je ſuis extremement preſſé. Et le plus grand mal eſt, que je commence à auoir les yeux incommodés.

C'eſt la meme raiſon qui m'a fait tant tarder à mettre au net, ce que j'ay ſur la ligne de la chaine. Monſieur Bernoulli a déja envoyé ſa ſolution à Meſſieurs de Leipzig, qui en ont averti le public, quoy qu'ils n'ayent pas encor mis ſa ſolution dans les Actes. Ils m'en ont averti auſſi, et je leur ay écrit que vous en aviés auſſi la ſolution, et que je ſcaurois de vous ſi vous la voudriés envoyer pour eſtre publiée dans leur Actes avec les autres [8]). Comme je n'écris pas immediatement à Mr. Bernoulli et que d'ailleurs il eſt à couuert de tout ſoubçon, ayant deja envoyé ſa ſolution, je ne croy pas qu'il ſoit neceſſaire de luy envoyer un chifre. Et comme le terme eſt expiré en effect parce que j'auois promis ſeulement d'attendre juſqu'à la fin de l'année précédente Meſſieurs de Leipzig m'ont ſommé d'envoyer ce que j'ay ſur ce probleme pour ne pas trop retarder l'edition de ce que Mr. Bernoulli leur a envoyé. C'eſt donc ce que je dois faire bien-toſt. Et il depend de vous, Monſieur, comment vous en voudrés uſer. En cas que vous vouluſſiés l'envoyer à Meſſieurs de Leipzig, il n'y a pas lieu de douter qu'ils en uſent fidelement, comme je croy qu'ils ont fait à l'egard de celle de Mr. Bernoulli, dont je n'ay rien vû, et j'aurois eſté faché de la voir, pour les raiſons que vous avés marquées.

Je croy qu'il ſera bien difficile de trouuer la regle de la declinaiſon de l'aimant, mais je ne voy pas pourquoy vous jugés qu'il n'y en a point, ſi ce n'eſt qu'on y trouve *des ſauts*, c'eſt a dire qu'il y ait une grande difference de declinaiſon entre

---

[7]) Voir toutefois la remarque de la Lettre N°. 2667, note 5, page 57. Le Lemme de Newton nous semble vrai si l'on écarte les cas de discontinuité.

[8]) Voir la Lettre N°. 2664, note 12.

des lieux ou des temps, dont la difference n'eſt pas grande. Je ſouhaitte d'apprendre ſi les obſervations ont fait voir cela.

On auoit publié en Angleterre un petit liure ſur le reſſort, qui eſt je crois de Mr. Hook [9]), mais il me ſemble, que j'y trouvay quelque difficulté. Je vous ſupplie de me dire quelles ſont les experiences que vous dites d'avoir eſté faites ſur cette matiere. Je m'etonne de ne vous avoir pas dit, que j'ay admiré voſtre explication de la refraction, puis que je l'ay écrit à d'autres [10]). M. Meier Theologien de Breme, eſt fort ſcavant et fort honnete, et qui fait gloire d'auoir receu des faveurs de feu Monſieur voſtre pere. Je crois que Mons. voſtre frere fait touſjours la charge de ſecretaire d'Eſtat auprès du Roy de la grande Bretagne, comme auprès du Prince d'Orange. Ainſi il doit eſtre bien occupé. C'eſt pourquoy je ne ſcay, ſi ce ſeroit une demande civile, de vous ſupplier de voir ſi par ſa faveur on pourroit diſpoſer quelque ſçavant Anglois verſé dans les Manuſcrits et Chartres et ayant accés aux Archives, de nous fournir quelques diplomes ou particularités non vulgaires concernant Henry Duc de Saxe [11]) (de la maiſon de Bronſuic) gendre de Henry II [12]), Roi d'Angleterre, et touchant les enfans de ce Duc parmy les qu'els eſtoit Otton [13]) Duc de York et Comte du Poictou, depuis Empereur IVe de ce nom. En tout cas j'eſpere que par voſtre interceſſion il aura la bonté de me pardonner cette liberté et d'agreer mes reſpects à voſtre exemple. Je ſuis

MONSIEUR

Voſtre treſhumble et treſobeiſſant ſerviteur
LEIBNIZ.

9) L'ouvrage cité dans la pièce N°. 2067, note 24.
10) Entre autres à Magliabecchi; voir la Lettre N°. 2628, note 5.
11) Heinrich der Löwe (Henri le Lion), duc de Saxe, né en 1129 à Ravensburg et mort à Braunschweig le 6 août 1195. Il épousa, en secondes noces, Maud, fille de Henry II d'Angleterre. En 1874 on inaugura à Braunschweig sa statue.
12) Henry II, roi d'Angleterre, né au Mans en mars 1133, mort à Colombières le 6 juillet 1189.
13) Otto IV, né à Argentan en 1174, deuxième fils de Henri le Lion, fut empereur de 1198 à 1215. Il mourut à Hartzburg en 1218.

N° 2677.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

21 AVRIL 1691.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]) et par C. I. Gerhardt [2]).
Elle fait suite au No. 2667 et s'est croisée avec le No. 2676.
Leibniz y répondit par le No. 2682.

A la Haye 21 Avril 1691.

MONSIEUR

N'ayant pas eu jufqu'icy de refponfe à ma lettre du 26. du mois paffè [3]), que je vous adreffay par la voie de Mr. Meyer [4]), j'efcris celle cy pour fcavoir fi elle vous a eftè rendue, ou fi peut eftre cette entremife aura moins bien reuffi que la voie direćte de la pofte dont je me fuis fervi auparavant. J'efpere du moins que ce n'eft pas voftre indifpofition qui eft caufe de ce retardement, car j'en ferois incomparablement plus fachè que de la perte de ma lettre. J'y repondis à tous les articles de la voftre du $\frac{20}{30}$ Fevrier. Je vous remontray la neceffitè du chifre pour pouuoir connoitre ce qu'un chacun auroit trouvè au fujet du Probleme de Mr. Bernoulli, et j'adjoutay mon chifre fecond, contenant quelque chofe de plus que le premier; auquel fecond je m'apperçus incontinent apres, que j'avois laiffè gliffer deux fautes, l'une au nombre 5, qui finit par *r c i v a c c e c d*, où au lieu des lettres *r c i v* il ne faut que *a* [5]). L'autre à l'article premier, qui n'eft pas nombrè, où j'avois oubliè d'adjouter à la fin ces lettres *d a i f e c p* [6]). Ce n'eftoit icy qu'une omiffion, et l'autre un abus d'avoir pris une lettre pour une autre au calcul Algebraique. Et je corrigeay l'un et l'autre dans un pareil chrifre que j'envoyay le jour d'apres à un autre de mes amis [7]). J'y ay encore adjoutè depuis à la fin ce que contienent ces lettres *v d d c g a a i p c p* [8]), et fi je voulois refver d'avantage à cette queftion, j'y ferois peut-eftre encore de nouvelles decouvertes, ne pouvant pas m'affurer qu'il n'y ait plus rien à trouver.

---

1) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 80.
2) Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. II, p. 88, et Briefwechsel, p. 646.
3) Voir la Lettre N°. 2667.
4) Voir la Lettre N°. 2666.
5) Voir aussi la pièce N°. 2668, notes 21 et 22.
6) Voir aussi la pièce N°. 2668, c'est-à-dire la 1e partie avec la note 6.
7) A Basnage de Beauval, par une lettre que nous ne connaissons pas. Voir la note 5 de la pièce N°. 2668.
8) Voir, sur la signification de ces lettres, la phrase entre parenthèses qui se trouve dans la IIe partie de la pièce N°. 2668

Mr. Fatio eſt encore icy, et m'a communiquè [9]) ſa methode au Probleme des Tangentes renverſè, à la quelle il adjoute de jour en jour quelque choſe à l'occaſion des difficultez et des doutes que je luy propoſe. Cette ſpeculation à une grande etendue et nous fournira encore pour longtemps matiere d'exercice. Il faudra voir s'il y aura moien de demeſler cette partie où il y a des racines compoſées à la ſoutangente donnée, où vous m'avez fait voir que vous eſtes bien avancè, et qui me paroit la plus conſiderable. Mais la quantitè d'autres points qu'il y a à reſoudre, nous a empeſchè juſqu'icy d'entreprendre cette recherche [10]).

Je ne ſcay, Monſieur, ſi vous avez vu la Theorie de la Peſanteur de M. Varignon [11])

---

[9]) Outre la page citée dans la note 5 de la Lettre N°. 2672, on en rencontre dans le livre G des Adversaria encore d'autres, qui contiennent des recherches sur la méthode de Fatio et où parfois les écritures de Fatio et de Huygens sont entremêlées. Sur une de ces pages (106 verso) Huygens différentie l'équation $xy^2 - a^2y + x^3 = 0$ et „déguise" ensuite l'équation: $y^2dx + 3x^2dx + 2xydy - a^2dy = 0$, qui en résulte, par deux substitutions successives, empruntées à l'équation originale, comme il suit:

$$y^2dx + 3x^2dx + 2\left(\frac{a^2y - x^3}{y}\right)dy - a^2dy = 0,$$

$$y^3dx + 3x^2ydx + a^2ydy - 2x^3dy = 0,$$

$$y^3dx + 3x^2ydx + a^2\left(\frac{a^2y - x^3}{xy}\right)dy - 2x^3dy = 0.$$

De cette manière il obtient l'équation différentielle:

$$xy^4dx + 3x^3y^2dx + a^4ydy - a^2x^3dy - 2x^4ydy = 0,$$

à laquelle satisfait toujours la courbe $xy^2 - a^2y + x^3 = 0$; mais qui se montre intraitable par la méthode de Fatio, ce qui doit avoir convaincu celui-ci que, contrairement à l'opinion qu'il avait émise dans la lettre N°. 2465, la non-réussite de sa méthode ne prouvait pas la non-existence d'une solution particulière purement algébrique.

Il est évident d'ailleurs que les équations différentielles, obtenues par ces „déguisements", loin d'être équivalentes à celle dont on est parti, n'ont rien de commun avec elle, excepté la seule solution dont les substitutions ont été déduites.

[10]) En effet, les pages, mentionnées dans la note précédente, ne contiennent aucune recherche de cette nature.

[11]) Voir l'ouvrage cité dans la note 3 de la Lettre N°. 2616.

Dans ces „Conjectures" Varignon attribue la pesanteur des corps placés près de la surface de la Terre au choc des particules de l'air environnant, qui, animées d'une très grande vitesse, — ce qui constitue *la fluidité de l'air*, — sollicitent un corps imperméable en tous sens avec la même force, tant que les colonnes d'air, dont les particules transmettent le choc dans chaque direction, sont d'égale longueur. Comme la proximité de la surface de la terre rend plus courtes les colonnes d'air qui donnent des impulsions de bas en haut, la résultante des chocs doit, d'après lui, fournir la force qu'on appelle la Pesanteur.

qui ne me ſatisfoit point du tout. Item les *Quaeſtiones Alnetanae* [12]) de Mr. Huet Eveſque d'Avranches, où il y a beaucoup d'erudition, et non pas tout à fait autant de ſoliditè de raiſonnement [13]). Il traite *de ſtatuendis limitibus Rationis et Fidei.* matiere, comme vous ſcavez, tres difficile. Je vous ſupplie de faire reſponſe à celle cy et de me croire inviolablement etc.

P.S. Je n'ay remarquè que depuis fort peu le Paralogiſme de Mr. de Tſchirnhaus, là où il propoſe, dans les Acta de l'an 1682 ſa fauſſe conſtruction de la courbe par reflexion du miroir concave [14]). Il paroit clairement qu'en ce temps là il ne connoiſſoit pas encore cette ligne, ni la maniere generale, dont il s'y vante, pour determiner ces lignes dans d'autres figures, et il eſt fort vraiſemblable qu'il n'a appris la veritable conſtruction que par ce que j'en ay donnè dans mon Traite de la Lumiere.

---

[12]) Petri Danielis Huetii, Episcopi Abrincensis Designati Alnetanae Quaestiones de Concordia Rationis & Fidei. Cadomi. 1690. in-4°.

[13]) Au sujet du livre de Huet on trouve noté, sous la date du 14 avril 1691, dans le livre G des Adversaria de Huygens, page 130 verso, ce qui suit:

„Ad Alnetanas quaestiones Petri Dan. Huetij. Episcopi Abrincensis designati de Avranches. Quantum magis fidei quam Rationi tribuendum sit, probat praecipue ex sacris literis et Patrum doctrina. Credo quia ratione agendum non putavit, cui derogatum ibat.

Postquam pag. 53, validissimas objectiones contra dominatum fidei attulisset, subjungit pag. 54 non esse sibi propositum fidei necessitatem, auctoritatem, utilitatem argumentis demonstrare. Factum id abunde ab aliis esse, imprimis ab Augustino. Nunc id se quaerere quantum adversus rationem valere debeat Fidei auctoritas.

Libro 2°. comparat dogmata Christianorum et Ethnicorum, eorumque consensum ostendit. Quoque minus absurda esse quae Christiani credunt ab Ethnicis objici possit, aeque absona ab ipsis credita retorquet, quo an multum juvet Religionem Christianiam merito dubitari potest.

Libro 3°. Praecepta Religionis Christae consentire ostendit cum praeceptis Philosophorum ac virorum sapientissimorum ex Gentilibus, neque haec istis justitia aut sanctitate inferiora fuisse.

Hujus libri Cap. 6. Cultum idolorum proscribit et traducit, nulla addita mitigatione in gratiam religionis Romanae."

[14]) Voir la pièce N°. 2626, datée du 7 avril 1691.

N° 2678.

G. Meyer à Christiaan Huygens.

23 avril 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse au No. 2666.

Amplissime Vir

Quemadmodum humanissime Tuae literae mirum me in modum affecerunt; ita, quod partium mearum erat, quas incluseras, quaeque Celeb: Leibnitium adtingebant, eas primis Hannoveram ferendas tabellariis commendavi. Nec defuit ille reddendis responsoriis [1]), quas ecce praesentibus Tibi exhibitas. Gratulor mihi interea, quod in numero aliquo apud Tanti Nominis Viros collocer, nec meam illi mentis sententiam animis usquequaque adversis accipiant. Possum enim affirmare, cum ab ineunte juventute Mathematicis dedicatus usque fuerim studiis, atque ea fine Algebrae, quam appellamus, novae excutiendis et imbibendis mysteriis apud Batavos vestros Lugduni facem praeferente Domino Craanio [2]) me impenderim, tum fatis ita dispensantibus invitum dolentemque ab eruditis istis studiis retractum fuisse. Quid vero tum temporum egerint, qui se Carthesianos vocitant, ut in utramque segnitiei aurem dormiverint, ut parum promovendae atque a Magno des Cartes telae coeptae pertexendae soliciti fuerint, ut alendis fovendisque formidulosis sectis partibusque sese occupaverint, atque extra oleas lati nihil minus, quam ea, ad quaè vocati erant, munia obierint, juxta cum sacrorum istorum maximè consciis, ipso egomet usu edoctus sum. Ita omnis mea ad recondita ista studia adhibita diligentia fere irrita atque inanis reddita est, actumque fuit de centum Imperialibus in minerval, tanti enim docebatur, effusis, quibus nihil adeo redemptum a me aliud est, quam nescio quae qualiumve chartarum Algebraicis notis consignatarum communicatio et confusa quaedam principiorum, si ita dici ea potest, idea. Sic denique effectum est, ut multo non invento relinquerentur pignori putamina. Verum enim, nolo, Vir Illustris, Tua studia hoc verborum ambitu et praeteriti temporis injuriis recensendis morari. Doleo interea ut cum maximè afflictam Reip. literariae vicem: aut enim parum prospicio, aut mancipes isti Praeceptores discipuli, turba verè famularis quam Nob. des Cartes viam ad reducta veritatis mysteria commonstravit pigritie sua

[1]) La Lettre N°. 2676.
[2]) Theodorus Craanen; voir la Lettre N°. 346, note 1.

atque prono in promifcua obfequia animo obftruent atque evertent. Quid in Cl. Huetium Schwelingius[3]) noftras fectae defenfioni commentatus fit noviffime, forte Tibi infpectum erit, fin minus, faxo ut per navitam libelli copia fiat. Haec nunc fuperfunt, quae Te quafita, Vir Celeb: volui, primum ecquis Do *Fenius* patritius nofter et ex primipilaribus des Cartes difcipulis Tibi auditus aliquando fit? deinde, Tibine ejus indolis atque ingenii cenfeatur des Cartes philofophia, ut ea promifcuae in Scholis plebi publicis privatifque doctrinis inftilletur? denique an ab haerefis nota vindicare eam Philofophi Schwelingii Sententiam poffis, qua ille thefibus faepe fuis ignorantiae vefaniaeque mentis incupat quae des Cartes abfque Mathefeos notitia, eft n[empe] in eo ftudio verè *ἀναλφάβητος*, intelligi atque doceri neutiquam poffe, confentiunt. Vale, Vir Nobiliffime, et me inter ftudiis voluntatibufque Tuis deditiffimos ufque numera

Dabam Bremae, d $\frac{13}{23}$ Aprilis.

A. aerae Chr. cIↃIↃCXCI.

GERARDUM MEIERUM.

A Monfieur
Monfieur CHRISTIAN HüGENS Segneur DE ZULICHEM
franco tot Amfterdam
A la Haye.

---

[3]) Johann Eberhard Schweling ou Sweling, né le 27 septembre 1645 à Bremen, étudia successivement dans sa ville natale, à Leiden, Heidelberg et Franeker, devint en 1670 professeur ordinaire de physique à Bremen, en 1674 docteur en droit à Franeker, en 1678 professeur en droit à Bremen, et échangea encore, et 1691, cette charge contre celle de professeur de philosophie pratique universelle. Il mourut le 6 octobre 1714.

On a de lui plusieurs écrits philosophiques, parmi lesquels les: Johannis Eberhardi Exercitationes Cathedrariae in P. D. Huetii Episcopi Suessionensis Philosophiae Carthesianae. Bremae typis Herm. Braueri, 1690, in-8°.

N° 2679.

CHRISTIAAN HUYGENS à A. DE GRAAFF.

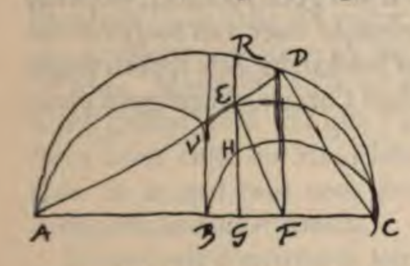
[AVRIL 1691].

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2674.

Mijn Heer DE GRAEFF.

VE ſchrijven te ſaemen met het kaſſie en loot ſijn aen mij deſen morgen wel beſtelt. Oock hebbe verſtaen dat de Horologiemaecker van wegen de Heeren Bewinthebbers ſijn Rekeningh betaelt is, apparentelijck ingevolgh van VE vermaningh aen de Hr. van de Bloquery, waer van ick VE bedancke.

Weynighe uren nae dat ick aen VE geſchreven hadde [1]), ſoo quam mij te vooren de plaets in de Acta van Leipſick van 't jaer 1682, daer Tſchirnhaus de valſche conſtructie geeft van de kromme linie door Reflexie van de holle ſpheriſche ſpiegel gemaeckt, die ick te vooren noijt geëxamineert en hadde. Maer denckende dat hier miſſchien de miſſlagh ſitten ſoude daar VE mij van geſproocken hadde doch niet particulier aengeweſen, ſoo gingh ick dit onderſoecken [2]) in een geval alleen 't welcke geen langhe rekeningh van noden heeft, te weten als in den halven circel ADC, wiens center B, den boogh CD van 60 gr. is, ſijnde FD de invallende ſtrael. hier getrocken hebbende DA en nemende daer in DE ſijn vierdepart, ſoo is E een der waere punten in de kromme VEC. door 't welck treckende REG rechthoekigh op AC, en ſnijdende de halve circelboogh BHC, uyt F beſchreven in H, ſoo moſten volgens Tſchirnhaus eerſte conſtructie RE, EH gelijck ſijn.



doch het blijckt dat FG hier is ∞ $^1/_4$ AF, en FB ∞ $^1/_3$ AF, daerom BG ∞ $^1/_{12}$ AF ofte $^1/_8$ AB. En het ▭ CGA, tot het ▭ CGB gelijck 9 tot 1, en ſoo mede het qu. van RG tot het qu. van HG, dat is RG tot HG als 3 tot 1, en bijgevolgh moeſten GH, HE, ER malkander gelijk zijn. Voorts treckende DC, EF ſoo ſijn die evenwijdigh, en daerom den hoeck AEF recht: en het quadr. van EG gelijck aen den ▭ AGF, maer het qu. EG is ∞ $^4/_9$ van 't qu. RG, dewijl het qu. HG was gelijck $^1/_9$ van 't ſelve qu. RG. Ergo het

[1]) Voir la Lettre N°. 2670.
[2]) Voir la pièce N°. 2626, note 10.

▭ AGF oock ∞ 4/9 van 't qu. RG of 4/9 van ▭ AGC. Ergo GF tot GC gelijck 4 tot 9. maer GF is tot GC gelijck 3 tot 7, dewijl BG was ∞ 1/8 BC, soo is dan 4 tot 9 gelijck 3 tot 7; en 28 gelijck 27, daerom Mr. Tschirnhaus constructie vals, die apparentelijck alleen op de afmeting van de passer gegrond was. Het is aenmerckens weerdigh dat als hij A°. 1682 in de Acta van Leipsich voorgaf een generale methode te hebben om sulck slagh van kromme liniën uyt reflexie voortkomende door puncten uijt te vinden, en tot een proef daer van bijbracht dese valsche constructie, dat hij alsdoen noch dese kromme niet en kende, noch oock de voorn. generale methode. En ick geloof vastelijck dat hij sijn misslagh eerst gewaer geworden is nae dat hij de rechte Constructie in mijn Tractaet de la Lumiere gesien heeft, welcke hij terstont als door hem gevonden in de Acta van febr. 1690 heeft doen stellen[3]) als oock dat dese kromme een Cycloide is, 't welck VE mede in mijn tractaet sult vinden, waer uyt lichtelijck volght dat se oock door het ontwinden van een gelijckformighe linie kan beschreven worden 't welck hij in de Acta van Apr. 1690 seer breedt heeft doen infereren alhoewel overlangh bekent[4]).

'T geen hij aengaende het vinden der quadraturen uytgegeven heeft en is niet geschreven om verstaen te worden en ick heb reden van te gelooven dat hij hier op soo generalen regel niet en heeft als hij derft seggen. 'T waer anders een seer nutte vondt en ick ben noch tegenwoordigh besigh om er toe te geraecken. de weghneming van de tusschen termen der equatien is van geen voordeel, loopende soo hoogh dat den Autheur selfs noit eenigh exempel daer van heeft konnen geven dat verder gaet als de regel van Cardanus en hoe kan hij dese termen weghnemen selfs in de cubische equatien in het geval daer Cardanus regel geen plaats heeft.

3) Voir la Lettre N°. 2674, note 2.
4) Voir la pièce N°. 2626, note 19.

N° 2680.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

5 MAI 1691.

La minute, publiée par P. J. Uylenbroek[1]*), se trouve à Leiden, coll. Huygens.*
La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.
Elle a été publiée par C. I. Gerhard[2]*).*
La lettre est la réponse au No. 2676.
G. W. Leibniz y répondit par le No. 2682.

A la Haye ce 5 Maj. 1691.

J'ay reconnu qu'il eſt vray ce que vous me mandez de vos courbes qui ſatisfont a la meſme conſtruction de ſoutangente, et je tombe d'accord que la choſe eſt poſſible. Je devois bien avoir remarquè qu'il y a du moins trois courbes qui ſatisfont a une ſoutangente ſans racine, ſçavoir une ſans quantitè connue, une autre avec une telle quantitè affirmative et la troiſieme avec une negative. Mais comme vous vous eſtes ſervi du mot de pluſieurs, il ſemble que ce nombre de trois courbes ne vous borne point, du moins dans les ſoutangentes avec racine. Mr. Fatio au reſte, voiant combien le probleme renverſè des Tangentes eſt important dans ce cas où il y entre des racines compoſées dans la ſoutangente donnée, et y aiant, comme je crois, trouvè plus de difficultè qu'il n'avoit penſè, veut bien que l'echange[3]) ſe faſſe de voſtre methode en cela, contre la ſiene, dont il a reſolu mes problemes des ſoutangentes et pluſieurs autres, ainſi que vous l'aviez ſouhaitè, de ſorte, Monſieur, qu'il ne tiendra qu'a vous que le traitè s'execute, duquel je ſeray garand, et ſi toſt que j'auray receu l'expoſition de voſtre methode, je vous feray avoir celle de Mr. Fatio, qui en veritè eſt tres belle. Je vous prie d'eſtre clair en ce que vous nous donnerez, et de ne pas ſuppoſer que nous entendions voſtre *calculus differentialis.*

Je vous prie d'envoier la lettre cy jointe[4]) à Meſſieurs les autheurs des *Acta* de Leipſich. Elle contient le reſultat de mes meditations ſur la Chaine, et je vous l'envoie fermée expres, croiant que vous ne voudriez pas voir mes decouvertes devant que d'avoir envoiè les voſtres, ainſi que vous l'avez teſmoignè a l'egard de celles de Mr. Bernoully, que ſi vous les avez deſia envoiées, vous verrez les mienes

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 86. Quoique la rédaction de cette minute diffère en quelques points de celle de la Lettre elle-même, elle ne contient rien qui ne se retrouve dans cette dernière, à l'exception de la phrase que nous reproduisons dans la dernière note.

[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 92, et Briefwechsel p. 649.

[3]) Consultez sur cet échange, proposé par Leibniz, les Lettres Nos. 2664 et 2667.

[4]) Voir la pièce N°. 2681.

dans peu avec toutes les autres. Je ne crois pas, en confiderant ce que vous m'avez mandè cy devant, que j'aye rien trouvè touchant ce probleme que vous n'ayez de mefme.

Je ne vois pas qu'on puiffe accorder fa propofition pag. 105 à Mr. Newton, parceque ne confiderant aucunement la nature de ce qu'il appelle Ovale, mais feulement que c'eft une ligne fermée tout au tour, il n'exclud pas mefme le quarrè ou le triangle.

J'ay vu autrefois le traitè de Hooke touchant le reffort, et j'y ay remarquè quelque paralogifme, que je pourrois trouver parmi mes papiers [5]). L'experience principale qu'on a faite eft que lors que les forces, dont un Reffort eft comprimè, font accrues d'acceffions egales, auffi les efpaces de fon etendue diminuent egalement. Ce que l'on voit bien precifement obfervè quand les compreffions font legeres, et ne violentent pas le reffort jufqu'au bout. Mais dans le reffort de l'air la proportion reuffit toufjours parfaitement, dont il y a des experiences dans les livres de Mr. Boyle [6]).

Pour ce qui eft de la declinaifon de l'aiguille aimantée, ce qui me perfuade plus qu'autre chofe qu'on n'y fçaurait trouver de regle, c'eft que je fçay qu'il y en a eu qui s'en font enquis par beaucoup d'experiences, efperant de parvenir par ce moien au fecret des Longitudes, mais fans fucces.

J'ay efcrit a mon frere en Angleterre [7]) touchant la recherche des Archives que vous demandez, quoyque je doute s'il trouvera des gens qui s'en veuillent donner la peine parmy cette nation affez pareffeufe.

Je fuis extremement fafchè de voftre incommoditè aux yeux [8]), qui fait que je vous demande avec fcrupule la refponfe a cellecy, et cependant je feray fort aife d'apprendre fi vous demeurez d'accord du trocq que je vous ay propofè. Je fuis de tout mon coeur etc.

---

5) Nous n'avons pas réussi à retrouver ce manuscrit.
6) Dans l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 863, note 9.
7) Nous ne connaissons pas cette lettre.
8) La minute ajoute: „Que j'ay fenti depuis hier quelque douleur à l'un des miens".

N° 2681.

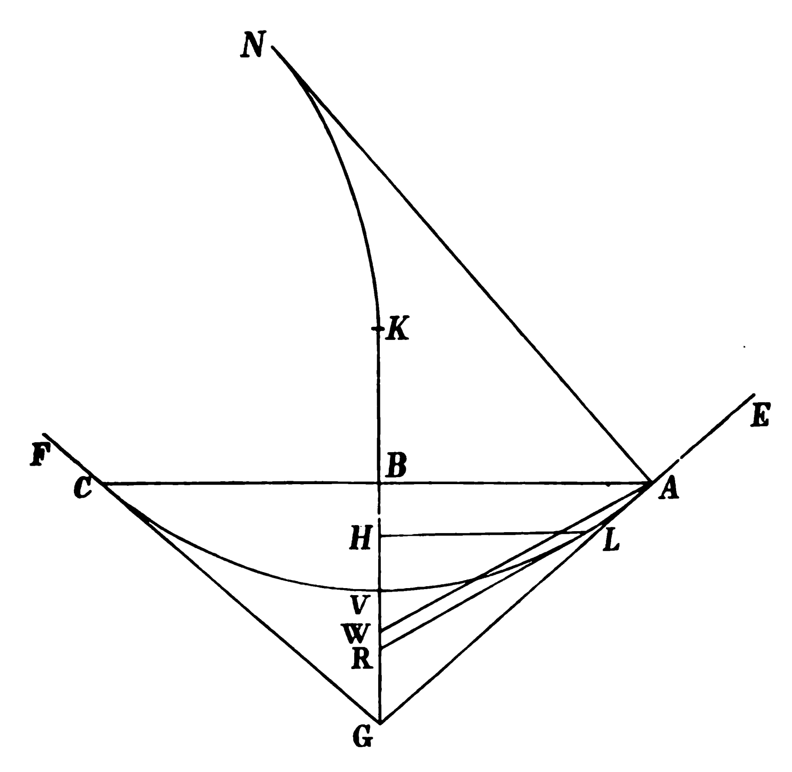
CHRISTIAAN HUYGENS aux éditeurs des Acta Eruditorum.

Appendice au No. 2680.

5 MAI 1691.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La pièce a été publiée dans les Acta Eruditorum [1]).

*) Clarissimis et Eruditione conspicuis Viris Actorum Eruditorum auctoribus Lipsiae.



Si Catena CVA suspensa sit ex filis FC, EA utrinque annexis, ac gravitate carentibus, ita ut capita C & A sint pari altitudine, deturque angulus inclina-

[1]) Dans la livraison de juin 1691, page 281, à l'exception toutefois du dernier alinéa, et avec le titre: Christianii Hugenii, Dynastae in Zülechem, Solutio ejusdem problematis.
La pièce y fait suite à la „Solutio problematis funicularii, exhibita a Iohanne Bernoulli, Basil. Med. Cand. et à l'article: „De linea in quam flexile se pondere proprio curvat, ejusque

tionis filorum productorum CGA, & catenae totius positus, cujus vertex sit V, axis VB.

1. Licebit hinc invenire tangentem in dato catenae puncto [2]). Veluti si punctum datum sit L, unde ducta applicata LH dividat aequaliter axem BV. Jam si angulus CGA sit gr. 60. erit inclinanda a puncto A ad axem recta AW, aequalis $\frac{3}{2}$ AB, cui ducta parallela LR, tanget curvam in puncto L. Item si latera GB, BA, AG sint partium 3, 4, 5, erit AW ponenda partium $4\frac{1}{2}$.

2. Invenitur porro & recta linea catenae aequalis vel datae cuilibet ejus portioni [3]).

Semper enim dato angulo CGA, data erit ratio axis BV ad curvam VA.

Velut si latera GB, BA, AG sint ut 3, 4, 5, erit curva VA tripla axis VB.

3. Item definitur radius curvitatis in vertice V, hoc est semidiameter circuli maximi qui per verticem hunc descriptus totus intra curvam cadat [4]). Nam si

---

usu insigni ad inveniendas quotcunque medias proportionales et Logarithmos. Auctore G. G. L.".

Ces trois solutions sont précédées de l'avertissement suivant:

Solutiones Problematis A. J. B.
in Actis A. 1690. p. 219 propositi.

„Benevolus Lector haud gravate recordabitur Problematis a Clarissimo Basileensium Professore *Jacobo Bernoulli*, *Actorum anno* 1690, *mense Majo p.* 219, propositi. Hujus solutionem, methodo sua impetratam, si ante anni exitum nemo solutum a se Problema significaverit, se publicaturum *ejusdem anni mense Julio p.* 360, pollicitus est *celeberrimus G. G. L.* Solvit vero illud, solutionemque nobis communicavit praeterito mense Decembri proponentis *Frater*, *Dominus Joannes Bernoulli*, *Medicinae Candidatus*, in hisce studiis versatissimus; eamque, ut suo tempore alteri illi *Leibnitianae* jungeremus, humanissime per *Fratrem* nos compellavit. Factum inde est, ut *Virum* supra memoratum *celeberrimum* pulsaremus de edenda sua: quam etiam nuperrime nobis pro summa humanitate sua transmisit. *Huic* etiam debemus quod vir summus Dn. *Christianus Hugenius* non dedignatus est, cum plurima favoris ergo nos significatione, & sua Problematis dicti solutione Acta haec nostra exornare. Exhibemus ergo Tibi B. L. & geminam solutionem ab *Illustri Virorum pari*, & *Bernoullianam*; sed eo ordine quo ad manus nostras pervenere".

[2]) Consultez la sousdivision (γ) du § IV de la pièce N°. 2669. En effet, il résulte de la page 108 recto du livre G. qui porte la suscription: „missa ad auctores actorum Lipsiensium 5 Maj 1691", que les résultats numériques qui suivent, ont été calculés au moyen de la formule $AW = \frac{eb-ea}{d} + a$, qui se retrouve vers la fin de la sousdivision mentionnée. Dans cette formule on a: $a = AB$, $b = AG$, $d = BV$, $e = HV$.

Ajoutons que les numéros 1—6 de la présente pièce correspondent avec les mêmes numéros de la Ie et de la IIIe partie de la pièce N°. 2668.

[3]) Voir la sousdivision (δ) du paragraphe cité dans la note précédente. D'après cette sousdivision on a: arc $AV = \frac{s}{b-a} BV$, où $s = BG$.

[4]) Voir la sousdivision (ϵ), d'après laquelle: $VK = \frac{a}{b-a} BV$.

angulus CGA ſit 60 gr., erit radius curvitatis ipſi axi BV aequalis. Si vero angulus CGA ſit rectus, erit radius curvitatis aequalis curvae VA.

4. Poterit et circulus aequalis inveniri ſuperficiei conoidis, ex revolutione catenae circa axem ſuum [5]).

Ita ſi ang. CGA ſit gr. 60. erit ſuperficies conoidis ex catena CVA genita aequalis circulo, cujus radius poſſit duplum rectangulum BVG.

5. Invenientur etiam puncta quotlibet curvae KN, cujus evolutione una cum recta KV radio curvitatis in vertice, curva VA deſcribitur. Atque evolutae ipſius KN longitudo [6]).

Velut ſi ang. CGA fuerit 60 gr., erit KN tripla axis BV. Si vero latera GB, BA, AG ſint ut 3, 4, 5, erit illa $\frac{9}{4}$ axis BV.

6. Praeterea ſpatij NKVAN quadratura datur [7]).

Poſito enim ang°. CGA 60 gr., erit ſpatium illud aequale rectangulo ex axe BV, et ea quae poteſt triplum quadratum ejuſdem BV. Si vero latera GB, BA, AG ſint ut 3, 4, 5, erit idem ſpatium aequale ſeptuplo quadrato BV cum parte octava.

7. Porro puncta quotlibet catenae inveniri poſſunt, poſita quadratura curvae alterutrius harum: $xxyy \propto a^4 - aayy$ vel $xxyy \propto 4a^4 - x^4$. Vel etiam data diſtantia centri gravitatis ab axe, in portionibus planis, quas abſcindunt rectae axi parallelae in curva harum priore [8]).

Quadratura autem hujus curvae pendet a ſummis Secantium arcuum per minima aequaliter creſcentium [9]): quae ſummae ex Tabulis ſinuum egregio quodam adhibito compendio inveniuntur quamlibet proxime [10]). Hinc ex. gratia inventum quod ſi ang. CGA ſit rectus, et ponatur axis VB partium 10000; erit BA, 21279 non una minus. Curva autem VA per ſuperius indicata [11]) cognoſcitur hic eſſe partium 24142, non una minus.

---

[5]) Voir le § VI de la pièce N°. 2625. D'après ce paragraphe, le rayon du cercle mentionné dans le texte égale $\sqrt{2\mathrm{KV} \times \mathrm{VG}}$; où, dans le cas $\angle \mathrm{CGA} = 60°$, on a, d'après le troisième théorème de la présente pièce, KV = BV.

[6]) Voir la note 8 de la pièce N°. 2668 et la sousdivision (ζ) du § IV de la pièce N°. 2669. D'après cette sous-division on a $\mathrm{KN} = \frac{ss}{a(b-a)}\mathrm{BV}$.

[7]) Voir le § V de la pièce N°. 2625, d'après lequel l'aire en question est égale à l'expression: $\frac{1}{2}$ arc. VA × VK + $\frac{1}{6}$ arc. VA × KN, d'où les résultats numériques qui vont suivre se déduisent facilement au moyen des formules mentionnées dans les notes précédentes.

[8]) Consultez la IIe partie de la pièce N°. 2668, à laquelle cette première partie de ce numéro 7 correspond.

[9]) Voir le § I de la pièce N°. 2634.

[10]) Consultez sur ce „compendium" la lettre de Huygens à Leibniz du 16 novembre 1691.

In his omnibus non nisi ad casus singulares solutiones problematum dedi vitandae prolixitatis studio, et quoniam non dubito quin Regulas universales Viri docti affatim sint exhibituri. Quod si tamen aliquae ex nostris requirentur, eas lubenter mittam [12]). Ac jam pridem omnes apud Claris. virum G. G. Leibnitzium involucro quodam obtectas deposui [13]).

Rogantur Viri Clarissimi, deque scientiarum studijs quam optime meriti, ut quae de Problemate Catenae Bernouliano pagellis hisce exposui, si digna videbuntur cum caeteris quae Eruditorum cohors suppeditabit in lucem edere velint. Ita jam pridem non uno nomine sibi obstrictum novo officio devinciar.

CHR. HUGENIUM.

D. Hagae Com. 5 Maj. 1691.

*) Hasce inclusi literis eodem die ad Leibnitzium datis [Cht. Huygens].

[11]) Il s'agit du deuxième théorème de la présente pièce. On a, en effet, d'après la formule de la note 3, pour le cas présent: arc. $AV = \frac{1}{\sqrt{2}-1} BV = (1+\sqrt{2}) BV = 2{,}4142\ldots BV$.

[12]) On rencontre aux pages 128 verso et 129 recto du livre G des Adversaria le commencement d'un article, destiné pour les „Acta" ou plus probablement, puisqu'il est rédigé en Français, pour l'„Histoire des ouvrages des sçavans". Dans cet article Huygens se proposait d'exposer „les voies qui (l'ont) conduit à (ses) découvertes" sur la chaînette. Nous reproduisons cet article inachevé, qui doit avoir été composé dans les derniers mois de l'année 1691, à la fin de la correspondance de cette année.

[13]) Voir les Lettres N°. 2623, du 9 octobre 1690, et N°. 2667, du 26 mars 1691.

N° 2682.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

27 MAI 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]) *et C. I. Gerhardt* [2]).
Elle est la réponse aux Nos. 2677 et 2680.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2693.

A Hanover ce $\frac{17}{22}$ [3]) de May 1691.

MONSIEUR

Il y a quatre femaines que je fuis hors d'Hanover, ayant efté à Hildefheim, Wolfenbutel, puis à Zel, d'ou je fuis retourné à Wolfenbutel, et y ay trouué voftre lettre [4]), qu'on m'auoit envoyé avec d'autres fuivant l'ordre que j'auois donné de Zel. J'ay envoyé voftre inclufe à Meffieurs de Leipzig avec ma folution. Et il fera curieux de comparer nos folutions et celle de Mr. Bernoulli. Je n'ay pas encor repondu à voftre precedente [5]), parce que celle que j'auois écrite [6]) avant que de la receuoir, et à la quelle repond voftre derniere, y auoit fatisfait en partie.

Quand j'auray refpiré un peu des diftractions du voyage dont les recherches dans les archives et Bibliotheques m'ont impofé la neceffité, j'envoyeray ma methode en echange de celle de Mr. Fatio.

Ce que j'ay vû de la caufe de la pefanteur propofée par Mr. Varignon, ne me fatisfait pas non plus. C'eft comme s'il difoit, qu'une riviere avec la meme rapidité a plus de force quand elle eft plus longue, au lieu qu'à mon avis il ne s'agit que de l'endroit où le fluide opere [7]).

Tout ce que donne M. Huet eft plein d'erudition, mais la matiere de concordia rationis et fidei eft bien delicate, et il eft difficile de fatisfaire en meme temps à la verité et à l'opinion, encor plus que de fatisfaire enfemble à la foi et à la raifon. J'auois efperé que quelque habile Cartefien repondroit à la cenfure de Mr. l'Eveque d'Auranches, mais ceux que j'ay vû rampent bien bas à mon avis et ne

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae. Fasc. I, p. 85.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, II, p. 94, et Briefwechsel, p. 651.
[3]) L'un des deux chiffres doit être fautif. Nous adoptons celui de la date dont Leibniz se servait ordinairement.
[4]) La Lettre N°. 2680.
[5]) La Lettre N°. 2677.
[6]) La Lettre N°. 2676.
[7]) Voir la Lettre N°. 2677, note 11.

difent que des chofes vulgaires. Peterman [8]) à Leipzig, Sulliny [9]) à Breme, et Schotanus chez vous [10]). Il me femble que les Cartefiens ont fort dechû et qu'ils n'ont pas trop d'habiles gens.

Ce que vous avés remarqué, Monfieur, de la conftruction de la courbe faite par reflexion du miroir concave, donnée depuis peu par Mr. Tfchirnhaus paroift fort vraifemblable. Car il a coutume d'aller un peu vifte, ainfi il fe peut qu'il n'ait pas connu au commencement la veritable conftruction. Dans les Actes de l'an 1682 [11]) il nous propofe une Methode Generale d'ofter les termes moyens des equations. Elle l'a trompé parce qu'elle reuffit dans le 3 me degré; s'il en auoit voulu faire l'effay dans le cinquieme, qui n'eft pas encore donné, il auroit trouvé la difficulté. Je fuis avec zele etc.

Monsieur

Voftre tres humble et tres obeiffant feruiteur
Leibniz.

---

[8]) Andreas Petermann, médecin né le 7 mars 1649 à Werblin, où son père était pasteur. Il étudia au gymnase de Halle et à l'Université de Leipzig. Il s'établit successivement en divers endroits comme médecin et finalement, après avoir acquis à Altorf le grade de docteur, à Torgau, où il rendit de grands services pendant la peste, dont il fut atteint lui-même. En 1688 il devint professeur extraordinaire, en 1691 professeur ordinaire en anatomie et chirurgie à Leipzig. Il publia divers écrits de médecine et de chirurgie et en 1690 l'ouvrage intitulé:
Philosophiae Cartesianae adversus Censuram P. D. Huetii Vindicatio, autore D. Andrea Petermanno. Lipsiae, apud C. Meyerum, 1691, in-4°.
Il mourut à Leipzig le 5 août 1703.

[9]) Sur Johann Eberhard Schweling et son écrit contre Huet, consultez la Lettre N°. 2678, note 3.

[10]) Johannes Schotanus a Sterringa, fils de Christiaan (voir la Lettre N°. 1160, note 9), maître de philosophie, ensuite recteur au collège communal et depuis 1678 professeur de philosophie à l'Université de Franeker. Il publia
Johannis Schotani Exetasis Censurae qua P. D. Huetius Philosophiam Cartesianam inique vexavit. Franequerae, typis Johannis Gijselaer, 1691. in-8°.
Il mourut le 5 mai 1699.

[11]) Lisez plutôt: 1683. Il s'agit de l'article cité dans la lettre N°. 2274, note 11. Dans l'article „Inventa nova, exhibita Parisiis Societati Regiae Scientiarum", qui parut dans les „Acta" de novembre 1682, la „methodus auferendi omnes terminos intermedios ex data aequatione" ne fut qu'annoncée provisoirement.

Nº 2683.

G. CUPER à CHRISTIAAN HUYGENS.

5 JUIN 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens
Chr. Huygens y répondit par le No. 2684.

Illuſtri Viro
CHRISTIANO HUYGENS
S. D.
GISB. CVPERVS.

Proxima hyeme convenit me Ludolfus [1]) quidam, Matheseos in Germania profeſſor, cognatuſque Jobi Ludolfi [2]), qui tam praeclaram ſibi famam, edita hiſtoria ſua Aetiopica peperit.

. Cumque me certiorem faceret, te legere equidem velle ſummaria notarum, quas in opus illud auctor ipſe compoſuit doctiſſimas et ampliſſimas, haud gravate illa a me tulit; nec dubito quin tibi tradita ſint.

Commentarium illum, donum viri amp[l]iſſimi, ante dies aliquot accepi, ſed cum ſignificet, ſummariorum me ante compotem factum eſſe, et illa propterea commentario adjecta non ſint; rogo te vehementem in modum, ut eadem ad me remittere velis, ne liber quantiuis pretii, et molis juſtae mutilus ſit: Vale vir Illuſtris

Hagae Com. 5 Jun. 1691.

---

[1]) Voir la Lettre Nº. 2641, note 1.

[2]) Hiob Ludolf, né à Erfurt le 15 juin 1624, étudia dans sa ville natale, voyagea pendant sept ans dans les Pays-Bas, l'Angleterre, la France et l'Italie et enfin en Suède et Danemarck, assista, comme secrétaire de la légation de Gotha, à la diète de Ratisbonne en 1652, occupa successivement diverses charges à la Cour de Gotha, voyagea avec le prince Albert de Gotha en 1673 et s'établit à Frankfurt sur le Main. En 1681 il devint chambellan de l'Electeur Palatin, mais continua de vivre à Frankfurt où il devint résident et conseiller de la Cour de Saxe. En 1690, il fut nommé Président du Collegium imperiale historicum. C'était un linguiste distingué, versé surtout dans les langues orientales, ainsi que dans d'autres peu connues telles que l'éthiopien et l'hottentot. On a de lui quantité d'écrits, entre autres sur l'histoire de l'Ethiopie, un Lexicon Aethiopico-latinum, une Grammatica Aethiopica et un Psalterium Davidis aethiopice et latine. Il mourut à Frankfurt le 8 avril 1704.

N° 2684.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. CUPER.

6 JUIN 1691.

La lettre se trouve à la Haye, Bibliothèque royale.
La copie et la minute se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2683.

Viro ampliſſimo GISB. CUPERO
CHR. HUGENIUS
S. P. D.

Memini quidem Vir Ampliſſime Ludolphum [1]) quem dicis, legenda mihi dediſſe ſummaria Commentariorum patrui ſui [2]) in Hiſtoriam Aethiopicam. Sed idem, niſi me ommis fugit memoria, Haga diſcedens ea repetijt, Tibi nempe redditurus a quo habuerat. Itaque culpanda eſt Viri ſocordia, ſi id non praeſtitit. Quod ſi praeter commentaria ipſa doctiſſima, quae te nuper ab auctore accepiſſe ſcribis, partem voluminis facere debet breviorem eorum, doleo id tibi abeſſe; quanquam minus deſideranda videntur quae tantummodo argumenta complectebantur rerum quae nunc explicata habes in opere ipſo. Erat autem ni fallor Erfurdienſis Profeſſor Ludolphus noſter, ſi fortaſſe per literas eum conveniendum putabit. Vale Vir praeſtantiſſime et Erudititiſſime.

Dabam Voorburgi 6 Jun: 1691.

---

[1]) J. Ludolf; voir la Lettre N°. 2641, note 1.
[2]) Voir la Lettre N°. 2683, note 2.

N° 2685.

CHRISTIAAN HUYGENS à P. BAYLE.

6 JUIN 1691.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

A Voorburg ce 6 Juin 1691.

MONSIEUR

Je vous rends graces tres humbles de m'avoir fait part de voſtre defenſe contre les accuſations de voſtre Collegue [1]). Je les avois lues peu de jours auparavant, et je viens de revoir encore l'Avis aux refugiez [2]), qui à dire vray me paroit d'un ſtile bien different du voſtre, eſtant eſcrit avec un ſoin et une eſtude plus grande qu'il ne convient a voſtre genie, qui vous permet d'ecrire agreablement et avec facilitè. Je ſoupconnerois bien pluſtoſt M. Peliſſon [3]) pour eſtre autheur de cet avis. Quant au projet de Paris dont on vous fait une affaire et que je n'ay pas encore vu, voſtre raport ingenu, avec les moyens aiſez de le verifier, ne laiſſent aucune ombre de crime. Cependant ces malheureux differents vous font perdre bien du temps inutilement et ne ſervent qu'a rejouir les zelez Catoliques Romains. Je m'eſtonne que Mr. J. ne conſidere pas le tort qu'il a fait tant a noſtre Religion, pour la quelle il a tant combattu, qu'a luy meſme, en s'attirant des reproches ſi terribles de la part de ceux de ſon parti, par ce qu'il leur en fait le premier. Il me ſemble que les Magiſtrats devroient mettre ordre, que des accuſations de la nature de celles qu'on vous fait, fuſſent intentées devant eux, et non pas publiquement devant tout le monde par des ecrits et des libelles.

Je ſuis bien aiſe de voir fructifier vos ſoins dans les Eſtudes de mon jeune neveu [4]) qui eſt heureux de vous avoir pour conducteur et d'une capacité a en devoir eſperer beaucoup. Je ſuis tres veritablement &c.

---

[1]) Pierre Jurieu, voir la Lettre N°. 2428, note 6. Bayle a publié plusieurs écrits pour se défendre contre les accusations de Jurieu, entre autres: Cabale chimérique de la chimère de la cabale de Rotterdam.

[2]) L'„Avis important aux Réfugiés sur leur retour prochain en France, à Amsterdam in-12°.", cité dans la note 1 de la Lettre N°. 2320. Jurieu a attaqué ce livre et son auteur présumé dans ses écrits: Examen d'un libelle contre la religion. La Haye, 1691, in-12°.; Nouvelle correction sur l'auteur de l'Avis aux réfugiés 1692, in-4°.; Factum selon les formes ou disposition d'épreuves contre l'auteur de l'avis. 1692, in-12°.

[3]) Voir la Lettre N°. 2185, note 1.

[4]) Probablement Constantyn Huygens, fils de Lodewijk Huygens, à Rotterdam. Voir la Lettre N°. 2018, note 3.

N° 2686.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. MEIER.

[JUIN 1691].

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2678.

Clariſſime Vir

Die quinta praeteriti menſis ad D. Leibnitzium literas dedi [1]), quibus et alteras addidi ad Celeberrimos Leipſienſium Actorum auctores [2]), ſummam eorum continentes quae circa Bernoulij problema quoddam de flexu Catenae meditatus ſum. Cupiebam faſciculum eum tuae curae commendare, ut jam ante aliquoties factitavi; ſed cum binis illis literis ſcribendis tempus effluxiſſet, non tantum ſupererat ut tertijs te convenirem, deque ijs rebus reſponderim de quibus in poſterioribus tuis agebas. Nunc haſce rurſus fidei tuae committo eidem Clariſſ.o viro inſcriptas [3]), cum praeter ſolitum diutius ſilere videam neque ad ea reſcribere quae maxime reſponſo indigebant. Vereor ne vel non acceperit literas meas, vel adverſa valetudine diſtineatur, vel eae quibus mihi reſpondit caſu aliquo interciderint. Venio ad tuas die 23 Aprilis datas, in quibus cauſas interrupti ſtudij tui geometrici ingenue enarras, utque cum opera impenſa perierit, non ſine culpa doctoris Cranij. Attamen cum non ſolum ames haec ſtudia ſed et aliquo uſque in iis profeceris, credere non poſſum penitus ea te deſeruiſſe, praeſertim cum ſemel intellectis principijs, poſſint vel ſine magiſtri opera continuari, ſintque ut non ignoras utilitatis ſummae. De ſtudijs porro ac contentionibus eorum qui Carteſianos ſe dici volunt jam antea tibi aſſenſus ſum [4]). Qui cum omnia viri illius ingenioſiſſimi dogmata ſe tueri poſſe exiſtimant plurimum mea ſententia falluntur, idque in ijs quae nuper edidi de Luce et gravitatis cauſa aliquatenus teſtatus ſum, quantum ad res Phyſicas. Dixi enim in phyſicis pleriſque capitibus exponendis erraſſe mea opinione Carteſium quae ſi recenſeri tibi vis, dico ipſum erraſſe in regulis motus corporum colliſione, in vorticibus caeleſtibus, in cauſa cometarum, in magnete, in cauſis refractionis et colorum, in parelijs, in lucis expanſione momentanea, multiſque alijs; ſed et in geometricis quoque eum non nullibi impegiſſe; in metaphyſicis vero, nec Exiſtentiam Dei neque animae immortalitatem unquam mihi demonſtraſſe viſum. Hinc ſatis intelligi puto Vir Eximie, quid reſponſurus ſim ad id

[1]) La Lettre N°. 2680. [2]) La pièce N°. 2681.

[3]) Nous ne connaissons pas cette lettre de rappel de Chr. Huygens à Leibniz, et estimons probable que, de même que la lettre N°. 2686, elle n'a pas été envoyée. Comparez la Lettre de Christiaan Huygens à G. Meier de novembre 1691.

[4]) Voir la Lettre N°. 2666.

quod quaesivisti, an ejusmodi esse judicem Philosophiam Cartesij ut in Scolis publice privatemque doceri possit.

Equidem neque hanc neque Aristotelicam neque ab uno quopiam autore denominatam invehi vellem, sed unius veri ratione haberi, ita ut a singulis ea sumantur quae optima ac rationi convenientissima censebuntur. Nihil autem magis obesse videtur philosophicis studijs, quam si in formam systematis redigantur, unde rerum omnium causae quasi jam compertae depromantur. Vix enim ullas satis adhuc tenemus, neque proficere inquirendo possumus si, quod nescimus, scire nos arbitremur. Huetij Censuram legi cum primum prodijt, ab ipso auctore mihi missam [5]), in qua non pauca probari mihi memini, sed et aliqua notavi quibus responderi possit. Nihil tamen hactenus vidi ab ullo editum qui hanc sibi provinciam detegerit. Itaque lubenter ea videbo quae Swelingium vestrum commentatum scribis [a]). Quod autem Cartesium intelligi posse absque matheseos peritia idem vir doctus affirmat, non prorsus assentior; non enim plane hospes in his studijs esse debet qui vel hujus philosophi placita cognoscere cupit, vel aliquid in naturae contemplatione operae pretium facere. Nam praeterquam quod tota physice ad mechanicas rationes quantum fieri potest, deducenda est, nemo ingenium ei studio aptum habebit, qui non et Geometricae aptum habuerit, neque evidentissimis illius demonstrationibus veritatis sincerae gustum perceperit. *τας λαβας ϰκ ἐχεις* dicebat philosophus [6]) ut scis cuidam *ἀγεωμετρητῳ*. Sed de his hactenus. Priusquam vero te dimittam vir humanissime, est quod rogem et in quo operam tuam mihi commodari cupiam. Acta illa Eruditorum Lipsiensium sero semper ad nos deferuntur, ad minimum bimestri spatio postquam in lucem prodierint. Saepe autem quae illis inseruntur citius videre mea interest. Quamobrem si quo pacto efficere posses ut ea maturius nanciscar nautarum aut tabellariorum opera qui istinc Amstelodamum proficiscuntur, faceres mihi rem gratissimam, nummos vero impensos cui jusseris numerabo, et vecturae mercedem etiam solita majorem. Vale.

Cum ad me scribes, quo minus aberrent epistolae ac ruri euntem inveniant, hac inscriptione quaeso utere:

in 't noordende naest de Crabbe.

HUYGENS Seigr. de ZELHEM.

[a]) Acta Lipsiensia an maturius haberi possint [Christiaan Huygens].

[5]) En 1689; voir la Lettre N°. 2553.

[6]) Xenocrate, disciple de Platon, né à Chalcedon, 396 avant J. C. Diogenes Laertius (IV. 2. 10) rapporte de lui qu'il congédia une personne, qui voulait suivre ses leçons sans avoir appris ni la musique, ni la géométrie, ni l'astronomie, en lui disant: „πορεύου, λαβὰς γὰρ οὐκ ἔχεις φιλοσοφίας".

N° 2687.

M. VAN VELDEN [1]) à CHRISTIAAN HUYGENS.

19 JUILLET 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par M. l'Abbé Monchamp [2]).

19 Juli 1691.

Illuftriffime ac Nobiliffime Domine

Egregia Animi tui benignitas ac liberalitas, qua me, anno circiter abhinc, in Hofwijk propè Hagam excepifti, et elegantiffimo tuo Horologio ofcillatorio ho-

---

[1]) Martin van Velden, fils de Jacobus van Velden, avocat ordinaire de la ville de Leiden, et de Helena Capelman, naquit à la Haye, où il fut baptisé dans l'église des Jésuites, le 27 décembre 1664. A l'âge de 17 ans il fut inscrit au collège du Faucon de l'Université de Louvain. Deux ans après il fut reçu bachelier en droit canonique et en droit civil. Mais déjà dès l'année précédente il était professeur primaire au collège du Faucon, une des quatre Pédagogies de l'Université, dont chacune comptait deux professeurs primaires et deux professeurs secondaires. Il fut depuis nommé professeur royal de mathématiques, dans la chaire occupée jadis par G. van Gutschoven. Il se signala comme adhérent des idées modernes et comme „famosus in experimentis physicis", de sorte qu'un conflit avec ses collègues péripateticiens et ultramontains était à peu près inévitable. Ce conflit se produisit, en effet, au commencement de 1691, lorsque van Velden voulut faire défendre par ses élèves deux thèses, dont la seconde: „Indubitatum est systema Copernici de planetarum motu circa solem: inter quos merito Terra censetur", fut jugée dangereuse par la Faculté. Refusant de la retirer, van Velden fut condamné à une amende, puis à l'exclusion pour trois mois de la Faculté. Van Velden prit son recours au Conseil de Brabant, duquel il eût probablement obtenu la cassation de la suspension, sans l'intervention de l'Internonce à Bruxelles, J. Piazza, abbé de St. George. Celui-ci, quoique blâmant la conduite de van Velden, lui avait déjà déclaré n'avoir pas d'objection contre la thèse lorsqu'elle serait rédigée ainsi: „Indubitable est le système de Copernic touchant le mouvement des planètes autour du Soleil, à bon droit on répute la Terre une planète", pourvu que van Velden déclarât que, par cette assertion, il ne voulait contredire aucun décret, ni aucune bulle pontificale. Mais les députés de la Faculté de Louvain réclamèrent de l'Internonce une décision plus rigoureuse, que celui-ci rendit en ordonnant à van Velden de retirer sa thèse. Van Velden fut obligé de se soumettre; mais quelques mois plus tard il fit imprimer une triple série de thèses sur la Logique, la Physique et la Métaphysique, à l'une desquelles il ajouta un corollaire affirmant le système de Copernic. Cette publication fut cause d'un second procès, dans lequel intervinrent de nouveau l'Internonce, le Conseil de Brabant et cette fois aussi le Conseil Privé. On trouvera tous les détails de ce procès dans l'écrit que nous citons dans la note 2 de cette lettre. Ce fut une longue suite d'intrigues et de querelles de plus en plus envenimées, qui, cette fois encore, força van Velden de retirer sa thèse et ne se termina qu'en 1692.

Van Velden toutefois conserva sa chaire et continua de professer le système de Copernic. En 1695, il fit imprimer un nouveau placard contenant des thèses sur toute la philosophie,

norafti, audaciam mihi dedit, otium tuum feduliffimum, importunis hifce literis interpellandi. Thefin hìc edidi Philofophicam [3]), cujus exemplar oftendet Frater meus [4]) harum lator, et in quâ Recentiorum Veftigia, et praefertim Tua tanquam magis probata fequi conatus fum: Hanc invida ftatim Peripateticorum manus laceravit: ac fimul ejufdem fortis Theologos eandem ut profcriberent, incitavit. Hi, Curiae Romanae fervi, gratiam illius quo facilius aucuparentur et deftinatum finem felicius obtinerent, aggreffi potiffimum funt Corollarium Phyfices, ubi citantur verba Godeau Hift. Ecclefiaft. [5]) ad Ann. Chr. 748 referentis, Syftema Copernici licet adverfus Galilaeum fub Urbano VIII. condemnatum, idem tamen eundem Urbanum defendiffe ac fuftinuiffe &c. [6]) Theologi noftri, querelis admodum iniquis, citationem iftam tanquam Romanae fedi fumme injuriofam apud Internuntium [7]) Bruxellis morantem detulerunt, tantaeque proterviae et temeritatis exemplum infigne in me ftatui petierunt. Lubes iis obfecutus eft Internuntius, et ad Rectorem Univerfitatis [8]) fcripfiffe fertur (ipfo Rectore itâ jactante) ut Decretum Appre-

---

dans l'une desquelles il défend explicitement le système du Monde de Descartes, c'est-à-dire le mécanisme imaginé pour expliquer le système de Copernic. En 1709, il fut installé chanoine de St. Lambert à Liège. Il mourut dans cette ville en 1724, à l'âge de 60 ans.

[2]) Galilée et la Belgique Essai historique sur les vicissitudes du système de Copernic en Belgique (XVIIe et XVIIIe Siècles) par le docteur George Monchamp, prêtre du diocèse de Liège, Lauréat de l'Académie royale de Belgique, Professeur de philosophie au séminaire de St. Trond. Saint-Trond, Imprimerie-librairie de G. Moreau-Schouberechts, rue de Diest. 1892. in-8°, à la page 33 et suivante des Pièces justificatives.

[3]) M. Monchamp ne donne pas le titre de cet écrit qui paraît s'être perdu et dont on ne connaît le texte que par les passages cités dans les pièces du procès.

[4]) Van Velden avait quatre frères: Grégoire Jean, baptisé le 14 février 1667, Ignace Gérard baptisé le 31 décembre 1668, François Xavier, baptisé le 15 juillet 1670, et Pierre Joseph, baptisé le 26 mars 1672, qui tous, à cette époque, se trouvaient sous la conduite du Jésuite Charles van der Burcht.

[5]) L'histoire de l'Eglise de A. Godeau, évêque et seigneur de Vence, né à Dreux en 1605, mort à Vence le 21 avril 1672. Une réimpression de cet ouvrage avait paru à Bruxelles en 1687 en six volumes in-12°.

[6]) On trouve le passage cité par Van Velden à la page 238 de l'ouvrage de M. Monchamp. Ce qui dut le rendre particulièrement agressif, fut la phrase suivante: „Le Pape Urbain, comme nous avons dit, et comme il paroist par une de ses Odes, estait de l'opinion du mouvement de la Terre, mais comme par sa nouveauté elle choquoit tout le monde et estoit en apparence contraire à quelques passages de l'Ecriture Sainte, que toutefois il est facile d'expliquer et qu'en effet on a expliquez, il creut devoir faire cette censure; qui fut pourtant plûtot politique qu'apostolique."

[7]) Julio Piazza, originaire de Forli, abbé de St. George. Il fut internonce de 1690 à 1696, et reçut le chapeau de cardinal en 1712.

[8]) Thomas Stapelton, prêtre irlandais, Président du collège de Milius (collège de Luxembourg), depuis près de 35 années docteur en droits et professeur à la Faculté de Droit.

henſionis corporalis et in carcerem conjectionis, contra omnem juris ac juſtitiae formam, exemplo inaudito, à Rectore adverſus me datum, executioni mandaret: et caſu, quo ſatis fortis non eſſet, pollicitus eſt, Excell. D.num March. de Caſtanaga[9]) harum provinciarum Gubernatorem, adjuncturum militum aliquot cohortes, idem ut exequerentur. Intereà more hiſce in locis conſueto, adverſus inſultus tam atroces Concilio Brabantiae exhibui libellum ſupplicem. Sed periculum eſt, ne inſtinctu Internuntii, ejuſdemque, quâ apud Gubernatorem pollet, auctoritate, cauſa haec Lovanium dijudicanda, hoc eſt à juratis meis hoſtibus damnanda remittatur.

At vero, remedium efficax huic malo ni ſtatim opponatur, actum planè hic eſt de Philoſophiâ Recentiorum. Nam ego (quod parum eſt) ſi ſuccumbam, nemo poſthâc ſibi tutum credet, vel Copernici, vel Carteſii, vel Illuſtriſſimi etiam Nominis Tui alteriuſve novi ac docti Philoſophi, mentionem facere. Suppliciter itaque nomine omnium Veritatem ac libertatem amantium, Te precor, ut cauſam hanc nobiliſſimo Domino Fratri Tuo, qui Potentiſſimo Britanniarum Regi à Secretis eſt, litterulâ aliquâ commendare digneris. Ille enim pro ſingulari ſuâ prudentiâ et auctoritate quâ hîc valet, alterutrum facile impetrabit, ut vel negotium hoc, in Concilio Brabantiae more conſueto examinetur; vel Univerſitatis Rectori, ne ob Theſin adeò innocentem et purè philoſophicam, in mei aut rectae Philoſophiae detrimentum quidquam ſtatuat, mandetur. Raptim haec ſcripta ſunt; neque tempus patitur, ut indignum hunc procedendi modum, quem Inquiſitione Hiſpanicâ aut Italicâ pejus odi, fuſius explicem. Intereà vero Illuſtriſſimum D.num Fratrem Tuum in exercitu convenire non differam, ac totam rem ei exponere. Vale Vir Spectatiſſime, et laboranti hîc Philoſophiae ſuccurre, meamque arrogantiam atque importunitatem boni conſule. Sum etenim

Admirabilis Ingenii Tui,

Bruxellis. 19. July. 1691.

Cultor devotiſſimus
MARTINUS VAN VELDEN.

---

[9]) Don Francisco Antonio de Agusto, marquis de Gastanaga, gouverneur et capitaine général des Pays-Bas depuis le 30 décembre 1685, jusqu'au 26 mars 1692. Il mourut à Barcelona en novembre 1702.

N° 2688.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

24 JUILLET 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]) et C. I. Gerhardt[2]).
Elle fait suite au No. 2682.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2693.

A Hanover ce $\frac{14}{24}$ de Juillet 1691.

MONSIEUR

Il y a plusieurs semaines, que je Vous ay écrit de Wolfenbutel, que j'y avois receu vostre lettre avec la solution de la ligne catenaire enfermée dans une lettre pour Messieurs de Leipzig, et que je n'avois pas manqué de la leur faire tenir. Depuis j'ay attendu à vous écrire de nouveau jusqu'à ce que j'ay receu le tout imprimé dans leur mois de Juin, ou vous trouverés, Monsieur, vostre solution avec celle de Monsieur Bernoulli et la mienne[3]). J'ay pris plaisir de voir qu'on s'est rencontré. Cela nous asseure de ne nous estre pas mépris au moins dans le fonds; il est vray que je n'ay pas eu le loisir de faire une comparaison exacte, neantmoins ayant vû, que plusieurs conclusions s'accordoient, j'en juge autant des autres, ou s'il y a quelque faute (quoy que je n'en aye point remarquée) il ne sera pas difficile de la redresser. J'ay aussi cherché quelques uns de vos cas particuliers par mon calcul, et il m'est venu la meme chose. Ainsi je m'imagine qu'il y a de l'accord. J'espere que Monsieur Bernoulli fera une plus exacte comparaison; et comme il employe ma methode, je prends part à ce qu'il a fait. Luy et moy nous avons reduit le probleme à la quadrature de l'Hyperbole, nous avons donné tous deux non seulement les tangentes et l'extension de la courbe, mais aussi le centre de gravité de la courbe, et moy j'y ay adjouté le centre de gravité de l'espace. Nous avons donné tous trois les tangentes et l'etendue de la courbe. Mons. Bernoulli s'est rencontré avec vous Monsieur à penser à la courbe dont l'evolution sert à descrire la ligne catenaire, et il a remarqué la dessus de fort jolies choses. De sorte qu'il me semble, qu'il a tres bien fait. Cependant il estoit bien eloigné, il y a deux ou

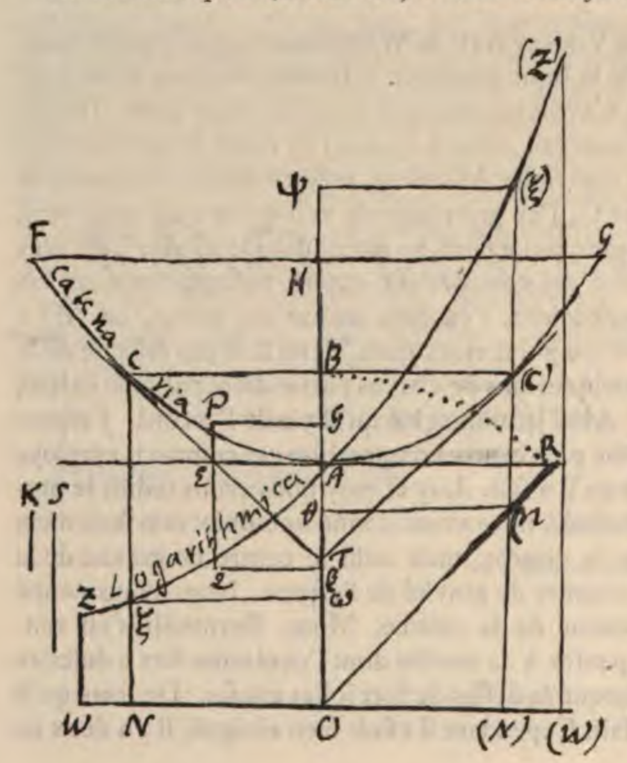
---

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 87.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. II, p. 95 et Briefwechsel, p. 652.
[3]) Voir, sur ces trois solutions, la pièce N°. 2681, note 1.

trois ans, de ſe promettre quelque choſe de cette nature, avant qu'il s'eſt façonné à mon calcul, comme il avoue luy même.

Avec tout çela ſes conſtructions ſont fort differentes des miennes. Car il ſe contente de ſuppoſer la quadrature de l'Hyperbole ou l'extenſion de la courbe parabolique, et moy j'ay reduit le tout aux Logarithmes, tant parce qu'ainſi tout vient d'une maniere tres ſimple et tres naturelle (tellement que la courbe catenaire ſemble eſtre faite pour donner les Logarithmes) que parce qu'ainſi je puis trouver par la Geometrie ordinaire une infinité de points veritables, ne ſuppoſant qu'une ſeule proportion conſtante une fois pour toutes, qu'on ne ſcauroit donner juſqu'icy Geometriquement que par l'etendue d'une courbe, ou quelque choſe de ſemblable, au lieu qu'autrement on eſt obligé à chaque point de la courbe qu'on demande de recourir aux voyes extraordinaires.

Ne ſcachant point, Monſieur, ſi vous avés deja receu le mois de Juin de Leipzig,



je mettray ici l'abregé de mon diſcours en peu de mots. FCA (C) G la catenaire, et Z ξ A (ξ) (Z) la Logarithme. On prend AO et ZW en raiſon S et K [4]), conſtante et perpetuelle, une fois pour toutes les lignes catenaires et pour tous leur points. Faiſant OW = O(W)=AO. Et puis entre AO et WZ, item entre AO et (W)(Z) (ſuppoſant (W)(Z) AO et WZ en progreſſion Geometrique continuelle) on met pour ordonnées comme Nξ ou (N)(ξ) autant de moyennes proportionnelles qu'on veut; pour decrire la courbe logarithmique ZξA (ξ) (Z). Or poſant ON et O(N) egales, NC ou OB ou OR eſt moyenne arithmetique entre Nξ et (N) (ξ) (dont la moyenne Geometrique eſt AO parametre de la catenaire). Ainſi la courbe cate-

[4]) Comme on verra dans la note 6 de cette lettre, la raison S : K = OA : ZW n'est autre que le nombre *e*, base du système des logarithmes népériens.

naire fe conftruit fort bien par les Logarithmes, et fi elle fe fuppofe conftruite par le moyen d'une chainette, elle fert à donner les Logarithmes fans calcul, ex dato numero, ou bien numeros ex dato Logarithmo[5]). Voicy le refte des proprietés je fuppofe OR = OB et que G, P, Q font les centres de gravité de CA (C), AC, AONCA. OR − AR = Nξ, OR + AR = (N) (ξ). Triangula OAR et CBT funt fimilia (ou bien EAT); AR = AC; $\psi\omega$ = CA (C) = bis AC. Rectang. RAO = Spat. AONCA; Oθ : OA :: BC : AR, Oθ + OB = bis OG = = quater Oβ; et AE = GP = βQ.

Je n'ay pas expliqué quelle doit eftre la proportion de K à S ou de WZ à OA; mais vous jugerés aifement, Monfieur, qu' AO doit eftre egale à la fouftangentiale (comme vous l'appelés) de la logarithmique, et que par confequent, pofant OW = AO, la raifon de AO à WZ eft toujours la même et determinée[6]). Ainfi toutes les logarithmiques auffi bien que toutes les catenaires font femblables ou d'une mefme efpece.

J'ay donné encor quelque chofe dans le mois precedent, ou j'ay redreffé quelques fautes[7]) de mon vieux effay de refiftentia medii; j'ay auffi rendu juftice à vôtre feries pour l'Hyperbole qu'on a eu tort de dire la même avec celle que j'avois donnée autre fois[8]). Je me fuis auffi fervi de l'occafion pour expliquer la ligne loxodromique, ou des rumbes par les logarithmes[9]), ce que j'avois trouvé

---

5) Consultez, sur ces constructions et sur les théorèmes divers qui vont suivre, la solution de Leibniz, citée dans la note 1 de la pièce N°. 2681, où ils se trouvent exposés plus explicitement.

6) Posant OA $=a$, O(N) $=x$, (N) (ξ) $=y$, on a, d'après la définition de Leibniz $y\,\frac{dx}{dy}=a$, d'où il suit $y=ae^{\frac{x}{a}}$. C'est donc là l'équation de la logarithmique Z (Z) qui a servi à la construction de la chaînette et, puisque OW $=a$, on a OA : WZ $=a:ae^{-1}=e:1$.

Quant à la chaînette elle-même, la construction NC $=\frac{1}{2}$ (Nξ + (N) (ξ)) amène immédiatement son équation analytique bien connue $y=\frac{1}{2}a\left(e^{\frac{a}{x}}+e^{-\frac{a}{x}}\right)$. Ainsi, la solution de Leibniz se distingue-t elle de celles de Huygens et de Bernoulli surtout en ce point qu'elle fait connaître presque explicitement cette équation analytique.

7) Voir, sur l'„Additio ad schediasma de medii resistentia", qui parut dans les Acta d'Avril 1691, les Lettres N°. 2659, note 4 et N°. 2664, note 5.

8) Voir la Lettre N°. 2636, aux pages 550 et 551.

9) Voir l'article de Leibniz des „Acta" d'Avril 1691, cité dans la note 14 de la Lettre N°. 2636. Nous reviendrons sur cet article dans une note de la lettre de Leibniz à Huygens du 21 septembre 1691.

il y a plufieurs années. Mais la catenaire m'en avoit fait reffouvenir. Auffi fçait-on (ce me femble) que la chofe fe reduit à la fomme des fecantes appliquées à l'arc dont vous avés remarqué Monfieur dans vôtre folution que la catenaire depend auffi. Mons. Bernoulli y a joint auffi dans ce dernier mois, la confideration de la Loxodromique [10]). Mais il ne s'eftoit pas apperçu, que la Loxodromique fe reduit à la quadrature de l'Hyperbole, ou aux Logarithmes où [ou] à la Catenaire.

Je voulois écrire il y a plus de trois femaines, pour envoyer ma folution que Mr. Fatio demande. Mais j'ay trouvé que vos lettres eftoient reftés à Wolfenbutel. Car comme j'y vay fouvent, j'y ay un logis, où je laiffe plufieurs papiers, mais les voftres y eftoient reftés par megarde. Et je n'ay pas voulu me hazarder fur ma memoire. Ainfi je ne puis fatisfaire à ma promeffe que dans quelques femaines, quand je feray à Wolfenbutel. Cependant je fuis avec ardeur

MONSIEUR

Voftre tres humble et tres obeiffant ferviteur
LEIBNIZ.

---

10) Il s'agit d'un article de Jacques Bernoulli qui parut dans les „Acta" de juin 1691 sous le titre „Specimen alterum calculi differentialis in dimetienda Spirali Logarithmica, Loxodromiis Nautarum, et Areis Triangulorum Sphaericorum: una cum Addimento quodam ad Problema Funicularium, aliisque, per I. B.

Ajoutons que l'„Additamentum", mentionné dans le titre, contient une extension du problème de la chaînette à quelques cas où la densité varie suivant une loi connue et au cas où la chaînette est supposée extensible.

N° 2689.

CHRISTIAAN HUYGENS, à CONSTANTYN HUYGENS, frère.

26 JUILLET 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par Monchamp [1]).

A Hofwijck ce 26 Jul. 1691.

Ce n'eſt pas pour croire que ma recommandation produira beaucoup d'effet que je l'emploie auprès de vous, mais parce que je n'ay pu la refuſer a l'inſtante priere de celuy qui vous fera tenir cette lettre. C'eſt un Profeſſeur a Louvain natif de la Haye, nommé van de Velde, qui m'eſt venu voir il y a un an, et m'a paru bien ſcavant en Philoſophie. Depuis peu il a publiè et ſouſtenu des Theſes, ou il n'avance pas ſeulement les ſentiments de Des Cartes, et la mobilitè de la Terre ſuivant le Syſteme de Copernic mais il reprend outre cela un peu librement l'inutilitè de la Philoſophie Scolaſtique, ce que quelques uns de ces anciens docteurs ne pouvant ſouffrir, ils l'ont accuſè aupres de Mr. le Nonce du Pape qui eſt a Bruxelles, a fin de le faire agir aupres du Recteur de l'Univerſitè pour faire mettre en priſon noſtre Philoſophe qui pourroit ainſi devenir martyr de la doctrine Carteſienne. Il a eu recours juſqu'icy au Conſeil de Brabant ou il a preſentè requeſte contre le decret de priſe de corps qu'on avoit obtenu. Mais comme il apprehende ſurtout que le Marquis de Gaſtanaga ne preſte main forte a ſes adverſaires, qui l'en ſollicitent par l'authoritè de l'Internonce, il a creu que Mr. le Marquis venant quelques fois faire ſa cour au Roy dans voſtre Armée [2]), vous pourriez avoir occaſion de luy dire un mot en faveur de luy Suppliant a fin qu'il fuſt delivrè de cette perſecution. Voiez je vous prie s'il y aura moien de faire quelque choſe en ſa faveur, et jugez qu'il doit eſtre bien en peine de ſa perſonne puis qu'il vient rechercher une protection ſi eloignée [3]). Je crois que tant Mr. le Marquis de Gaſtanaga, que vous, avez bien d'autres choſes a penſer, preſente-

---

[1]) Dans l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2687, note 2.

[2]) Constantyn Huygens, frère, se trouvait à l'armée auprès du roi Willem III, dans les environs de Charleroi.

[3]) Van Velden n'arriva au camp chez Constantyn Huygens que le 9 août au soir. Ce dernier nota dans son journal: „Le soir un professeur de Louvain vint chez moi, m'apportant une lettre de frère Christiaan. Il était persécuté pour quelques thèses, qu'il avait faites en faveur de la nouvelle Philosophie. Il voulait que le roi, ou du moins moi, parlerait ou écrirait au marquis de Gastanaga."

ment, que ce que disputent entre eux les Philosophes, car on dit que dans peu il pourroit y avoir bataille entre les deux Armées. Dieu veuille, qu'elle soit heureuse, et que nous vous puissions revoir, sain et contant [4]).

A Monsieur
Monsieur DE ZULICHEM
Secretaire du Roy de la Grande Bretagne
A l'Armée.

N° 2690.

JAC. BERNOULLI.

JUILLET 1691.

La pièce a été publiée dans les Acta Eruditorum [1]).

J. B. Demonstratio Centri Oscillationis ex Natura Vectis, reperta occasione eorum, quae super hac materia in Historia Literaria Roterodamensi recensentur, articulo 2. mens. Jun. 1690 [2]).

Ante decennium eruditus quidam Gallus Illustris [3]) *Hugenii* doctrinam de Centro Oscillationis labefactaturus supposuit, *celeritatem totalem penduli compositi æquari summae celeritatum partium ejus separatarum.* Ego *Hugenii* aliquanto post suscepta causa, principii hujus falsitatem ex natura vectis demonstravi [4]), juxta quam perpetuo partem celeritatis penduli in ipso axe consumi & deperdi necessum sit; quod tum sufficere poterat ad paralogismum Adversario ostendendum. Ideoque cum eadem opera determinare volebam, quanta præcise celeritatis pars in axe absumeretur, accidit mihi, ut rem quam præter institutum esse judicabam, paulo negli-

[4]) La campagne se termina sans bataille; Constantyn fut de retour à la Haye le 21 septembre 1691.

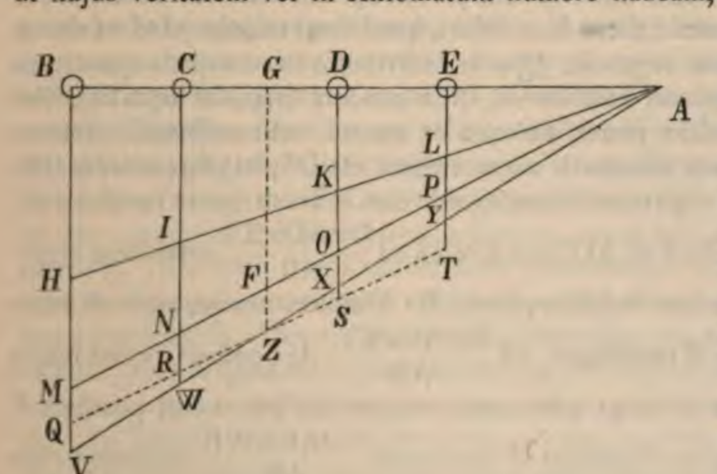
[1]) De juillet 1691, pages 317 et suiv.

[2]) Il s'agit des pièces Nos. 2605 et 2606.

[3]) L'abbé de Catelan; voir la pièce N°. 2260.

[4]) Voir la pièce N°. 2426.

gentius curarem, indeque in calculum inciderem ab *Hugeniana* Propofitione abludentem, quod fufpicari me fecit, diverfam effe rationem vectis, cujus alterum fulcrum fit in motu, quam quæ eft vectis ordinarii: id quod tunc quidem aliis difcutiendum reliqui, ipfemet vero materiam hanc ab eo tempore prorfus fepofui. Interea præluftris & generofus quidam Vir, qui avitæ *Hofpitaliorum* gloriæ nunc infuper fcientiarum literarumque decus eximium addit, re maturius perpenfa obfervavit [5]), huic meo principio e vulgari vectis natura defumto apprime cum *Hugeniano* calculo convenire, inque eo duntaxat peccatum a me effe, quod celeritatem penduli acquifitam confiderarim, cum nafcentis tantum ratio habenda fuiffet. Cujus correctionis certior per literas factus *Hugenius* approbavit methodum [6]), fed difficilem eandem pronuntiat, & quædam haud fatis evidentiae continere afferit: veluti, quod celeritas vel quantitas motus penduli initialis, non acquifita fpectanda fit; quod diftribuendus ejus exceffus eo modo quo fecimus, & quod in pendulo trium pluriumve ponderum fulcrum vectis refpectu unius ponderis concipiendum fit in centro ofcillationis reliquorum: miratur denique cum illuftri *Hofpitalio*, quod Propofitionis fuæ veritatem, quam modo agnofcere videbar, calculo meo dubiam reddere coner. Ad quæ fequentia notanda habeo: *Primo*, miror mirari Viros acutiffimos, cum verba mea fatis clare innuant, ex calculi iftius ab *Hugeniana* hypothefi diffenfu inferre me voluiffe potius, peculiarem ut jam dixi in ofcillatorio vecte obtinere communicationis motus legem, quam dictam hypothefin ullatenus fufpectam reddere; quanquam, fi verum fateri licet, nondum a me obtinere poffum, ut hujus veritatem vel in Axiomatum numero habeam, vel ab *Hugenio* fatis in propatulo conftitutam arbitrer, eo præfertim cafu, quo pondera durante motu fuo mox inter fe connexa, mox foluta fupponuntur [7]). *Secundo*, ratio cur celeritas penduli initialis, non acquifita, fpectanda fit, attendenti obfcura effe nequit, nec mihi fuiffet olim, fi vel momentum fpeculationi inhæfiffem diutius: In-



5) Voir la pièce N°. 2605.

6) Voir la pièce N°. 2606.

7) Allusion à la Prop. IV de la „Pars Quarta" de l'„Horologium Oscillatorium".

teiligantur pondera quotvis B, C, D, E, virga inflexili AB connexa, junctim defcendere in perpendicularibus, ut ante hac fuppofui: celeritates quas acquirunt eo momento quo perveniunt in H, I, K, L, funto HM, IN, KO, LP, quæ cum proportionales effe debeant ob commune vinculum ipfis ponderum diftantiis ab axe AB, AC, AD, AE, fequitur, virgam cui implicata funt ipforum defcenfui cum his celeritatibus continuando nihil afferre alterationis, & propterea nullum pondus hactenus in alterum quicquam de motu fuo transferre. Supereft ergo folus gravitatis impulfus, qui quolibet temporis inftanti acquifitis celeritatibus de novo fuperadditur, qui alterationem patiatur. Repræfentetur hic, (cum omnibus corporibus æqualis imprimatur) per æquales lineolas MQ, NR, OS, PT, quæ quidem refpectu celeritatum acquifitarum HM, IN, KO, LP, uti hæ ipfæ refpectu fpatiorum percurforum BH, CI, DK, EL, habendæ pro incomparabiliter parvis, fic ut hæc tria QM, MH, HB, habeant fe quodammodo, ut linea, fuperficies & corpus. At vero ob interpofitam virgam fieri nequit, ut pondera fimul fint in punctis Q, R, S & T, hoc eft, in recta QT parallela ipfi MA; quin potius in directum jacere debent cum axe A, fecundum rectam VWXY, adeo ut cum pondera axi propiora terminos fuos S & T nondum attigerunt, remotiora fuos Q & R jam prætererint, parte refidua virium gravitatis ab illis in hæc tranflata, parte in axe abfumta. *Tertio*, in pendulo trium pluriumve ponderum centrum ofcillationis omnium excepto uno confiderat *Hofpitalius* ceu fulcrum refpectu reliqui. Hoc quia inevidens judicat *Hugenius* (quanquam verum deprehendam) & præterea quia ad demonftrationem aliter quam per inductionem inftituendam parum aptum, malo rem invertere, & pondus duntaxat extimum habere loco fulcri, quod ferat reliqua pondera omnia fuis quæque locis vectem urgentia. *Quarto*, diftributio feu tranflatio quantitatis motus (olim folas celeritates confideravi, quia pondera fuppofui æqualia) nihil obfcuritatis habere tandem poteft, fluitque ex natura vectis ordinarii: nimirum ponderis D incrementum celeritatis extra virgam eft OS, in virga tantum OX, refiduum XS, quantitas ergo motus transferenda tum in axem tum in pondus extimum D×XS[8]); unde AB eft ad AD, ficut D×XS ad $\frac{D\times AD\times XS}{AB}$ portionem quantitatis motus transferendam in folum pondus B: Similiter portio, quam de motu fuo pondus E in pondus B tranfmittit, eft $\frac{E\times AE\times YT}{AB}$. At pondus C, quod majus celeritatis incrementum in virga quam extra virgam accipit, motui ponderis B contraria ratione adimere cenfendum eft portionem $\frac{C\times AC\times WR}{AB}$. Eft vero totum incrementum quantitatis motus, quod ponderi extimo B a reliquis ponderibus

[8]) L'imprimé des „Acta" a remplacé, ici et dans les formules qui suivent, le signe × par *x*.

accedit, præter id quod a propria gravitate nanciſcitur, B×VQ: tandem ſit Z interſectio rectarum QT, VY, & ducatur GZ parallela rectis BV, CW, &c.

Quibus poſitis centrum oſcillationis ſic invenitur: Per hypotheſin & ex natura vectis eſt, $\frac{E \times AE \times YT + D \times AD \times XS - C \times AC \times WR}{AB} = B \times VQ$, quare æque multiplicando & addendo erit, $E \times AE \times YT + D \times AD \times XS = C \times AC \times WR + B \times AB \times VQ$ ſeu (quia YT, XS, WR, VQ, ipſis ZY, ZX, ZW, ZV, vel ipſis GE, GD, GC, GB, proportionalia) $E \times AEG$ [9]) $+ D \times ADG = C \times ACG + B \times ABG$, additiſque utrique parti tum $E \times AEq + D \times ADq$, tum $C \times CAG + B \times BAG$, fiet $E \times EAG + D \times DAG + C \times CAG + B \times BAG = E \times AEq + D \times ADq + C \times ACq + B \times ABq$; unde tandem $AG = \frac{B \times ABq + C \times ACq + D \times ADq + E \times AEq}{B \times AB + C \times AC + D \times AD + E \times AE}$. Si quædam pondera ultra axem ex adverſa parte conſtituta ſint, eadem pro AG invenitur quantitas, niſi quod membra denominatoris ponderibus iſtis reſpondentia fiant negativa.

Jam vero puncti G a virga ponderibus B, C, D & E gravata abrepti & per rectam GZ deſcendentis, incrementum celeritatis, cum pervenit ad F, neceſſario eſt FZ, quæ eſt æqualis, ob Parallelogrammum FQ, ipſi MQ vel NR &c. incremento ſcil. velocitatis, quod pondus quodlibet ſeparatim deſcendens a propria gravitate acquirit; quod cum ſimiliter valeat in omnibus ſpatii GZ partibus, ſequitur, ſpatium iſtud, hoc eſt, angulum GAZ eodem tempore pertranſiri a virga, ſive omnibus ponderibus B, C, D & E, ſive unico tantum pondere in G gravata, & proin G fore centrum oſcillationis, quod itaque repertum eſt. Neque variat demonſtratio pro pendulo ordinario, cui pondera ita inhærent, ut per arcus circulorum deſcendere cogantur: cumque reperta quantitas AG eadem ſit cum illa, quæ alias pro centro percuſſionis invenitur, ſequitur, *centrum oſcillationis & percuſſionis* corporum, ut recte notavit *Hugenius*, unum idemque eſſe, quanquam *Walliſius* [10]) in Cono ex. gr. aliud percuſſionis, *Hugenius* aliud oſcillationis centrum aſſignat: fallitur enim *Walliſius* in eo, quod integræ baſi Coni circuliſque baſi parallelis non majorem diſtantiam ab axe rotationis celeritatemque tribuit ea, quam ipſa horum circulorum centra obtinent. Hæc vero centri oſcillationis demonſtratio ſic reformata, uti generalis eſt & facilis, inque Geometrica exactitudine *Hugenianæ* neutiquam cedit, ſic eidem in eo præferenda videtur, quod principium vectis, quo nititur, indubitatum eſt ac evidens, cum *Hugeniana* hypotheſis obſcura fere ſit, nec aliam ob cauſam pro vera habeatur, quam quod nihil in contrarium afferri poſſit, intellige in ſolidis corporibus: in liquidis enim res magis dubia videtur; cum vix appareat, quomodo cum iſta hypotheſi conciliari poſſit ſpontaneus communis centri gravitatis aſcenſus, qui

---

[9]) C'est-à-dire: $E \times AE \times EG + D \times AD \times DG$, etc.

[10]) Voir, sur ce que va suivre, les notes 2 et 3 de la pièce N°. 2606.

accidit, cum metallum in imo liquoris acidi positum ac dissolutum, aut liquor levior graviori leniter superinfusus eidem sensim permiscetur; id quod ansa & fundamentum extitit Perpetui Mobilis nuper a *Fratre*[11]) inventi[12]) ac in Actis publicati[13]), cui proin ibidem subjunctam stricturam neutiquam officere existimamus. Cæterum collegeram, quod si celeritas totalis penduli compositi minor esse debeat summa celeritatum partium ejus separatarum, reliquum in axe premendo consumi necessum sit. Negat *Hugenius* hanc consequentiam, dicendo, sæpenumero deperdi aliquid de motu, quod nullibi insumatur: at ego contra sentio, si quid amittatur, illud perpetuo alicubi impendi, sed quandoque in premendo firmo obice, quandoque in tollendo motu contrario, adeo ut cum penduli nostri pondera moveantur in eandem partem, jure inferre potuerim, motum deperditum necessario in axe premendo consumtum esse. Denique & illud dubium est, quod mihi objicit Vir acutissimus, effectum videlicet resistentiæ aeris, disruptionis vinculi, quod partes penduli connectit, aliorumque obstaculorum indeterminatæ quantitatis esse, minuique in infinitum posse, sic ut non tollat (ut existimaram) possibilitatem motus perpetui, qui alias obtineret, si sine his impedimentis centrum gravitatis penduli altius ascendere quam descendere supponeretur. Constat enim, id quod de motu communicatur aut absumitur occursu obstaculorum, ad celeritatem mobilis, & hanc ad motus altitudinem determinatam semper relationem obtinere. Tantum de his. Notum occasione præsentis materiæ Eruditis facio, *Fratrem* meum observasse

---

[11]) Johannes Bernoulli, né à Bâle le 27 juillet 1667, mort dans cette même ville le 1er janvier 1748. De même que son frère Jacob (voir la Lettre N°. 2332, note 1) il eut a vaincre l'opposition de son père pour s'appliquer aux sciences mathématiques. En 1691 il visita Paris, où commencèrent ses relations avec de l'Hospital, sur lesquelles on peut consulter les pages 222—226 du Tome III des „Vorlesungen über Geschichte der Mathematik" de M. Cantor (édition de 1901). En 1695 il fut nommé professeur à l'Université de Groningen; dix ans plus tard il succéda à son frère, Jacob, dans la chaire de Bâle, qu'il occupa jusqu'à la fin de sa vie. Deux de ses fils, Nicolas, né à Bâle le 27 janvier 1695, mort à St. Petersbourg le 6 août 1726, et Daniel, né à Groningen le 8 février 1700, mort à Bâle le 17 mars 1782, se sont distingués comme mathématiciens, surtout le dernier, bien connu par ses recherches d'hydrodynamique et sa théorie de l'élasticité des gaz.

[12]) Ce mobile perpetuum se trouve décrit dans son essai:

Dissertatio Chymico-Physica de Effervescentia & Fermentatione, nova hypothesi fundata, cum descriptione alicujus perpetui mobilis pure artificialis, autore Johanne Bernoulli Basiliensi. Basileae. Typis Jac. Bertschii 1690. in-4°.

Bernoulli imagine un mélange de deux liqueurs d'inégale densité dans un vase. Un tube de verre y est plongé verticalement de manière que le bout supérieur ouvert dépasse le niveau du liquide. Le bout inférieur est fermé par une membrane que Bernoulli suppose perméable seulement pour la moins dense des deux liqueurs. Celle-ci monterait dans le tube et s'écoulerait continuellement par l'orifice supérieur.

[13]) Voir les „Acta Eruditorum" de février 1691.

quod præter *Hugenii* Cycloidem infinitæ dentur curvæ, per quas descendens grave oscillationes peragat isochronas [14]: item non solum cum *Newtono* & *Tschirnhausio* [15]) infinitas cycloides animadvertisse, quæ sui evolutione seipsas describant, sed & detexisse quampiam ex alio quam cycloidalium genere [16], quæ eadem proprietate gaudeat.

N° 2691.

D. Papin à Christiaan Huygens.

16 août 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par E. Gerland [1]).
La lettre fait suite au No. 2642.
Chr. Huygens y répondit le 2 novembre 1691.

de Marbourg ce 16e Aoust 1691.

[1]) Monsieur

Je ne sçay si Vous aurez receu celle que je me donnay l'honneur de Vous ecrire il ij a 9 ou 10 mois, ou je prenois la liberté de Vous demander quelques eclaircissements sur la double refraction du cristall d'Islande et sur la dureté essentielle que Vous attribuez à certains corps: et je taschois de faire voir que la dureté se peut expliquer sans cela: je vous disois aussi que je pourrois faire le vaisseau de Drebell de fort bon vsage. Depuis cela, Monsieur, ayant eu l'honneur de faire voir quelques experiences à S. A. S. [2]) elle m'a donné des marques de sa bienveillance et de sa liberalité, et m'a aussi ordonné de luy faire le batteau de Drebell: J'ay donc travaillé à cela et J'espere que Vous n'aurez pas desagreable de voir la Description de ce que j'ay fait. ABC. fig. 1. est vn vaisseau de fer blanc parallellipipede

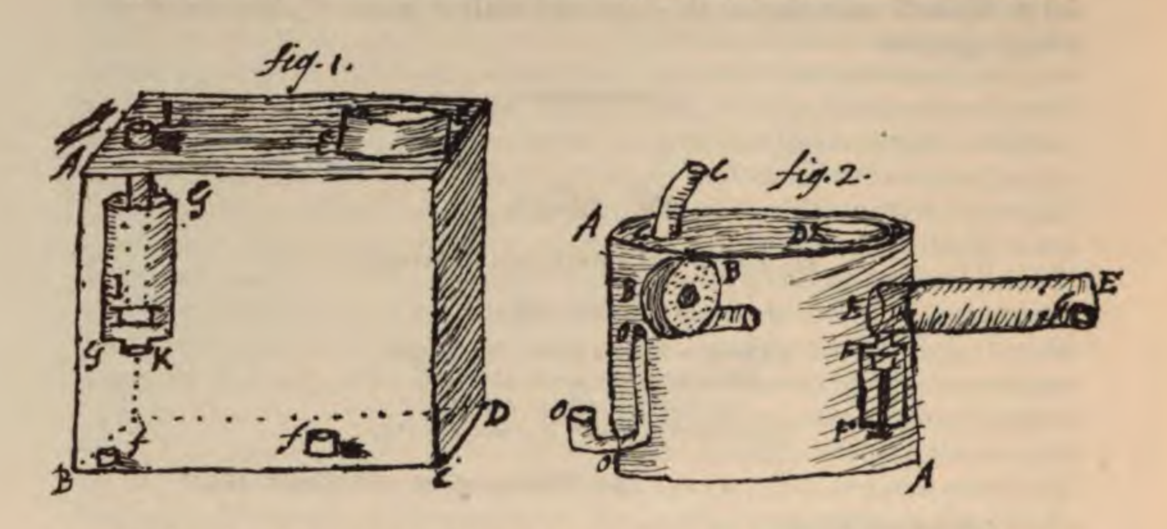
---

[14]) Il n'en est rien; aussi Jean Bernoulli n'y est jamais revenu.
[15]) Consultez les notes 18 et 19 de la pièce N°. 2626.
[16]) Il s'agit de la spirale logarithmique, comme il résulte du § 9 d'un article publié par Jacques Bernoulli dans les „Acta Eruditorum" de mai 1692, sous le titre: „Lineae Cycloidales, Evolutae, Ant-Evolutae, Causticae, Anti-Causticae, Peri-Causticae. Earum usus & simplex relatio ad se invicem. Spira mirabilis. Aliaque per I. B."

---

[1]) Leibnizens und Huygens' Briefwechsel mit Papin, p. 172.
[2]) Karl, landgrave de Hessen-Cassel. Voir la Lettre N°. 2401, note 4.

dont la hauteur AB: eſt de $5\frac{3}{4}$ pieds: la longueur BC: $5\frac{1}{2}$ et la largeur CD: $2\frac{1}{2}$. ce vaiſſeau eſt tout fortifié de fer et de bois dehors et dedans. EE eſt vne ouverture de 15 poulces de diametre afin qu'un homme ij puiſſe paſſer facilement: et quand



on eſt dans le vaiſſeau on peut fermer cette ouverture fort exactement par le moien d'vne placque qu'on preſſe avec des vis contre la ditte ouverture. *ff* ſont d'autres ouvertures plus petites faittes au fond du vaiſſeau pour paſſer des rames et auſſi pour toucher les choſes que l'on approchera et y appliquer des petards ou autres inſtruments qu'on jugera à propos: ces trous ſe ferment de meſme que le grand. GG eſt vne pompe dont le manche du piſton IL eſt vn tuyau qui penetre le fonds ſuperieur du batteau et ij eſt fortem.t ſoudé. Au bout exterieur L on attache vn tuyau de cuir garni en dedans d'un fil de fer tourné en vis; et le haut de ce tuyau eſt garni d'un bois leger pour flotter ſur l'eau ſans donner de ſoupçon ſur tout durant la nuict. J'attache des poids au bas de la pompe GG, et je mets par en haut de l'eau ſur le piſton pour le rendre plus exact: la pompe eſtant par ce poids tiree en bas tire l'air par le tuyau LI au travers du piſton qui a vne ſoupape pour laiſſer entrer l'air dans la pompe: et enſuitte en peſant avec le pied ſur vne echelle de corde qui paſſe ſur vn rouleau ajuſté pour cet effet, on remonte la pompe et les poids qui ij ſont attachez: et l'air qui ij eſtoit entré ſort par le trou K qui a auſſi ſa ſoupape ajuſtée pour cela. Ainſi on peut tousjours avec vne grande facilité attirer de l'air frais dans le batteau, pourvu que le tuyau attaché en L ſoit aſſez long pour atteindre à la ſuperficie de l'eau. Quand on met ce batteau à l'eau il faut que les trous d'embas ſoient fermez et celuy d'enhaut ouvert: et quand les hommes ſont entrez il faut qu'ils ferment le trou d'enhaut apres avoir pris avec eux 30 ou 40 quintaux de plomb qui joints à ce qu'on aura premierement mis aux crochets de fer qui ſont au bas de la machine feront qu'elle ſera preſque en equilibre avec un volume d'eau

pareil. Il faut enſuitte faire jouer la pompe juſques à ceque, par le moien d'un Barometre enfermé dans le meſme batteau, on voye que la preſſion interieure de l'air contre les trous *ff* eſt auſſi forte que la preſſion exterieure de l'eau contre les meſmes trous, c'eſt à dire vn peu moins de 6 pieds d'eau: or comme ma pompe a 4[1]) pouces de diametre et environ 9 pouces de jeu, il ne faut qu'environ 100 coups de la ditte pompe pour reduire l'air à un tel degré de preſſion: et la pompe eſtant ſi bien ajuſtée quil ne faut qu'environ deux ſecondes pour chaque coup, il ne faudroit pas plus de 4 minutes pour en venir à bout. Alors on pourroit ouvrir l'un des trous *f* ſans crainte que l'eau entraſt par lá: puiſqu'au contraire l'air tiré par la pompe ij ſortiroit tousjours: Il faudroit puiſer par ce trou ouvert de l'eau pour charger le batteau juſques à ce qu'on viſt que le batteau commenceroit à s'enfoncer: ce qui ſe cognoiſtroit infailliblement ou par le Barometre; ou par la hauteur que l'eau acquerroit dans le tuyau *f*: alors il faudroit revuider vn peu d'eau dans ce trou afin que le batteau demeuraſt vn peu plus leger que l'eau: et en ramant vers en bas, je veux dire en peſant ſur le batteau en ramant, il ſeroit facile de le faire enfonçer tant et ſi peu et ſi lentement qu'on le jugeroit a propos. Il eſt à remarquer que j'ay fait pour les trous *ff* des tuyaux vn peu longs, afin que quand le batteau s'enfonce l'eau du dehors n'en acquiere pas plus de force pour preſſer l'air dans le batteau: car il eſt clair que la hauteur que l'eau acquiert dans ces tuyaux reſiſte à l'augmentation qui s'eſt faitte à la hauteur de l'eau exterieure: et la pompe jouant beaucoup plus viſte que le batteau ne deſcend, l'air qui entre repouſſe bien toſt le peu d'eau qui eſt monté dans les trous *ff*: et ainſi le batteau demeure tousjours vn peu plus leger que l'eau, et ſi on ceſſoit de ramer il remonteroit lentement à la ſuperficie. Lorſque par le Barometre on aura recognu que le vaiſſeau eſt auſſi bas qu'on veut, (par exemple que les trous *ff* ſont à 10 pieds au deſſoubs de la ſuperficie de l'eau) il faudra ceſſer de ramer vers en bas et ſe contenter de maintenir le vaiſſeau à cette profondeur: on voit qu'on pourroit alors ouvrir autant de trous qu'il ij en auroit au fonds, fuſſent ils aſſez grands pour paſſer vn homme, et ainſi on pourroit aller faire ſon coup ſans eſtre apperceu. Quand enſuitte on ſeroit loing de l'ennemi et qu'on voudroit faire de longs voyages, on n'auroit qu'â jetter toute l'eau hors du batteau afin de remonter plus viſte et plus haut, et apres avoir fermé les trous *ff* on pourroit ouvrir le trou EE, ayant premierement laiſſé ſortir lair preſſé par quelque petit trou: ainſi on monteroit ſur le batteau et on pourroit ij dreſſer quelques mats avec des voiles: et vn tel batteau eſtant long, comme il pourroit eſtre, ſeroit ſans doute extremement viſte à cauſe de ſa fermeté. puiſque non ſeulement la partie inferieure eſtant beaucoup plus peſante que l'eau reſiſteroit à monter; mais auſſi la partie ſuperieure eſtant beaucoup plus legere reſiſteroit à deſcendre. Ce vaiſſeau pourroit donc porter beaucoup plus de voiles, à proportion, que les vaiſſeaux

[1]) Il est douteux s'il faut lire 4 ou 5.

ordinaires qui ont vne grande partie de leur poids dans l'air: et comme il ne feroit que tres peu hors de l'eau et ne donneroit pas de prife aux vents contraires il iroit facilement à tous vents: cela donc me perfuade que ces nouveaux vaiffeaux feroient des voyages plus promptement que les vaiffeaux ordinaires. Celui que j'ay fait m'a donné beaucoup de peine et a requis beaucoup de temps faute de ferblantiers pour ij travailler de la bonne maniere: j'ay efté contraint de faire des fortifications de fer et de bois par dedans et par dehors, ce qui l'a rendu fort pefant; au lieu que par le moien de bandes de fer blanc foudées à la machine et embraffants les barres de fer du dehors la meime fortification auroit fervi pour le dehors et pour le dedans. Enfin pourtant la chofe eftoit faitte, et avant de la mettre à l'eau j'ij avois preffé l'air en fi peu de temps et avec tant de facilité que j'eftois feur du bon effet qu'ell'auroit fait dans l'eau: puifque la preffion de l'eau au dehors auroit encor refifté à la moitié de la force de l'air interieur et ainfi auroit fortifié la machine. Mais le charpentier (de qui c'eft le meftier de coignoiftre par experience fi fes inftruments font affez forts pour lever les fardeaux qu'on luy propofe) fit pourtant la fottife de prendre vne grue trop foible; en forte que quand on eleva la machine pour la mettre à l'eau, le crochet de fer fe rompit et la machine en tombant fe gafta tres fort[4]). J'ay lieu de croire que fi je voulois à prefent la reparer, les ouvriers me feroient tout a fait defefperer m'ayant tant fait languir dez la premiere execution: et au fonds, cecy n'eftant qu'un apprentiffage et mal executé, ce batteau ne pourroit jamais fervir à des vfages reels; mais feulement pour quelques experiences dont il me femble qu'on peut fe tenir auffi feur que fi on les avoit veues. Si Vous jugez donc, Monfieur, que ma Theorie foit fans defauts, voicy ce que je crois qu'il faudroit mettre au pluftoft en pratique fans plus perdre de temps avec les ouvriers de Caffell. AA: fig. 2.[5]) eft vn grand tonneau ovale de bois, ayant 6 à 7 pieds de haut: fon grand diametre autant, ou plus fi l'on veut: fon petit diametre 3 ou 4 pieds. BB eft vn ***rotatilis fuctor et preffor Haffiacus***[6]) qui par le moien du tuyau CC attire continuellement l'air exterieur. DD eft le grand trou pour entrer: EE eft vn grand vaiffeau cylindrique de cuivre d'environ 14 ou 15 pouces de diametre et de 5 à 6 pieds de long: l'ouverture de ce vaiffeau eft dans le cuvier AA et fe doibt fermer comme celles de la machine precedente: FF eft vne pompe par ou les gens dans le tonneau AA peuvent preffer l'air dans le vaiffeau EE apres qu'on ij aura enfermé vn homme qui agira par le trou G

---

[4]) Ce malheur arriva le 13 ou le 23 août 1691. Consultez la préface de l'ouvrage de Gerland, page 60.

[5]) Voir la seconde figure de la page 120.

[6]) Voir, sur cette machine, l'article de Papin dans les „Acta Eruditorum" de juin 1689, intitulé: „Rotatilis suctor et pressor Hassiacus, in Serenissima Aula Cassellana demonstratus et detectus", et la préface de l'ouvrage de Gerland, pages 39 et 40.

contre les vaiſſeaux ennemis &c. ce trou ſe ferme comme les autres. Vous voyez, Mons.r, combien cette nouvelle conſtruction eſt preferable à la precedente: pour la facilité tant de l'execution; que de l'vſage: car le tonneau AA n'auroit aucune preſſion interieure à ſupporter, et il ſuffiroit qu'il fuſt aſſez fort et exactement fait pour empeſcher que l'eau de dehors n'y entraſt: le fonds d'embas ſeroit à peu pres egalement preſſé par les poids dont on le chargeroit en dedans et par l'eau qui le toucheroit au dehors: et le fonds ſuperieur eſtant le moins preſſé par l'eau la ſoutiendroit aiſément; et on pourrait encor le fortifier de quelques barres en dedans. D'autre coſté le vaiſſeau EE n'auroit pas, à beaucoup près, vne ſi grande preſſion interieure à ſouffrir que la machine precedente: et ainſi à cauſe de ſa figure cylindrique il la ſupporteroit aiſement ſans changer ſenſiblement de volume: ainſi cette machine pourroit s'enfoncer ou retourner à la ſuperficie: et avoir ſes trous ouverts tantoſt au deſſus et tantoſt au deſſoubs, ſans qu'il fuſt beſoing d'adjouter ou d'oſter qu'une petite quantité d'eau au lieu que pour la machine precedente, quoy que fortifiée avec beaucoup de frais et de peines, il auroit fallu vne grande quantité d'eau pour recompenſer les changements de volume qui luy ſeroient arrivez. Vn autre advantage qui ſe rencontre icy c'eſt que, l'air n'eſtant point preſſé dans AA, vn homme ſeul par le moien du ***rotatilis ſuctor*** pourroit ij faire vn vent continuel ſuffiſant pour la reſpiration de 100 hommes et plus s'il eſtoit beſoing: et l'air ſuperflu ſortant par vn autre tuyau tel que CC, ne feroit point de bouillonnements dans l'eau: on pourroit auſſi faire que l'air qu'on fourniroit à l'homme en EE retourneroit dans AA pour ſortir auſſi ſans bouillonnement. On ſeroit ſeur auſſi que la machine ne pourroit deſcendre ſans qu'on s'en apperceuſt dabord par le moien du barometre recourbé O O O ouvert des deux bouts et ayant communication au dehors et au dedans: et crainte de rupture on pourroit ne faire ce barometre de verre que dans l'endroit ou le haut du mercure feroit ſes mouvements. On feroit enfoncer le batteau en ij laiſſant entrer l'eau par vn robinet: et afin de n'eſtre pas ſurpris il ij auroit des hommes avec des rames qui feroient auſſi effort pour l'enfoncer et qui fermeroient le robinet ſi toſt que le batteau enfonceroit ſans beaucoup deffort. Les rames devroient eſtre attachées avec des cuirs comme on dit qu'eſtoient celles du batteau de Drebell: et quand on voudroit remonter on le feroit en partie par le moien des meſmes rames; et en partie en chaſſant l'eau de la machine avec vne pompe bien ajuſtée pour cet effet. Voila, Monſieur, les moiens qui me ſemblent infaillibles pour ſurmonter les plus grandes difficultez qui ſe puiſſent trouver dans ce deſſein important: Je crois qu'on ne doutera pas apres cela qu'on ne puiſſe aiſement venir à bout du reſte, comme de ſe guider pour entrer dans les ports, d'ij trouver les vaiſſeaux ennemis, d'ij attacher des petards, &c. Je m'abſtiendray donc de parler de tout cela afin d'eviter vne longueur exceſſive: et j'eſpere que, conſiderant l'importance de la choſe et le peu de deſpenſe qu'il ij a à riſquer pour cela, Vous ne ferez pas de difficulté, Monſieur, de temoigner que la choſe merite d'eſtre pouſſée avec diligence: car

on ne peut douter que cette invention ne foit fort practicable puifque je l'ay desjá executée d'vne maniere beaucoup plus difficile que celle que je propofe à prefent. J'ay fait la relation de ce qui s'eft paffé à Mon.gr le Landgrave, et je luy ay marqué que pour m'affeurer encor plus de la jufteffe de mes raifonnements je vous en ecrirois comme à l'oracle que l'on doibt confulter fur ces matieres: je Vous fupplie donc tres humblement, Monfieur, d'avoir la bonté de m'accorder vne refponfe: et de me donner voftre approbation en ce qui la merite: ou de me decouvrir mes erreurs fi j'en ay commis: il femble qu'il eft de l'intereft de toute la Republique des lettres de faire en forte que les Princes retirent de la fatisfaction des defpenfes qu'ils fe refolvent de faire pour de nouvelles inventions. En attendant l'honneur de voftre refponfe je Vous fupplie de me permettre tousjours de me dire avec vn tres profond refpect.

MONSIEUR

Vous ne ferez peut eftre pas fafché, Mr., de fçavoir une circunftance que j'oubliois à vous marquer: c'eft qu'en laiffant fortir l'air preffé de noftre machine on fe trouve incontinent dans vn brouillard: de mefme qu'en tirant l'air avec la machine du uuide on voit dabord des nuées qui fe forment dans le recipient.

Voftre tres humble et tres obeiffant feruiteur
D. PAPIN.

*) Refpondu le 2 Nov. [Chriftiaan Huygens].

Nº 2692.

J. Gousset [1]) à Christiaan Huygens.

28 août 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Chr. Huygens y répondit le 2 novembre 1691.

[a]) Monsieur

Puis que Mons.r Papin mon Coufin m'a fourni l'occafion de me donner l'honneur de vous efcrire, en m'envoyant cette lettre [2]) pour vous la faire tenir, permettez moy d'en profiter auffi pour m'inftruire en vous confultant avec la mefme foûmiffion, que fait mon Coufin. Ce que je prendrai la liberté de vous demander, Monfieur, regarde ce que j'ai leu dans voftre traitté de la lumiere. Vous faites, comme Des Cartes, la Lune diftante de la terre de 30 diametres de la terre [3]). Et le foleil de 12000 [4]). Je defirerois favoir fi cette diftance du foleil a efté remarquée par quelque obfervation faite directement fur le foleil. Si cela eft, ce fera une confirmation pour le fyfteme. Car c'eft auffi ce qui refulte a peu prés en calculant 365 [b]) roulemens du vortice de la Lune confideré comme une rouë qui court autour de la partie du vortice du foleil qui eft entre ces deux aftres, & ayant pour femidiametre 30 diametres du globe terreftre.

J'ay une difficulté fur ce que vous faites un point de la terre fous l'Equateur, plus éloigné du centre que fous le pole, feulement comme 578 a 577 [5]). Et que cependant vous dites [6]) que le niveau decline vers le nort en ces pays, de 5 min. 54." [c]). Il me femble que cette declinaifon du niveau devroit paroiftre fenfiblement, fi la terre n'eft pas plus applatie que cela vers les poles. Oferai-je ajoûter une curiofité à l'occafion d'une certaine hypothefe qu'un de nos meffieurs me debitoit il y a peu de temps. Je ferois bien aife de favoir fi une revolution de 6915 années avec 343. jours remettroit les planetes a fa fin dans la mefme fituation [d]) où elles eftoient a fon commencement, du moins fi cela fe feroit a l'egard du foleil & de la Lune. Mais, Monfieur, je vous prie de ne pas croire que j'ignore combien vous avez d'occupations plus confiderables, que celle de me refpondre fur mes queftions. Je ne fouhaite pas de vous en diftraire. Mais je fouhaiterois bien qu'il vous reftaft un moment de temps a perdre a cela. A l'egard de la refponfe

---

[1]) Voir, sur Jacques Gousset, la Lettre N°. 2608, note 5.
[2]) La Lettre N°. 2691.
[3]) Page 6 du „Traité de la Lumière".
[4]) Page 8 du même ouvrage.
[5]) Voir l'„Addition" au „Discours de la cause de la Pesanteur", page 156.
[6]) Page 151 du „Discours de la cause de la Pesanteur".

que vous ferez a mon Coufin, je ne croi pas qu'il y ait de meilleure voye que celle d'ici. Je ferai bien aife de fervir a voftre commerce, & en mefme temps d'y participer. Je finis en vous affeurant, Monfieur, que je recevrai vos éclairciffements avec toute l'eftime & la déference imaginable, & que j'en aura une parfaite reconnoiffance. Je fuis,

MONSIEUR

Voftre tres humble et tres obeiffant feruiteur
GOUSSET.

mon addreffe eft a Gouffet
profeffeur dans l'Univerfité.

a Groningue le 28 Aouft 1691.

Si vous me faifiez la grace de me donner un pied certain pour le cours de chaque Planete par lequel je pûffe divifer ce periode de 6916 ans 343 jours, il ne feroit pas befoin que vous priffiez la peine de le calculer.

A Monfieur

Monfieur HUGENS DE ZULICHEM.

---

[a]) Repondu le 2 nov. 91 [Chriftiaan Huygens].
[b]) Ce feroient 400 roulemens mais cela ne fert guerre a confirmer le fyfteme [Chriftiaan Huygens].
[c]) le calcul le confirme [Chriftiaan Huygens].
[d]) qu'appelez vous la mefme fituation? car ayant toutes des temps periodiques incommenfurables, il n'arrivera jamais que le foleil et la Lune fe retrouvent enfemble a un mefme point ou ils ont efté conjoints. quand il n'y auroit point d'anomalie, et avec elle le calcul eft infini [Chriftiaan Huygens].

N° 2693.

Christiaan Huygens à G. W. Leibniz.

1er septembre 1691.

La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.
La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]) *et C. I. Gerhardt*[2]).
Elle est la réponse aux Nos. 2682 *et* 2688.
Leibniz y répondit le 21 *septembre* 1691.

Sommaire:[3]) S'il l'a fait expres[4]) de ne marquer pas la raifon de ℵ à ב[5]), ni que AΘ[6]) eft la fouftangente de la Logarithmique? J'ay bien reconnu, en conferant voftre conftruction avec celle de Mr. Jo. Bernouilly[7]), que cela doit être ainfi, mais comment avez vous cru que fans cela j'euffe pu le fcavoir? ou vos autres lecteurs?

Qu'il a merveilleufement reuffi et auffi Jo. Bernouilly!

Ce que j'ay cherché, c'eftoit principalement de voir de quelle nature eftoit la courbe propofée, et fi elle fe pouvoit conftruire geometriquement ou s'il eftoit befoin de fuppofer quelque quadrature d'une autre courbe. Ce qui s'eft trouvé ainfi. Dans cette recherche j'ay remarqué quelques unes des proprietez de cette Catenaire, qui fe font offertes. Les autres que vous ou Mr. Bernouilli avez decouvertes, je ne les ay point cherchées, comme la dimenfion de l'efpace entre la courbe et fa bafe, les centres de gr. de cet efpace et celuy de la courbe, parce que je [les] croiois incomparablement plus difficiles a trouver qu'elles ne font. Je n'ay point efperé auffi que la quadrature de la courbe $xxyy = a^4 - aayy$ dont j'ay dit que la conftruction de la chainette depend, eftoit reduifible à la quadrature de l'hyperbole, a la quelle vous et Mr. Bernouilly avez reduit voftre conftruction, ce qui me paroit le plus beau de tout ce que vous avez tous deux decouvert.

Il eft a fouhaiter ce que vous dites que Mr. Bernouilly en faffe voir le rapport[8]) je voudrois auffi qu'il adjoutaft les demonftrations, ou manieres de trouver.

Bernoulii theorema 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 ex meis facile deducuntur[9]) et pleraque velut

---

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 90.

[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 98 et Briefwechsel, p. 659.

[3]) Ce sommaire ou cette minute se trouve à la page 121 recto et verso du livre G des Adversaria; sa rédaction diffère sur plusieurs points de celle de la lettre elle-même; ainsi nous avons cru utile de la reproduire ici.

[4]) Il s'agit de la solution de Leibniz du problème de la chaînette, citée dans la note 1 de la pièce N°. 2681.

[5]) C'est-à-dire la raison de K à S de la note 4 de la Lettre N°. 2688.

[6]) La ligne AO de la figure de la Lettre N°. 2688.

[7]) Voir la note 12 de la Lettre N°. 2664.

[8]) C'est-à-dire le rapport entre les diverses solutions. Allusion à la remarque de Leibniz de la Lettre N°. 2688: „j'espère que Mr. Bernoully fera une plus exacte comparaison".

[9]) Voir la note 22 de la présente lettre.

corrolaria, quartum [10]) non inveni, fed quomodo inventum fit non difficulter perfpexi. Illud vero ne quidem quaefiveram. Duodecimum [11]) ex eodem fundamento haberi poterat, cujus etiam conftructio brevior Bernouliana erit, fi tantum AL ponatur aequalis GK, fic enim fit L centr. gr. curvae EBF; quod fe non puto ignorafle. Eftque inventio centri gr. fpatij CA (C) in tua figura. affinis admodum ifti [12]). Spatii BAOE [13]) dimenfionem non habet Bernoulius ex qua etiam dimenfio fpatij MPO deducitur.

Il n'a rien non plus de la furface du conoide.

Je ne trouve aucune erreur ni dans vos inventions ni dans les fienes. apres les avoir toutes examinées.

Car horfmis la reduction de la conftruction a la quadrature de l'hyperbole, ou au Logarithmes, je vois les fondements de tout ce que vous et Mr. Bernoully avez de plus que moy; mais cette reduction, que j'eftime fort, je ne vois pas jufqu'icy comment vous y eftes parvenus, et vous me ferez plaifir de me l'apprendre. Quand je confidere que vous avez tous deux rencontrè cette reduction, je dis qu'il faut que ce foit ou quelque ftupiditè qui m'empefche de la voir, ou de ce que je fuis beaucoup moins verfè que vous et luy en ce qui regarde les quadratures, et comment les unes dependent des autres; ce qui eft certain; ou de ce qu'on n'y peut arriver que par voftre nouveau calcul duquel dans tout le refte je ne vois pas encore la neceffitè; mais je veux croire qu'il fert a faire remarquer plus facilement les diverfes proprietez des lignes qu'on examine, parce que je vois que Mr. Bernoully auffi bien que vous Mr. a decouvert des chofes touchant cette chainette, que je ne me fuis pas propofees à chercher, parce que je les croiois trop eloignées; mais a vous et luy il femble qu'elles fe foient offertes.

J'ay fouvent confiderè que les lignes courbes que la nature prefente fouvent a noftre vue, et qu'elle decrit, pour ainfi dire, elle mefme, renferment toutes des proprietez fort remarquables. Telles font le cercle que l'on rencontre partout. La parabole, que decrivent les jets d'eau. L'ellipfe et l'hyperbole, que l'ombre du bout du ftile parcourt et qu'on rencontre auffi ailleurs. La cycloide qu'un clou qui eft dans la circonference d'une roue decrit. Et enfin noftre chainette qu'on a remarquée par tant de fiècles fans l'examiner. De telles lignes meritent à mon avis qu'on fe les propofe pour exercice, mais non pas celles qu'on forge de nouveau feulement pour y emploier le calcul geometrique. C'eft pourquoy je ne voudrais pas m'amufer à pourfuivre ces differentes natures de chaine que Mr. Jo. Bernouilly propofe, comme devant achever et pouffer plus avant cette fpeculation.

Pour ce qui eft de la courbure du reffort dont Mr. J. Bernoully fait mention elle merite d'eftre recherchée, puis que c'eft encore une des lignes que la Nature decrit. Mais malaifement trouvera 't on icy des principes auffi feurs, que ceux qui fervent a la fpeculation de la chaine. Il parle en fuite de la courbe que produit une voile tendue par le vent, comme eftant d'une meditation tres fublime. Et il ajoute qu'une partie de la voile qui a fa fouftendante perpend.re a la direction du vent doit fe plier en arc de cercle, ce qui me paroit fi faux que je veux plutoft croire que je n'entens pas bien fa propofition que de luy imputer une erreur fi greffiere.

---

[10]) „Spatium funicularium BAE (voir la figure de la présente lettre) vel BAF est aequale rectangulo sub BA et AF, diminuto rectangulo sub CB et FG". Voir d'ailleurs le § I de l'Appendice N°. 2694.

[11]) „Si ad AG applicentur duo Rectangula AI, AK, quorum unum AI ei quod sub semilatere transverso CB et recta FG comprehenditur rectangulo, alterum AK quod ipsi spatio Hyperbolico BGA aequatur; et differentiae latitudinum KI sumatur in axe a vertice B aequalis BL, erit punctum L centrum gravitatis curvae Funiculariae EBF". Voir encore le § III de l'Appendice N°. 2694.

[12]) Voir le § IV de l'Appendice N°. 2694, note 1.

[13]) Lisez BMOE et consultez la figure de la présente lettre.

1 Septembre 1691.

MONSIEUR

Peu de jours apres que jeus receu voſtre lettre du 24 Jul. l'on m'apporta les Acta de Leipzich de May et Juin, où je vis avec bien du plaiſir outre vos inventions touchant la *Catenaria*, les quelles vous veniez de me communiquer, celles de Mr. Jo. Bernouilly. Je vous admiray tous deux, et vous, Monſieur, ſurtout, d'avoir ſi bien reuſſi à decouvrir les proprietez de cette courbe, et ayant examinè [14]) vos conſtructions et vos Theoremes, je trouvay que tout quadroit enſemble, comme auſſi avec ce que j'ay donnè, en ce que nous avons de commun et qu'il n'y avoit aucune erreur. Je conſideray enſuite pourquoy pluſieurs de vos decouvertes m'eſtoient echappées, et je jugeay que ce devoit eſtre un effet de voſtre nouvelle façon de calculer, qui vous offre, à ce qu'il ſemble, des veritez, que vous n'avez pas meſme cherchées, car je me ſouviens que dans une de vos lettres precedentes [15]), vous m'aviez dit, en parlant de ce que vous aviez trouvè touchant la *Catenaria*, que le calcul vous offroit cela comme de ſoy meſme, ce qui certainement eſt fort beau. Pour moy je puis dire que j'ay trouvè tout ce que j'ay cherchè et plus, mais je n'ay point cherchè ni voſtre dimenſion de l'eſpace [16]), ni les deux centres de gravitè [17]), n'ayant pas eſperè qu'ils fuſſent trouvables. Ainſi ils me ſont echappez, quoyque j'en aye eſtè fort pres. Car j'ay aſſez reconnu, en examinant vos theoremes là deſſus, par quelle voie j'y aurois pu parvenir [18]) et que ces theoremes ont une meſme origine. J'ay auſſi remarquè en paſſant que Mr. Bernouilly [19]), pour avoir le

[14]) On rencontre cet examen aux pages 116 verso jusqu'à 119 recto du livre G des Adversaria, sous les dates des 5, 6 et 7 août.

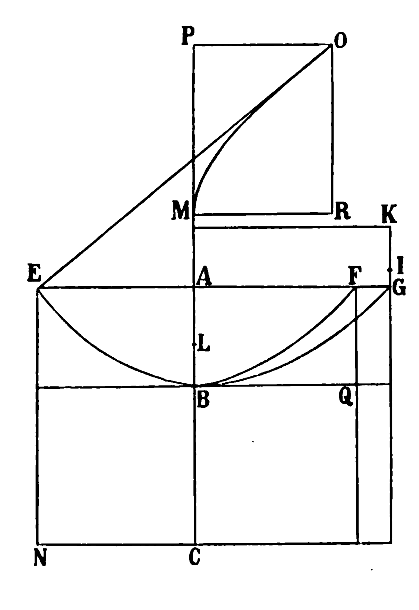
[15]) La Lettre N°. 2627 du 13 octobre 1690.

[16]) Il s'agit de l'aire AONCA de la figure de la Lettre N°. 2688. Selon Leibniz elle est égale au rectangle sur OA et AR. Dans le § I de l'Appendice de cette Lettre, la pièce N°. 2694, Huygens retrouve et démontre ce théorème.

[17]) Le centre de gravité P de l'arc AC (voir toujours la figure de la Lettre N°. 2688) et le centre de gravité Q de l'aire AONCA. La construction de Leibniz de la distance OG du premier de ces centres à la droite NO diffère de celle énoncée par Bernoulli (voir la note 11 et la figure de la présente lettre) et aussi de celle de Huygens démontrée au § III de la pièce N°. 2694. Elle est comme il suit: „Arcui AC vel AR, ordinatae BC, parametro OA inventa quarta proportionalis $O\theta$, addatur abscissae OB et summae dimidia OG, dabit G centrum gravitatis". La construction de EA, et celle de $O\beta$, OG une fois trouvée, sont au contraire identiques avec celles démontrées par Huygens aux § III et IV de la pièce N°. 2694. Toutes ces constructions sont d'ailleurs exactes.

[18]) Voir la pièce N°. 2694, aux paragraphes cités dans les deux notes précédentes.

[19]) Il s'agit de son douzième théorème, cité dans la note 11 de la présente lettre.



centre de gravitè L de la courbe EBF, au lieu qu'il prend BL egale à IK, n'avoit qu'à prendre AL egale à GK, et qu'ainſi le rectangle de GA, AL eſt tousjours egal à l'eſpace hyperbolique [20]) BGA. Par où il auroit encore facilement trouvè le centre de gravitè de l'eſpace EBF, ou, qui vaut autant, de voſtre eſpace AONC [21]).

Ses propoſitions 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 [22]) ſont en partie les meſmes et en partie aiſées à deduire des choſes que j'avois trouvées, en eſtant comme des corollaires, quoy qu'il y en ait de fort jolies, dont peut-eſtre je ne me ſerois jamais aviſè. Pour ce qui eſt de la ſurface du Conoide [23]), je vois qu'il n'en dit rien, ni vous, Monſieur, touchant la courbe dont la *Catenaria* s'engendre par evolution, apparemment parce que vous n'y avez pas ſongè. Apres ma dimenſion

---

[20]) Consultez, pour la démonstration de ce théorème, le § III de la pièce N°. 2694.

[21]) Voir la figure de la Lettre N°. 2688 et consulter le § IV de la pièce N°. 2694.

[22]) Voici les théorèmes, tels que Bernoulli les avait formulés, avec l'indication, autant que possible, des théorèmes de Huygens avec lesquels ils sont identiques ou dont ils se déduisent facilement.

Remarquons d'abord que le BC de Bernoulli (voir ici et dans la suite la figure de la présente lettre) est égal au rayon de courbure r du sommet, employé par Huygens comme paramètre de la chaînette.

1. „Ducta tangente FD, erit AF : AD = BC : BF curvam". Voir le théorème „KL : LS = CA ad AK curvam" de la pièce N°. 2624, démontré au § II de la pièce N°. 2625. D'après les notes marginales citées dans la note 1 du N°. 2540, Huygens ajouta en marge de son exemplaire des Acta: „Idem ex meis: sed ego et hoc, nempe quod DF — AF ad AD ut AB ad BF curvam". (Voir le théorème 2 de la IIIe partie de la pièce N°. 2668).

3. „Curva BE vel BF aequalis eſt rectae AG, i. e. portiones curvae funiculariae ad axem applicatae conficiunt Hyperbolam aequilateram: inſignis eſt hujus curvae proprietas". „Idem ex meis" (notes marg.). Le théorème, en effet, se déduit assez facilement au moyen des théorèmes (δ) et (ε) du § IV de la pièce N°. 2669, en remarquant qu'on a d'après la construction indiquée: $AG^2 = AC^2 - BC^2 = (d+r)^2 - r^2 = d(d+2r) = d\left(d+\frac{2ad}{b-a}\right) = d^2 . \frac{b+a}{b-a} = d^2 . \frac{b^2-a^2}{(b-a)^2} = \frac{d^2 s^2}{(b-a)^2} = (\text{arc. BG})^2$. Voir d'ailleurs le § II de la pièce N°. 2694.

5. „Curva MNO, ex cujus evolutione deſcribitur Funicularia BE, eſt tertia proportionalis ad CB et AG". „Idem ex meis" (notes marg.). Le théorème est identique au théorème: „CA ad AI ut AI ad AW = CR" de la pièce N°. 2624. Voir la démonstration au § IV de la pièce N°. 2625.

de l'efpace BMOE, et la voftre [24]) de l'efpace BEA dans la 2e fig. de Mr. Bernoully [25]) l'on peut auffi trouver celle de l'efpace MOR, que la courbe MO retranche du rectangle MPOR, lequel efpace devient egal au rectangle FC, lorfque BA eft egal à RM ou BC [26]), mais qu'a-t-on à faire, direz vous, de chercher fi avant!

J'avois fait tout cet examen, et les remarques dont je viens de parler fans beaucoup de peine, et dès les premiers jours, mais je n'ay pu trouver la Reduction de la conftruction de la Courbe à la quadrature de l'Hyperbole, et c'eft ce qui m'a fait differer de vous faire refponfe. Car cette reduction me paroiffant fort belle, parce qu'elle donne la maniere de trouver avec facilitè des points dans la courbe, j'aurois eftè bien aife d'en decouvrir auparavant la methode par ma propre meditation, qui, à dire vray, a eftè interrompue par plufieurs affaires et diftractions de

---

6. „Recta vero evolvens EO eft tertia proportionalis ad CB et CA". „Idem ex meis"(notes marg.). Le théorème se déduit des théorèmes (δ), (ε) et (ζ) du § IV de la pièce N°. 2669, en observant qu'on a $EO = MB + MO = \frac{ad}{b-a} + \frac{ds^2}{a(b-a)} = \frac{b^2d}{a(b-a)}$ et de même: $\frac{CA^2}{CB} = \frac{(d+r)^2}{r} = \frac{b^2d}{a(b-a)}$.

7. „Recta BM ufque ad principium curvae MNO fumta aequatur ipfi BC". Pour la comparaison des solutions de Huygens et de Bernoulli ce théorème doit être considéré comme constituant la définition de la droite BC de Bernoulli. Huygens ajouta en marge: Idem ex meis, et insuper quod DF—FA ad FA ut AB ad BM. Voir le théorème 3 de la IIe partie de la pièce N°. 2668.

8. „MP eft dupla ipfius BA". „Idem ex meis. Verum". (notes marg.). Ce théorème encore se déduit facilement des theorèmes (δ), (ε) et (ζ) déjà cités, en faisant usage, pour le calcul de MP, de la relation: AP : EO = AF : FD, où FD représente la tangente de la chaînette au point F.

9. „Rectangulum fub CB et PO duplum eft fpatii hyperbolici ABG". Probablement ce numéro 9 a été ajouté par mégarde, l'annotation „idem ex meis" des notes marginales y fait défaut et il n'est pas facile de voir comment ce théorème pourrait être déduit des résultats de Huygens, où la quadrature de l'hyperbole ABG n'entre en aucune manière.

10. „Recta CP bifecta eft in puncto A". „Idem ex meis" (notes marg.). Le théorème est une conséquence immédiate des théorèmes 7 et 8.

11. Curva EB eft ad curvam MNO, ut recta CB ad rectam AG". „Idem ex meis" (notes marg.). Le théorème ce déduit immédiatement des théorèmes 3 et 5.

[23]) Voir le § VI de la pièce N°. 2625.

[24]) Voir la note 16 de la présente lettre. En effet, l'aire BEA se déduit immédiatement de celle dont il est question dans cette note.

[25]) Voir la figure de cette lettre.

[26]) On rencontre ce calcul à la page 122 recto du livre G. Huygens y arrive pour l'espace MOR à la formule générale: $\frac{4}{3}\frac{AG^3}{BC} - 2CA.AG + 2BC.AF$. Dans le cas particulier, dont il s'agit, on a : $CA = 2BC$ et $AG = \sqrt{CA^2 - BC^2} = BC\sqrt{3}$ et par suite la formule se réduit à l'expression $2BC \times AF = CA \times AF$, comme le texte l'indique.

toute forte[*]). Enfin je n'y vois point de jour encore, et puifque Mr. Bernoulli auffi bien que vous, a reuffi en ce point, j'en conclus qu'il faut que voftre nouveau calcul vous ait conduit tous deux, ou bien une plus grande connaiffance que vous vous eftes acquife, l'un et l'autre, en ce qui eft des quadratures et leurs relations et dependances mutuelles. J'ay recherchè la deffus ce que je me fouvenois d'avoir vu dans les oeuvres pofthumes de Mr. Fermat [27]), mais ce Traité eft imprimè avec tant de fautes, et de plus fi obfcur, et avec des demonftrations fufpectes d'erreur, que je n'en ay pas fcu profiter. Vous me ferez donc tres grand plaifir, Monfieur, fi vous me voulez donner quelque lumiere en cecy, ce que peut-eftre vous pouvez en fort peu de paroles. J'avois reduit cette conftruction, comme vous fcavez, à la dimenfion de la Courbe $xxyy = -aayy + a^4$ [28]) et je vois maintenant quel efpace hyperbolique eft egal à un efpace de cette courbe [29]), mais je ne fcay pas comment j'aurois pu trouver cela; et il fe peut que voftre Reduction eft fondée fur autre chofe, ce que je feray bien aife d'apprendre. Si Mr. Bernoully en examinant le raport entre nos inventions (ainfi que vous le fouhaitez) vouloit en mefme temps expliquer les fondemens de fes decouvertes, il ne feroit pas befoin que vous priffiez la peine de m'inftruire, et il m'aideroit par là a entendre voftre ***calculus differentialis***, dont je commence avoir grande envie; mais peut-eftre il nous fera attendre encore longtemps [30]).

Je ne voudrois jamais m'amufer à ces differentes natures de chaines, que Mr. Jo. Bernouilly [31]) propofe comme devant achever ou pouffer plus avant cette

---

[27]) Voir, sur les „Varia Opera" de Fermat, publiés en 1679, la note 1 de la Lettre N°. 221. Il s'agit ici surtout du traité „De aequationum localium transmutatione et emendatione ad multimodam curvilineorum inter se vel cum rectilineis comparationem, cui annectitur proportionis geometricae in quadrandis infinitis parabolis et hyperbolis usus", qui occupe les pages 255—285 du Tome I de l'édition complète des „Œuvres de Fermat", publiées par les soins de MM. Paul Tannery et Charles Henry, sous les auspices du ministère de l'instruction publique. Gauthier-Villars et fils, 1891. in-4°.

[28]) Voir p. e. le septième théorème de la pièce N°. 2681.

[29]) D'après une annotation de Huygens sur la même feuille manuscrite qui contient la minute de la pièce N°. 2681, il avait trouvé que l'aire MA$\xi\theta\zeta$ de la figure de notre pièce N°. 2694, devrait être le double de l'aire hyperbolique MAζ. Or, la courbe A$\xi\theta$ de cette même figure, définie dans l'annotation mentionnée par la relation $\theta\varphi = \frac{\lambda\varphi^2}{\zeta\varphi}$, s'identifie, suivant le dernier alinea du § VIII de la pièce N°. 2625, avec la courbe $\alpha\psi\theta$ de la figure 5 de cette pièce N°. 2625, c'est-à-dire avec la courbe $x^2y^2 = -a^2y^2 + a^4$.

[30]) En effet, Jean Bernoulli ne publia une analyse du problème de la chaînette qu'en 1742, dans ses „Lectiones Mathematicae, de methodo integralium, aliisque, conscriptae in usum Ill. Marchionis Hospitalii, Cum Auctor Parisiis ageret, Annis 1691 & 1692".

[31]) Il s'agit des chaînettes à densité inégale, mentionnées par Jean Bernoulli vers la fin de l'article, cité dans la note 1 de la Lettre N°. 2681, qui contient sa solution du problème de la chaînette ordinaire.

ſpeculation. Il y a de certaines lignes courbes que la nature preſente ſouvent à noſtre vue, et qu'elle decrit pour ainſi dire elle meſme, leſquelles j'eſtime dignes de conſideration, et qui d'ordinaire renferment pluſieurs proprietez remarquables, comme l'on voit au Cercle, aux Sections coniques, à la Cycloide, aux premieres Paraboloides [b]) et à cette *Catenaria.* Mais d'en forger de nouvelles, ſeulement pour y exercer ſa geometrie, ſans y prevoir d'autre utilitè, il me ſemble que c'eſt *difficiles agitare nugas*, et j'ay la meſme opinion de tous les problemes touchant les nombres. *Calculis ludimus*, *in ſupervacuis ſubtilitas teritur*, dit quelque part Seneque en parlant de certaines diſputes frivoles des philoſophes Grecs.

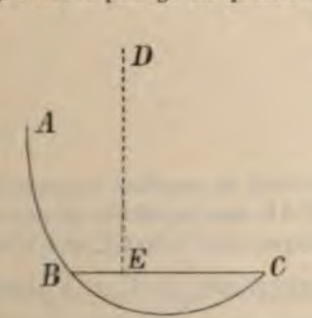
Pour ce qui eſt de la courbure du Reſſort, dont l'autre Mr. Bernouilly fait mention [32]), elle peut meriter quelque attention eſtant encore une de ces lignes que la nature decrit quoyque je doute fort ſi on trouvera des Principes auſſi ſurs que ceux qui ſervent à la ſpeculation de la Chainette. Il parle outre cela de la courbe que produit une voile tendue par le vent, comme eſtant d'une meditation tres ſublime. En quoy je veux croire que je n'entens pas ce qu'il veut dire, parce que cette courbure en arc de cercle, qu'il donne à une partie de la voile, me paroiſt trop abſurde (en l'interpretant ſimplement) pour qu'il ſe puiſſe eſtre trompè ſi groſſierement [33]).

Voicy a peu pres la fig. 2e de Mr. Bernouilly [34]) à laquelle ſe rapportent les 2 remarques precedentes [35]). Vous avez fort bien fait de m'advertir dans voſtre

---

[32]) Dans l'article de Jacques Bernoulli qui parut dans les „Acta eruditorum" de juin 1691, sous le titre: „Specimen alterum calculi differentialis in dimetienda Spirali Logarithmica, Loxodromiis Nautarum, et Areis Triangulorum Sphaericorum; una cum Additamento quodam ad Problema Funicularium, aliisque".

[33]) Voici le passage en question de l'article cité dans la note précédente: „Istis vero omnibus multo sublimior est speculatio de *Figura veli vento inflati*; quanquam cum *Problemate Funiculario* eatenus affinitatem habet, quatenus venti continuo ad velum adlabentis impulsus ceu funis alicujus gravamina spectari possunt. Qui naturam pressionis fluidorum intellexerit, haud difficulter quidem capiet, quod portio veli BC, quae subtensam habet directioni venti DE perpendicularem, curvari debeat in arcum circuli. At qualem curvaturam induat reliqua portio AB, ut difficilis est perquisitio, sic in re nautica eximii prorsus usus futura est, ut praestantissimorum Geometrarum occupationem juxta cum subtilissimis mereri videatur".



Ajoutons que l'étrange assertion de Jacques Bernoulli reposait sur la supposition que le vent ne pouvant s'echapper de la partie BC de la voile la pression y serait partout égale tandis qu'il en serait autrement pour la partie AB.

[34]) Voir la figure de la page 130.

[35]) C'est-à-dire les remarques sur la construction du centre de gravité de la chaînette et sur la quadrature de l'espace MOR.

lettre que BC, ou bien AO dans voftre figure doit eftre la foutangente de la Logarithmique, car j'aurois eu de la peine à le deviner, et il me femble que vous en deviez informer vos lecteurs dans les Acta. Dans cette conftruction par la Logarithmique, qui eft fort ingénieufe, la proprietè de la foutangente, que j'ay remarquée pag. 179 de mon Traitè de la Lumiere [36]), eft venue fort à propos, car il a falu la fuppofer pour y parvenir fi je ne me trompe.

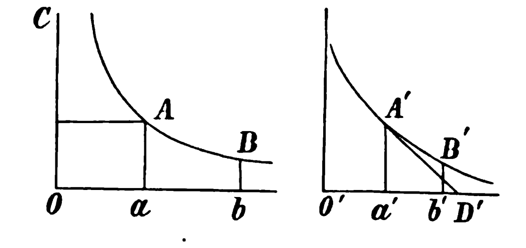
J'efpere que vous aurez trouvè du temps pour achever ce que vous m'avez promis touchant les tangentes, et je l'attens avec impatience; mais je ne fouhaite pas moins d'apprendre la Reduction dont je vous ay parlè, et dont je vous auray l'obligation toute entiere. Je fuis avec infiniment d'eftime etc.

P. S. Je ne fcay pas pourquoy ces Mrs. de Leipfich m'ont donnè cette fois le titre de Dynafta in Zulichem [37]) au lieu de Zeelhem, qu'ils ont mis cy devant et qui eftoit comme il faut. On pourroit croire qu'ils parlent de deux Chriftiani Hugenii; vous pouvez par occafion, Monfieur, les detromper.

---

[a]) J'efpere de Mr. Bernoully l'analyfe par voftre methode. Trocq de Fatio.
Tfchirnhaus que dit-il.
Dynafta in Zulichem [Chriftiaan Huygens].

[b]) Non pas celles cy [Chriftiaan Huygens].



[36]) Voici la propriété en question Soit AB une hyperbole décrite sur les asymptotes Oa et OC, et A'B' une logarithmique $\left(y = C.\ e^{-\frac{x}{k}}\right)$ à sous-tangente constante a'D'. Alors, si Aa = A'a'; Bb = B'b' (ou plus généralement: A'a' : B'b' = Aa : Bb), on a la relation suivante: „espace hyperbolique ABba : „parallelogramme de l'hyperbole" OA = a'b' : a'D'

[37]) Voir la note 1 de la pièce N°. 2681.

N° 2694.

CHRISTIAAN HUYGENS.

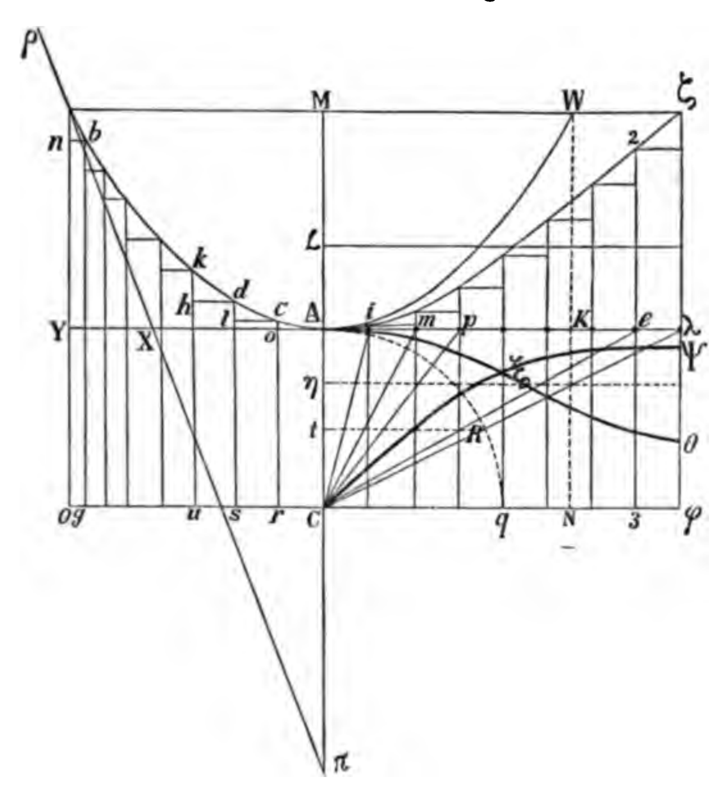
[AOÛT 1691.]

Appendice de la pièce No. 2693 [1]).

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

§ I [2]).

Sit catena AV; vertex A; axis CAM; Aλ tangens in vertice; Vπ tangens in



[1]) Cet appendice, que nous avons emprunté aux pages 119 verso et 120 recto du Livre G, contient la quadrature de la chaînette et la détermination des centres de gravité de l'arc et de l'aire d'un segment de cette courbe. Nous l'avons divisé en quatre paragraphes.

[2]) *Quadrature de la chaînette.* On retrouvera cette quadrature, obtenue par un raisonnement semblable, dans un article qui a paru dans l'„Histoire des Ouvrages des Sçavans" de Février 1693 sous le titre „Lettre de Mr. Huygens à l'Auteur", où Huygens est revenu sur le problème de la chaînette (voir la Correspondance de l'année 1693).

V. Sit Aλ aequ. catenae AV, et fiat angulus AλC aequ. VπA. Et divifa fit Aλ in totidem partes aequales quae funt internodia aequalia in AV.

Ex demonftratis pag. 92 [3]), fcimus angulos *c*A*o*, *dcl*, *kdh* tales effe ut tangentes eorum crefcant aequaliter ut numeri 1, 2, 3, 4, etc.; cumque ulterius V*bn* fit aequalis ang.° λCA, eo quod AλC factus fit aequ. *n*V*b*, fequitur internodia A*c*, *cd*, *dk* etc. inclinari ad perpendiculares feu axi MC parallelas, ficut refpective inclinantur C*i*, C*m*, C*p*, etc. ad rectam Aλ.

Porro eft AV curva, feu Aλ recta, ad VY, ut ▭ Cλ ad fpatium Cξψφ [4]), quod aequale effe oftendimus rectang.° CRλ [5]). Ergo Aλ ad VY ut ▭ Cλ ad ▭ CRλ, hoc eft ut Aλ ad λR. Ergo VY = λR. Et tota VO aequ. Cλ, nam CR = YO feu CA ex conftr.ne Eodem modo oftenditur *bg* aequalis C*e*, atque ita de caeteris.

Notatu dignum quod fpatia *c*C, *dr*, *ks* etc. funt omnia inter fe aequalia fi portiones curvae A*c*, *cd*, *dk*, etc. fint aequales. Nam fi has tanquam internodia recta confideremus, et tanquam radios circuli habeamus, erunt A*o*, *cl*, *dh*, etc. finus complementorum angulorum AC*i*, AC*m*, AC*p*, etc. eoque erunt inter fe ficut finus compl. angulorum horum in quadrante CA*q*; fed hi finus in fecantes iftorum angulorum ducti efficiunt quadratum radii, (velut λC in C*t* facit ▭ aequale qu. CR, quia λC ad CA feu RC, ut RC ad C*t*). Ergo eaedem fecantes ductae unaquaeque in rectas A*o*, *cl*, *dh* etc. fibi refpondentes, hoc eft quae fubjacent internodiis tantundem ab A diftantibus, quantum fecantes quaeque, efficient quoque rectangula aequalia inter fe A*r*, *cs*, *du* etc., ac fingula aequalia ▭ A*r*, unde fequitur fpatium totum AVOC aequari rectang.° Aφ. Unde dimenfio cognofcitur fpatii AMV [6]).

---

3) Il s'agit du § I de la pièce N°. 2625. Huygens ajouta ici en marge: „Imaginandum internodium, horizonti parallelum, esse minimum respectu caeterorum".

4) Voir le § VII de la pièce N°. 2625 et surtout la note 21 de cette pièce.

5) D'après le § III et la figure correspondante de la pièce N°. 2669, on a: spat. AOE $= a(b-a)$, où $a =$ AB, $b =$ AG. En appliquant ce résultat à notre figure, on trouve: spat. Cξψφ = = AC × (Cλ — AC) = CR × Rλ. Huygens, plus tard, annota ici en marge: „hac tamen quadratura nihil opus erat". En effet, il n'était pas difficile de montrer que les accroissements successifs de la diagonale Cλ égalent partout ceux de l'ordonnée V*y*, comme par exemple C*p* — C*m* = *kh* (parce que *kd* = *mp* et ∠ *hkd* = ∠ *mp*C), donc V*y* = λR; ce qu'il fallait prouver. C'est la voie suivie dans l'article cité dans la note 2.

6) Pour démontrer l'identité de ce résultat avec celui annoncé par Bernoulli et que nous avons cité dans la note 10 de la Lettre N°. 2693, nous n'avons qu'à remarquer que, d'après le § III de la pièce N°. 2625, le triangle AIC de la figure 4 de cette pièce est congruent avec le triangle AλC de notre figure, puisque AI, comme Aλ, égale l'arc de la chaînette et que CI, comme Cλ, représente une perpendiculaire à la tangente. Il s'ensuit donc que l'AC de notre figure s'identifie avec le rayon de courbure du sommet de la chaînette, c'est-à-dire, comme nous l'avons vu dans la note 22 de la Lettre 2693, avec la ligne BC de la figure de Bernoulli, reproduite dans la même Lettre. Mais on a dans notre figure: spat. AMV = ▭ OM — spat. AVOC = ▭ CW — ▭ Aφ = ▭ AW — ▭ Nλ = AM × MW — AC × Kλ, ou bien, dans la figure de Bernoulli, BA × AF — CB × FG, puisque AG y égale l'arc de la chaînette.

§ II[7]).

Si ſuper Cφ erigatur perpend.s φζ aequalis Cλ, ſeu OV, conſtat punctum ζ eſſe in hyperb.a aequilatera Aζ, cujus centrum C, ſemidiameter CA, vertex A. Similiterque ſi ſtatuatur 3e2 aequ. Ce, hoc eſt *bg*, etiam punctum 2, eſſe in eadem hyperbola. Unde liquet, deſcripta ejuſmodi hyperbolâ Aζ, ſi ad eam producatur applicata catenariae quaelibet VM, fore Mζ applicata in hyperbola, aequalem curvae interceptae VA, quod invenit Jo. Bernoulius.

§ III[8]).

Ad inveniendum centrum grav. curvae AV, cogitandum e medio ſingulorum internodiorum aequalium A*c*, *cd*, *dk*, etc. rectas axi parallelas cadere in CO parallelam tangenti AY. Et quoniam hae rectae onerantur ſingulae pondere aequali unius internodii, facile intelligitur centrum gr. curvae AV tantum diſtare ab OC recta, quanta eſt ſumma omnium earundem rectarum diviſa per numerum ipſarum. Sed eaedem rectae ſunt erectae ſuper Cφ in hyperbolico ſpatio AζφC, ſecantes nempe in duo aequalia ſingulas partes in recta Cφ acceptas, atque aeque magnas iis quae ſunt in catena AV; ac porro patet quod ſi ▭ Lφ ponatur aequale ſpatio AζφC, ſumma rectarum totidem, in eo rectangulo, iiſdem diviſionibus rectae Cφ inſiſtentium, aequalis erit ſummae dictae rectarum in ſpatio AζφC, ac proinde quoque ſummae rectarum in ſpatio ACOV. LC vero eſt aequalis ſummae rectarum in ▭ Lφ diviſae per numerum ipſarum. Ergo eadem LC aequalis quoque ſummae rectarum ſpatii ACOV diviſae per ipſarum numerum; ac proinde aequalis diſtantiae centri gr. curvae AV ab recta CO[9]).

Diſtantia autem centri gr. curvae AV ab MA eſt AX, ſi X ſit interſectio tangentium curvae in V et A; quia ſi catena AV obrigeſcere ponatur, eo nihil mutatur figura ejus; tunc vero interſectio filorum ρV, λA curvam AV ſuſtinentium neceſſario cadet in perpendicularem per ejus centrum grav. tranſeuntem. Ergo et antequam rigeſceret.

---

7) *Vérification du troisième théorème de Bernoulli.* (Voir la note 22 de la Lettre N°. 2693).

8) *Détermination du centre de gravité de l'arc de la chainette.*

9) Remarquons encore que la construction, indiquée dans la Lettre N°. 2693 à la page 130, se déduit facilement du résultat obtenu ici. Puisque, en effet, ▭ Lφ = AζφC, il suit immédiatement ▭ Lζ = AζMA, c'est-à-dire, dans la figure de la page 130, ▭ LG = BAGB.

§ IV [10]).

Porro facile quoque ipsius spatii VAW centr. gr. invenitur; quod nempe cognoscitur ex centro gr. spatii VACO. Hoc autem datur ex eo quod rectangula omnia minima A*r*, *cs*, *du* etc. sunt inter se aequalia et centra gr. singulorum in mediis earum altitudinibus. Hinc enim sicut summae omnium rectarum a mediis internodiis A*c*, *cd*, *dk* in CO cadentium, aequabatur summa totidem rectarum in spatio hyperbolico $A\zeta\varphi C$ aequaliter distantium; ita summa omnium e centris gr. rectangulorum A*r*, *cs*, *du* etc., in CO cadentium, aequabitur dimidio summae istarum rectarum in spatio hyperbolico $A\zeta\varphi C$; hoc est summae partium istarum rectarum quae sunt in $\square\ \eta\varphi$, si hoc aequale ponatur $\frac{1}{2}$ spatii $A\zeta\varphi C$, sive $\frac{1}{2}\ \square\ L\varphi$. Et summa illarum e centris gr. rectangulorum A*r*, *cs* etc. in CO cadentium per numerum ipsarum divisa, quae dat distantia gravitatis spatii AVOC ab recta CO, aequabitur summae harum rectarum in $\square\ \eta\varphi$ per ipsarum numerum divisae, hoc est ipsi rectae ηC, quam apparet dimidiam esse CL, quia $\square\ \eta\varphi$ dimidium fecerimus $\square\ L\varphi$.

Denique perspicuum est spatii AVOC distantiam centri gr. [11]) esse eandem AX quae et curvae AV, cum rectanguli A*r*, *cs*, *du* sint aequalia sicut internodia ipsis respondentia A*c*, *cd dk* etc.

[10]) *Détermination du centre de gravité du segment VAW de la chaînette, comme aussi de la figure VOCA.*

[11]) Intercalez ici „ad CM".

N° 2695.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

4 SEPTEMBRE 1691.

La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.
La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]) *et par C. I. Gerhard* [2]).
Elle fait suite au No. 2693.
G. W. Leibniz y répondit le 21 *septembre* 1691.

Hofwijck à la Haye ce 4 Septembre 1691.

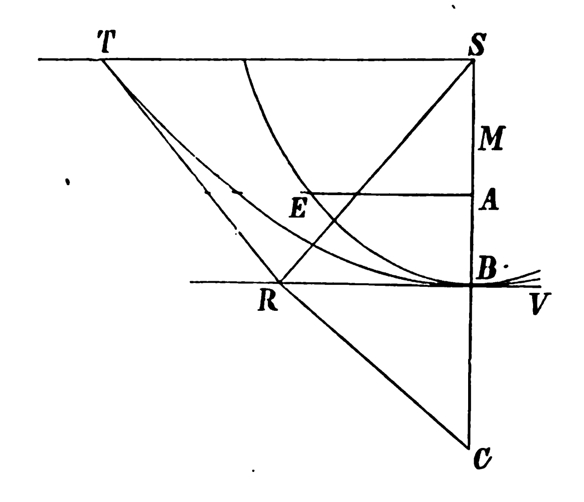
MONSIEUR

Il y a 3 jours que je me donnay l'honneur de vous efcrire une affez longue lettre. A peine une demie heure apres que je l'eus envoiée à la pofte, je trouvay avec plaifir ce que jufques là je n'avois pu penetrer, fcavoir la Reduction de la Conftruction de la Catenaria à la quadrature de l'Hyperbole, de forte que je fouhaitois fort de faire revenir ma lettre pour y adjouter cela, mais comme je demeure icy à ma maifon de campagne, à une lieue de la Haye, le courier auroit eftè parti devant que j'euffe pu contremander celuy que j'en avois chargè. Je n'ay donc pu m'empefcher de vous efcrire cette autre, non feulement pour vous epargner la peine de me montrer ce qui en cecy m'avoit femblè trop difficile, comme je vous en avois priè, mais auffi pour vous faire voir la Conftruction qui m'eft venue, afin que je puiffe fcavoir fi je n'ay pas tenu la mefme route que vous, Monfieur, dans cette recherche; ce que je croiray eftre ainfi, fi j'apprens que vous ayez rencontrè la mefme conftruction, devant que d'aller à la voftre par les Logarithmes. C'eft une merveille comment quelque fois en un clin d'oeil on s'apperçoit de ce qu'on n'a fçu voir auparavant quoy qu'en eftant fort proche.

J'avoue qu'il y a eu du hazard et du bonheur à mon egard, et c'eftoit beaucoup de fçavoir que la chofe eftoit poffible: c'eft pourquoy j'admireray d'autant plus voftre methode, fi elle vous a conduit d'abord à faire cette decouverte, auffi bien que Mr. Bernoulli, fans que vous fçuffiez rien l'un de l'autre, quant à ce point de recherche. Ma conftruction eft telle: que CS, RV fe coupent à angles droits en B, qui foit le fommet de la Chainette, BC le parametre, à qui foit prife egale BM.

[1]) Christiani Hugenii etc. Exercitationes mathematicae, Fasc. I, p. 94.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 101, et Briefwechsel p. 663.

Pour trouver la longueur de quelque appliquée AE à un point A dans l'axe, il faut mettre CR egale à CA, et ſur CR mener la perpendiculaire RS, qui rencontre l'axe en S. Puis appliquer ST à angles droits à l'axe BS de la Parabole BT, dont le ſommet ſoit B, le foier M. Alors, ſi de la courbe parabolique BT on oſte la droite RS, ou bien RT, qui eſt tangente de la parabole en T, le reſte ſera egal à l'appliquée AE [3]). Cette conſtruction differe beaucoup de celle de Mr. Bernoullij ſans que je me puiſſe imaginer pourtant, par quelle autre voie la ſiene a eſtè trouvée hors celle que j'ay ſuivie.



Ce ſeroit une belle choſe qu'une methode pour connoitre, quand l'equation d'une Courbe eſt donnée, ſi ſa dimenſion ſe peut reduire à celle de l'Hyperbole ou du Cercle, et j'avois cru que vous et Mr. Bernoullij aviez eu quelque telle invention. C'eſt ce qui m'a fait faire bien du chemin en vain, ſans m'appercevoir

---

[3]) Après le préambule: „Inveni 1 Sept. 1691, momento post quam ad Leibnitsium literas dedissem in quibus querebar hactenus non potuisse me hoc invenire, nempe constructionem Catenariae ex data mensura lineae Parabolicae, vel quadratura Hyperbolae", on rencontre à la page 123 verso du livre G quelques figures peu achevées et quelques phrases détachées, qui toutefois permettent de reconstruire avec sûreté l'artifice dont Huygens s'est servi pour arriver à la construction décrite dans le texte de cette lettre et que l'on retrouvera d'ailleurs dans l'article de février 1693, cité dans la note 2 de la pièce N°. 2694.

Pour l'exposer ici en peu de mots, nous commençons par reproduire une partie de la figure de la pièce N°. 2694, pour la description de laquelle nous renvoyons à cette pièce, tout en y ajoutant quelques lignes nouvelles AK, AL, etc. empruntées aux figures de la page citée du Livre G. Ensuite nous remarquons que les petits triangles rectangulaires de la partie droite de la figure, tels que *mpr*, seront congruents avec les triangles, tels que *khd*, distribués le long de la chaînette, comme cela résulte de la note 5 de la pièce N°. 2694, puisque $dk = mp$ et $\angle\, hkd = \angle\, mpr$. Pour trouver l'appliquée *VM* de la chaînette, on n'aura donc qu'à sommer les côtés, tels que *mr*, de ces petits triangles.

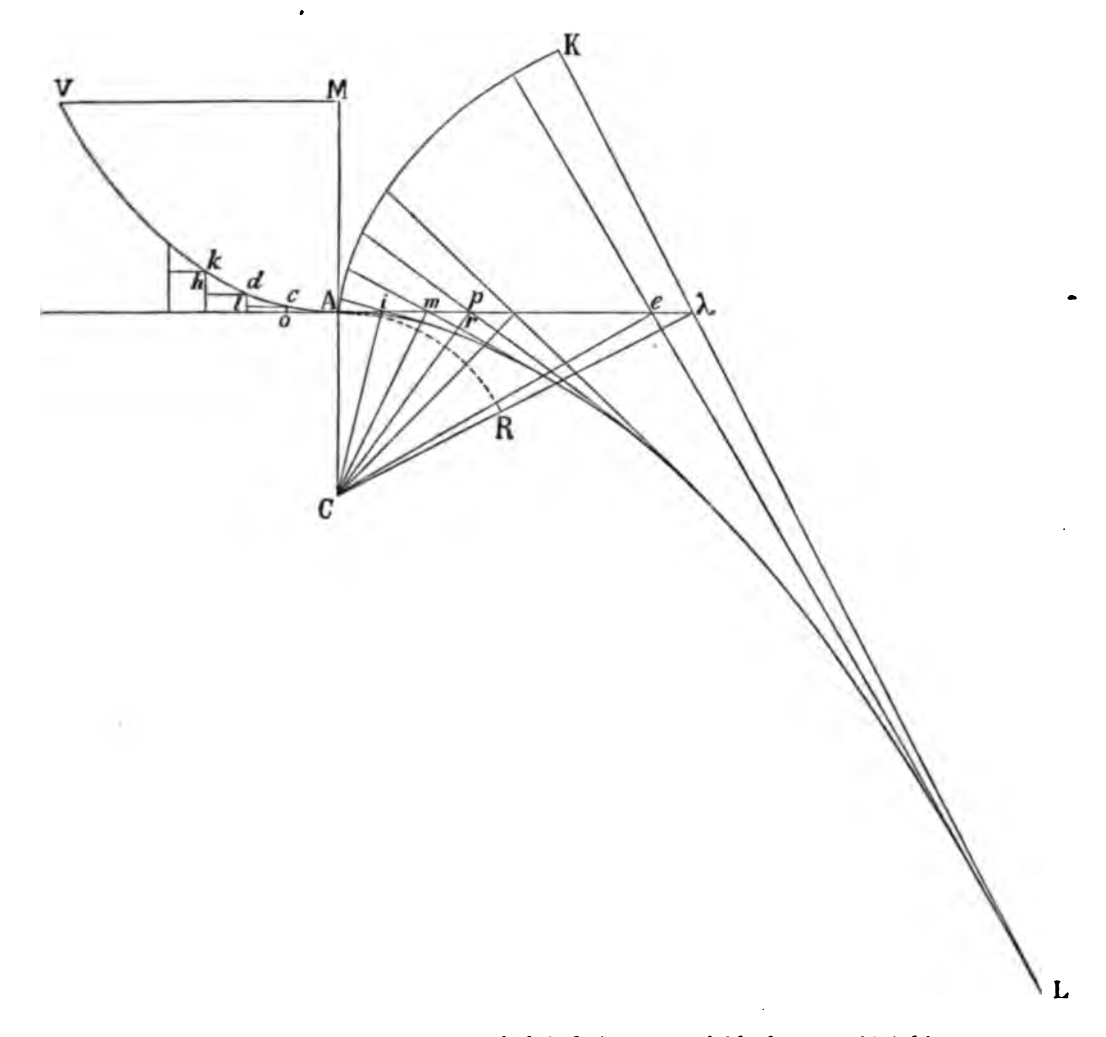
Or, si l'on prolonge ces côtés, ils envelopperont une certaine courbe *AL*, qui n'est autre qu'une parabole ayant *A* pour sommet et *C* pour foyer, puisqu'en effet ces côtés ne diffèrent pas sensiblement des perpendiculaires, érigées aux divers points de la droite *Aλ* sur les rayons vecteurs, tels que *Cm*, partant du point C; mais alors il est clair que la somme de tous ces côtés égale la ligne *Kλ*, où *K* représente un point de la développante *AK* de la parabole *AL*.

du veritable, qui eſt fort beau et ſans beaucoup de detour, comme je crois que vous le ſcavez fort bien.

Avant hier me vint voir icy le Sr. Weigelius[4]), profeſſeur à Jena, qui m'entretint

On a donc VM = Kλ = KL — Lλ = arc. AL — λL, tandis qu'en même temps Rλ = = $\Sigma pr = \Sigma hk$ = AM; donc CM = Cλ.

Ces indications suffiront pour expliquer les constructions du texte, puisqu'elles mènent directement à celle donnée en seconde ligne, d'après laquelle AE (voir la figure du texte)



= arc BT — RT tandis que l'autre se déduit facilement à l'aide des propriétés bien connues de la parabole.

[4]) Sur Erhard Weigel, voir la Lettre N°. 2659, note 4

de ſes grands deſſeins pour l'avancement des ſciences et qui paroit extremement ſatisfait de certaines demonſtrations qu'il pretend avoir de l'exiſtence de Dieu et de la Providence. Je l'iray voir à la Haye, où il dit avoir un couſſin rempli de reſſorts et autres curioſitez qu'il veut me montrer. Il dit qu'il a l'honneur de vous connoitre, depuis le temps que vous eſtudiez en mathematiques ſous luy. J'aimerois bien mieux voir icy ſon diſciple, a qui je ſuis etc.

MONSIEUR

Tres humblement

P. S. Devant que de fermer cette lettre, j'ay conſiderè les paroles de Mr. Bernoully, dans ce qu'il a donnè dans les Acta, touchant la Catenaria, où il dit: ***Hujus autem et praecedentis Conſtructionis demonſtrationem lubens omitto, ne Celeberrimo Viro primae inventionis palmam vel praeripiam, vel inventa ſua ſuper hac materia plane ſupprimendi anſam praebeam*** [5]. D'où il ſemble qu'il avoit envoiè ſes decouvertes à Mrs. de Leipſich pour vous eſtre communiquées. Car ſi ſon intention euſt eſtè qu'elles fuſſent tenues ſecrettes, juſqu'à la publication generale, comment vous pouvoit il ***praeripere palmam primae inventionis***, (de quoy il a cru ſe garder en ne decouvrant pas ſes deux demonſtrations) ou vous donner ſujet de ſupprimer vos inventions. Je veux croire pourtant, puis que vous m'en aſſurez [6], Monſieur que vous n'avez point vu la conſtruction de Mr. Bernoully, devant que de donner la voſtre; mais il ſe pourroit qu'il ſeroit venu à voſtre connaiſſance (puis que le memoire de Mr. Bernouilly eſtoit à Leipſich depuis le mois de Decembre et qu'il n'en avoit pas recommandè le ſecret) qu'il l'avoit à la quadrature de l'hyperbole; ce qui me paroiſt d'autant plus vraiſemblable, que l'invention de cette conſtruction ne ſemble pas dependre de voſtre methode, mais d'une remarque particuliere qui ne s'offre pas facilement d'elle meſme. Il eſt vray auſſi que lorsqu'au mois d'Octobre 1690 [7]) vous me racontaſtes ſommairement vos decouvertes touchant cette courbe, vous adjoutiez *ſuppoſita ejus conſtructione*, de ſorte que vous n'aviez pas encore alors cette conſtruction. Vous auriez pu prevenir tous ces doutes, qui en tout cas ne vous peuvent pas faire grand tort, en donnant

---

5) Ces paroles s'appliquent aux deux constructions de la chaînette, indiquées par Bernoulli, dont la première suppose la quadrature de l'hyperbole et l'autre, comme celle de Huygens, la rectification de la parabole.

6) Voir la Lettre N°. 2676.

7) Voir la Lettre N°. 2627 à la page 518.

vos inventions ſous la couverture du chifre, comme je vous l'avois conſeillè plus d'une fois[8]).

N° 2696.

P. D. Huet à Christiaan Huygens.

16 septembre 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse au No. 2675.

Monsieur

J'eſtois ſur mon depart pour venir en ces quartiers, quand j'ay eu l'honneur de receuoir uoſtre lettre du 18. Auril. Les occupations que j'y ay trouuées, m'ont ſi fort diſtrait, & m'ont laiſſé ſi peu de liberté, qu'il ne m'a pas eſté poſſible de vous répondre pluſtoſt. Si auant que de uous enuoyer mon petit ouurage contre la Philoſophie Carteſienne, j'auois lù l'hiſtoire de la vie de ſon Auteur qui uient de paroiſtre[1]), je ne ſcais ſi je me ſerois hazardé a uous faire ce preſent, ſachant qu'il eſtoit lié d'une eſtroite amitié auec Monſieur uoſtre pere. Vos deux derniers traittez m'ont raſſuré et m'ont fait connoiſtre que quelque ami qu'ait eſté Mr. des Cartes de uoſtre famille, la uerité vous eſt encore plus amie. Ce que j'ay eſcrit contre luy m'a attiré plus d'affaires que tout ce que j'ay jamais eſcrit, quoy que je n'aye pas veu la dixiéme partie de ce qu'on a fait pour ou contre. J'ay veu ſeulement des Theſes diſputées a Leijde, et vn petit liure de Mr. Regis[2]), Carteſien au

[8]) Voir les Lettres Nos. 2623, 2633, 2667 et 2677.

[1]) La Vie de Monsieur Descartes Premiere (Seconde) Partie, A Paris chez Daniel Horthemels, ruë Saint Jacques, au Mécénas M.DC.XCI. Avec Privilege du Roi. 2 Vol. in-4°. La dédicace à Monseigneur le Chancelier est signée A. B.

L'auteur est Adrien Baillet, fils d'un paysan, né le 13 juin 1649 à la Neuville en Hez, près Beauvais. Il fut élevé par les Franciscains, étudia au collège de Beauvais, fut ordonné prêtre en 1676 et entra, en 1680, comme bibliothécaire, au service de l'avocat général Lamoignon, chez lequel il mourut le 21 janvier 1706. Il a écrit plusieurs ouvrages d'histoire ecclésiastique et autres parmi lesquels une „Histoire de Hollande" en 6 volumes, publiée sous le pseudonyme Balt. Hezeneil de la Neuville, anagramme de Baillet de la Neuville en Hez.

[2]) Réponse au livre qui a pour titre: *Petri Danielis Huetii, Episcopi Suessionensis Designati, Censura Philosophiae Cartesianae*, servant d'éclaircissement à toutes les parties de la Philosophie, & sur tout à la Métaphysique. Par Pierre Silvain Regis. A Paris, chez Jean Cusson, 1691. in-12°. Sur P. S. Régis, voir la Lettre N°. 2616, note 7.

grand collier, deputé par tout le parti pour me repondre. Les Thefes m'ont paru peu de chofe, & ce liure encore moins et rien ne m'a donné meilleure opinion de mes objections ny plus mauuaife de la fecte que j'ay attaquée, que de voir que ceux qui font a la tefte de ce parti, la defendent fi mal. Si toft que je feray de retour a Paris, c'eft a dire dans vn mois, comme j'efpere, je ne manqueray pas de mettre entre les mains de Mr. de la Hire vn exemplaire des *Quaeftiones Alnetanae*. Comme la plus part des gens ne jugent des ouurages que par vne infpection fuperficielle, plufieurs Theologiens ont trouué a redire que j'aye entrepris de prouuer la concorde de la Foy et de la raifon par des fables, car c'eft ainfi qu'ils s'expriment. Ces bonnes gens plus verfez dans la Theologie Scholaftique que dans la Pofitiue, ne fauent pas qu'en critiquant la methode dont je me fuis ferui, ils blafment celle de la plus part des Peres, d'Athenogeras, de Tatien, de Clement Alexandrin, d'Arnobe, de Theodoret, de St. Auguftin, et de la plus part des autres. Cette methode eft fondée fur ce raifonnement. Les dogmes de la Religion Chreftienne ne choquent point la raifon, fi ceux qui fe font le mieux feruis de leur raifon, ont cru et fouftenu des Dogmes ou femblables, ou moins croyables encore. Or ceux qui fe font le mieux feruis de leur raifon, c'eft a dire les nations les plus éclairées dans les tems ou elles ont le plus fleury, les Egyptiens, les Phœniciens, les Grecs, les Romains, les Chinois, et d'autres nations de la terre, & les plus grands Philofophes de l'antiquité, ont cru et fouftenu des dogmes, ou femblables, ou moins croyables encore. Donc les dogmes de la Religion Chreftienne ne choquent point la raifon. Or les fables des Egyptiens, des Phœniciens, des Grecs, et des Romains font leur veritable religion, comme Arnobe[3]) l'a fait voir, et comme je l'ay monftré dans quelque endroit de mon liure. J'ay donc eu raifon d'alleguer ces fables. Je demeure bien d'accord de voftre propofition *Nihil aduerfus rationem valere debere auctoritatem Fidej*[4]), pourueu qu'on diftingue exactement *l'aduerfus* du *fupra* car s'en tenant a ces principes, qui me femblent inconteftables, que noftre raifon eft fort bornée, que la puiffance de Dieu eft infinie, & que la Foy eft vn don de Dieu, venant immediatement de luy fans paffer par les voyes de la nature, on peut bien dire que la Foy nous propofe bien des chofes qui font au deffus de la raifon, mais comme la raifon eft auffi vn don de Dieu d'un autre genre, et que les dons de Dieu ne fe choquent et ne fe deftruifent pas les vns les autres, on ne doit pas dire que la foy choque la raifon. Vous jugerez vous mefme de cet ouurage, Monfieur, quand

---

[3]) Arnobius l'ancien, mort probablement en 327, enseigna, la rhétorique à Sicca en Numidie, se convertit au Christianisme et écrivit sept livres contre les Gentils, dont Saumaise rédigea une édition, publiée après sa mort sous le titre:

Arnobii Afri adversus Gentes Libri VII. Cum Recensione Viri Celeberrimi & integris omnium commentariis.

Editio novissima atque omnium accuratissima [ed. Ant. Thysius] Lugduni Batavorum. Ex officinâ Ioannis Maire. MDCLI in-4°. Il en existe plusieurs autres éditions.

[4]) Voir la Lettre N°. 2675, note 7.

vous aurez pris la peine de le lire. Je n'en faurois defirer vn meilleure juge que vous, ny qui joigne plus d'équité et de candeur a tant de penetration et d'intelligence. J'en fuis fi perfuadé, que j'ay toujours regardé comme vne perte irreparable pour le royaume, la refolution que vous auez prife de le quitter. Vous receurez auec ce liure vn petit traitté fur vn fuiet bien different [5]). Vous me ferez vn plaifir fingulier de l'examiner et de le critiquer. Vous m'en ferez vn plus grand fans comparaifon de croire qu'on ne peut vous honorer plus que je fais, & eftre auec vn zele et vn attachement plus fincere

Monsieur

Voftre tres humble et tres obeiffant feruiteur
L'Abbé Huet.

A Auranches le 16 7bre 1691.

N. Eu. d'Auranches.

N° 2697.

N. Fatio de Duillier à Christiaan Huygens.

18 septembre 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2700.

$\frac{8}{18}$ Sept. 1691.

Monsieur

¹) Je fuis parti de la Haye avec une fi grande precipitation que je n'ai pû trouver un moment pour aller à Hoffwyck recevoir vos ordres pour l'Angleterre. Cela n'empêchera pas Monfieur que je ne puiffe les recevoir ici. Monfieur le Docteur

5) Probablement l'ouvrage:
Traité de la situation du Paradis terrestre. A Mrs. de l'Académie Françaife. Par M. Pierre Daniel Huet, nommé à l'Evêché d'Avranches. A Paris, chez Jean Anisson. 1692. in-12°.
Quoique le titre porte le millésime 1692. l'ouvrage doit avoir paru en 1691. puisqu'il se trouve analysé dans la première livraison du Journal des Sçavans de 1692.

Bernard [1]) a été avancé à un Benefice, qui lui vaut 300 pieces par an. Sa charge de Profeſſeur d'Aſtronomie dont les appointements ſont de 150 pieces eſt devenue vacante par là; ceux qui ſe preſentent pour la remplir ſont Monſieur Halley et Monſieur Gregory. Je verrai bientôt Monſieur Newton, puis qu'il doit venir ici en fort peu de jours. Vous m'obligeriez ſenſiblement Monſieur de m'envoier les Errata de ſon livre [2]) que je Vous ai laiſſez et deſquels malheureuſement je n'ai point gardé de Copie. Je ſuis avec beaucoup de reſpect

MONSIEUR

Voſtre treſhumble et treſobeiſſant ſerviteur
N. FATIO DE DUILLIER.

A Londres chez Monſieur Tourton
& Compagnie, ce $\frac{8}{18}$ 7bre 1691.

A Monſieur
Monſieur HUGENS DE ZEELHEM
à [3])

[a]) Receu et reſpondu le 25 Sept. et renvoiè les Errata [Chriſtiaan Huygens].

[1]) Sur Edward Bernard, voir la Lettre N°. 448, note 6. En 1691. l'évêque de Winton lui confia la paroisse de Brightwell.
[2]) Voir l'Appendice N°. 2698.
[3]) Sur le côté de l'adresse Chr. Huygens nota: Newton quid. Bernard Exempl. Mr. Locke saluer.

Nº 2698.

N. Fatio de Duillier.

1690.

Appendice au No. 2697.

La copie, de la main de Chr. Huygens, se trouve à Hannover, Bibliothèque royale. Elle a été publiée en extrait par J. Groening[1]).

Conjecturae de fphalmatis typographicis in Cl. Newtoni Philofophiae Principiis Mathematicis.

Quae inducta funt Newtonus deleverat in MS. D. Fatii ex quo haec defcripta funt, quippe fruftra aut fine caufa deprehenfa[2]).

In praefatione pag. 2. l. 22. demonftratam. Ibidem l. 23. eandem p. 10. l. 25. pro menfuratarum legi velim quantitatum menfuratarum p. 15. l. 25. Lineam pH in plana. Ibid. l. pen. dele, Radii volubiles p. 16. l. 1. pro nervorum lege mufculorum vel tendinum *p. 13. l. 7. alligatum. Ibid. l. 14. Etfi vera fint quae hic dicuntur, fieri tamen non poteft ut fumma motuum A, B, exiftentium ante concurfum, partium* 26, *evadere poffit poft concurfum partium viginti, quamvis in contrarias partes*, p. 18. l. 2. demonftratur fi punctorum motus fiat in eodem plano. Ergo &c. p. 19. l. 9. quietis p. 18. *dubitari poteft utrum in actionibus corporum inter fe, fi generentur motus circulares pergat centrum grav. in linea recta moveri.*

P. 20. l. 8. movebunt (per &c.). Ibid. l. 19. Chriftophorus, p. 22. l. 7. contrarias aequalis mutatio p. 23. l. 6. Nam fi regula. p. 27. l. 1. pro Ac E lege ac E. Ibid. l. 25. parallelogrammo. Ibid. l. ult. circumfcriptae p. 29. in ima pag. lege vel. Lemma 6[3]) probatur per fuppofitionem ipfius lemmatis. Tota ejus demonftratio

---

[1]) Voir, sur l'histoire de cette copie, les notes 1 et 2 de la pièce Nº. 2540. Groening attribue encore ces corrections à Chr. Huygens, quoique les notes que Huygens a ajoutées à sa copie indiquent clairement que les Errata ont été extraits par Huygens du manuscrit de Fatio de Duillier.

Groening n'a imprimé que les corrections qui lui semblaient les plus importantes, en les arrangeant d'après l'ordre des pages des Principia, auxquelles elles se rapportent.

[2]) Dans ce qui suit, on a imprimé en italiques les passages que Newton, d'après la remarque que Huygens écrivit en tête de la pièce, avait biffés comme étant des corrections abusives.

[3]) En cet endroit on trouve écrit en marge: Newtoni annot.io. deleatur demonftratio lemm. VI, vel legatur Nam fi angulus ille non evanefcit, continebit arcus AB cum tang. AB [Lisez AD] angulum rectilinio aequalem, et propterea curvatura ad punctum A non erit continua contra hypothefin.

ita legi poterit expunctis inutilibus quibusdam. Nam punctis AB coeuntibus, nullaque adeo ipsius AB parte jacente intra curvam, manifestum est quod haec recta AB vel coincidet cum tangente AD cujus nulla etiam pars jacet intra curvam, vel ducitur inter tangentem et curvam. Sed casus posterior est contra naturam curvarum quae unicam in puncto A tangentem admittit ergo &c. p. 30. l. 7. lege. Nam dum punctum ad punctum A accedit, intelligantur semper produci AB et AD ad *b* et *d*, ut sint A*b*, A*d* magnitudines finitae hoc est magnitudines non infinitae parvae, et secanti BD parallela agi *bd* quae proinde lineam AD*d* secabit in *d*, cum ea constituens angulum A*db* aequalem ang.° ADB tangentis cum secante atque adeo non infinite parvum. Sitque arcus A*b* semper similis arcui AB. Et punctis &c. p. 30. l. 9. evanescet; coincident autem puncta *b* et *d*, adeoque &c. p. 30. l. 16. haec BF ultimo p. 31. l. 1. Nam dum punctum B ad punctum A accedit intelligantur semper produci AB, AD, AR ad *b*, *d* et *r*, ut sint A*b*, A*d* quantitates non infinitè parvae; et ipsi RD agi parallela *rbd*, quae proinde lineam AD *d* secabit puta in *d*, constituendo cum ea angulum A*db* aequalem ang.° ADB tangentis cum secante, atque adeo non infinite parvum. Et arcui AB semper ducatur similis arcus A*b*. Coeuntibus punctis A, B, angulus *b*A*d* evanescet, et propterea coincidentibus jam punctis *bd* triangula tria &c.

Demonstratio Lemmatis IX, intelligetur ex iis quibus facilioris reddidi demonstrationis Lemma VII et VIII. p. 32. l. 18. venirent sunt ***tum in eadem figura tum praecipue in duabus figuris inter se comparatis ut quadrata*** &c. Ibid. l. 21. ***generantur sunt tum in eadem figura, tum praecipue in duabus figuris inter se comparatis ut vires &c.***

p. 33. l. 18 [4]). Et quamvis angulus D non detur sed vel linea DB PER PUNCTUM QUODVIS TRANSEUNTE, VEL ALIA QUACUNQUE LEGE CONSTITUATUR, TAMEN ANGULI D, *d* EADEM LEGE ERIT CONSTITUTI AD AEQUALITATEM [5]) pag. 34. l. 23. erit ***infinite*** minor vel etiam lege erit ***infinite*** major minorve priore. l. 26. lege &c. in qua quilibet posterior angulus contactus ***prodit*** infinite minor priore.

[6]) p. 35. l. 21. pervenientis. p. 32. l. 6. definiendum est quid per vim regularem oporteat intelligi p. 39. l. 12. agat perpetuo l. 13. quantitatem superficiei non augebit nec minuet. ***Hoc quidem verum si superficies descripta ad planum immotum semper referatur, et in ea per lineas perpendiculares projiciatur, atque ita intelligendum est Scholium. Alioqui superficies descripta utique augeretur.*** Ad pag. 39. Prop. III. Sic lege interfectis literis etiam in ipsa thesi probanda, quae alioquin obscurior

4) Lisez: 19.

5) Les mots imprimés en majuscules ont été soulignés par Huygens. Il nota en marge: à manu Newtoni.

6) Ici encore Huygens nota en marge: manus Newt.i, sans pourtant indiquer les mots auxquels s'appliquerait cette remarque.

eſſet propter frequentiorem uſum vocis alterum[7]). Corpus omne L quod radio a. c. c. alterius T utcunque m. d. d. a. c. c. i. t. p. u. v. c. e. v. c. t. a. c. alterum T & e. v. o. a. q. c. alterum T urgetur N (p. L. c. 6) s. v. n. q. ae. &. c. s. i. q. c. alterum T urgetur u. c. utrumque L et T ſecundum l. p. p. c. primum L d. c. c. alterum T a. e. a. p. v. a. q. c. alterum T. u. j. d. p. v. s. ae. &. c. & p. (p. L. 1.) c. i. alterum T (adde ſibimet ipſi jam relictum) v. q. v. m. u. i. d., & c. p. L. u. d. v. (adde id eſt urgente vi reliqua) p. a. t. p. c. c. alterum T d. T. i. (p. T. 2.) d. v. a. c. i. alterum T ut centrum. Q. E. D. Eadem ratione interpolandae ſunt literae L et T in Corollariis pag. 40. l. 18. Viſque tota ex omnibus &c. Haec pars Corollarii corrigenda eſt nam arearum deſcriptio circa centrum mobile non eſt deſcriptio [?] aequabilis, verum quae de his ſcripſi tranſcribere longum foret.

[6]) Ad Scholium p. 40. Nihilo deterius eſſet Scholium ſi tollerentur verba [retinetur.... cujus vi corpus] vel verba [et motus.... in orbita] *vel ſaltem ſi alterutra harum praecipue in parentheſi conſtituerentur*. P. 41. l. 14. ſpatiorum adde id eſt linearum naſcentium &c. p. 42. poſt finem Coroll. 6. addere potes, Et in univerſum ſi ſunt T, t tempora periodica; R, r radii circulorum, erunt $\frac{R}{T}$, $\frac{r}{t}$ ut velocitates; $\frac{R}{Tq}$, $\frac{r}{tq}$ ut vires centripetae. Si erit praeterea T^n ad t^n ut R^m ad r^m, erunt $R^{1-\frac{m}{n}}$, $r^{1-\frac{m}{n}}$ ut velocitates, $R^{1-\frac{2m}{n}}$, $r^{1-\frac{2m}{n}}$ ut vires centripetae, itemque erunt $T^{\frac{n}{m}-1}$, $t^{\frac{n}{m}-1}$ ut velocitates, $T^{\frac{n}{m}-2}$, $t^{\frac{n}{m}-2}$ ut vires centripetae. Sunt autem n et m indices quarumvis poteſtatum. Ibidem l. 16. autem reciproce in l. 23. collegerunt. Coroll. pag. 42. obſcurum eſt. Pag. 42. l. 3. a fine lege arcum BD. pag. 43. l. 2. arcum quemvis datum deſcribit, efficiet ſi ſecundum lineas parallelas agere ſupponatur, ut corpus &c. pag. 44. l. 2. concurrentes p. 121. l. 4. pro CA lege GA (ni fallor) p. 46. l. 4. lege reciproce ut quadratocubus, id eſt reciproce ut quinta poteſtas diſtantiae SP. l. 10. jungetur CP. Ob ſimilia triangula CPM, TPZ, eſt CPq. ad PMq. ut PRq. ad QTq. et ex natura circuli &c. Nulla enim lemmatum VIII et VII citatione opus eſt. p. 47. l. 20. reciproce ut cubus. p. 49. l. 1. reciproce

---

[7]) Voici le théorème et la démonstration dont Fatio indique les mots par leurs initiales: Corpus omne quod, radio ad centrum corporis alterius utcunque moti ducto, deſcribit areas circa centrum illud temporibus proportionales, urgetur vi composita ex vi centripeta tendente ad corpus alterum & ex vi omni acceleratrice, qua corpus alterum urgetur.

Nam (per Legum Corol. 6) si vi nova, quae aequalis & contraria sit illi qua corpus alterum urgetur, urgeatur corpus utrumque, secundum lineas parallelas, perget corpus primum describere circa corpus alterum areas easdem ac prius: vis autem qua corpus alterum urgebatur, jam destruetur per vim sibi aequalem & contrariam, & propterea (per Leg. 1) corpus illud alterum vel quiescet vel movebitur uniformiter in directum, & corpus primum, urgente differentia virium, perget areas temporibus proportionales circa corpus alterum describere. Tendit igitur (per Theor. 2) differentia virium ad corpus illud alterum ut centrum Q. E. D.

ut $\frac{1}{PC}$. p. 51. l. ult. PS, PH. p. 49. poſt finem Corol. 2 lege nam velocitates in verticibus ellipſium principalibus, eundem habentem axem majorem, eſſe ut ordinatim applicatas ad idem punctum axis majoris, quod ſi per A verticem principalem ducatur ad ellipſes illas tangens communis, corpora in Ellipſibus revolventia ſi a puncto A jamjam exeuntia, eodem tempore aequaliter a tangente communi centrum verſus decident ipſo motui initio, quoniam videlicet, in puncto A ſtabilis et conſtans ſupponitur vis centripeta. Unde ſequitur corpora in ellipſibus illis mota, ſi a puncto A ſecundum communem illam tangentem ſimul projecta demittantur, in principio motus, atque adeo ſemper, in eadem perpendiculari ad axem majorem ſimul repertum iri. p. 57. l. 9. in minima et in maxima, (vide enim p. 60. l. 8.) l. 21. *figuris*, quae *tamen* inter ſe ſimiles, ſin minus in alterutro vertice, invenietur. p. 426. l. 8. et 9. pro major lege minor p. 61. l. 5. a fine lege figurarum p. 72. pro Scho- in ima pagina ſcribe P. p. 105. lemma XXVIII. Nulla extat figura in ſe recurrens quin admodum Ovalis, cujus area rectis per quodcumque datum punctum tranſeuntibus pro lubitu abſciſſa &c. p. 105. l. 19. ceu polum aequabili et uniformi cum motu. l. 22. Ovalem quadratum p. 195. l. 11. ac detur tum ſphaerae denſitas tum ratio. p. 120. l. 23. ſectorem p. 122. l. 6. pervenit. p. 123. l. 16. ſit ut velocitas inverſè, adeoque. l. 13. ipſi DT vel EG. l. 23. pro ui lege vi. p. 125. l. 16. omnibus aequalibus altitudinibus. p. 131. l. 3. a fine. Atque hactenus motum. p. 144. l. 4. a fine quaeque. p. 152. l. 7. dele & l. 14. duobus. p. 169. l. 3. a fine orum ad invicem. p. 172. l. 9. minoris ſint differentiae reſpectu earum longitudinis, et inclinationis. l. 17. deſcribet. p. 179. l. 4. undiquè. p. 193. l. 2. a fine aequales arcus HK, *hk*, et IL, *il*, qui magnitudine, ab invicem quam minimum differunt: et ad p. 219. l. 9. et 13. pro = ſcribendum — l. 17. P.A^{n-1}. p. 230. ſcribe in ſchemate literae A*a*, B*b*, C*c*, D*d*, E*e*. p. 231. l. 14. uti. p. 249. l. 12. et ſemper conjunctim p. 307. l. 9. auferantur p. 315. l. 11. lege 11. ad 17. p. 343. l. 12. poſſet. p. 380. l. 25. aequentur. p. 402. l. 23. aſtronomi. p. 407. l. 2. recidit. p. 409. l. 1. Et ſic. p. 411. l. 22. Haec fallacibus nituntur obſervationibus, nam ſi inter ferrum et magnetem interponatur chartula vel lignum &c. attractio non ſit multo minor, ut ipſe expertus ſum. Plures afferre poſſem obſervationes quibus conſtat vim magnetis juxta ſuperficiem non multo minorem eſſe quam in ipſa ſuperficie. Fortiorem magnetem olim ad globum ferreum admovebam, et quamvis id maxime vellem, viribus maximis etiam adhibitis, efficere non potui quin cum magnetis ad ferrum parva jam eſſet diſtantia, aliud in alterum rueret, et ſtrepitu ex vehementione colliſione oriretur. Sed et minora ferri fruſtula in magnetem admotum, et adhuc a ſe diſtantem proſiliunt, cum tamen a magnete vi mediocri adhibita ſeparari poſſent p. 411. l. 24. pro vel minimum, lege aliquantulum. p. 411. corol. 3. Unde etiam vacuum neceſſario dabitur. p. 410. cor. 1. corporum ſenſibilium p. 451. l. 4. a fine duobus. p. 455. l. ult. poſteriorem. p. 476. l. 5. a fine, ſuperabat. p. 477. l. 2. diſtantia. p. 481. l. 7. poſſint. l. 10. duplae diſtantiae planetae à centro

ſolis ad diſtantiam cometae a centro. l. 21. pro reſpective lege reciproce. In ima pag. pro *c*. 2 lege 2*c*. p. 474. l. 15. et motu angulari circa ſolem &c. quaedam hic corrigenda ſunt. p. 481. lemma V definiendum eſt quid ſit linea generis parabolici. p. 482. l. 8. [8]) a fine $\frac{c-2c}{\mathrm{HL}}$, 2*d*. l. 5. a fine SL $= s, s$ in. p. 486. l. 5. ſit (per corol. 6. prop. XVI. lib. I.) ad velocitatem. p. 487. l. 1. adeoque (per corol. 7. prop. XVI. lib. I.) p. 488. l. 1. X, inveniendum per corol. 7. prop. XVI. lib. I. longitudinem. In ſchemate p. 488. puncta G*g* intra angulum AYC, punctum γ extra angulum illum conſtitui poſſent. P inter puncta O et N collocandum eſt. p. 489. l. 29. rectae BS vel Bξ. p. 490. l. 4. $\frac{4}{3}$ T*t*. p. 489. l. 5. quorum. l. 7. TA et TC. l. 30. chordae AEC. p. 490. l. 9. *t*C. l. 11. MP ad MN. l. 3. *innoteſcat ac proinde ſint AC, ac, ax praeterpropter parallelae*. p. 475. l. 11. pro AQG lege ♈QG. p. 472. l. 3. a fine exceſſus lege defectus.... a longitudine. p. 491. l. 20. peractae. p. 492. deeſt obſervatio Cometae in Q exiſtentis. p. 500. l. 16. pupillae. p. 510. l. 17. quam.

In ſumma quaque pagina adſcribi deberet tum liber, tum numerus propoſitionum et rerum de quibus agitur ſummum caput. Variae praeterea conſtruendae eſſent tabulae, una quae ſeriem proportionum contineret, altera quae eſſet materiarum, tertia quae etiam eadem eſſe poſſet cum prima, oſtenderet ex quibus propoſitionibus quaevis pendeat propoſitio.

p. 115. corrige literam E, in ſchem. p. 117. l. 20. lege vel pro uel. p. 128. l. 1. ut areae p. 123. l. 6. ut $\frac{2\mathrm{VI}+\mathrm{I}^2}{\mathrm{DE}}$. p. 132, 134. in ſchem. pro minori V ſcribe *v*. p. 134. l. 24. intelligatur. p. 197. l. 6. a fine dele virgulam eminentem ſupra vocem centripetae. p. 227. l. 15. ſecundum. p. 241. l. 6. [9]) a fine *error latet* in $\frac{t\mathrm{GT}}{\mathrm{N}}$. p. 317. l. 13. illac. p. 408. l. 4. a fine. Ipſe expertus ſum quod et Hugenius expertus eſt, pendula juxta poſita, vel ex eadem trabe pendentia ire ſimul et redire, licet iſochrona non ſunt ſi longius ab invicem ponantur. p. 409. l. 4. a fine *pro major nonne legendum minor*. p. 481. l. 13. pro tranſverſam, lege majorem. In erratorum pag. l. 14. pro^{-2} ſcrib.$^{-3}$ l. 20. poſt ſcribe T adde vel potius p. 297. l. 19. pro QT ſcribe QO. Quaedam omitto quae jam eſſe correcta in codice Newtoniano novi.

p. 371. [10]) atque adhuc accuratioribus, quod major [eſſe] deberet quam digitorum quinque cum ſemiſſe et minor quam digitorum 7. Pedes anglicos pauciores quam 1111 et plures quam 984.

---

[8]) Lisez: 7.

[9]) Lisez: 4.

[10]) Ajoutez l. 16.

De hoc experimento fecurus eft Newt. non autem de alio in quo erant digiti $5\frac{2}{3}$.

Aliae conjecturae. Pag. 361. l. 14. temporibus aequalibus aequaliter moveri. p. 362. l. 19. quae nunc altiffimae funt mox fiunt infimae. p. 372. l. 7. a fine. Stentorophonicis. p. 222. l. 7. a fine. rol. 3. Prop. LXXII &c. Haec verba denotant addendum effe pag. 196 poft lin. 4 Corollarium tertium quod ibi deeft. Corollarium autem iftud verum erit in mea hypothefi gravitatis[11]).

Ex Newtoni codice p. 243. l. 10. $\frac{DRq. \times CK \times CP}{2CDq. \times QB}$ p. 403. ant Hyp. VI. Eadem lege Satellites Saturni revolvi Caffinus detexit. p. 32. l. 14. quos vires quaelibet aequales in partibus iftis fimilibus ad corpora fimiliter applicatae generant et qui... Corol. 2. Errores autem quos vires proportionales in fimilibus figurarum fimilium partibus fimiliter applicatae generant. p. 33. l. 19. non detur fed vel a recta BD ad datum punctum convergente, vel alia quacunque lege conftituatur, tamen anguli D, *d*, eadem lege conftituti. p. 40. l. 26. vi ad hoc centrum tendente retrahitur a motu rectilineo et in orbita fua retinetur: quidni, p. 474. l. 16. tanto celerius fertur ut recta per Terram et Cometam perpetuo ducta, convergat ad partes ultra Cometam, Cometa è terra fpectatur ob motum fuum nimis tardum. p. 481. poft l. 24. adde Curvam generis parabolici hic appello cujus ordinatim applicata vel bafis poteftas eft cujus Index eft unitate major, vel ex ejufmodi poteftatibus per additionem vel fubductionem componitur. defcribenda eft hujufmodi curva per puncta quotcunque data A, B, C, D, E, F &c. et ab iifdem.... p. 371. l. 14. 868. l. 15. 1302.

Alia Errata ex Newtoni mei codice. Londini. 13 Mart. die $\frac{1689}{90.}$

P. 3. l. 14. Vis magnetica pro magnitudine magnetis et intenfione virtutis major in uno magnete minor in alio p. 8. l. 9. recedere ab. pag. 10. l. 5. vero ubi. Ibid. l. 15. verum illum et unicum. pag. 15. l. 25. in plana. p. 16. l. ult. et differentiae. p. 22. l. 7. mutatio motus corporis utrique in partes contrarias illata aequalis erat, atque. p. 24. l. 21. reciproce ut. p. 33. l. 28. fefquiplicata feu fefquialtera. p. 42. l. 10. in fubduplicata feu. p. 47. l. 20. reciproce eft: p. 42. l. 16. fubduplicata ratione reciproce. p. 55. l. ult. adde namque area tota eft ut area QT×SP ducta in

[11]) Consultez, sur l'hypothèse de Fatio de Duillier, les Lettres Nos. 2570 et 2582. Le Corollaire 3 a, en effet, été ajouté dans les éditions subséquentes des „Principia", où il est formulé comme il suit: „Si ad Solidorum duorum quorumvis, similium et aequaliter densorum puncta singula tendant vires aequales centripetae decrescentes in duplicata ratione distantiarum a punctis, vires quibus corpuscula, ad solida illa duo similiter sita, attrahentur ab iisdem, erunt ad invicem ut diametri solidorum".

tempus periodicum. p. 56. l. 3. 7. et alibi, pro axibus tranſverſis ſcribe axes majores. p. 60. l. 1. 2SP + KP. p. 112. l. 29. pro ab lege ad. p. 159. l. 24. quovis dato. p. 219. l. 17. n—1. p. 221. l. 19. computandi. p. 231. l. 14. uti. p. 105. l. 20. poſt recta adde, uniformi cum motu. ibid. l. 22. intra ovalem quadratum. p. 112. l. 8. 12. 17. dele + $\frac{1}{2}$D, + $\frac{1}{2}$F, + $\frac{1}{2}$H. ib. l. 10. pro S. lege P. p. 402. l. 3. verae.... ſufficiant. p. 407. l. 3. poſt confecto adde: Nam arcus illius quem Luna tempore minuti unius primi medio ſuo motu ad diſtantiam 60 ſemidiametrorum terreſtrium deſcriberet, ſinus verſus eſt pedum Pariſienſium 15$\frac{1}{9}$. p. 420. l. 19. [12]) ſubſeſquialtera. p. 426. l. 25. revolutionibus annuis. p. 481. l. 11. Planetae a centro ſolis ad diſtantiam Cometae. l. 21. pro reſpective ſcribe reciproce. p. 485. l. 19. verticem μ p. 489. l. 30. (per Corol. lemm. X).

p. 490. l. 4. $\frac{2}{3}$ Tr. l. 11. MP ad MN. p. 488. in ſchemate ſcribatur P inter N et O. p. 23. l. ult. ut.... moveatur.... abeat p. 37. l. 19. et 39. l. 13. ut deflectat et pergat. p. 38. l. 10. corpus a. p. 40. l. 29. trahitur a. p. 36. l. 20. rerum conceptui p. 39.

p. 1. l. 9. Aer denſitate duplicata in ſpatio etiam duplicato fit quadruplus in triplicato ſextuplus. p. 26. l. 12. Si negas fiant ultimo inequales, et ſit earum ultima differentia D. p. 41. l. 28. Corol. 1. Hinc (cum arcus ſimul deſcripti ſint ut velocitates, et reciproce ut tempora periodica) vires centripetae erunt ut velocitatum quadrata applicata ad.... p. 42, 55, 56, 57, 58. et alibi, pro dimidiata ratione ſcribe ſubduplicata ratione p. 44. Prop. VI. Theor. V. Namque in figura indefinite parva QRPT, lineola naſcens PR ea eſt quam corpus uniformi cum velocitate abſque vi centripeta deſcriberet ideoque tempori proportionalis eſt. Et lineola QR ſpatium eſt quod corpus cadendo ab R eodem tempore deſcriberet; ideoque (per lemm. X. vel XI.) eſt ut quadr. temporis, ſi modo detur vis centripeta. Sin vis illa major ſumatur vel minor, lineola QR major fiet vel minor in eadem ratione (per leg. 11.) et propterea eſt ut vis illa et quadr. temporis conjunctim id eſt (cum tempus ſit ut area SPQ, et haec area ut rectangulum SP × QT) lineola QR eſt ut vis illa et ST quad. × QT qu. conjunctim. Unde vis illa, ſi termini rationis applicentur ad QR, fiet inverſe ut Solidum $\frac{\text{SP qu.} \times \text{QT qu.}}{\text{QR}}$ Q. E. P.

Coroll. Hinc ſi detur &c.

Schol. Nota quod in figura indefinite parva QRPT, cum QR ſit (per lemm. XI) ut RP qu. ſive ut QT qu. longitudo $\frac{\text{QT qu.}}{\text{QR}}$ data erit, et propterea cum SP etiam detur, ſolidum $\frac{\text{SP qu.} \times \text{QT qu.}}{\text{QR}}$ quoque datum erit, licet longitudines QR et QT non dentur. At ſi figura QRPT uſque adeo augeatur ut non amplius pro indefinite

[12]) Liſez: 20.

parva haberi poſſit, ſolidum illud non amplius dabitur. Et propterea ut ſolidum illud omninò daretur, eam aſſumſi ipſius quantitatem quae ultimo fit ubi figura QRPT coeuntibus punctis P et Q evaneſcit.

p. 67. l. 17. ideoque ſi rectae RP, SQ concurrant in T et agatur TZ, figura TRZS dabitura ſpecie, et recta TZ in qua punctum Z alicubi locatur dabitur poſitione.

p. 330 et 331. dele omnia et lege [13]). Si vas impleatur aqua in fundo perforetur, ut aqua per foramen defluat, *manifeſtum eſt* [14]) *quod aqua defluens aequalis erit aquae* in aere eodem tempore cadenti in columna rotunda cujus latitudo ad baſin eadem eſt atque foraminis et altitudo eadem atque aquae ſtagnantis in vaſe: ideoque velocitas quacum aqua exit ex foramine eadem eſt ac ſi a ſummitate aquae in vaſe decidiſſet, et propterea ſi motus ille ſurſum vertatur, aqua egrediens aſcendet ad altitudinem aquae in vaſe, et ſi aqua per canalem in latere vaſis oblique egrediatur, deſcribet parabolam cujus latus rectum eſt quadruplum altitudinis aquae in vaſe ſupra canalis orificium et cujus diameter horizonti perpendicularis ab orificio illo ducitur, atque ordinatim applicatae parallelae ſunt axi canalis. Quantitas autem aquae effluentis quo tempore corpus cadendi deſcribere poſſit altitudinem aquae in vaſe ſupra canalem aequalis erit columnae aquae cujus diameter eadem eſt atque canalis illius et longitudo duplo major quam altitudo ille aquae in vaſe ſupra canalem.

Haec omnia de fluido ſubtiliſſimo.... quod effluit.

Denique vas in fundo perforatum ſuſtinet pondus aquae totius contentae demto pondere quod in aquam effluentem ad ejus motum generandum impenditur, quodque aequale eſt duplo ponderi aquae foramini perpendiculariter inſiſtentis. At ſi aqua per canalem horizonti parallelum egrediatur.... non efflueret. Tollitur enim preſſio quae ad aquae effluentis motum generandum ſufficit: quae quidem preſſio aequalis eſt duplo ponderi columnae.

p. 334. l. 7. duplo ponderi. ib. l. 12. imminentis, demto pondere aquae reliquae quae foramini perpend.r imminet, et cujus quantitas, ſi vas permagnum ſit, in ſequenti computatione negligi poſſit. ib. l. 14. ſi et ſingulae fundi partes ſuſtineant pondera aquarum ſibi perpend.r imminentium, reliquum eſt ut globus etiam tamquam fundi pars aliqua ſuſtineat ponderis aquae ſibi perpend.r imminentis, ſed aquae defluenti reſiſtendo vim ejus ſuſtinet ponderi illi aequalem. (dele caetera uſque ad cujus altitudo eſt RS).

p. 335. l. 11. Pondus autem columnae illius duplicatae, quo tempore. p. 335. l. 20. et l. ult. et p. 336. l. 3. quatuor tertius p. 336. l. 10. in fluido ejuſdem ſecum denſitatis dimidi p. 351. l. 10. quaſi dimidia ſui parte minor. ib. l. 12. pars quaſi

[13]) Consultez, au sujet de ce qui suit, la note 2 de la pièce N°. 2543.

[14]) Ici Huygens nota en marge: „non apparet mihi quidem". Les mots en italiques ont été soulignés par Huygens.

tertia.... reſtituitur. ib. l. 18. quaſi tertia ſui parte. p. 370. l. 8. 1 ad $\frac{950}{900}$ [15]). ib. l. 9. 1 ad $\frac{12983}{12300}$. ib. l. 11. erit $\frac{389500}{369000}$ digitorum ſeu pedum anglicorum $\frac{32458}{30750}$ ib. l. 14. $\frac{32458}{30750}$..... $\frac{203939}{193206}$. ib. l. 17. $\frac{32458}{30750}$ ſeu digitos $\frac{389500}{369000}$.

ib. l. 19. $\frac{199\frac{3}{8}}{194\frac{1}{2}}$. ib. l. 20. pedes $\frac{203939}{173206}$ adeoque tempore minuti unius ſecundi pedes $\frac{1023}{996}$. ib. l. 21. dele ſcribit Merſennus.... locum tenet. p. 371. l. 15. dele atque adeo... Merſenni. ib. l. 18. digitiorum quinque, et minor quam digitorum 8 atque adhuc accuratioribus quod major eſſe deberet quam digitorum ſeptem; atque adeo quod ſonus tempore unius minuti ſecundi conficit pedes anglicos pauciores quam 1094 et plures quam 984. p. 372. l. 12. pedum 1023. ib. l. 13. pedum $9\frac{14}{15}$.

Pag. 402. l. 10. Hypoth. III. leges et proprietates corporum omnium in quibus experimenta inſtituere licet ſunt leges et proprietates corporum univerſorum.

Nam proprietates corporum non niſi per experimenta innoteſcunt ideoque generales ſtatuendae ſunt quotquot cum experimentis generaliter quadrant. Certe contra experimentorum tenorem ſomnia temere confingenda non ſunt, nec à naturae analogia recedendum, cum ea ſimplex eſſe ſoleat et ſibi ſemper conſona. Extenſio corporum non niſi per ſenſus innoteſcit, at in omnibus non ſentitur. Sed quia ſenſibilibus omnibus competit, de univerſis affirmatur. Corpora plura dura ſeu ſolida eſſe experimur, et inde non horum tantum ſed aliorum etiam omnium particulas indiviſas eſſe duras merito concludimus. Corpora omnia mobilia eſſe et impenetrabilia, et viribus quibuſdam perſeverare in motu vel quiete ex hiſce ſenſibilium proprietatibus colligimus. Corporum partes diviſas ab invicem ſeparari poſſe ex phaenomenis novimus, et partes indiviſas in partes minores ratione diſtingui poſſe ex Mathematica certum eſt; utrum vero partes illae diſtinctae per vires naturae ab invicem ſeparari poſſint incertum eſt: at ſi vel unico experimento conſtaret quod particula aliqua indiviſa, frangendo corpus durum diviſionem pateretur, concluderemus univerſaliter vi hujus hypotheſeos quod non ſolum partes diviſae ſeparabiles eſſent, ſed etiam quod indiviſae omnes in infinitum dividi poſſent. p. 410. l. 27. corporum ſenſibilium. ib. l. 31. dele igitur. ib. l. 33. dele. Nam ſi aether.... ſuperiore et ſcribe Conſequitur ex propoſitione praecedenti per hypoth. III, ſi modo hypotheſis iſta hic obtineat.

[15]) C'est-à-dire: un nombre compris entre 950 et 900.

N° 2699.

G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.

21 SEPTEMBRE 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]) et C. I. Gerhardt[2]).
Elle est la réponse aux Nos. 2693 et 2695.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2709.

Bronſvic $\frac{11}{21}$ Septembre 1691.

Monsieur

J'ay receu vos deux lettres du 1. et du 4 de Septembre, qui m'ont rejoui par les bonnes nouvelles de voſtre ſanté, ou je m'intereſſe beaucoup. Je ſuis bien aiſe auſſi d'apprendre par l'examen que Vous avés fait, que nos ſolutions s'accordent. Je n'avois pas ſongé à la courbe, qui par ſon evolution peut produire la chainette. Cependant je voy qu'il eſt bon d'y ſonger dans les rencontres. Je ne ſcay, Monſieur, ſi vous avés remarqué un petit diſcours de Angulo contactus et Oſculi[3]), que j'avois mis dans les Actes de Leipzig mois de Juin 1686. Où je conſidere, que la direction de la courbe ſe doit exprimer par la droite qui la touche, parce que la droite a partout la même direction: Et la droite qui touche ne fait avec la courbe qu'un angle de contact, qui eſt moindre que tout angle de droite à droite. Mais la courbure ou flexion de la courbe en chaque point ſe doit exprimer par le cercle qui l'y touche le plus exactement, ou qui la baiſe, car le cercle a par tout la même courbure; et le cercle qui baiſe ne fait avec la courbe qu'angulum Oſculi, comme je l'appelle, qui eſt moindre que tout angle de contact de cercle à cercle. Et ce cercle ſera la meſure de la courbure. Ce qui s'accorde avec ce que vous dites, Monſieur, du rayon de la curvité[4]). C'eſt pourquoy on fait bien de conſiderer cecy en examinant les courbes. Et les centres des cercles meſurans la courbure tombent dans vôtre generatrice par evolution. Il ſeroit peut-eſtre bon de continuer la progreſſion et d'examiner quelle courbe ſeroit la plus propre à eſtre la meſure de l'oſculation du ſecond degré. Il eſt vray, qu'on ne trouvera point

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 97.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 103, et Briefwechsel, p. 665.
[3]) Ce discours porte le titre: „Meditatio nova de natura anguli contactus et osculi, horumque usu in practica Mathesi, ad figuras faciliores succedaneas difficilioribus substituendas.
[4]) Voir la pièce N°. 2681, au troisième théorème.

d'autres courbes uniformes, cependant comme deux contacts coincidens font l'osculation, on pourroit encore confiderer la coincidence de trois contacts et même de 4 contacts, ou de deux osculations etc. Je fuis bien aife que par vos decouvertes jointes aux noftres, nous avons la quadrature de la generatrice de la chainette. Il eft vray, Mons. comme vous jugés fort bien, que, ce qu'il ij a de meilleur et de plus commode dans mon nouveau calcul c'eft qu'il offre des verités par une efpece d'analyfe, et fans aucun effort d'imagination, qui fouvent ne reuffit que par hazard, et il nous donne fur Archimede tous les avantages que Viete et Des Cartes nous avoient donnés fur Apollonius. J'avoue que je ne l'ay pas encor portée à fa perfection, et je ne fcay fi d'autres occupations me le permettront. Cependant je ne croy pas que jufqu'icy on ait efté en meilleur chemin ny plus avant. Depuis que vous avés trouvé vous même la reduction de la chainette à la quadrature de l'Hyperbole, vous avés eu quelque raifon Monfieur, de croire, que j'y pouvois eftre arrivé auffi par une femblable remarque particuliere. Et même vôtre foubçon eft allé un peu trop avant, jufqu'à me faire une petite querelle[4]). Mais je n'ay pas trouvé neceffaire de m'en emouvoir. Vous fçaurés, Monfieur, que Meffieurs de Leipzig ont gardé à Mons. Bernoully une entiere fidelité, et bien loin de me decouvrir fa folution, ils ne m'ont pas même mandé qu'elle procedoit par la quadrature de l'Hyperbole. Je ne fçay s'il leur a recommandé le fecret, mais ils ont bien jugé, qu'ils le luy devoient, et c'eft moy qui le leur ay recommandé moy même, de peur, que Mr. Tfchirnhaus n'en fçut quelque chofe, car lors que j'avois propofé le probleme, je l'avois eu en vue[5]), à caufe des grands bruits qu'il faifoit de fes methodes. Mais fi vous ne nous voulés pas croire ny ces Meffieurs de Leipzig ny moy, fur nôtre parole, j'ay en main une preuve, auffi bonne qu'auroit pu eftre le chifre que vous m'aviés confeillé à la fin, et dont je me fuis difpenfé par pareffe et par diftraction ne le jugeant plus neceffaire. Elle ne vous permettra point de douter que j'aye fçu la reduction à la quadrature à l'Hyperbole avant l'arrivée de la folution de Mr. Bernoully à Leipzig. C'eft que je l'ay mandée à un amy de Florence[6]) dans une de mes lettres du 26 d'Octobre ou du 9 de Novembre[7]), car il repond à la fois à ces deux, et je ne me fouviens pas dans la quelle

[5]) Voir la note 10 de la Lettre N°. 2623.

[6]) Rudolf C. Baron von Bodenhausen, mathématicien et précepteur du prince héritier de Toscane. La bibliothèque royale de Hannover possède 36 lettres de lui à Leibniz et 34 réponses de Leibniz.

[7]) La lettre de Leibniz à von Bodenhausen, du 26 octobre 1690 V. S., dont M. Bodemann, le directeur de la bibliothèque de Hannover, a bien voulu nous transmettre la copie. Nous en extrayons le passage suivant.

„Was die lineam anlanget, so habe ich in des P. Pardies traité des forces mouvantes nachgeschlagen, befinde dass seine suppositiones recht, auch sonsten bekand, nehmlich von n. 72 bis 75 inclusive. Er sagt aber nur, dass die linea keine parabole sey, alleine was es für eine

j'ay touché ce point, et il m'y promet la deſſus le ſilence, que je luy avais recommandé. Il me ſemble auſſi, que vous pervertiſſés un peu le ſens des paroles de Mr. Bernoulli. Et je croy que vous voulés railler. Je penſe que le terme que j'avois donné pour la ſolution expirant avec l'année, il s'imagina que la mienne feroit bientoſt, ou pourroit eſtre déja entre les mains de Meſſieurs de Leipzig, pour eſtre imprimée, et qu'en ce cas, ils ne feroient peut-eſtre pas difficulté de me communiquer la ſienne, ny moy de la voir et qu'elle me pourroit rebuter, s'il m'oſtoit la matiere de dire quelque choſe de nouveau et s'il me raviſſoit juſqu'aux demonſtrations. Mais cette apprehenſion n'eſtoit pas neceſſaire. D'ailleurs je ne me preſſois pas lors même que je ſçus que la ſolution de Mr. Bernoully eſtoit arrivée parce que je voulois encor donner du temps à des ſçavans hors de l'Allemagne d'y eſſayer leur Analyſe. Car j'ay ecrit pour ce ſujet en France et en Italie, mais ſans en rien tirer. Pour vous dire la verité je n'avois pas crû que Mons. Bernoulli auroit reduit le probleme à la quadrature de l'Hyperbole, et je ne l'ay ſçû que lors que j'ay vû ſa ſolution imprimée, et j'ay trouvé qu'il avoit ſurpaſſé mon attente. Je ne ſcay pas bien comment il eſt arrivé à cette reduction, et je veux bien croire que c'eſtoit par une remarque particuliere, mais que l'uſage de nôtre calcul luy avoit peut-eſtre rendue aiſée. Car s'il l'avoit obtenue par une voye plus generale, il n'auroit pas ignoré que la conſtruction de la ligne des Rhumbes ou la loxodromique depend de cette même quadrature de l'Hyperbole et de la même façon; car il s'eſt contenté de la conſtruire par une quadrature plus compoſée dans les Actes

---

seyn müste, sagt er, (deucht mich) nicht; sondern kommt auff eine andere supposition. wenn die chorda des ponderis expers consideriret wird und gewisse pondera oder forces darauff appliciret werden, videatur n. 76 seqq, und wann er n. 81 sagt: les cordes sont effectivement courbées en hyperboles, so redet er abermals nicht von unserm casu, sondern von einem andern, wenn nehmlich die chorda sich thänet [sic = dehnet] quand les cordes se courbent en se rallongeant, welches ganz eine neue und mehr componirte frage gibt, da ich sehr zweifle, ob die Hyperbola statt habe. Ich supponere hin gegen, dass der faden oder viel mehr die Kette ihre länge behalte. Joachimus Jungius, so einer der besten Analyticorum und philosophorum nostri seculi gewesen, und noch ante Cartesium viel herrliche gedancken gehabt, hat sich über des problema sehr bemühet, aber nichts anders finden können, als dass keine parabole statt habe. Ich finde dass die curva catenaria sehr notable proprietates habe; datâ ipsius constructione, kann man leicht geben tangentes, quadraturam areae, dimensionem curvae, superficies ejus rotatione genitas etc. Ihre descriptio supponiret logarithmorum constructionem; und daher vice versa positâ descriptione hujus curvae physica; kann man pulcherrime die logarithmos ausfinden und construiren, und also kann man ope curvae catenariae quotcunque medias proportionales inter duas rectas datas geben. Et ita haec curva est una ex virtuosissimis totius Geometriae und über diesz summae in construendo facilitatis, wenn man nur einen faden hat, der sich sufficienti facilitate bieget und proprio pondere nicht notabiliter thenet. Dieses aber de logarithmis sage ich andern noch nicht, damit sie vor der Zeit nicht wissen, ob die curva sey ex numero ordinariarum an vero transcendentium".

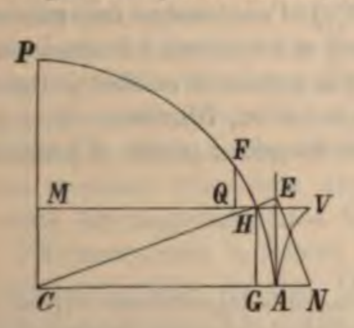
du mois de Juin dernier[8]) pag. 284, 285. Au lieu que je l'ay reduite à la quadrature de l'Hyperbole, Actes du mois d'Avril p. 181. Ce que j'y dis[9]) ſuffit auſſi pour donner la reduction de la chainette, quoy que je l'aye diſſimulé, car j'y dis expreſſement que la ligne des Rhumbes ſe conſtruit par la ſomme des ſecantes et je crois que Snellius l'avoit déja remarqué[10]), or j'y monſtre, comment cette ſomme des ſecantes ſe reduit à la quadrature de l'Hyperbole et j'en donne le fondement. Et vous ſcavés que cette même ſomme des ſecantes ſert auſſi pour la chainette[11]). Il y a plus de 10 ans que j'ay trouvé la conſtruction de la Loxodromique, mais la recherche de la chainette m'en fit reſſouvenir[b]). Vous parlés, Monſieur, dans vôtre ſolution d'une maniere fort bonne de trouver les ſommes des ſecantes par les Tables. Eſt il permis de l'apprendre[c]). Cependant je vous avoueray bien que ce n'eſt pas par la voye de la figure, ſuivant ce que je dis p. 181, que je ſuis arrivé à la reduction de la loxodromique ou de la chainette quoy que j'aye eſté bien aiſe de m'en ſervir pour les autres.

Vous vous ſouviendrés peut-être, Monſieur, de mes lettres, où je recommande les expreſſions exponentiales[12]), ou (qui eſt la meme choſe) logarithmiques. Vous

---

[8]) Il s'agit de l'article de Jacques Bernoulli (et non de Jean comme Leibniz semble supposer) cité dans la note 32 de la Lettre N°. 2693.

[9]) Dans l'article cité dans la note 14 de la Lettre N°. 2636 Leibniz, à la page mentionnée, commence par démontrer que la différence de longitude entre deux lieux sur une même loxodromique s'exprime par l'intégrale $b\int \sec h\, dh$, où h représente la latitude et b la tangente de l'angle sous lequel les méridiens sont coupés par la loxodromique.



Ensuite il remarque que, d'après la figure que nous reproduisons ici, où $\angle$ HCA $= h$, $\angle$ CEN $= 90°$, CA $= 1$, MV $=$ CN, on a $\sec h\, dh =$ CE $\times$ FH $=$ CN $\times$ FQ $=$ MV $\times$ FQ. Ainsi la détermination de l'intégrale $\int \sec h\, dh$ dépend de la quadrature de l'aire CMVA.

Enfin, pour réduire cette intégrale aux logarithmes, c'est-à-dire à la quadrature de l'hyperbole, il pose HG $= \sin h = e$, donc MV $=$ CN $=$ CE. sec h. $=$ CA. $\sec^2 h =$ $= \frac{1}{1-e^2}$. On a donc $\int \sec h\, dh = \int \frac{de}{1-e^2} =$ $= e - (e) + \frac{1}{3}e^3 - \frac{1}{3}(e)^3 + \frac{1}{5}e^5 - \frac{1}{5}(e)^5 + \ldots. =$ $= \frac{1}{2} l \left(\frac{1+e}{1-e} : \frac{1+(e)}{1-(e)} \right)$, où e et (e) représentent les sinus de la latitude des lieux extrêmes de la loxodromique.

[10]) Snellius l'avait fait dans l'ouvrage suivant: Willebrordi Snellii à Royen. R. F. Tiphys Batavus, sive Histodromice, De navium cursibus et re navali. Lugduni Batavorum, Ex Officinâ Elzeviriana, Anno CIↃIↃCXXIV. in-4°.

[11]) Voir le deuxième alinéa du septième théorème de la pièce N°. 2681.

[12]) Voir les Lettres Nos. 2627, 2632, 2636, 2639 et 2659.

en voyés maintenant l'ufage dans la chainette, car c'eft ainfi qu'on donne des veritables points des lignes tranfcendantes [13]). Et je croy que c'eft ultimum quod in illis humano ingenio praeftari poteft. Il eft vray que ce n'eft pas tousjours fi aifement. Cependant icy le calcul m'a mené tout d'un coup à la confideration des Logarithmes, fans que j'ay eu befoin d'y aller par detour. Ce que j'avois dit que je faifois dans la courbe fuppofita ejus conftructione ne vous doit troubler. Je le diray bien encor, comme fi je difois que ducere minimam ex puncto dato ad parabolam, eft un probleme refolu le plus abfolument, fuivant le ftyle des anciens, mais fuppofita parabolæ conftructione, car alors on n'a befoin que de la regle et du compas. Quoy que j'aye la conftruction de la chainette auffi bonne qu'il eft poffible d'avoir, ce n'eft pas tout à fait fuivant la Geometrie ordinaire. Voudriés vous que j'euffe dit en vous écrivant fuppofitis Logarithmis et fuppofita quadratura Hyperbolae, ou quelque chofe de femblable? En parlant comme j'ay fait, je me tenois dans la generalité et je ne voulois pas faire penfer que j'avois quelque chofe de plus qu'on n'auroit pû attendre. Mais c'eft affés de ce procès.

Vous avés raifon d'eftimer la Methode de reduire les quadratures à celles de l'Hyperbole ou du Cercle quand cela fe peut, j'ay quelque chofe la deffus, et ce que j'eftime beaucoup la dedans c'eft qu'une même methode me mene à une folution abfolue ou au Cercle ou à l'Hyperbole, felon la nature de la chofe. Mais je n'ay pas encor paffé certains limites; il me faudroit de l'affiftence, car je fuis rebuté des calculs. Je fouhaitterois auffi de pouvoir tousjours reduire les quadratures aux dimenfions des lignes courbes, ce que je tiens plus fimple. Avés vous peut-eftre penfé à ce point Monfieur.

Lors que j'ay donné mon calcul Octob. 1684, j'ay auffi remarqué p. 473, que la foutangente de la Logarithmique eft conftante [14]). Je l'avois même deja mis dans mon traité de la quadrature Arithmetique [15]), ou je m'en fervois à la quadrature de l'efpace de la Logarithmique. Mais j'ay quitté la penfée de publier ce traitté. A l'egard des lignes de Mr. Bernoulli, vous avés raifon, Monfieur, de ne pas approuver qu'on s'amufe à rechercher des lignes forgées à plaifir. J'y adjoute

[13]) Allusion à la construction de la chaînette au moyen de la courbe logarithmique, exposée par Leibniz dans la Lettre N°. 2688, et dans son article sur la chaînette, cité dans la note 1 de la Lettre 2681.

[14]) Vers la fin de l'article cité dans la note 5 de la Lettre N°. 2205, Leibniz se propose de trouver la courbe dont la soustangente est constante et il montre que cette courbe doit être une logarithmique.

[15]) Voir la note 6 de la Lettre N°. 2192. Quoique le manuscrit mentionné dans cette note n'ait jamais été imprimé, on peut consulter ici la Prop. 46 du „Compendium quadraturae arithmeticae", publié en 1858, par C. I. Gerhardt, au T. V. de „Leibnizens mathematische Schriften", p. 99—112, dont les propositions correspondent, d'après Gerhardt, avec celles du traité.

pourtant une limitation : ſi ce n'eſt que cela puiſſe ſervir à perfectionner l'art d'inventer. C'eſt pourquoy je ne deſapprouve pas que des perſonnes qui ont du loiſir et de l'inclination, et ſurtout des jeunes gens, s'y exercent. Et c'eſt pour cela que je ne veux pas décourager non plus ceux qui s'exercent dans les nombres. Parce que c'eſt encor en cela que je trouve l'Analyſe imparfaite, je ſouhaitte que nous puiſſions encor dans ce ſiecle porter l'Analyſe des Nombres et des lignes à ſa perfection, au moins quant au Principal, ut hac cura genus humanum abſolvamus afin que doreſnavant on tourne toute la ſubtilité de l'eſprit humain à la phyſique. Je croy qu'on pourroit voir ce ſouhait accompli ſi quelques perſonnes propres à cela s'entendoient. Du reſte je n'ay pas entendu non plus ce que Mr. Bernoulli veut dire avec ſon arc de cercle dans la voile. Les occupations que j'ay m'ont fait reſiſter à la tentation de penſer aux choſes qu'il propoſe. Si M. Fatio le veut, nous envoyerons à M. Meyer à Breme nos Methodes promiſes pour les Tangentes à fin qu'il en faſſe l'echange quand il les aura receues toutes deux.

Je remarque pluſieurs fautes d'impreſſion dans mon diſcours ſur la loxodromie, Actes de Leipzig du mois d'Avril p. 181. Car *ligne* 12, au lieu de $1\,l2l$, il faut mettre $1l3l$, et *ligne* 20 au lieu de $1l2l$ il faut mettre $1l1d$; et *ligne* 25 au lieu de $1d3l$, il faut mettre $2l3l$. Et p. 182 *lin.* 20, j'ay manqué moy meme, par inadvertance, mettant $\frac{e}{1}+\frac{e^3}{3}+\frac{e^5}{5}$ etc. au lieu de mettre comme j'avois deja mis auparavant $\frac{e-(e)}{1}+\frac{e^3-(e)^3}{3}+\frac{e^5-(e)^5}{5}$ etc. ce que le diſcours meme fait aſſez voir. Je remarque cela afin que ſi vous vouliez daigner de lire ces choſes vous n'en ſoyez point arreſté. Je crois d'auoir déja indiqué quelque choſe dans ma precedente touchant ce rapport de la loxodromique à la chainette. Du moins puiſque vous aviés reduit la chainette à la ſomme des ſecantes ſelon les arcs dans voſtre ſolution, et que j'avois reduit cette ſomme aux logarithmes dans les actes d'avril 1691, vous y pouviés déja voir le rapport de la chainette à la quadrature de l'Hyperbole. L'equation de la courbe auxiliaire (ſelon vous) eſtant $xxyy = a^4 - aayy$, je ne ſcais comment vous vient $xxyy = 4a^4 - x^4$ [16]), la quadrature [17]), ou xdy eſt la ſomme des tangentes, ſelon les ſinus de complement, la quelle ſe trouve égale à la difference entre la ſomme des ſecantes ſelon les arcs et la ſomme des ſinus de complemens ſelon les arcs. Or cette derniere ſomme eſt trouvable abſolument donc la quadrature à la quelle vous reduiſés la chainette, depend de la ſomme des

[16]) Voir le septième théorème de la pièce N°. 2681.

[17]) La remarque qui va suivre se rapporte à la *première* des deux courbes mentionnées. En effet, il est clair que la quadrature $\int x\,dy = \int \frac{a\sqrt{a^2-y^2}}{y}\,dy$ de cette courbe se réduit facile-

ſecantes ſelon les arcs, que j'ay reduite aux logarithmes. Et pour appliquer voſtre equation à la chainette, x eſtant la longueur de la chainette depuis le ſommet, la ſomme des y (ſelon les x) [18]) ſera l'ordonnée de la chainette, a eſtant l'unité ou le parametre. C'eſt ainſi que la quadrature de voſtre courbe donne la chainette. Je ne ſcay ſi j'ay deviné vos raiſonnemens. Je ſuis avec zele.

MONSIEUR

Voſtre treſhumble et treſobeiſſant ſeruiteur
LEIBNIZ.

---

[a]) bona verba. Je cherchois un compagnon dans mon ignorance et peu de penetration, ſi vous jugez que d'autres pourroient avoir quelque penſee ſemblable a celle que j'ay eue. Vous pourriez en publiant voſtre calcul, publier a cette occaſion la lettre de Florence qui ſera une certitude entiere [Chr. Huygens].

[b]) ſi la recherche de la chainette vous en fit ſouvenir, il ſemble donc que vous aiez auſſi réduit ſa conſtruction a la ſomme des ſecantes des arcs egalement croiſſants [Chriſtiaan Huygens].

[c]) a quoy vous ſerviroit aiant la parfaite? [Chriſtiaan Huygens].

[d]) mais non pas qu'elles repreſentent le quarre de l'hyperbole [Chr. Huygens].

---

ment, à l'aide de la substitution $y = a \cos\varphi$, à l'intégrale $\int \mathrm{tg}\,\varphi\, d.\cos\varphi$ („la somme des tangentes selon les sinus du complément"), qui est égale, en valeur absolue, à $\int \sec\varphi\, d\varphi - \int \cos\varphi\, d\varphi$.

Il est curieux de remarquer que Huygens, au contraire, était arrivé à la courbe en question en réduisant l'intégrale $\int \cos\varphi.\, d.\,\mathrm{tg}\,\varphi$ à la quadrature $\int y\,dx$ de cette courbe, comme on peut le voir au § VIII de la pièce N°. 2625.

[18]) C'est-à-dire: $\int y\,dx$; mais lisez plutôt: $\int \frac{y}{a}\,dx$. Alors le théorème est conforme au résultat du § VIII de la pièce N°. 2625, généralisé comme nous l'avons indiqué, pour le § VII, dans la note 22 de cette même pièce, l'„ordonnée" de Leibniz n'étant autre que la ligne LK de la figure 4 de cette pièce.

N° 2700.

CHRISTIAAN HUYGENS à N. FATIO DE DUILLIER.

[25 SEPTEMBRE 1691] [1]).

Une partie de la lettre a été publiée par P. Prévost [2]).
La lettre est la réponse au No. 2697.

Monſieur, Je viens de recevoir avec joie celle que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire après votre arrivée à Londres, étant bien aiſe de vous voir paſſer la mer ſans mauvaiſe rencontre. J'ai été il y a 15 jours vous chercher à la Haie, pour vous rendre le papier où ſont les errata du livre de Mr. Newton [3]).... J'attends la réponſe de Mr. Leibniz à ma dernière lettre, dans la quelle je l'ai preſſé d'accomplir le marché que vous ſavez [4]). S'il tarde davantage, je commencerai à ſoupçonner qu'il n'a pas envie de le tenir. Je vous feray part de ce que j'apprendrai ou de ce que je receurai de ſa part, et me dirai en finiſſant avec toute l'affection poſſible, etc.

HUYGENS DE ZULICHEM.

N° 2701.

G. MEIER à CHRISTIAAN HUYGENS.

26 SEPTEMBRE 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle fait suite au No. 2678.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2711.

Illuſtri Viro
CHRISTIANO HUGENIO G. MEIERUS F. S. P.

*) Ex celeb: Leibnizii literis diu jam eſt quod intellexi, literas quibus ejus ad Te, Vir Illuſtris, ſpectantes incluſeram, recte extraditas eſſe. Idem ille officium

1) Voir la note *a* à la fin de la Lettre N°. 2697.
2) Le Recueil, cité dans la Lettre N°. 2572, note 1. Prévost mentionne la lettre comme étant sans date et sans adresse. La lettre elle-même ne se trouve plus dans la collection Fatio de Duillier de la Bibliothèque publique de Genève et la minute nous manque.
3) Ici Prévost supprime une partie de la lettre.
4) Il s'agit toujours de l'échange de calculs mentionné dans la note 3 de la Lettre N°. 2680. Leibniz l'avait accepté par sa lettre du 27 mai 1691, notre N°. 2682, et promis d'envoyer sa méthode touchant le problème renversé des tangentes, ce que Huygens venait de lui rappeler dans une phrase que l'on rencontre à la page 134 de la Lettre N°. 2698.

noviſſimis tabellariis à me exquirit, egoque Viro optimo devotus curas iſtas in me lubentiſſime recepi [1]). Aperuit in cæteris ſolutionum Geometricarum inſtituendas commutationes. Ego quemadmodum honori mihi duco tantis nominibus non innotuiſſe tantum ſed et ſervitiis reddendis aliqua ulla ratione parem eſſe, ita veſtris utriuſque deſideriis promptum me paratumque ſiſto. Vale, Vir Celeb: et rem eruditionis reconditae, ut facis, porro ſtrenue promove, meque ama. Dabam Bremae die Septembris menſis Sexta decima A. æræ Chriſtianæ CIↃIↃCXCI.

A Monſieur
Monſieur C. HUYGENS
Seigneur de Zuylichem
à
L'Haye.

franco
tot Amſterdam.

[1]) Reſpondi 16 Nov. 91 [Chriſtiaan Huygens].

Nº 2702.

D. PAPIN à CHRISTIAAN HUYGENS.

25 OCTOBRE 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par E. Gerland [1]).
Elle fait suite au No. 2691.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2706.

de Marbourg ce 25e Oɑ̃tob. 1691.

MONSIEUR

Je me donnay l'honneur de Vous ecrire le 16e d'Aouſt, et je Vous faiſois vne deſcription fort ample de la machine de Drebell telle que je l'ay executée l'eté

[1]) C'est-à-dire d'expédier à Christiaan Huygens la lettre de Leibniz du 21 septembre 1691, notre Nº. 2699.

[1]) Leibnizens und Huygens Briefwechsel mit Papin, p. 180.

dernier á Caſſell par ordre de S. A. S. noſtre Prince: J'ij adjoutois auſſi vn projet d'vne autre machine pour le meſme deſſeing, qui me ſembloit et plus commode pour l'uſage et plus facile pour l'execution, et je Vous ſuppliois tres humblement de m'en dire voſtre ſentiment, ne doutant point que Vous ne contribuaſſiez avec plaiſir à aſſeurer S. A. S. du fondement qu'on peut faire ſur ce deſſeing. Cependant, Monſieur, je n'ay depuis ce temps receu aucune reſponſe de Vous ni de mon couſin Gouſſet a preſent Profeſſeur à Groningue par qui je Vous avois envoyé ma lettre et qui ſans doute Vous l'aura rendue ou fait tenir ſeurement [2]). Cela me fait croire que les lettres qu'on m'ecrit ſe perdent, puiſque Vous avez bien daigné me faire l'honneur de m'ecrire dans d'autres occaſions ou il ne s'agiſſoit point de donner quelque ſatisfaction à vn grand Prince. Je prens donc a preſent vne voye plus ſeure pour Vous ſupplier tres humblement, Monſieur, d'avoir la bonté de me faire reſponſe et de l'addreſſer à Mons.r de Haes [3]) ſecretaire de S. A. S. de Heſſe à Caſſel qui a eu la bonté de m'offrir ſon aide en cecy, auſſi bien qu'il a desjá fait pour l'excution de la machine: J'eſpere que par ce moien il n'ij aura point de danger pour la lettre: et en cas que vos autres occupations Vous empeſchent de me reſpondre amplement, je Vous ſupplie du moins de le faire en deux mots, et que je puiſſe au moins ſçavoir ſi Vous approuvez ou deſapprouvez mes penſées. J'attens cet effect de la bienveillance dont vous m'avez tousjours honoré, et la permiſſion de me dire avec vn profond reſpect,

MONSIEUR

Voſtre tres humble et tres obeiſſant ſeruiteur
D. PAPIN.

---

[2]) Voir la Lettre N°. 2692.

[3]) Johann Sebastian Haas, secrétaire de cabinet, archiviste et bibliothécaire du landgrave de Hesse-Cassel, né à Berne en 1641, protecteur et ami de Papin. Il assista comme secrétaire d'ambassade au congrès de Nimègue en 1678 et mourut en janvier 1697. On a de lui un ouvrage sur l'art d'écrire en chiffres, intitulé: Steganographie nouvelle, où cet art imparfait jusqu'icy, a été mis dans une plus grande perfection. Dédié à S. A. S. Msgr. le Landgrave de Hesse par S. B. E. S. (son bibliothécaire et secrétaire) Cassel. 1693, in-4°.

Nº 2703.

J. DE GRAAFF à CHRISTIAAN HUYGENS.

27 OCTOBRE 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

27 Oct. 1691.

Edele, Achtbare Geftrenge en Zeer difcrete Heer

MIJN HEER

dit wijnige heb ik niet ondienftigh connen oordelen om UEdle te adviferen; hoewel ik niet twijffel off UEdle fal genoeghzaam verftendigh zijn het aankomen van de Ooft Indifche Rethour fchepen in de have van ons Lieve Vaderland (waar voor de Heere onfe God alleen alle Loff, prijs en Eere toekomt) zijn wij toen mede op dat pas met Een derfelve wel gearriveert en tegens woordigh van Zeeland (want wij in de have voor Ter Veer ten anker, fchoon het fchip voor de kamer Amfterdam thuys hoort, zijn gekomen) alhier in de ftad zijn gearriveert, en de horologien met de inftrumenten in een Lichter gefcheept, om achtervolgens vervoert te werden en op't Ooft Indifche huijs tot nader ordre zijn verblijfft plaats te nemen; aangaande de proeff bij de horologien uijtgeftaan [1]) iets te fchrijven off te fpreken fal ik UEdle ordre af wachten & hier mede blijve ik als te voren

UE Gehoorfaamfte en onderdanigfte dienaar

JOAN: DE GRAAFF.

Actum den 27 October
Amfterdam.

Aan de
WelEd.le Geboore, Wijfe, en
Zeer Genereufe Heer
de Heer CRISTIAAN HUIJGENS
Heer van Zuylichem &ta
Tot
's Graven Haagh.

---

[1]) On peut consulter sur cette expédition, dans laquelle les horloges avaient été confiées aux soins de J. de Graaff, la Lettre N°. 2656 du volume présent; ainsi que les pages indiquées dans la Table des matières du Tome IX sous l'article: „Expériences sur mer avec les horloges maritimes à pendule de Chr. Huygens", à commencer par la page 418.

N° 2704.

P. Baert [1]) à Christiaan Huygens.

28 octobre 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2714.

tot dunkerque den 28en Octob. 1691.

a) Mijn Heer

Bij geval is mij ter handt gekommen feeker tractat de la lumiere &c. door U. E. gecompofeert ende gedemonftreert volgens de principen der ondulatien. Ik fag over feuen jaeren tot toulon een gedruct tractat gecompofeert door eenen Jefuit, die het feyde te weefen de overblyfsels van pardies fchriften maer iemant heeft mij dit boecxken ontvonden, fyn titel was b) *la propagation de la lumiere &c.* [2]). voor foo veel als mij noch daervan jndachtich is, mij dunckt dat het niet veel bijfonders en was, Jk hebbe om de grootachtinge van uwen naem, daer alle Ljefhebbers aen fchuldich fyn, het uwe met opmerkinge twee mael doorleefen, Jn de eerfte mael vond jk fwaericheyt Voornamelijk op page 71 alwaer de ftralen ofte ondulatien vertragende gaen jnt glas en weder uyt tglas gaende haere eerfte raffche bewegingen ernemende c), *dit dacht my tegenfeggelijk maer* naerder bedinkende foo befloot ik daer uyt dat d'ondulaties die voortgebracht zijn door eenne kleynne kracht evenfoo feere fouden voortgaen als die door eenne groote kracht voortgebracht worden, hier op dede jk veel experientien werpende in den ftjlftaende waeter groote en klenne gefteenten, en mij dacht dat d'ondulatien van de kleynne foo feer verwijderden van haer centre als die van de grootfte doch dachte jk dat uE. defe onderftellinge haddet behooren te ftellen eyndelyk begon jk dit tractaet voor de tweede mael te erlefen en dat met meerder attentie en bevonden op midden van page 25 dat uE defe onderftellinge aldaer doet, en ben eyndelyck alfoo voort gegaen en verftaen alle uwe demonftratien. Soo van de wonderlyke refractie vant Jflants kriftael ende andere, maer int difcours van de Caufe vant gewichte is my noch eennege fwaericheyt overgebleuen omdat ik niet genouche verlicht en ben in de naturkonft. Mijn verfoek foude fijn, ontrent den toekommenden winter als mij den tijt fal diennen dit voor de derde mael te overlefen, dat uE. foude gelieven de goedheyt te hebben van mij te permiteren dat jk mijnne difficulteyten aen uE mochte overfenden om van uE *eennich verklaringe te genieten* d).

[1]) Sur P. Baert, consultez la Lettre N°. 2085, note 1.
[2]) Sur la lettre de Baert, Chr. Huygens nota la correction suivante de son Traité de la Lumière: pag. 39, lin. 5. pour *extérieure* lisez intérieure.

Jk hebbe gesien over eennige maenden in de hollantsche gazetten datter tot amsterdam *persoonnen syn die opentlyk leeren twinden van oost en west* [e]) [3]). Jnt cas van navigatie uE soude my eennen bysonderen dienst doen van my te seggen of sy daer toe gebruyken uEs gejnventerde pendulen, *ofte of sy iets anders* [f]) meynnen. gelieft mynne stouticheyt ten besten te duyden en niet te misachten dat jk waerelyk ben

MIJN HEER

UE alderonderdanichsten en seer geaffectionerden Dienaer

P. J. BAERT.

Soo uE my gelieft te antworden met een simpel regeltien Jk sal het houden inde aldergrootste dankbaerheyt. en mynne adresse is a M. Baert hydrographe du Roy a Dunkerque.

Jk wenste wel te weeten offer in 3 a 4 Jaeren erwaerts niets en is geschreven vande mathesis dat raer is anders als uE. boexken [g]).

A Monsieur

Monsieur HUYGENS seigneur DE ZEELHEM

A la haije: dans la

hollande.

[a]) Respondu le 22 nov. 91 [Christiaan Huygens].

[b]) of het niet en was l'Optique du P. Ango. die Pardies overblijfsel bedurven heeft [4]). [Christiaan Huygens].

[c]) hier was de grootste swarigheyd in de refractie volgens des Cartes [Christiaan Huygens].

[d]) geern als het niet te veel schrijvens van nooden heeft. veel beter dat hij eens bij occasie van vrede overquam [Christiaan Huygens].

[e]) dit sijn onbeschaemde en onwetende en men heeft de proef onder handen, die noodsaeckelijck slecht uyt sal vallen [Christiaan Huygens].

[f]) sij pretenderen de maensloop daertoe te gebruijcken 't geen bij veel ander verstandiger als sij menighmael te vergeefs ondernomen is geweest [Christiaan Huygens].

[g]) het boek van Newton maer is duyster. de Acta Lipsiensia, te Parijs [Christiaan Huygens].

---

[3]) Il s'agit de la prétendue invention de Lieuwe Willemsz. Graaf. Voir les notes 1 des Lettres Nos. 2536 et 2538.

[4]) Voir, aux pages 522 et 523, la Lettre N°. 2628.

N° 2705.

Christiaan Huygens à H. Basnage de Beauval.

[octobre 1691.]

La lettre a été publiée dans l'Histoire des Ouvrages des Sçavans[1]).

Lettre de Mr. Huygens à l'Auteur touchant le Cycle Harmonique.

Je vous envoye une remarque nouvelle en matiere de Mufique. Elle regarde les premiers fondemens de cette fcience, c'eft-à-dire la determination des tons que l'on obferve dans le chant, & dans la fabrique des Inftrumens. Ceux qui ont un peu étudié cette partie de la Theorie favent ce que c'eft, qu'on apelle le Temperament qui modere ces tons, & combien il eft neceffaire dans l'accord des tuyaux d'Orgue ou des cordes du Clavecin. Les plus celebres auteurs, comme Zarlin[2]) & Salinas[3]), en parlent comme d'une des plus belles chofes, & des plus utiles qu'on pût trouver dans la Mufique, & fe difputent à qui des deux eft l'honneur de l'avoir examiné le premier, & reglé par raifon & demonftration mathematique; car devant eux l'experience & la neceffité l'avoient dejà introduit en quelque maniere, fans qu'on en fût pourtant la vraye mefure ni la methode. C'eft l'invention de ce Temperament qui fait negliger avec raifon toutes les divifions des Tetrachordes & du Diapafon des Anciens, la plupart abfurdes & de nul ufage pour la compofition à plufieurs parties; & c'eft par elle que nôtre Syfteme des tons eft plus abondant en confonances, & plus felon la nature du chant que n'etoient les leurs. Je fupofe icy que l'on fait les proportions, dans lefquelles confiftent les confonances parfaites; favoir que la Quinte s'entend, quand après avoir fait fonner la corde entiere, on touche enfuite fes deux tiers; ou bien que la proportion qui produit cette confonance eft celle de 3 à 2. Celle de la Quarte, de 4 à 3; de la Tierce majeure, 5 à 4; de la Tierce mineure, 6 à 5; de la Sexte majeure, 5 à 3; de la Sexte mineure, 8 à 5. Et quant au Temperament, ces mêmes Auteurs que je viens d'alleguer nous apprennent, que pour l'apliquer aux inftrumens, la confonance de la Quinte doit être diminuée de ce qu'on apelle le quart de Comma, qui eft fi peu, que l'oreille à peine aperçoit cette diminution, & n'en eft nullement

---

1) Dans le fascicule du mois d'octobre, pp. 78 et suivantes.

2) Giuseppe Zarlino, né à Chioggia en 1517, depuis maître de chapelle à l'église Saint-Marc à Venise. Il publia: Istitutioni armoniche, Dimostrationi armoniche et quelques autres ouvrages rassemblés dans une édition de ses Œuvres, publiée a Venise en 1589, 4 Vol. in f°. Il mourut le 4 février 1590.

3) Sur Francesco de Salinas et son ouvrage, consultez la Lettre N°. 2591, note 3.

incommodée; le Comma entier étant le raport des tons de la corde entiere contre elle même racourcie feulement de $\frac{1}{81}$. Il s'enfuit de là, que la Quarte eft augmentée de cette même petite quantité. La Tierce y eft de même diminuée de $\frac{1}{4}$ de Comma, & par confequent la Sexte majeure augmentée d'autant; mais la Tierce majeure y demeure dans fa perfection; & par confequent auffi la Sexte mineure.

C'eft fuivant ces mefures des confonances, qu'on regle tous les tons des inftruments, tant les Diatoniques, que les Chromatiques, qu'on y a ajoûtez, & même les tons Enarmoniques, lors qu'on en met pour rendre les jeux plus complets.

Or la remarque que j'ay faite, c'eft que fi on divife l'Octave en 31. intervalles egaux, ce qui fe fait en cherchant 30 longueurs moyennes proportionelles entre toute une corde, (qu'on prend pour regle Harmonique) & fa moitié; on trouvera dans les tons que produifent ces differentes longueurs, un Syfteme fi aprochant de celuy qui provient du Temperament que je viens d'expliquer, qu'il eft entierement impoffible que l'oreille la plus delicate y trouve de la difference. Et que pourtant ce même nouveau Syfteme fera d'une nature bien differente de l'autre, & apportera de nouveaux avantages tant pour la Theorie que pour la Pratique.

Salinas fait mention de cette invention de divifer l'Octave en 31 parties égales, mais ce n'eft que pour la condamner; & le P. Merfenne après luy la rejette de même, d'où l'on pourra bien me croire, fi je dis que ce n'eft pas de ces Autheurs que je l'ay prife. Mais quand cela feroit, je croirois avoir fait affez, d'avoir demontré l'excellence de cette divifion par les principes de la Geometrie, & de l'avoir foûtenuë contre l'injufte arrêt prononcé par ces deux celebres Ecrivains.

Il y a dans le 3. livre de la Mufique de Salinas un Chap. entier fur ce fujet[4]), dont l'infcription eft, *De prava conftitutione cujufdam inftrumenti, quod in Italia citra quadraginta annos fabricari coeptum eft, in quo reperitur omnis tonus in partes quinque divifus.* Il dit que cet inftrument étoit nommé Archicymbalum, qu'il était *incerti authoris;* que certains Muficiens fort habiles l'avoient en grande eftime; & particulierement de ce qu'il avoit tous les intervalles, & toutes les confonances (comme ils croyent dit-il) en deffus & en deffous, & qu'après une certaine periode on y revenoit au même fon, ou équivalent, d'ou on étoit parti. Que l'Octave y étoit divifée en 31 parties égales, qu'ils apelloient Diéfes, des quelles le ton en devoit contenir 5; le grand femiton 3; le petit 2; la Tierce majeure 10; la Tierce mineure 8; la Quarte 13; la Quinte 18; la Sexte mineure 21; la Sexte majeure 23. Mais il ajoûte, qu'ayant effayé d'accorder un inftrument de cette façon, il a rendu un fon fort defagreable, & qui offenfoit extremement les oreilles de tous let affiftans. De forte qu'il conclud, qu'un tel accord s'éloigne de

---

[4]) Dans le livre G des Adversaria Huygens a transcrit quelques passages du livre de Salinas, en y ajoutant quelques remarques qu'on retrouve dans notre pièce.

toute raiſon Harmonique, ſoit qu'on l'examine ſur le pied des conſonances juſtes, ou de celles du Temperament. Outre ſon experience il allegue encore certain argument, pris de la maniere dont il dit qu'on ſe ſervoit à faire cette diviſion; & le P. Merſenne croit de même l'avoir bien refutée. En quoy ils ſe ſont trompez tous deux, pour n'avoir ſû diviſer l'Octave en ces 31 parties égales, ce qu'aparemment les inventeurs même n'ont ſû non plus; parce qu'il faloit pour cela l'intelligence des Logarithmes, qui n'étoient pas encore inventez de leur tems, ni de celuy de Salinas. Enfin ce nouveau Temperament, qu'ils rebutent ſi fort, ſe peut dire le plus excellent de tous, ayant tous les avantages qu'on luy attribuoit; ſur tout cette ſimplicité, qu'il aporte dans la Theorie des tons; & étant ſi peu different de celuy dont tous ſe ſervent, que l'oreille ne les ſauroit diſtinguer; comme je vais le prouver par le calcul.

Je dis donc premierement, que les Quintes de cette diviſion ne ſurpaſſent celles du Temperament que de $\frac{1}{110}$ de Comma, difference que l'ouïe ne ſauroit aucunement apercevoir; mais qui autrement rendroit cette conſonance d'autant plus aprochante de la perfection.

Les Quartes par conſequent ne ſont excedées par celles du Temperament Ordinaire, que de cette $\frac{1}{110}$ de Comma, & elles tendent auſſi d'autant plus vers la perfection.

Les Tierces mineures ſont moindres que celles du Temperament de $\frac{3}{110}$ ou environ $\frac{1}{37}$ de Comma; & les Sextes majeures excedent d'autant les Sextes majeures du Temperament; toutes deux à la verité en s'éloignant de la proportion parfaite; mais on voit que cette difference de $\frac{1}{37}$ de Comma ne ſauroit être perceptible, ni augmenter ſenſiblement le $\frac{1}{4}$ de Comma, dont ces conſonances s'écartoient déjà des veritables dans le Temperament.

Les Tierces majeures enfin ſurpaſſent celles du Temperament, qui ſont parfaites, de $\frac{4}{110}$, ou environ $\frac{1}{28}$ de Comma, qui eſt ſi peu de choſe, qu'on ne les pourra jamais prendre que pour parfaites, nonobſtant cette petite augmentation. Car que peut faire $\frac{1}{28}$ de Comma tout ſeul, puiſque un $\frac{1}{4}$ ſe ſouffre ſi aiſément.

On peut conclure de la petiteſſe de toutes ces differences, que lors qu'un jeu d'Orgue, ou un Clavecin ſera accordé ſuivant le Temperament ordinaire, il le ſera auſſi ſuivant la diviſion nouvelle, autant que l'oreille pourra diſcerner. Mais ſi pourtant on veut ſe ſatisfaire entierement la-deſſus, & accorder un inſtrument ſelon les 31 parties égales de l'Octave, on n'aura qu'à diviſer un monocorde, ſuivant les nombres que l'on verra dans la Table que je donne; & en mettant toute la corde à l'Uniſſon, avec le C du Clavecin ou de l'Orgue, accorder de même les autres cordes ou tuyaux, avec les ſons que cette diviſion leur attribue, & que l'on entend, en plaçant le chevalet ſelon qu'elle marque. Pour ce qui eſt de l'Archicymbalum dont parle Salinas, je doute s'il n'a pas eu 31 touches à chaque Octave; mais parce qu'on ne ſauroit ſe ſervir d'un tel clavier, ſans ſe confondre dans la multiplicité des touches & des feintes, le meilleur ſeroit à mon avis, de mettre 31

cordes ſimples pour chaque Octave, ce qui ſe peut ſans beaucoup de difficulté, & ayant fait les bâtons qui levent les ſauteraux tous d'egale longueur, hauteur & largeur, laquelle largeur faſſe une cinquiéme de celle d'une touche ordinaire, poſer par deſſus un clavier mobile, avec des pointes attachées par deſſous à toutes les touches; qui étant une fois bien ajuſtées, pour faire ſonner les cordes qu'on employe dans chaque Octave, le feront de même pour toutes les Tranſpoſitions. De ſorte qu'on pourra les faire ſans aucune peine, par tons, ſemitons, & juſques à des cinquiémes de tons; étant certain, que tous les tons & accords ſe trouvent également juſtes par tout; ce qui ſera fort utile, & donnera du plaiſir. J'ay autrefois fait faire à Paris de tels claviers mobiles, pour les placer au deſſus des claviers ordinaires des Clavecins, & faire par ce moyen pluſieurs Tranſpoſitions, quoi que non pas toutes complettes; & cette invention fut aprouvée & imitée par de grands maîtres.

Or afin que l'on puiſſe s'aſſûrer de la verité de ce qui a été dit cy-deſſus, on peut voir cette Table, dont j'explique le contenu & l'uſage.

La 2. Colomne contient les nombres qui expriment les longueurs des cordes qui ſont les 31 intervalles egaux ſuivant la nouvelle diviſion; la corde entiere étant ſupoſée de 100000 parties, & par conſequent ſa moitié, qui fait l'Octave contre elle, de 50000. A côté dans la 3. Colomne ſont les ſyllabes, dont on ſe ſert en chantant, & des * pour quelques cordes Enarmoniques, dont celle d'auprès du Sol * eſt la plus neceſſaire. Dans la 4. Colomne ſont les lettres, qui ſervent à l'ordinaire à deſigner les tons. Les nombres de la 2. Colomne ont été trouvez par ceux de la I, qui ſont leurs logarithmes reſpectifs. Et pour avoir ceux-cy j'ay diviſé le logarithme de 2, qui eſt 0,30102999566 par 31; d'où eſt venu le nombre N, 97106450, que j'ay ajouté continuellement au logarithme de 50000, qui eſt 4,6989700043; & de ces additions ſont procedez tous les logarithmes de la Colomne juſqu'au plus grand 4,9999999993, qui manquant de ſi peu de 5,0000000000 (qui peut être ſubſtitué pour luy) fait voir que le calcul a été bien fait. Ceux qui entendent les logarithmes, ſavent qu'il a falu faire ainſi, pour avoir les 30 nombres proportionaux entre 100000 & 50000.

La 5. Colomne contient en nombres les longueurs des cordes ſuivant le Temperament ordinaire, & dans la 6. Colomne ſont les logarithmes de ces nombres.

Je pourrois montrer comment je les ay ſuputez, & même comment ce Temperament ſe pouvoit trouver s'il ne l'eût pas encore été. Mais cela ſeroit trop long, & il ſuffira que je montre icy la maniere d'examiner, & la juſteſſe de ces nombres, & tout ce qui a été dit touchant la diviſion nouvelle, & du raport qu'elle a avec le Temperament.

Division de l'Octave en 31 parties égales.				Division de l'Octave suivant le Temperament ordinaire.	
I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
N 97106450					
4,6989700043	50000	UT²	C²	50000	4,6989700043
4,7086806493	51131				
4,7183912943	52278[5])				
4,7281019393	53469	SI	Bx	53499	4,7283474859
4,7378125843	54678				
4,7475232293	55914	SA	B	55902	4,7474250108
4,7572338743	57179	*	*	57243	4,7577249574
4,7669445193	58471				
4,7766551643	59794	LA	A	59814	4,7768024824
4,7863658093	61146				
4,7960764543	62528	*	*	62500	4,7958800173
4,8057870993	63942	SOLx	Gx	64000	4,8061799740
4,8154977443	65388				
4,8252083893	66866	SOL	G	66874	4,8252574989
4,8349190343	68378				
4,8446296793	69924				
4,8543403243	71506	FAx	Fx	71554	4,8546349804
4,8640509693	73122				
4,8737616143	74776	FA	F	74767	4,8737125054
4,8834722593	76467				
4,8931829043	78196				
4,9028935493	79964	MI	E	80000	4,9030899870
4,9126041943	81772				
4,9223148393	83621	MA	Eb	83592	3,9221675119
4,9320254843	85512	*	*	85599	4,9324674685
4,9417361293	87445				
4,9514467743	89422	RE	D	89443	4,9515449935
4,9611574193	91444				
4,9708680643	93512	*	*	93459	4,9706225184
4,9805787093	95627	UTx	Cx	95702	4,9809224750
4,9902893543	97789				
4,9999999993	100000	UT	C	100000	5,0000000000

[5]) Lisez: 52287.

Prenons qu'on veuille ſavoir, ſi la Quinte *Ut*, *Sol*, du Temperament Vulgaire, eſt moindre de $\frac{1}{4}$ de Comma, que la Quinte veritable, que fait la proportion de 3 à 2. Du log. de *Ut* qui eſt 5,0000000000, j'ôte celuy de *Sol*, qui eſt 4,8252574989; le reſte 0,1747425011 repreſente la grandeur de la Quinte du Temperament. De même la difference des logarithmes de 3 & de 2, qui dans les Tables des logarithmes eſt marquée 1760912594, repreſente la grandeur de la Quinte parfaite. D'icy je ſouſtrais la Quinte du Temperament trouvée, & reſte 13487583. Ce qui doit faire le logarithme du $\frac{1}{4}$ de Comma. Et cela eſt vray; car le logarithme du Comma entier, c'eſt-a-dire la difference des logarithmes de 81 & de 80, eſt 53950319 dont le quart eſt 13487580.

Que ſi l'on veut voir, ſi quelque quinte de la nouvelle diviſion comme *Re*, *La*, differe de la vraye de $\frac{1}{4}-\frac{1}{110}$ de Comma, il faut ſeulement du logar. de *Re*, qui eſt 4,9514467743 ôter le logar. de *La*, qui eſt 4,7766551643, reſte 1747916100, que j'ôte du logarithme de la vraye Quinte, qui étoit 1760912594, reſte 12996494, qui eſt moindre que le log. du quart de Comma, ſavoir 13487580; d'où je l'ôte donc, & il reſte 491086. Il faut voir maintenant quelle partie cecy fait du Comma. C'eſt pourquoy je diviſe le log. du Comma, ſavoir 53950319 par 491086, vient fort près $\frac{1}{110}$. De ſorte qu'il paroît, que nôtre Quinte n'eſt pas excedée d'un quart de Comma par la Quinte parfaite, mais qu'ils s'en faut $\frac{1}{110}$ de Comma. De la même maniere on peut examiner tout ce qui regarde ces Temperamens; n'y ayant rien de ſi commode que les logarithmes pour ces calculs de Muſique.

N° 2706.

Christiaan Huygens à D. Papin.

2 NOVEMBRE 1691.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par E. Gerland [1]).
La lettre est la réponse aux Nos. 2640, 2691 *et* 2702.

Sommaire: Vous me faites de l'honneur de demander mon avis dans une chofe que vous connoiffez mieux que moy le fort et le foible.

le vaiffeau de Drebbel alloit entierement fous l'eau, comme mon Pere a vu: ce que valoit bien mieux, cependant il n'a point mis en ufage cette invention qui pourroit fervir a pefcher fous l'eau, apparemment par ce qu'il y avoit trop d'enbaras.

Comment de nuit trouverez vous furement un vaiffeau enemi. Je ne fuis pas pour ces inventions malfaifantes appliquons le a la pefche et aux experiences. Il faudroit pouvoir allonger et raccourcir voftre tuyau ou le faire fort long d'abord. il faudroit des gens intelligens comme vous pour la conduite: l'experience du brouillard eft jolie, la raifon eft difficile a dire. ne vous enfermez dans la machine qu'à bonnes enfeignes s'il s'y faifoit le moindre trou ou en feriez vous: dans un papier apart mes folutions fur fes doutes.

qu'on voit qu'il entend parfaitement cette matiere de l'Equilibre et preffion de l'air.

Hofwijck ce 2 Nov. 1691.

Monsieur

Une affez longue interruption de mes etudes pour caufe de fanté et puis d'autres empefchements ont fait retarder plus qu'il ne faloit cette refponfe a voftre lettre du [2]) Aouft dans la quelle vous me communiquez la conftruction de voftre bafteau fous l'eau. Je l'ay examinée et avec plaifir et j'y ay reconnu voftre adreffe a pourvoir a tous les befoins de la machine, ce qui ne fe pouvoit fans une exacte connoiffance des Equibres [fic] et des preffions de l'air et de l'eau, la quelle vous poffedez mieux que perfonne. Pour ce qui eft de fon ufage, vous voulez bien que je vous propofe les difficultez que j'y trouve. Et premierement ce tuyau pour le renouvellement de l'air qui doit eftre foutenu d'un morceau de bois leger nageant fur la furface de l'eau, pourroit a mon avis decouvrir voftre bateau en approchant des vaiffeaux enemis à moins d'une obfcurité tres grande. Celuy de Drebbel n'avoit point de pareil tuyau, a ce que me racontoit feu mon Pere, qui avoit eftè prefent a Londres lors que Drebbel luy mefme ainfi enfermè, s'enfonca dans la Tamife, fans qu'on vit rien refter fur l'eau; d'ou il fortit apres un affez long efpace de temps, et à un endroit fort eloigné du lieu de fa defcente. On difoit

---

[1]) Leibnizens und Huygens' Briefwechsel mit Papin, p. 182.
[2]) Lisez: 16.

qu'il avoit quelque moien de renouveller l'air au dedans de ſon bateau qui ſeroit une invention fort importante.

Je trouve 2° que voulant ruiner des vaiſſeaux enemis vous auriez bien de la peine de vous y conduire par le moyen de la bouſſole qui ne ſeroit pas ſeur dans un baſtiment de fer blanc outre que vous ne pourriez pas prendre de juſte meſure pour la diſtance.

3° les petards et le moyen de les appliquer ſous leau ne ſont pas non plus ſans difficulté.

4° la juſte preſſion de l'air me ſemble aſſez difficile a arranger, par ou le plongeur pourroit eſtre en danger s'il manquoit tant ſoit peu a l'execution des preceptes.

5° Puis que voſtre homme (car je ne vous conſeille pas de vous y mettre vous meſme) eſtant couchè dans le cylindre EF [3]) doit agir par le trou G [4]), il faut que l'air ſoit comprimè a un certain degrè dans ce cylindre, afin que l'eau n'entre pas par là. Mais comment cette preſſion ſera elle gardée uniforme, puis qu'il faut du renouvellement d'air et que vous pretendez qu'on laiſſeroit rentrer le vieux dans le vaiſſeau AA pour ſortir ſans bouillonnement au deſſus de l'eau? Repreſentez vous bien, je vous prie toutes ces difficultez et dangers, refrigerato inventionis amore, et conſiderez apres tout que le batteau de Drebbel dont on a vu l'effet n'a pourtant point eu de ſuite, qui eſt un grand prejugè en cette affaire. Il faudroit faire ſervir voſtre machine a peſcher les debris des vaiſſeaux, et les perles, plutoſt qu'à faire la guere, mais tousjours cet homme couchè dans le cylindre me ſemble peu en eſtat d'agir au dehors.

Le phenomene du brouillard qui ſe produit au ſortir de l'air preſſè eſt remarquable. Ce ſont comme je crois des particules d'eau, qui n'aiant plus tant d'air pour les ſoutenir, tombent par leur peſanteur et en tombant ſe joignent. car il y a de particules de véritable air, outre celles de l'eau, et il ſe peut que ces premieres echapent plus vite par l'ouverture qu'on fait que ne ſont les autres.

Je joins icy ma reſponſe [5]) aux objections que vous me fiſtes dans voſtre lettre du 26 Nov. 1690 [6]). Je l'eſcrivis des lors mais conſiderant l'incommoditè de diſputer par lettres je l'avois laiſſee là.

Vous eprouvez aſſez vous meſme cette incommoditè dans voſtre demeſlé avec M. Leibnits [7]) qui n'a pour fondement que des definitions peu exactes, et des

---

[3]) Lisez: EE.

[4]) Voir la seconde figure de la Lettre N°. 2691.

[5]) Voir l'Appendice N°. 2707.

[6]) Il s'agit de la Lettre N°. 2640.

[7]) On peut consulter sur cette polémique, qui roulait sur la vraie mesure de la „force motrice", et où Papin avait pris le parti des Cartésiens, les articles de Papin dans les „Acta" d'avril 1689

mesentendus, de forte que je m'etonne de ce qu'il croit que de vostre dispute depend de l'etablissement des regles du mouvement[8]).

Je suis bien aise d'apprendre que le genereux Prince que vous servez vous a donnè des marques de son estime tant par l'interest que je prens en ce qui vous regarde que par ce qu'il temoigne par là qu'il a du gout pour les beaux arts et sciences, en quoy il suit l'exemple de ses illustres ancestres.

N° 2707.

Christiaan Huygens à D. Papin.

14 décembre 1690.

Appendice au No. 2706.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par E. Gerland[1]).
Elle est la réponse au No. 2640.

[a]) Ad objecta a Dion. Papino in literis 26 Nov. 1690.

La raison de tant de phenomenes qui s'expliquent par mon hypothese des deux differentes extensions de la lumiere au dedans du Cristal d'Islande, l'une en forme

et de janvier 1691 (voir les Lettres N°. 2595, note 8, et N°. 2617, note 9), ainsi que les réponses de Leibniz dans les „Acta" de mai 1690 (voir la Lettre N°. 2640, note 5) et de septembre 1691, dont la dernière parut sous le titre: „G. G. L. De legibus naturae et vera aestimatione virium motricium contra Cartesianos. Responsio ad rationes a Dn P. mense Januarii proximo in Actis hisce p. 6 propositas".

Dans l'ouvrage: Fasciculus Dissertationum, cité dans la note 9 de la Lettre N°. 2601, Papin a donné un résumé de sa dispute avec Leibniz sous le titre: Synopsis controversiae Authoris cum Celeberrimo Domino G. G. L. circa legitimam rationem aestimandi vires motrices.

[8]) Allusion à la phrase par laquelle Leibniz conclut son article de septembre 1691: „Spero enim hac ratione absolvi quod restat, et collatione inter nos continuata tanti momenti negotium (quo constituendae sunt verae leges naturae) ad finem perduci posse.

[1]) Leibnizens und Huygens' Briefwechsel, p. 168.

ſpherique l'autre en ſpheroïde vous rend cette hypotheſe fort vraiſemblable, mais vous ne laiſſez pas d'y concevoir des difficultez, qui ſemblent en empeſcher la poſſibilitè. Je vois pourtant que vous demeurez d'accord qu'il n'eſt pas impoſſible que les difficultez qui nous ſemblent inſurmontables dans l'etabliſſement d'une hypotheſe qui d'ailleurs ſatisfait aux phenomenes, ſe puiſſent expliquer de quelque maniere qui ne s'eſt pas encore preſentée a noſtre eſprit. Je n'ay pas recherchè par le menu dans mon Traitè de la lumiere, comment ſes 2 extenſions ſe font dans ce Criſtal, compoſé de particules ſpheroides, par ce que cette compoſition n'eſtoit elle meſme qu'une conjecture, mais j'y ay penſè du depuis et voicy de quelle maniere la choſe m'a paru poſſible. Il eſt certain premierement qu'un eſpace eſtant rempli de matieres differentes, peut admettre des emanations d'ondes differentes en viteſſe car cela arrive dans l'air meſlé de la matiere etherée où il ſe fait des ondes pour l'etendue du ſon, et d'autres pour la lumiere qui ſont beaucoup plus viſtes que ces premieres. Ainſi lors qu'on voit de loin tirer un canon les ondes du ſon et celles de la lumiere partent en meſme inſtant, mais les unes s'avancent vers nous incomparablement plus viſte que les autres. Apres pour ce qui eſt des matieres qui ſont contenues dans le criſtal d'Iſlande, je conçois ou ſuppoſe outre celle qui compoſe les petits ſpheroides, une autre qui occupe les intervalles qui reſtent autour des meſmes ſpheroides, et qui ſert a les tenir joints enſemble. Et qu'outre cela il y a la matiere de l'ether repandue par tout le criſtal tant entre que dans les parcelles des deux matieres que je viens de dire, car je poſe et les petits ſpheroides, et la matiere dans les intervalles autour d'eux eſtre compoſè de particules tres menues et fixes, entre les quelles celles de l'ether encore plus deliées et qui ſont en continuel mouvement ſont repandues. Rien n'empeſche maintenant que la refraction reguliere du criſtal ne ſe faſſe par les ondes qui s'etendent dans cette matiere etherée, entant qu'elle ne ſert que ſeule a cette propagation. Et pour la refraction irreguliere je m'imagine un autre rang d'ondes qui ont pour vehicule et la matiere etherée, et les deux autres matieres du criſtal, que j'ay appelées fixes. des quelles deux matieres je ſuppoſe que celles des petits ſpheroides tranſmet les ondes un peu plus vite que ne fait la matiere etherée telle qu'elle eſt ſemée dans le criſtal; et que celle autour des ſpheroides tranſmet ces ondes un peu plus lentement que la meſme matiere etherée. Ainſi ces ondes s'etendant dans le ſens de l'axe du criſtal qui eſt auſſi l'axe des ſpheroides, et cela à travers les trois matieres differentes, qui donnent le paſſage de differentes viteſſes, il s'en pourra fort bien enſuivre la meſme viteſſe ou a peu pres que celle que donne la matiere moyene, ſcavoir celle de l'ether repandüe dans le criſtal. Mais ces meſmes ondes, dans le ſens de la largeur des ſpheroides rencontrant dans leur paſſage plus de la matiere de ces ſpheroides ou du moins la paſſant avec moins d'interruption, elles s'etendront un peu plus viſte en ce ſens qu'en l'autre; et par ce moyen la lumiere formera des ſpheroides dont l'axe ſera egal, ou peu s'en faut, au diametre de la ſphere que font les ondes pour la refraction reguliere, mais dont le diametre perpend.e a l'axe

ſera un peu plus grand; comme j'avois trouvé ces raports par les effets des refractions pag. 68. Cette explication me paroit n'avoir rien d'impoſſible et je crois qu'elle pourra vous ſatisfaire. Si non, il faut penſer qu'il y en a peut eſtre de meilleures. Je ne ſcaurois douter cependant que dans ce criſtal la lumiere ne s'eſtende par des ondes ſpheriques et ſpheroides, vu le raport exact de tant d'experiences.

Pour ce qui eſt de noſtre diſpute touchant la duretè des corps, je voudrois que vous repondiſſiez à mon argument du morceau de fer, ou de marbre [2]) ferré dans un eſtau, au quel j'ay fait voir que ni la preſſion d'en haut ni de coſtè de la matiere etherée ne peut empeſcher de laiſſer aller la partie ſuperieure quand on la pouſſe horizontalement. De plus je ne comprens pas comment voſtre idée de l'etendue enferme auſſi la reſiſtence et l'impenetrabilitè des corps, car ce dire trivial que non datur dimenſionum penetratio n'a point de ſens legitime. En fin un corps n'eſt pas corps ſelon moy s'il n'a en ſoy de quoy maintenir ſon etendue, et je ne vois pas que l'etendue elle meſme puiſſe ſervir a cela. Et quand cela feroit vos corps ne pourroient pourtant eſtre tous que parfaitement liquides, par ce qu'aucune force de preſſion par dehors ne pourroit empeſcher qu'au moindre attouchement un tel corps ne changeaſt de figure, mais cela eſt contraire a l'experience.

---

[1]) 14 Dec. 1690. Envoiè le 2 novembre 1691 [Chriſtiaan Huygens].

---

[2]) Voir la Lettre N°. 2617.

N° 2708.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. GOUSSET.

2 NOVEMBRE 1691.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2692.

A Mr. GOUSSET, Profeſſeur dans l'Univerſitè de Groningue.

A la Haye le 2 Oct.[1]) 1691.

MONSIEUR

Je laiſſe ouverte la lettre que j'envoie a M. Papin, croiant qu'il veut bien que vous ayez le plaiſir de participer a noſtre commerce puiſque vous prenez la peine d'y aider en nous faiſant tenir reciproquement nos pacquets. Et quant aux demandes ſur leſquelles vous demandez mes ſolutions, je vous diray pour ce qui eſt de celle qui regarde la diſtance du Soleil ſelon moy de 12000 diametres de la Terre, que cet intervalle que j'avois etabli dans mon Syſtema Saturnium ſur quelque vraiſemblance s'eſt trouvè confirmè par les Obſervations de Mr. Caſſini et de Mr. Picard[2]) faites non pas directement ſur le Soleil, mais ſur la Planete de Mars dans ſon Perigée qui nous approche bien d'avantage et dont la diſtance eſtant connue fait connoitre celle du ☉ et de toutes les Planetes, puiſque la proportion des orbites des Planetes entre elles eſt connue dans le ſyſteme copernicien. Ces Mrs. trouvoient par là cette diſtance d'içy au ſoleil l'un d'environ de 10000 diametres Terreſtres l'autre d'environ de 12000, comme elle eſtoit auſſi par mon raiſonnement. Toutefois vous devez ſçavoir Monſieur qu'il s'en faut beaucoup que ces concluſions pour la diſtance de Mars ne ſoient auſſi certaines ni ſi determinées que celles qui mettent la Lune a 30 diam. de la Terre. Il y auroit environ ce nombre que vous dites des roulements du vortice de la lune dans le cercle qu'elle fait autour du ſoleil, mais cela ne peut guere ſervir a confirmer la proportion des diſtances, car quel roulement peut on concevoir ſur quelque choſe qui na rien de ſolide non plus que celle qui roule.

Quant a la difficultè que vous avez trouvè en ce que j'oſte ſi peu de ſa rondeur a la Terre, qu'un point ſous l'Equateur n'eſt pas plus eloignè du centre qu'un point ſous le Pole que dans la raiſon dè 578 a 577, et que toutefois je veux que le niveau decline vers le nord en ces pais ou plutoſt à Paris de 5 min. 54″. il ſemble

[1]) Liſez: Novembre.
[2]) Les observations faites en 1672, de concert avec celles de Richer en Cayenne, et consignées dans le Tome VII, 1re partie, des Mémoires de l'Académie des Sciences.

d'abord que vous ayez quelque raifon de douter. Cependant c'eft le calcul qui confirme ce que j'ay dit, et il prouve que precifement avec cette figure de la Terre le niveau doit incliner de ces 5 min. 54 fec. Mais quand cet angle feroit encore plus grand, il arriveroit tousjours et neceffairement que la furface de l'eau feroit perpendiculaire au fil d'un plomb fufpendu, et qu'ainfi le baiffement du niveau ne feroit point apperceu du tout, puifque la ligne du niveau eft de mefme perpendi.e à ce fil de plomb.

Dans voftre revolution de 6915 annees 343 jours, qui remettroit les Planetes a la fituation ou elles eftoient a fon commencement, je ne fcay pas ce que vous appellez la mefme fituation, car ces aftres ayant autant qu'on a pu connoitre des temps periodiques incommenfurables, il n'arrivera jamais que feulement deux d'entre eux fe retrouvent enfemble a un mefme point du Zodiac ou ils ont eftè auparavant; quand mefme il n'y auroit point d'anomalie, et avec elle le calcul devient d'autant plus infini. On pourroit demander dans quel temps elles retourneront toutes enfemble à 10 ou a 1 degrez pres a leur premier lieu, mais la chofe ne merite pas qu'on s'amufe a un fi long calcul que cela exigeroit.

Je fuis avec beaucoup d'Eftime

MONS^R &c.

Je vous felicite de voftre vocation a Groningue. Je ne fcay pas en quelle facultè vous eftes employè, c'eft pourquoy j'ecris la fuperfcription fuivant voftre formule.

[1]) Gousset avait été nommé professeur de théologie et philosophie à l'Université de Groningen, vers avril 1691.

N° 2709.

Christiaan Huygens à G. W. Leibniz.

16 novembre 1691.

La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.
La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La minute a été publiée par P. J. Uylenbroeck[1]*, la lettre par C. I. Gerhardt*[2]*.*
La lettre est la réponse au No. 2699.
Leibniz y répondit le 8 *janvier* 1692.

A la Haye, ce 16 Novembre 1691.

Monsieur

Je me fuis ces deux derniers mois abftenu de l'etude et du travail, ayant de la peine à conferver ma fanté dans un temps ou une infinitè de monde dans ce pais eft tombée malade. C'eft ce qui eft caufe que je refpons fi tard à vofte derniere lettre du $\frac{11}{21}$ Sept. Je m'en vais maintenant le faire par ordre pour ne rien oublier; mais auparavant je vous remercieray d'avoir reparè l'erreur de Mrs. de Leipfich, touchant ma Progreffion dans l'Hyperbole[3], et furtout de l'honneur que vous m'avez fait dans les Acta de Sept. dernier en publiant que mes efcrits autrefois vous ont eftè de quelque utilitè[4].

---

[1] Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 103. La rédaction de la minute ne diffère pas notablement de celle de la lettre.

[2] Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 109 et Briefwechsel, p. 670.

[3] Voir la note 14 de la Lettre N°. 2636.

[4] Il s'agit du passage remarquable que, dans la note 12 de la Lettre N°. 1919, nous avons extrait de l'article de Leibniz intitulé:

G. G. L. De solutionibus problematis Catenarii vel Funicularis in Actis Junii A. 1691 aliisque a Dn. I. B. propositis.

Pour compléter les diverses pièces et lettres qui se rapportent à la solution que Huygens a donnée du problème de la chaînette, nous faisons suivre encore de cet article les lignes, dans lesquelles Leibniz fait la comparaison des trois solutions, publiées dans les Acta de juin 1691. „Valde delectatus sum lectis tribus Problematis a *Galilaeo* propositi a D. Bernoullio renovati, solutionibus inter se consentientibus, quod indicium est veritatis, apud eos valiturum, qui talia accurate non examinant. Etsi autem omnia conferre non vacaverit, in summa tamen rei manifesta est concordia. Legem tangentium, & extensionem curvae catenariae in rectam invenimus omnes, & cum curvedinis mensuram olim in *Actis Junii A.* 1686, *p.* 489 (introducto novo contactus genere, quem osculum appellare placuit) explicuerim per radium circuli curvam osculantis, seu ex omnibus circulis tangentibus maxime ad curvam accedentis, eundemque adeo quem ipsa curva ad rectam facientis angulum contactus, placuit celeberrimo *Hugenio* (animadvertenti centra horum circulorum semper incidere in lineas a se primum inventas, quarum evolutione describuntur datae) speculationem huc applicare, & investigare radium curvitatis vel circulum osculatorem curvae catenariae, sive ejus curvam evolutione generantem, quam & dedit solutio *Bernoulliana*. In *Hugeniana* autem, distantia quoque habetur centri gravitatis catenariae ab axe. In *Bernoulliana* & mea, ejusdem distantia tam ab axe quem & a basi aut alia recta, adeoque puncti determinatio, item quadratura

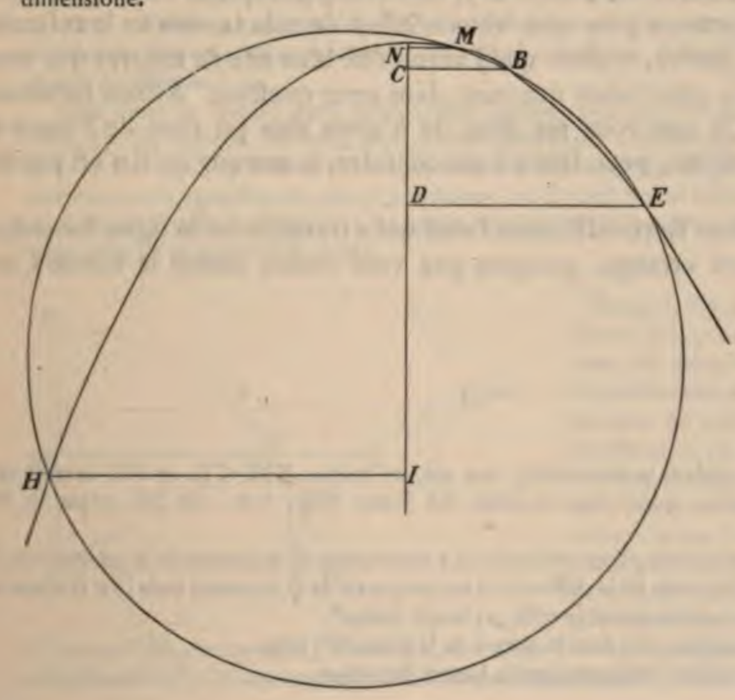
Vous me parlez à propos de la courbure de la chainette, de voſtre *diſcours de angulo Contactus et Oſculi*[a]). Vous pouvez bien croire qu'en ce liſant je ne trouvay pas cette conſidération nouvelle, parce que ces ſortes de contact entrent naturellement dans mes Evolutions des Lignes courbes [5]).

Je me ſouviens auſſi que longtemps devant que de publier ce Traité j'avois communiquè à van Schoten quelque remarque là deſſus[6]), ſcavoir de la circon-

---

figurae catenariae. Quibus ego in mea centrum gravitatis etiam hujus figurae seu areae adjeci. Constructionem lineae Dn. *Hugenius* exhibet ex supposita quadratura curvae, qualis est $xxyy = a^4 - aayy$, Dn. *Joh. Bernoullius* & ego reduximus ad quadraturam hyperbolae; illo perbene adhibente extensionem curvae parabolicae in rectam, me denique rem omnem reducente ad logarithmos, eaque ratione obtinente, *perfectissimum in Transcendentibus exprimendi pariter & construendi genus.* Sic enim unica tantum semel supposita vel habita ratione constante, de reliquo infinita puncta vera exhiberi possunt per communem Geometriam sine interventu ulteriore quadraturarum aut extensionum in rectas. Lineae Catenariae mirum & elegantem cum Logarithmis consensum, ex mea constructione animadvertere fortasse non injucundum videbitur. Caeterum a Dn. *Hugenio* (egregii ex Tab. Sinuum compendii nobis spem faciente) observatum est, rem eam reduci ad summam secantium arcuum, per minima aequaliter crescentium.

[5]) Il s'agit de l'Horologium Oscillatorium, Pars tertia: De linearum curvarum evolutione et dimensione.



[6]) On rencontre cette remarque dans la pièce N°. 204, d'octobre 1654, au bas de la page 305. Van Schooten en a fait usage dans la seconde édition (de 1659) de l'ouvrage cité dans la note 1 de la Lettre N°. 150, en insérant à la page 339 le passage suivant: „Praeterea hinc constat, (quod sane animadversione dignum) si recta tangens Parabolam in aliquo puncto extra verticem ipsa ibidem quoque tangatur a Circulo non per verticem transeunte, qui-

ference, qui coupant une parabole, femble la toucher au mefme point, c'eft à dire que dans la parabole comme auffi dans les autres fections coniques il n'y a que le point du fommet où une circonference la puiffe baifer; cela arrive encore en plufieurs cas d'autres lignes courbes, quoy qu'il me femble que vous n'en avez rien dit [7]).

Puifque j'ay bien jugè en quoy doit confifter l'avantage que donne voftre nouveau calcul, je fouhaiterois fort de voir comment il vous a fait trouver directement et fans effort d'imagination l'*ἀπαγωγὴ* de la Conftruction de la Chainette à la quadrature de l'Hyperbole ou aux Logarithmes. En effet vous devez donner au public cet exemple de voftre methode, a fin qu'on voie de plus en plus fon utilitè et que les Geometres puiffent profiter de noftre exercitation. Pour moy fi je trouve en fuite que j'aye quelque chofe de different dans mes recherches et qui merite d'eftre fceu, je le publieray auffi tres volontiers [8]). Cela fera peu, mais il y aura pourtant une maniere fort belle pour parvenir à la conftruction de la Courbe [9]) et que je fcay eftre differente de la voftre par les chofes que vous me mandez, comme auffi différente de celle de Mr. Bernoully, par ce que je conjecture de fon efcrit inferè aux Acta.

Pour ce qui eft du doute que j'avois propofè, je me tiens plus que fatisfait apres avoir vu voftre exacte juftification. Il eft vray que quand j'ay lu ces mots de *querelle* et d'avoir *perverti* le fens des paroles de Mr. Bernoulli, j'ay dit *bona verba*, car en effet j'y eftois allè de bonne foy, et le foupçon qui m'eftoit reftè eftoit de trop peu d'importance pour que vous ufaffiez de tels termes en le refutant. Quand je vous en parlay, c'eftoit que j'aurois eftè bien aife de trouver que vous euffiez eftè auffi peu clairvoiant que moy, dans cette queftion. *Socium tarditatis meae quaerebam.* Ce que vous me dites de n'avoir rien pu tirer de France ni d'Italie fur ce probleme, peut fervir à me confoler, et marque qu'il n'eft pas des plus faciles.

Ce n'eft pas le jeune Bernoulli, mais l'ainè qui a travaillè fur la ligne Loxodromique, et j'ay trouvè etrange, qu'apres que vous euffiez donnè la bonne Con-

---

que Parabolam in eodem puncto secet, hoc est, ut rectae NM, CB, et DE omnes tres sint inter se aequales: quòd tunc quidem HI ipsius NM, CB, vel DE tripla sit futura".

7) La minute ajoute encore la phrase suivante: La quadrature de la courbe de la génératrice de la chaînette pourrait avoir de la difficultè si on proposait de la trouver; mais j'en fais peu de cas, parce que cette courbe paroit inutile „et longe posita".

8) Voir l'article de Huygens, cité dans la note 2 de la pièce N°. 2694.

9) Il s'agit de la construction indiquée dans la Lettre N°. 2695.

ftruction pour trouver la longitude par la quadrature de l'Hyperbole, il fe foit avifè trois mois apres, d'en donner une qui demande la dimenfion d'un efpace inconnu et qui comprend une étendue infinie[10]), cela s'appelle expliquer *ignotum* per *ignotius*.

J'ay regardè dans le *Tiphys Batavus de Snellius*, depuis que vous m'en avez averti, comment il demontre par des propofitions aifées, que cette invention des Longitudes, fcavoir quand la Latitude et l'angle Loxodromique eft donnè, depend de la fomme des fecantes. Il n'eft pas allè plus loin; mais fcaviez vous, Monfieur, que Jac. Gregorius dans fes Exercitations Geometriques a reduit cette fomme à l'efpace qui chez vous eft VMCA[11]), et qu'il a egalè cet efpace à un efpace hyperbolique?[12]) Je crois certainement que vous ne vous en eftes point fouvenu, non plus que moy; car j'aurois pu par là achever de trouver la con-

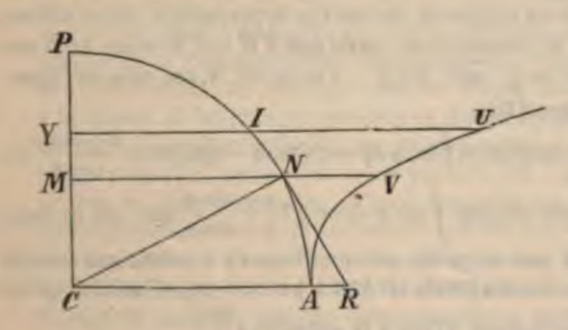
---

[10]) En effet, dans l'article cité dans la note 32 de la Lettre N°. 2693, Jacques Bernoulli fait dépendre la construction de la loxodromique, partant d'un point donné de l'équateur sous un angle donné, de la quadrature d'une aire comprise entre une courbe et son asymptote.

[11]) Voir la figure de la note 9 de la Lettre N°. 2699.

[12]) Le passage en question se trouve dans le livre cité dans la note 2 de la Lettre N°. 1684 au chapitre intitulé: „Analogia inter Lineam Meridianam Planispherii Nautici et Tangentes Artificiales Geometricè demonstrata; seu, quod Secantium Naturalium additio efficiat Tangentes Artificiales".

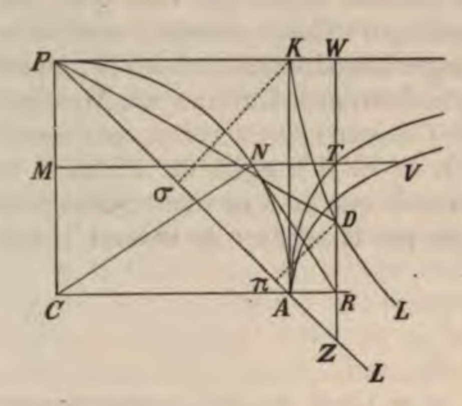
Pour montrer jusqu'à quel point James Gregory avait en effet devancé, dans son livre de 1668 qui est devenu très rare, les résultats obtenus par Leibniz que nous avons mentionnés dans la note 9 de la Lettre N°. 2699, nous reproduisons ici, en laissant de côté les démonstrations assez compliquées, les Propositions I et II ainsi que le premier „Consectarium" du chapitre cité, tout en changeant les lettres des figures de Gregory pour les rendre conformes avec celles de la figure de Leibniz.



Prop. I. Theorema. Sit Circuli quadrans CAP, cujus pars sit arcus AI; super arcu AI imaginetur portio superficiei Cylindrici recti talis naturae, ut (sumpto in arcu AI quodlibet puncto N) perpendicularis ad planum CPA ex puncto N ad summitatem portionis superficiei cylindricae excitata semper fiat aequalis secanti arcus NA. Deinde sit mixtilineum UIYCA talis naturae ut (ducta in eo recta MV radio AC parallela et arcum quadrantis secante in puncto ad libitum N) recta VM, secans [CR] arcus NA, et radius CA sint continuè proportionales. Dico mixtilineum UYCA esse aequale dictae portioni superficiei cylindricae.

ſtruction de la Chainette [13]), et plus facilement que par voſtre calcul ſur la Loxodromique, que je n'entendois pas, et que je n'ay demeſlè que longtemps apres. Il

---



Prop. II. Sit circuli quadrans CPA, sitque mixtilineum STACPS talis naturae, ut (ducta recta ad libitum TM radio AC parallela et quadranti arcum secante in N) recta TM aequalis sit secanti [CR] arcus AN, sitque mixtilineum SVACPS talis naturae ut (productâ arbitrariâ MT in V) rectae CA, MT, MV sint continuè proportionales: deinde sit Semihyperbola KDL cujus axis PS, vertex K et asymptoton PAL: ducatur ad libitum radio CA parallela recta MV, curvas ANP, ATS, AVS secans in punctis N, T, V, et per punctum T ducatur radio PC recta parallela TR Hyperbolae occurrens in puncto D. Dico Sectorem Hyperbolicum KPD aequalem esse semissi Figurae VACM, quae Figura (ut in antecedente demonstratum est) aequalis est superficiei cylindricae conflatae ex omnibus secantibus arcuum infinitorum NA plano APC in debitis suis punctis N normaliter insistentibus.

Consectarium. Hinc sequitur, quod Figura VACM semper sit dupla Logarithmi differentiae inter tangentem et secantem arcus NA, posito radio AK loco unitatis, quod sic probo. Ex punctis K, D in asymptoton PL demittantur perpendiculares $K\sigma$ et $D\pi$; ex demonstratis in Circ. et Hyperb. Quad. manifestum est sectorem PKD esse aequalem Figurae $KD\pi\sigma$, item Figuram $KD\pi\sigma$ esse Logarithmum rectae $D\pi$ positâ $K\sigma$ unitate; ut autem $K\sigma$ ad $D\pi$ ita PK radius ad DZ differentiam inter tangentem [DW] et secantem [ZW = PW = CR] et ideo posita KA unitate erit idem sector PKD Logarithmus rectae DZ, nempe excessus qua secans arcus NA superat ejusdem tangentem".

Comme on le voit, la première proposition réduit le calcul de l'intégrale $\int \sec\varphi\, d\varphi$ à la quadrature de l'aire MVAC, qui, par construction, est identique avec l'aire homonyme de la figure de la note 9 de la Lettre N°. 2699.

Dans la seconde proposition cette aire est remplacée par une aire hyperbolique, qui se calcule facilement de la manière indiquée dans le Consectarium, parce que PW = CR = sec ACN par construction, et $WD = \sqrt{PW^2 - PK^2} = \sqrt{\sec^2 ACN - 1} = \operatorname{tg} ACN$, par suite de l'équation analytique de l'hyperbole équilatère KDL.

D'après ce „Consectarium", on aurait la relation $\int \sec\varphi\, d\varphi = 2\,l(\sec\varphi - \operatorname{tg}\varphi) = 2\,l\,\frac{1 - \sin\varphi}{\cos\varphi} =$
$= l\,\frac{1 - \sin\varphi}{1 + \sin\varphi}$, qui ne diffère de la vraie relation $\int \sec\varphi\, d\varphi = \frac{1}{2}\,l\,\frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi}$ que par le signe et par le facteur 2, qui s'y est glissé par mégarde, puisque Gregory a oublié que le carré décrit sur l'axe de l'hyperbole PK comme diagonale est égal à $\frac{1}{2}$ et non pas à l'unité et qu'on doit donc égaler l'aire de la figure hyperbolique $KD\pi\sigma$ à la *moitié* du $l\,\frac{D\pi}{K\sigma}$.

[13]) On rencontre cet achèvement, sous la date du 1er octobre, à la page 127 verso du livre G. En se servant des recherches de Gregory, Huygens y démontre que l'aire $\delta\alpha\psi\chi$ de la figure 5 de

paroit par un paffage dans les notes de Albert Girard fur Stevin, qu'il doit avoir fçu la folution de cette mefme queftion des Longitudes. Car il parle de la difference entre la methode de Snellius par la Table des fommes des fecantes et la methode parfaite, qu'il dit eftre beaucoup plus courte; et il propofe la deffus ce probleme, dont il promet la folution: fcavoir quand l'angle loxodromique eft donné de 89 degrés, combien de tours entiers et de degrez de longitude par deffus fera un vaiffeau, en partant d'un point fous l'Equateur pour arriver à la latitude de 89 degrez, et combien le point où il entrera dans ce parallele fera diftant alors du lieu de fon depart, le tout fans Tables [14]). Je l'ay calculè par plaifir et j'y trouve 43 tours, 85 deg. 57 min. [15]). On ne connoiffoit pas encore en ce temps

---

la pièce N°. 2625, dont il avait fait dépendre la construction par points de la chaînette et dont il avait réduit la quadrature à la sommation des sécantes au § I du N°. 2634, égale le double de l'aire hyperbolique $K\sigma\pi D$ de la figure 2 de la note précédente, lorsque l'on suppose que l'arc AN est identique avec l'arc $\alpha\Pi$ de la figure 5 du N°. 2625.

[14]) Il s'agit d'une note d'Albert Girard, qui se trouve à la page 168 du second volume de l'ouvrage suivant qui parut deux ans après la mort de Girard: „Les Œuvres Mathématiques de Simon Stevin de Bruges. Ou sont inserées les memoires mathematiques, Esquelles s'est exercé le Tres-haut & Tres-illustre Prince Maurice de Nassau, Prince d'Aurenge, Gouverneur des Provinces des Païs-bas unis, General par Mer & par Terre, &c. Le tout reveu, & augmenté par Albert Girard, Samielois, Mathematicien. A Leyde. Chez Bonaventure & Abraham Elzevier, Imprimeurs ordinaires de l'Université, Anno CIↃIↃCXXXIV".

C'est la traduction annotée de l'ouvrage de Simon Stevin, cité dans la Lettre N°. 5, note 10.

Voici la note en question: „La manière parfaite est plus facile que celle que Stevin a fait, et qu'on n'a trouvé jusques à present, mais où sont ceux qui payeroient la peine de celuy qui feroit quelque chose d'excellent? Tout va d'un si bon ordre entre les hommes, et la science si bien estimée, que c'est merveilles si on ne revient en un siècle plus barbare que celuy mesme de fer: là dessus je feray ceste question à la veuē d'un chacun;

Un romb faisant 89 degrez sur chacun meridien, iceluy commençant en un poinct de l'équateur (soit au commencement des longitudes) et progrediant du costé du septentrion d'occident vers orient, on demande combien de longitude aura un poinct dans iceluy romb, lequel a 89 degrez de latitude; et combien de circuit un tel romb a fait; finalement combien il y a de distance d'un poinct à l'autre, le tout sans tables.

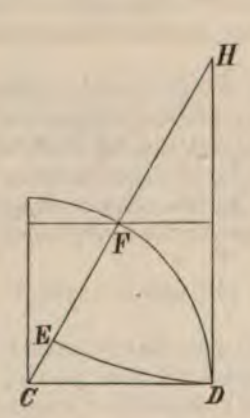
On peut bien penser que celuy qui fera cela en fera bien d'autres plus faciles: la solution se fera en temps opportun, si Dieu plaist. Or selon la maniere ordinaire, qui est difficile, et tres imparfaite, la vie d'un homme n'y suffiroit pas".

[15]) On rencontre ce calcul dans un petit manuscrit (le N°. 18 du Codex Hugeniorum), qui occupe les pages vides d'un Almanac de l'année 1687, sous l'en-tête: „Problema Alberti Girardi in notis ad Stevini Histiodromicen. Rumbi inclinatio ad meridiem 89 gr. Item Latitudo ab aequinoctiali incipiendo aequisita 89 grad. Quaeritur quot circuitus integri, quot gradus et scrupula longitudinis conveniant itineri loxodromico". Une page précédente de ce manuscrit contient la règle suivante, d'après laquelle le calcul a été exécuté:

là la quadrature de l'Hyperbole; mais ce Girard avoit penetrè bien avant en plufieurs matieres de Geometrie, comme je vois par quelques endroits de ces mêmes notes. Il fe trompe pourtant au commentaire fur la Statique par cordages [16]) au fujet de la courbure de la ligne qui plie par fon poids, la quelle courbure il pretend eftre parabolique, et qu'il en a la demonftration.

Ma maniere pour trouver les fommes des fecantes, que vous voulez fcavoir, eft telle. J'ajoute' enfemble les fecantes des arcs croiffant par degrez entiers, ou par demi-degrez, jufques à l'angle donnè. De leur fomme je fouftrais la moitiè de l'exces dont la plus grande de ces fecantes furpaffe le rayon. Alors le refte aura à la fomme d'autant de rayons fort pres la mefme raifon (toutefois un peu plus grande) que la fomme du nombre infini de fecantes comprifes dans l'angle donnè, à la fomme d'un pareil nombre de rayons [17]). Par exemple au rayon

---



„b tangens anguli loxodromiae cum meridiano; s=HC secans arcus latitudinis acquisitae DF; t=HD tangens latitudinis acquisitae; sit r=radius DC = 100000.

Aufer HD ab HC, et quaere differentiae EC logarithmum in Tabulis, quem aufer a logarithmo radii CD; reliquum multiplica per b. Productum divide per tot characteres numeri 4342944819 quot sunt characteres in logarithmis praeter characteristicam. Eritque quotiens amplitudo arcus Longitudinis in aequatore in partibus qualium radius CD continet 100000; quam amplitudinem arcus reduces ad minuta graduum faciendo ut 628318 longitudo circumferentiae, ad 360 gradus in tota circumferentia, ita amplitudo inventa ad gradus longitudinis".

Comme on le voit, cette règle revient à l'emploi de la formule correcte : $\lambda = b. \left\{ 1\, r - 1\, r\ (\sec \varphi - \operatorname{tg} \varphi) \right\}$, où φ représente la latitude du point extrême de la loxodromique et λ la différence de sa longitude avec celle du point de départ sur l'équateur.

[16]) Dans la note d'Albert Girard à laquelle Huygens fait allusion et qui se trouve à la page 508 du quatrième volume de l'ouvrage cité dans la note 14, celui-ci prétend que Stevin avait bien vu que les cordes: „ne sont pas en lignes droites estant estenduës, sinon que la seule corde perpendiculaire à l'horizon; car les autres cordes lasches ou fort estenduës, sont lignes paraboliques, (comme j'ay autrefois demonstré environ l'an 1617), ainsi que je demonstreray cy-après à la fin du corollaire suivant, ce qui viendra icy fort à propos pour l'ornement de cette Spartostatique" (c'est à dire l'„art ponderaire par cordages").

Toutefois, à la fin du corollaire mentionné on rencontre, au lieu de la démonstration annoncée, la note suivante: „Pour satisfaire à ma promesse qui precede le dernier corollaire, et n'ayant pas le loisir toutefois de mettre icy la copie de ma demonstration entière, je la donneray une autre fois au public, avec mes autres oeuvres, moyennant l'aide de Dieu, lors que la recherche des sciences sera plus recommandable, qu'elle n'est à present".

[17]) Voir, pour la démonstration de cette règle et pour les résultats numériques qui vont suivre, le § I de l'Appendice N°. 2710.

10000 la somme des secantes par demi-degrez jusques à 45 degrez inclusivement est 1012061, d'où j'oste 2071, moitiè de l'exces de la secante de 45° par dessus le rayon, reste 1009990, qui aura à la somme de 90 rayons qui fait 900000, un peu plus grande raison que le nombre infini des secantes à pareil nombre de rayons. Je trouve aussi un terme mineur [18]) qui est 1009976, et qui est plus près du vray, mais il y a une regle de trois à faire. Suivant la Table de Snellius [19]) la somme des secantes jusqu'à 45 degrez par minutes est 30297320, quand le rayon est 10000. Il l'a posé de 10000000, pour faire le calcul de la somme plus juste, mais apres il a retranché 3 chifres. Or je trouve par ma regle que sa Table est fautive, car non seulement la raison de la somme des secantes 30297320 à autant de rayons, qui font 27000000, mais aussi la raison de 30297320 moins 2071 à 27000000 devroit estre plus grande que celle des secantes infinies à autant de rayons. La quelle par la Regle parfaite des Logarithmes [20]) je trouve estre comme de 30299392 à 27000000. Donc la somme de Snellius est trop petite, et devroit avoir estè 30301463, sçavoir 30299392 plus 2071 [b]). En supputant selon ma regle et par demi-degrez, je trouve 30299700 pour le terme majeur et 30299295 pour le mineur [21]), ce qui confirme mon calcul, quoyque Snellius dit qu'il a fait le sien deux fois [22]), Il y a peut-estre quelque faute dans la Table des Secantes [23]). J'ay la demonstration de ma Regle mais cecy est desia trop long. De quoy au reste peut servir le calcul de ces sommes, ou leur Table, puisque par les logarithmes les Problemes se resolvent beaucoup plus parfaitement?

Ce sera quelque chose de fort beau que vostre reduction des quadratures à la quadrature du Cercle ou de l'Hyperbole, quand cela est possible, et j'espere que vous nous la communiquerez que vous l'aurez perfectionnée, ou quand mesme il

---

[18]) Voir, sur cette limite inférieure de la somme des sécantes, le § II de l'Appendice N°. 2710.

[19]) La minute ajoute: qu'il appelle Canonica Logarithmorum. Cette table se trouve dans l'ouvrage cité dans la note 10, de la Lettre N°. 2699. Elle est intitulée „Tabulae canonicae parallelorum" et devait servir au calcul des loxodromes, ainsi que Snellius l'explique à la page 12 de son ouvrage.

[20]) C'est-à-dire au moyen de la formule exacte $\int_0^\varphi \sec\varphi \, d\varphi = \mathrm{l}\, r - \mathrm{l}\, r(\sec\varphi - \mathrm{tg}\,\varphi)$.

[21]) Consultez, sur ces calculs, le § II de la pièce N°. 2710.

[22]) Voir la page 13 de l'ouvrage de Snellius.

[23]) D'après la page citée dans la note précédente, Snellius employait pour son calcul deux tables différentes des sécantes: „bis eundem subduxi", dit-il „semel ex tabulis secantium Thomae Finckij, iterum è tabulis Bartholomaei Pitisci; ut si quid vitij in ipsas forte tabulas operarum incuriâ irrepsisset, ex mutua collatione facilem haberem emendationem: cum Pitisci notae sint etiam ex opere Palatino expressae; illae autem Finckij aliae ab his, et ante subductae".

y manqueroit encore quelque chofe. J'aimerois bien auffi de pouvoir reduire les dimenfions des efpaces inconnus à la mefure de quelque ligne courbe quand ces deux quadratures n'ont point de lieu, mais je le crois le plus fouvent tres difficile.

Vous aviez remarquè que la foutangente de la Logarithmique eft conftante, mais non pas, que je fcache, qu'elle reprefentoit le quarré de l'Hyperbole.

Il me tarde de voir ce que produira Mr. Bernoulli l'ainè touchant la courbure du reffort [24]). Je n'ay pas ofè efperer qu'on y aboutift à rien de clair ni d'elegant; c'eft pourquoy je n'ay rien tenté.

Dans la recherche des nombres, le plus utile feroit de s'arrefter aux Theoremes dont il y en a des beaux et qui peuvent fervir dans des rencontres. Un certain Mr. Rolle de l'Academie des Sciences à Paris a fait imprimer quelque traitè en cette matiere [25]), que je tafcheray d'avoir, car on dit qu'il eft fort habile.

Vous croiez, à ce qu'il femble, qu'il ne feroit pas extremement difficile d'achever de tout point la Science des Lignes et des Nombres. En quoy je ne fuis pas jufqu'icy de voftre avis, ni mefme qu'il feroit à fouhaiter qu'il ne reftaft plus rien à chercher en matiere de Geometrie. Mais cette etude ne doit pas nous empefcher de travailler à la phyfique, pour la quelle je crois que nous fcavons affez, et plus de geometrie qu'il n'eft befoin; mais il faudroit raifonner avec methode fur les experiences, et en amaffer de nouvelles, à peu pres fuivant le projet de Verulamius.

J'attendois depuis longtemps, felon ce que vous aviez promis, voftre methode pour les Tangentes, et je vois avec deplaifir que vous prenez à cette heure des precautions, comme doutant que je ne tiene pas ma parole. Mais quand nous envoierions en mefme temps nos efcrits à Mr. Meier, comment ferez vous affurè que j'auray dreffè le mien de bonne foy? Si vous fuiez peut-eftre le travail, j'ay encore plus de raifon de l'apprehender. Car Mr. Fatio, en partant il y a deux mois pour l'Angleterre, a repris la longue lettre [26]) où il m'avoit expliquè fon invention; cette lettre aiant eftè fi fort changée et repetaffée, depuis que nous avions travaillè enfemble fur cette matiere, qu'elle eftoit devenue tout autre. Ainfi je n'ay plus que les folutions des queftions que nous nous propofames [27]), et il faudra que de

---

[24]) Voir, à la page 133, la Lettre N°. 2693.

[25]) Démonstration d'une Methode pour résoudre les egalitez de tous les degrez; suivie de deux autres methodes, dont la première donne les moyens de résoudre ces mesmes egalitez par la Geometrie, & la seconde, pour résoudre plusieurs questions de Diophante qui n'ont pas encore esté résolues. Par M. Rolle, de l'Académie Royale des Sciences. In-12°. à Paris chez Jean Cusson, 1691.

[26]) Consultez à ce propos la Lettre N°. 2672.

[27]) Voir, sur cette collaboration de Huygens et Fatio, la note 9 de la Lettre N°. 2677.

là je tire la regle. Il faut donc s'il vous plait m'exciter par voftre exemple et m'envoier fans defiance ce que vous avez promis [28]), ou laiffons là noftre marchè.

Vous aurez vu ce que Mr. Bernoulli à annoncè dans le mois de Jul. de la part de fon frere, qui auroit trouvè, qu'outre ma Cycloide il y à une infinitè de courbes qui fervent aux reciprocations ifochones [29]). Je n'y vois pas d'impoffibilitè, mais je ne fcaurois croire qu'il nous conftruife aucune de ces courbes, fi ce n'eft peut-eftre par des efpaces d'etendue infinie et inconnue [30]), ce qui vaut autant que rien. Je le tiens cependant fort habile ce frere, et il me revient mieux que fon ainè, qui eft grandement obftinè à foutenir ce qu'il a une fois avancè. Temoin ce dernier efcrit du mois de Jul., ou il nous voudroit faire accroire [31]) que fa demonftration du Centre d'Ofcillation (qui apres tout ne regarde que des poids enfilez en ligne droite) eft plus evidente que la miene.

Je vous en fais juge et demeure de tout mon coeur etc.

---

a) Juni 86 [Chriftiaan Huygens].
b) 4 lettres fauffes tousjours [Chriftiaan Huygens].

---

28) Voir la pièce N°. 2713.
29) Voir la fin de l'article de Jacques Bernoulli dans les Acta de Juillet 1691, notre N°. 2690.
30) Consultez la note 10 de la présente lettre.
31) Voir la pièce N°. 2690. Dans les notes marginales (voir la Lettre N°. 2540, note 1) on lit, à propos de cette même démonstration, qui commence par les mots „*Quarto*, distributio" (p. 116 du présent volume): „Haec omnia absurda sunt et per consequentias parum evidentes demonstrata".

N° 2710.

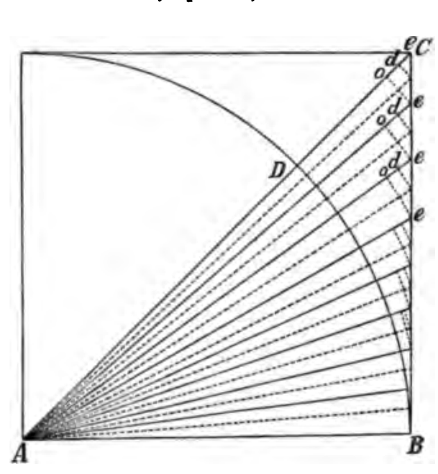
CHRISTIAAN HUYGENS.

[OCTOBRE OU NOVEMBRE 1690 et 1691].

Appendice [1]) *au No.* 2709.

§ I.

Ad inveniendam fummam fecantium ad angulos crefcentes uno gradu, vel gradu dimidio vel 4^a parte, vel 8^a. vel 16. etc.



Summa fecantium ad fingulos gradus fuperat fummam totidem fecantium ad angulos dimidio gradu minores, paulo plus quam dimidiâ CD, qua maxima priorum fecantium fuperat radium cum omnes differentiolae fecantium *de* fint paulo plus quam dimidiae differentiolarum *oe*, quae fimul faciunt DC totam.

Ergo fi duplicetur fumma fecantium ad fingulos gradus, et à producto auferatur tantum dimidia differentia CD, habebimus pauxillo plus quam fummam fecantium ad fingulos femigradus. Quod fi jam rurfus duplicemus hanc fummam, et a producto auferamus dimidium DC, habebimus proxime, et pauxillo plus, quam fummam fecantium ad fingulos graduum quadrantes.

Et rurfus fi hanc fummam duplicemus et a producto auferamus dimidium DC, habebimus fummam proximam majorem fecantium ad fingulos graduum octantes; atque ita porro.

Sit fumma fecantium ad fingulos gradus $= s$; dimidia DC $= d$.

Ergo fecunda fumma $=$	$2s - d$	fecantium ad $\frac{1}{2}$ gr.	vera major.
et tertia $=$	$4s - 3d$	fecantium ad $\frac{1}{4}$ gr.	
et quarta $=$	$8s - 7d$	fecantium ad $\frac{1}{8}$ gr.	
et quinta $=$	$16s - 15d$	fecantium ad $\frac{1}{16}$ gr.	

[1]) Cet Appendice contient les règles pour le calcul d'une limite supérieure et d'une limite inférieure de l'intégrale $\int_0^\varphi \sec\varphi\, d\varphi$ et leurs démonstrations. Le § I, qui se rapporte à la limite supérieure, est emprunté à la page 64 recto du livre G; d'après le lieu qu'il y occupe, il doit être daté probablement d'octobre ou de novembre 1690; le § II est tiré du manuscrit cité dans la note 15 de la Lettre N°. 2709. Ce § II est d'une date postérieure, plus difficile à préciser.

Sed quia ſemper tantum unam d amplius auferendo, oritur $s - d$ multiplex per numerum competentem progreſſionis 1, 2, 4, 8, 16, etc. + d. d autem infinite parvum fit reſpectu multiplicis s: hinc patet multiplicem $s - d$, ſeu $ms - md$, tandem accipi poſſe pro $ms - md + d$. m numerus ſeriei 1, 2, 4, 8, 16 etc.

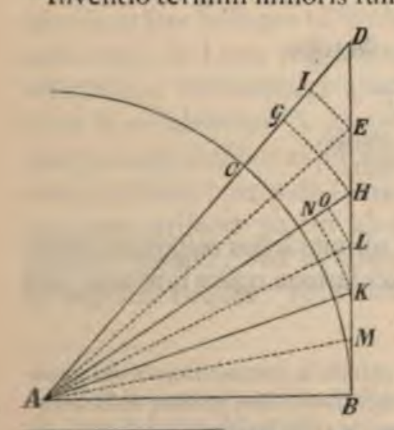
Itaque ſi velim comparare primum ſummam ſecantium ad gradus integros, cum ſumma totidem radiorum, erit earum ratio ut s ad nr ponendo $n =$ numero graduum in arcu propoſito; at ſi velim comparare ſummam ſecantium ad infinite parvas particulas graduum, cum ſumma totidem radiorum, earum ratio erit proxime quam $ms - md$ ad nmr, hoc eſt quam $s - d$ ad nr; cum alioqui ratio iſta eſſet ut s ad nr.

Itaque cum ad arcum 45 gr. ſumma ſecantium ad gradus ſingulos ſeu s, ſit inventa 507081503 ad datum radium 10000000 et totidem radii faciant $450000000 = nr$. d autem ſeu $\frac{1}{2}$ DC tunc ſit 2071068: Si ab s auferatur haec d, fiet 505010435 quae ad 450000000 proxime majorem rationem habebunt quam ſumma ſecantium creſcentium cum minimis particulis graduum, uſque ad 45 gradus ad ſummam totidem radiorum.

Sed adhuc propius accedemus ſi ſit s ſumma ſecantium ad ſingulos dimidios gradus quam invenimus additione ex tab. ſinuum eſſe 1012061091; tunc enim $n = 90$ et $nr = 900000000$ et $s - d = 1009990023$. Eritque ratio ſummae ſecantium ad minimas particulas graduum ad ſummam totidem radiorum proxime major ut 1009990023 ad 900000000, hoc eſt ut 504995012 ad 450000000 [2]).

§ II.

Inventio termini minoris ſummae infin. ſecantium ad totidem radios.



Ut GD ad DI differentiam inter DA, EA ita ſit CD ad aliam P. Hâc ablatâ a ſumma ſecantium DA, HA, KA, reliquum minus erit ſumma ſecantium EA, LA, MA.

Adeoque ſi a dupla ſumma ſecantium DA, HA, KA auferatur P, reliquum minus erit ſummâ tangentium [3]) DA, EA, HA, LA, KA, MA. Unde (per progreſſionem ſicut pag. 26 lib. G) [4]) erit ratio ſummae ſecantium DA, HA, KA, minus P, ad totidem radios, ſemper minor ratione infinitarum ſecantium ad totidem radios.

Ratio eſt quod auferendo DI ab DA, ſit qui-

[2]) Plus tard Huygens ajouta à cette pièce: „Hic usus in dimetiendo spatio ALREB pag. 17 in fine (voir le § I de la pièce N°. 2634) quod idem metiri licet, ut postea feci, pag. 90 et 91 (voir la note 26 de la pièce N°. 2625) per inscripta rectangula et circumscripta; sed haec methodus melior".

[3]) Lisez: ſecantium.

[4]) Voir le § I de cette pièce.

dem EA, ſed in caeteris nimium aufertur, cum ab HN ex. gratia aufertur pars proportionalis ejus in eadem ratione GD ad DI. Hoc autem fit in caeteris omnibus ſecantium primarum differentiis, quandoquidem totius CD pars proportionalis ejuſmodi aufertur.

ſec. 45° 14142136 14142136
ſec. 44° 30′ 14020321 ſec. 44° 45′ 14080831

121815 GD : 61305 DI = 4142136 DC : 2084584
1012061091
2084584

1009976507
3
——— [5]

3029929521 minor vero 30299392 verus
30299392 verus [6] 30299700 major [7]

97 diff.a 308 diff.a

minor terminus propior quam terminus major.

Nº 2711.

Christiaan Huygens à G. Meier.

16 novembre 1691.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2701.
G. Meier y répondit par le No. 2712.

Mitto ecce ad Cl. Leibnitium literas [1]) quibus ad ultimas ipſius reſpondeo ſerius quidem quam oportuit, ſed non ſine legitima excuſatione quam lubenter puto

[5]) La multiplication par 3, ou plutôt par 30, a pour but de réduire la somme trouvée des sécantes, qui correspond à une somme de 90 rayons, au cas mentionné dans le texte de la Lettre N°. 2709, où l'accroissement par minutes exige une somme de 2700 rayons.

[6]) Ce nombre a été trouvé au moyen des logarithmes. Comparez le texte de la Lettre N°. 2709.

[7]) Nombre obtenu en multipliant par 3 le nombre 1009990023 trouvé vers la fin du § I.

[1]) La Lettre N°. 2709.

accipies. De permutatione ſcriptorum geometricorum quid futurum ſit videbimus, ubi rationes meas expenderit Vir Cl. quibus velim acquieſcat. Tuis literis 23 Aprilis datis an reſponderim non ſatis memini [2]). Reperio quidem inter adverſaria mea, quae eo fine ſcripſerim, ſed quia dies non eſt additus neque in tuis [3]) mearum mentionem fieri video, ſuſpicor anguſtia temporis excluſum, non potuiſſe deſcribendis vacare, eoque abſque tui interpellatione recta ad Leibnitium me tunc ſcripſiſſe. Nunc vero eorum quae in illo ſchediaſmate continebantur deſcribere quaedam non pigebit quae ſic [ſe] habent.

Venio ad tuas die 23 Apr. datas in quibus cauſas interrupti ſtudij tui Geometrici ingenui enarras, utque cum opera tum impenſa perierit, non ſine culpa doctoris Cranij. Attamen cum non ſolum ames haec ſtudia ſed et aliquo uſque in ijs profeceris, non credo te penitus ea deſeruiſſe, praeſertim cum intellectis aliquatenus elementis poſſint vel ſine magiſtri opera continuari.

De Carteſij affeclis iſtis qui non ratione ſed authoritate et partium ſtudio ducuntur, jam ante tibi aſſenſus ſum [4]).

Quod vero ſententiam meam requiris an expedire exiſtimem ut placita hujus philoſophi publice ac privatim in Academijs praelegantur, debebas, Vir Eximie, potius illos conſulere qui quid fieri debeat ſtatuere poſſunt. Scias tamen meo judicio neque hanc philoſophiam neque Ariſtotelicam aut ab uno quopiam authore denominatam invehendam videri, ſed ſolius veritatis rationem habendam, ut à ſingulis ſumantur quae optima ac rationi convenientiſſima cenſebuntur.

Multum Carteſio debemus quod novas vias in phyſicae ſtudio aperuerit atque omnia ad mechanicas rationes reducenda author fuerit, quas quae excedunt ea et captum ingenij noſtri excedere certum eſt. Sed ubi ad ſingularia ventum eſt, in pleriſque fere falſa pro veris obſtruſiſſe Carteſium exiſtimo idque in commentatiunculis meis de Luce et gravitate [5]) jam teſtatus ſum, et niſi fallor in materijs hiſce difficillimis veriſimiliora quaedam protuli. Sicut et in legibus motus corporum inter ſe collidentium [6]). Atque idem in parelijs me facturum recipio [7]), nec non in magnetis mirabilibus explicandis [8]). Sed nec in metaphyſicis unquam Carteſij rationibus aſſentiri potui de Dei exiſtentia et animae immortalitate. Huetij Cenſuram legi cum primum prodijt ab ipſo Authore mihi miſſam [9]), in qua non pauca mihi probari memini, ſed et aliqua notavi quibus reſponderi poſſet. Quod negotium et veſtrates aliquot [10]) et Volderus noſter ſibi ſumſerunt. At ille parvi facere haec

2) Voir la Lettre N°. 2686, note 3.
3) La Lettre N°. 2701.
4) Voir la Lettre N°. 2666.
5) L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2519, note 8.
6) Voir les pièces Nos. 1716 et 1734.
7) Voir les „Opera Posthuma", l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2085, note 2.
8) Voir, sur le „Traité de l'Aimant", la Lettre N°. 2633, note 10.
9) En 1689; voir la Lettre N°. 2553.
10) Les auteurs cités dans les notes 8, 9 et 10 de la Lettre N°. 2682.

omnia videtur, prout ex nuperis ejus ad me literis intelligo [11]). Ego vero nihil nisi Volderi thefes [12]) legi, quae non ita contemnendae videntur.

N° 2712.

G. Meier à Christiaan Huygens.

20 novembre 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse au No. 2711.

Illuftri Viro Chr. Hugenio G. Meierus S. P.

Noli, quod videris facere [1]) in eam animi fententiam declinare, veluti fi Nobilisf: Leibnitzius diffisus promiffis Tuis ea quae prius miffa oportebat fecum continuerit. Diu enim jam eft quod inclufae [2]) et ad Te Vir Illuftris adtinentes fcriniis meis confervantur. Ego interea, fi quid recte computo, in eam adducor opinionem Cl. Leibnitzium hoc in votis unum habere; ut, dum neuter inftitutos logarithmos introfpexit, fed chartae utriufque apud me domi meae tabellariis allatae conveniunt eodemque tempore mea, quam lubentiffimus obtuli Tantis Viris, opera fingulis communicantur, tanto major ex eo gratia redundat, cum in erudito ifthoc et recondito negotio confoni et confpirantes repperientur ingeniorum motus et confentiens fibi calculus. Quemadmodum ergo id in mandatis dederat, prima ego hac angaria ad Te, Vir Celeb:, literas Cl. Leibnitzii tranfmittere volui, debui. Caeterum quae ego aliquando, ut quid de Cartefianae philofophiae congruentia cum methodo fcholaftica et varii gradus ingeniis juventutis, ex Te rogaveram [3]), hanc ut

[11]) Nous ne connaissons pas cette lettre de de Volder.

[12]) Ces thèses ont paru sous le titre:

Viri Clarissimi Burcheri de Volder. Med. & Phil. Doctoris, hucusque & Mathes. in Illustri Academia Lugd. Bat. Professoris ordinarii Exercitationes Academicae, quibus Renati Cartesii Philosophia defenditur adversus Petri Danielis Huetii Episcopi Suessionensis Censuram philosophiae Cartesianae. Amstelaedami. Apud Arnoldum van Ravestein, Bibliopolam, Op den Dam, bij de Kalverstraat, cIↃIↃcxcv. La publication eut lieu à l'insu de l'auteur qui, dans une lettre à Basnage de Beauval, insérée en extrait dans l'Histoire des Ouvrages des Savans de mai 1695, p. 421, se plaignit de l'avidité des Libraires, „qui entreprennent sans aucuns égards d'imprimer tout ce qu'ils jugent propre à leur apporter quelque profit." De Volder proteste avoir composé ces Exercitationes, uniquement pour l'usage de ses auditeurs et prie Beauval de désavouer pour lui cet ouvrage, afin que l'on ne lui impute ni les fautes [de cette édition] ni les sentiments d'autrui.

Il semble donc que Huygens et Huet (voir la Lettre N°. 2696, page 143, dernière ligne) n'ont eu en main qu'un texte manuscrit ou, ce qui est plus probable, un imprimé spécialement destiné à l'usage des étudiants.

[1]) Voir la Lettre N°. 2709, envoyée ouverte à Meier.

[2]) La pièce N°. 2713.

[3]) Voir la Lettre N°. 2678. Huygens donna sa réponse dans la Lettre N°. 2686, non envoyée, puis dans la Lettre 2711.

meam libertatem aequi bonique confulas oro. Ego enim ufque huc non video pollicitos a multis fructus in juventutem exuberaffe, quandoquidem nec omnium aetas nec ingenii illud permodicum quod in plurima hominum parte repperias, ferendo fit illuftri adeo lumine. Vale, Vir Illuftris, et res Reipae literariae quo coepifti, eodem etiam porro, promove ardore. Dabam Bremae 10 Nov: 1691.

A Monfieur
Monfieur HUGENS
fegneur de Zuylichem
à
L'Haje.

N° 2713.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

[OCTOBRE 1691].

Appendice au No. 2712.

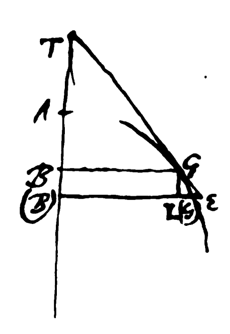
La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]) *et par C. I. Gerhardt*[2]).

Methodus, qua innumerarum Linearum Conftructio ex data proprietate Tangentium feu aequatio inter Abfciffam et Ordinatam ex dato valore Subtangentialis, exhibetur.

Ex omnibus, quae nobis inquirenda reftant in Geometria, nihil eft majoris momenti, quam *Methodus Tangentium inverfa*, feu data Tangentium Lineae curvae proprietate, ipfam lineae conftructionem poffe invenire. Nam in applicatione Geometriae ad Phyficam faepiffimè contingit, ut linea ex tangentium proprietate nofcatur, unde conftructio ejus aliaeque proprietates inveftigari debent. Datur autem conftructio lineae, quoties datur aequatio exprimens relationem inter AB abfciffam in directrice inde à puncto fixo A, et BG ordinatim applicatam, normalem ad directricem; ita enim cuicunque puncto rectae directricis B affignari poteft refpondens punctum curvae GG.

1) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae. Fasc. II, p. 90.
2) Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. II, p. 116, et Briefwechsel, p. 676.

Porro data proprietate tangentium lineae curvae quaesitae, solet dari vel haberi aequatio exprimens relationem inter BT subtangentialem et AB vel BG abscissam vel ordinatam, aut ambas simul. Vocemus *subtangentialem* ipsam BT, partem Axis cadentem inter ordinatam BG et tangentem GT. Itaque, si AB vocetur x et BG y, et BT t, res redibit ad aequationem quam ex indeterminatis solae ingredientur x, y, t. Quo facto quaeritur aequatio, quam sublata t, duae tantum indeterminatae x et y ingrediantur. Ita ex data proprietate tangentium habebitur curvae constructio.



Ex aequationibus autem illis, quae exprimunt relationem ipsius t ad reliquas eligamus illas simpliciores in quibus valor ipsius t per x et y habetur purè; ut si sit $t = aa : x$ $\left(\text{seu } \frac{aa}{x}\right)$ vel $t = ax : y$, vel $t = y\sqrt{aa - xx}$, vel $t = yy\sqrt{aa - xx} : ax$, aliisque modis infinitis. Itaque id nunc agitur ut ex dato valore subtangentialis per abscissam, vel ordinatam, vel ambas, detur aequatio exprimens relationem inter ordinatam et abscissam.

Habeo autem diversas vias, quibus magnum hoc problema in oblatis casibus aggredior. Sed hanc optimam esse judico, (quoties ea uti licet) ut problema tangentium inversum revocetur ad Quadraturas. Analysis enim duorum est generum, una per saltum, cum problema propositum resolvimus ad prima usque postulata; altera per gradus, cum problema propositum reducimus ad aliud facilius. Et quia saepè fit, ut prior Methodus prolixis nimis calculis indigeat, confugiendum est non raro ad secundam; tametsi enim prior sit absolutior nec aliis indigeat praecognitis, commodior tamen est posterior, quia laborem minuit, jam inventis utendo.

Ut verò intelligatur, quomodo persaepe Problema tangentium inversum ad Quadraturas revocari nullo negotio possit, dicendum est aliquid de quodam calculi genere a me introducto, notisque novis in eo adhibitis; ita enim efficio, ut multa primo obtutu appareant, et ipso calculi lusu nascantur, quae alias vi ingenii aut labore imaginationis assequi necesse est. Nec aliam ego causam video cur Clmus Fatius, qui jam dudum praeclara ingenii specimina nobis dedit[3]), haeserit ubi irrationales subtangentialis valorem ingrediuntur, velut in casu per celeberrimum Hugenium mihi proposito, ubi $t = yy\sqrt{aa + xx} : ax$[4]), quam quod hujusmodi expressio non aeque calculo analytico apta est, ac mea, per quem ipsius t relatio ad y et x aliquo modo generali exprimitur. Ita enim judico, cum mens humana ad cogitandum notis indigeat, eo posse nos ratiocinari melius, quo magis notae ipsae exprimunt rerum relationes.

---

3) Voir la note 19 de la Lettre N°. 2435, la pièce N°. 2460, la note 2 de la Lettre N°. 2467 et la note 14 de la pièce N°. 2486.

4) Lisez: $t = yy\sqrt{aa - xx} : ax$, et consultez la Lettre N°. 2660.

Confideravi igitur tàm abfciffas quam ordinatas habere elementa quaedam momentanea, feu differentias indefinite parvas; et elementum abfciffae effe ad elementum ordinatae, ut fubtangentialis eft ad ordinatam. Nam fi cogitemus punctum mobile B ex fixo A egrediens percurrere axem AB (B), et adeo abfciffas AB nihil aliud effe quam diftantias puncti B mobilis à puncto fixo A patet incrementa abfciffarum momentanea B (B) effe ut velocitates, quas punctum B in quovis Axis loco, aut quovis temporis momento habet, adeoque inaffignabilis parvitatis, et fimiliter fe rem habere cum ipfis GL [5]) incrementis ordinatarum, feu exceffu ordinatae (B) (G) fuper proximè (id eft inaffignabili intervallo) praecedentem BG.

Haec incrementa, aut (fi contrarium motum fingas) decrementa, vel, ut generalius loquamur, elementa ordinatarum vel abfciffarum, aut (fi malis) differentias inaffignabiles (quarum tamen ad alteras omninò affignabilis eft ratio) notis defignare volui, exprimentibus relationem ad id cujus funt differentiae; itaque quia abfciffas AB vocavimus x, et ordinatas BC [6]), y, elementa abfciffarum feu differentias minimas B (B) vocabimus dx [7]); et elementa ordinatarum, feu differentias minimas GL [5]) vocabimus dy. Poffemus ipfas dx vel dy peculiaribus exprimere literis, ut e, v, vel ut lubet, fed ita non appareret relatio ad x et y, quae tamen ipfis notis expreffa plurimum juvat, modumque dedit mihi curvas tranfcendentes exprimendi per aequationes finitas non alias adhibendo indefinitas, quam x et y, et harum affectiones inter quas non tantum potentias aut (his reciprocis) radices, ut x^2, $\sqrt[3]{x}$, etc. fed et differentias et (his reciprocas) fummas refero, harumque notas ad fupplendum calculum promovendamque ad Tranfcendentes Analyfin omnino aptas judico. Et quemadmodum non optimè faceret qui pro x^2, x^3 etc., femper vellet adhibere literas, e, v, ad evitandum hoc notationis genus, licet admoneret fe per e et v quadratum aut cubum intelligere, ita fimiliter praeftat faepe dx aut ddx (differentiam aut differentiam differentiarum ipfarum x) adhibere, quam pro ipfis uti literis e aut v vel fimilibus. Sic Cycloidem exprimo per hanc aequationem [8]) $y = \sqrt{2x - xx} + \int dx : \sqrt{2x - xx}$, pofito radium circuli generatoris effe 1, et x effe abfciffam in axe inde à vertice, et y effe ordinatam ad axem, et dx effe incrementa abfciffarum, et $\int dx : \sqrt{2x - xx}$ effe fummam omnium $dx : \sqrt{2x - xx}$, feu quantitatem cujus differentialis eft ad differentialem abfciffae ut radius ad finum, quae fumma vel quantitas revera eft arcus. Et hinc facillimo calculo fine ullo figurae refpectu derivatur proprietas tangentium Cycloidis nota, quae noftro modo expreffa ita habet, $dx : dy = \sqrt{2x - xx} : 2 - x$. Caeteraque

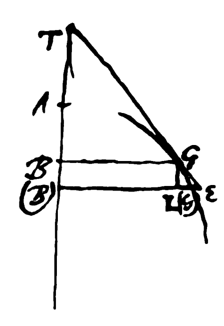
5) Lisez: (G) L.

6) Lisez: BG.

7) Dans le manuscrit, qui est de la main d'un copiste, la notation employée par Leibniz est presque toujours $\overline{dx}$, $\overline{dy}$, $\overline{ddx}$, etc.

8) Comparez la Lettre N°. 2601.

omnia circa Cycloidem inventa pluraque alia similiter ex tali calculo analytice derivantur.



Sed ut nostrum institutum prosequamur. Producatur (B) (G) dum tangenti TG itidem productae occurrat in E, constat puncta (G) et E haberi posse pro coincidentibus, seu rectam (G) G, quae jungat duo curvae puncta inassignabiliter distantia, productam esse ipsam curvae tangentem. Cum dudum ab aliis explicatum sit, rectam quae curvam secat in duobus punctis, transire in tangentem eo casu, quo duo sectionis puncta coincidunt. Itaque EL non minus quam (G) L poterit vocari dy, et ob triangula TBG et GLE similia fiet TB ad BG, ut GL ad LE, seu $t:y::dx:dy$, idque ipsum est quod diximus subtangentialem t, esse ad ordinatam y ut dx elementum abscissae ad dy elementum ordinatae, et quia proinde $t:y=dx:dy$, fiet $t=y\,dx:dy$, qui est generalis valor subtangentialis. Et hunc conjungendo cum speciali valore quem natura problematis offert, pervenitur ad aequationem differentialem, quam ubi convertere licet in summatricem puram, habetur reductio problematis tangentium inversi ad Quadraturas.

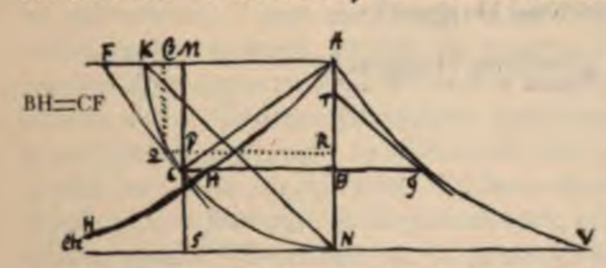
Quae reductio ut intelligatur melius, ostendam (quod momenti est maximi): *Quandocunque proprietas tangentium data exhibet valorem subtangentialis per solam* (ex indeterminatis) *abscissam vel solam ordinatam, problema reducitur aa Quadraturas.* Ponamus enim t dari par x, utique quia $t=y\,dx:dy$, fiet $dy:y=$ $=dx:t$, adeoque $\int\overline{dy:y}=\int\overline{dx:t}$. Jam $\int\overline{dy:y}$ pendet ex quadratura Hyperbolae, et $\int\overline{dx:t}$ etiam pendet ex aliqua quadratura ejus nempe figurae cujus ordinata est $1:t$, posito nempe pro t poni ejus valorem per x itaque res reducta est ad quadraturas. Exempli causa, si esset $t=1:x$, fieret $\int\overline{dy:y}=\int xdx=\frac{1}{2}xx$; et ita curva proposita habetur ex quadratura Hyperbolae. Si esset $t=1:\sqrt{1-xx}$, fieret $\int\overline{dy:y}=\int dx\sqrt{1-xx}$, atque ita curva quaesita haberetur ex supposita quadratura tam circuli quam hyperbolae.

Similiter si t detur per y, quia $t=ydx:dy$, fiet $dx=dy\,t:y$ adeoque $x=\int\overline{dy\,t:y}$. Quod si jam ex problemate detur valor ipsius t per y, intelligi poterit cujusnam figurae quadratura sit opus: nam ponamus esse $t=y$, fiet $x=$ $\int dy$ id est $x=y$, et linea quaesita est recta. Si sit $t=yy$, fiet $x=\int\overline{dy\,y}$ seu $x=yy:2$, et linea quaesita est Parabola. Si $t=y^3$, fiet $x=\int dy\,yy$; seu $x=y^3:3$ et linea est parabola cubica. Si t sit constans, verb. gr. si $t=1$, fiet $x=\int\overline{dy:y}$, adeoque linea quaesita pendet ex quadratura Hyperbolae. Si t sit irrationalis, res itidem procedet, nam si ponatur $t=y\sqrt{1-yy}$, fiet $x=\int dy\sqrt{1-yy}$, adeoque linea quaesita pendet ex quadratura Circuli[9]).

[9]) En cet endroit Huygens écrivit en marge la lettre ℵ. Voir la remarque *b*) à la fin de cette pièce.

Sed ſi valor ipſius t detur per x et y ſimul, tunc non ſemper facile eſt problema reducere ad Quadraturas, infiniti tamen ſunt caſus ubi res procedit. Et generaliter hoc pronuntiari poteſt: *Quandocunque valor ſubtangentialis t eſt productum ex duabus quantitatibus ſeu formulis, quarum una datur per ſolam (indeterminatarum) abſciſſam x, altera per ſolam (indeterminatarum) ordinatam y, tunc problema reducitur ad quadraturas.* Exempli cauſa. Si ſit $t = xy$, ſeu factum ex x in y; fiet $xy = ydx : dy$, ſeu $dy = dx : x$, ſeu $y = \int dx : x$, quod pendet ex quadratura Hyperbolae. Si ſit $t = y : x$ ſeu factum ex y in $1 : x$, fiet $y : x = ydx : dy$, ſeu $dy = xdx$, ſeu $y = \int xdx$, ſeu $y = xx : 2$, quae eſt aequatio ad Parabolam. Si ſit $t = x : y$ ſeu factum ex x in $1 : y$, fiet $x : y = ydx : dy$, ſeu $xdy = yydx$ ſeu $dy : yy = dx : x$, ſeu $\int dy : yy = \int dx : x$, quae datur ex quadratura Hyperbolae, nam $\int dy : yy$ datur abſolute[a]) nihil aliud enim eſt quam quadratura Hyperboloidis ſecundi gradus. Sic ſi $t = y : \sqrt{1 - xx}$, ſeu factum ex y in $1 : \sqrt{1 - xx}$, fiet $y : \sqrt{1 - xx} = ydx : dy$, ſeu fiet $dy = dx\sqrt{1 - xx}$ ſeu $y = \int dx\sqrt{1 - xx}$, quae pendet ex quadratura circuli[b]).

Ad hanc jam claſſem revocatur et curva mihi propoſita, cujus ſubtangentialis rectae valor praeſcriptus erat $t = yy\sqrt{aa - xx} : ax$ (1)[c]). Nam quia ſemper eſt $t = ydx : dy$ (2) fiet $y\sqrt{aa - xx} : ax = dx : dy$ (3) per (1) et (2). Sit $a = 1$ (4). Ergo ex (3) et (4) fiet $ydy = dxx : \sqrt{1 - xx}$. (5) et aequationem (5) utrinque ſummando, quia $\int ydy = yy : 2$ (6) fiet per (5) et (6) $yy : 2 = \int dxx : \sqrt{1 - xx}$ (7). Id eſt, opus eſt tantum ut reperiatur quadratura generalis, ſeu indefinita, figurae cujus ordinata eſt $x : \sqrt{1 - xx}$, abſciſſa exiſtente x. Haec autem quadratura habetur abſolutè. Nimirum $x : \sqrt{1 - xx}$ vocetur Z (8). Jam centro A radio AK, qui ſit a vel 1, deſcribatur circulus, in cujus circumferentia ſumto arcu LC[10]), et x ſeu AB ſumta in normali ad AK, quae ſit arcus ſinui aequalis, jungatur radius AC et tangens arcus CF, ipſi AK productae occurrens in F, erit Z. Nam ob triangula ſimilia CBA et ACF, fiet Z ſeu FC ad AC ſeu 1, ut AB ſeu x ad BC ſeu $\sqrt{1 - xx}$; unde Z ſeu FC eſt $x : \sqrt{1 - xx}$, ut jubet aequatio (8). Si ergo FC tranſlata in BH ordinatim applicetur ad AB angulo recto ut fiat linea curva AHH, habebitur figura ABHA, per cujus quadraturam reperietur quaeſita y.



Porro ex C in AK agatur normalis CM, ajo rectangulum MKA aequari trilineo

[10]) Liſez: NC.

ABHA, adeoque infinitum ſpatium AN etc. HA aequari quadrato radii. Quod ſic oſtendo: per punctum Q in CF indefinitè vicinum ipſi C, agatur in CM et AB normalis QPR, et alia $Q\beta$ normalis ad AK; et MC producatur in S, ut ſit MS aequ. AK radio; et ob triangula CPQ et ACF ſimilia, fiet AC : CF : : CP : PQ, ſeu AC in PQ = CF in CP. Jam eſt AC in PQ = SM in $M\beta$, et CF in CP = HB in BR; ergo SM in $M\beta$ = HB in BR, adeoque et ſumma omnium rectangulorum SM in $M\beta$, id eſt rectang. SMK aequatur ſummae omnium rectangulorum HB in BR, ſeu areae ABHA, quod afferebatur. Habetur ergo quadratura propoſita.

Hinc jam conſtructionem lineae quaeſitae ita ducemus. Area ABHA ſeu $\overline{\int xdx : \sqrt{1-xx}}$ = rectang. SMK ſeu $1-\sqrt{1-xx}$ (9). Ergo ex aeq. (7) per (9) fit $yy : 2 = 1-\sqrt{1-xx}$ (10), quae aequatio eſt ad curvam quaeſitam. Unde ſi tollamus irrationalitatem, fiet $y^4 : 4 - yy + 1 = 1 - xx$, (11) et ad ſupplendos gradus ex lege homogeneorum, pro 1 reſtituendo a fiet $y^4 = 4aayy - 4aaxx$ [11]) (12). Conſtructio autem erit talis. Inter duplam MK et radium AK ſumatur Media proportionalis, quae erit y quaeſita (ex aeq. 10) eique aequalis BG ordinatim applicata ad AB angulo recto, dabit curvam AGV quaeſitam, cujus ultima ordinata NV aequabitur rectae KN ſeu lateri quadrati circulo inſcripti. Et in hac linea, ſi ſit AB, x et BG, y et AN, a tunc ſubtangentialis BT, ſeu t, erit $yy\sqrt{aa-xx} : ax$, ut deſiderabatur.

[a]) abſolutè, hoc eſt ob datam quadraturam hujus hyperboloidis [Chriſtiaan Huygens].

[b]) eſt eadem quae ſuper ad ℵ [Chriſtiaan Huygens].

[c]) fit enim t ex $\frac{yy}{a}$ in $\frac{\sqrt{aa-xx}}{x}$ [Chriſtiaan Huygens].

[11]) Comparez la Lettre N°. 2664 à la page 50.

N° 2714.

CHRISTIAAN HUYGENS à P. BAERT.

22 NOVEMBRE 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse au No. 2704.

Haghe den 22 Nov. 1691.

MIJNHEER

VE fchrijvens van den 28 Oct. is mij wel behandight, waer uyt met genoeghen verftaen hebbe dat VE de moeijte genomen heeft van mijn Tractaet de la Lumiere te doorleefen, ende het felve, oock heeft konnen begrijpen; want mij dunckt dat het al veel gedaen is van in foo diepe verborgentheijdt iets verftaenlijcks voortgebracht te hebben. De fwaericheijdt die VE in 't eerft vondt, hoe de undulatien, van Langfamer voortgangh, weder tot rasfcher konden komen, is de felve die in de Explicatie der Refractie van des Cartes te vooren komt, en niet kan gefolveert werden door fijne ftellingen; daer dit in de mijne feer natuurlijck gefchiedt door de eijgenfchap van de Veer ofte reffort, gelyck VE bekent is. Aengaende de difficulteijten die VE fouden moghen refteren ontrent de redenen der fwaerte, fal ik geerne eenighe verklaeringh geven, voor foo veel mij moghelijck fal fijn, en de tijdt gelegentheydt fal toelaeten.

De gepretendeerde vinders van Ooft en Weft daar VE van in onze gazette gelefen heeft, fijn onbefchaemde en onwetende menfchen [1]) die felver wel weeten dat fij niets goedts hebben te voorfchijn te brenghen. Sij willen de Maens loop daer toe gebruycken, 't geen over langh, en bij veele verftandighe lieden, te vergeefs ondernomen is geweeft, gelijck ick geloove VE niet onbekent is. Sij hebben evenwel door importuniteijt foo veel te weegh gebracht dat de Heeren Bewindhebbers der O. Indifche Compagnie geordonneert hebben op verfcheijde van haere fchepen een proeve te nemen van defe Lenghde vindingh, welcke fonder twijffel feer flecht uyt fal vallen. Ick hoop nu alle dagh raport te hooren van een tweede proeve met mijn Horlogien gedaen; hebbende d'eerfte al vrij wel gefucceedeert, gelijck VE kan fien uyt het geene ick in het Difcours de la Pefanteur en deffelfs additie gefchreven hebbe. Hier mede eyndigende blijve

Mijn Heer

UE. dienftwilligen dienaar
CHR. HUYGENS.

Ick en weet niet eenigh tractaet gefien te hebben met den Titel van *La Propa-*

---

[1]) Voir la Lettre N°. 2704, note 3.

gation de la Lumiere maer alleen de *Optique van de P. Ango.* Jesuit, welcke seght uyt de overblijfsels van P. Pardies een gedeelte genomen te hebben, doch soude beter gedaen hebben van het schrift van P. Pardies uijt te geven soo het lagh.

A Monsieur
Monsieur Baert,
Hydrographe du Roy
A
Dunkerque.

N° 2715.

CHRISTIAAN HUYGENS à VAN ASTEN [1]).

11 DÉCEMBRE 1691.

Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Sommaire: Escrit à van Asten pour sçavoir ou il en est avec le Receveur Cools [2]).

N° 2716.

CHRISTIAAN HUYGENS à A. DE GRAAFF.

13 DÉCEMBRE 1691.

Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.
A. de Graaff y répondit par le No. 2718.

Sommaire: Aen de Graef of hij tijdingh heeft van zijn zoon [1]).
En of hij weet hoe het met de proef van de inventie van Liewe Will. Graef [2]) afgeloopen is.

---

[1]) Sur van Asten, consultez la Lettre N°. 1103, note 3.
[2]) Sur Adriaan Cools, voir la Lettre 2502, note 3.

---

[1]) J. de Graaff, parti, le 28 décembre 1690, sur le vaisseau Brandenburg pour faire l'essai des horloges à pendule sur mer pendant un voyage au Cap de Bonne Espérance; voir la Lettre N°. 2656.
[2]) Sur Lieuwe Willemsz. Graaf et sa prétendue invention, voir les notes 1 des Lettres Nos. 2536 et 2538.

Nº 2717.

CHRISTIAAN HUYGENS à W. VAN LITH [1]).

15 DÉCEMBRE 1691.

Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Sommaire: Aen van Lith om het proces tot Aernhem te recommandeeren [2]).

Nº 2718.

ABRAHAM DE GRAAFF à CHRISTIAAN HUYGENS.

17 DÉCEMBRE 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse au No. 2716.

Amſterdam den 17 December 1691.

Mijn Heer van Zelem

UE aangename van den 13 deſer is mij den 15 terhand gekomen. Zoude aanſtonts daarop geantwoord hebben, maar dewijl UE gaarne iets zoude willen verſtaan wegens de horologiens, waar van ik niets ter werelt hadde verſtaan, zoo hebbe tot nu toe gewacht. 'T is dan zulx, dat mijn Zoon, en ook de twee andere aan de Caap de bon eſperanſa zijn gebleven, door dien indiſpooſt waren, en niet bequaam om aanſtonts te repatrieren, waren echter aan de beterhand, zulx dat wij haarlieden niet voor de naaſte zoomer of herft en hebben te verwachten. Ik hebbe twee brieven van mijn zoon ontfangen, een van St. jago, en een van de Caap voornoemt [1]), maar vermelt in geen van beyde iets van de horologiens: doch ik verſtaa ſoo heden van mijn jongſte zoon, die op het ooſtyndiſche huys eenige affaires heeft, dat hij den brief hadde horen leſen, geſchreven aan een van de

---

[1]) Sur W. van Lith ou van der Lith, voir les Lettres Nos. 2629 et 2631.
[2]) Voir, sur ce procès, la Lettre Nº. 2631, note 2.

---

[1]) C'est donc par erreur que la Lettre Nº. 2703 a été datée du 27 octobre 1691. Elle appartient à la correspondance de 1692. Voir la Table des corrections de ce volume.

Heeren Bewinthebbberen, door de Schipper van Brandenburg, genaamt Evert Verbrugge, feggende, aangaande de horologiens van Mons.r de Graaf, dezelve zijn tot aan St. jago goet bevonden, hebbe echter tot dus verre weynig vruchts daar van konnen bemerken. Dit is alle het geene ik daarvan gehoort hebbe. Hebbe ook geheel niets vernomen wegens het fucces van L. Willemz. Graafs inventie: daarvan iets pofitiefs vernemende wille het UE gaarne mede deelen.

Blijve midlerwijle

Mijn Heer

Zijn ootmoed.e dienaar
ABRAHAM DE GRAAFF.

woont tegenwoordig in de Elantftraat in de Salamander.

Aan de E. Heer
Mijn Heer CRISTIAAN HUYGENS Heer VAN SELEM
in 's Gravenhage.
int noordende naaft de Crabbe.

N° 2719.

S. VAN DE BLOCQUERY à CHRISTIAAN HUYGENS.

18 DÉCEMBRE 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2722.

[a]) WelEdele geftrengen Heer

Naedat ik veel devoir heb gedaen om kennis te krijgen hoedanig het fich had toegedragen met de bewufte horologien [1]) zoo komt mij eyntlijk dees mergen in handen den hier nevenfgaende miffive [2]), die ik moet aenzien als door mons.r de

[1]) Voir la Lettre N°. 2716, note 1.
[2]) Voir l'Appendice N°. 2720.

graaf gefchreven, hoewel van zeer fobere, en confufen jnhoud, en uijt dewelke zeer weijnig is te begrijpen, ik heb mij al bij d'een of d'ander van d'overkomende officieren getracht te jnformeeren maer niemant weet er mij iets op te feggen, zoo dat wij hiermede, foot fchijnt, een jaer ten achteren zijn. Indien mij iets naeders te voren komt, zal ik niet naelaten UwelEd. geftr: daer van kenniffe te geven en waermede met veel refpect zal blijven

WelEdele geftr: heer

UWelEd. geftr: feer Ootmoedigen Dienr.

S. v. D. BLOCQUERY.

Amfterdm 18 Xbr. 1691.

WelEdele geftrenge Heer
heer CHRISTIAEN HUYGENS Heer van Selem &a &a
In
s' Gravenhage.

*) geantw. den 28 Dec. [Chriftiaan Huygens].

No 2720.

J. DE GRAAFF, G. MEYBOS et P. VAN LAER aux Directeurs de la Compagnie des Indes.

1691.

Appendice au No. 2719.

La copie se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Edele Achtb. Heeren Bewinthebberen
van d'Ooft indifche Comp ter Camer Amfterdam.

Dit wijnighe hebben wij niet ondienftigh geacht UEdle achtb te laten weten; hopen ook fulx bij UEdle achtb ten beften fal werden geduijt; als wij nu den 3e Juny A° 1691 aan de Cabo de bone Eperance met het fchip brandenburgh

(waar voor god de heere zij gelooft en gedanckt) waren behouden gearriveert zoo bevond ik mij geheel niet wel te pas; edoch ontrent drie weken na dato gevoelde ik mij weder wat aan de beter derhand, zoo dat wij nu met de bewuste horologien doende zijn om se tot de wederom reijse claar te maken maar omdat het ook seker is, dat men wel ruym drie weken van noden heeft, om de dagelyckx vorderingh off achteringh der voorschreven horologien met de zon te vinden; zoo dat wij voor tegenwoordigh versteken zijn om met de alhier leggende retourschepen te konnen repatrieren; want zij in 2 a 3 dagen haar reijs staan aan te vaardigen; Edoch offer nogh van batavia 2 schepen, gelijck het seggen is, alhier mochten komen te arriveeren; zoo sullen wij ons claarhouden, om alzoo met een van deselfde te retourneren maar bij aldien ditto batavias vaders [1]) niet mochten komen zoo sullen wij alhier moeten blijven tot de naast alhier aankomende retourschepen; want de horologies geen effect connen op zee doen zonder dat men alvoorens aan land waargenomen heeft hoe veel de selfde met de zon te ras ofte langhsaam komen te lopen; hiermede afbrekende; blijven

UEd[le] achthb ootmoedighste en bereytwillighste dienaren

JOANNES DE GRAAFF.
GILLIS MEYBOS.
PIETER VAN LAER.

[1]) Lisez: vaanders.

N° 2721.

Christiaan Huygens à N. Fatio de Duillier.

18 décembre 1691.

La lettre se trouve à Genève, Bibliothèque Publique.
Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre fait suite au No. 2700.
Fatio de Duillier y répondit par le No. 2723.

Sommaire: 18 Dec. a Mr. Fatio, que j'ay respondu a sa lettre et envoiè les Errata de Newton [1]). que M. Leibnits m'a envoiè de sa methode &c. qu'il aille prendre de mon frere l'Exemplaire de mon livre de la lum.re pour le donner a Mr. Bernard. Baisemains aux amis et a Mr. Locke un compliment. que j'ay donnè quelque chose en matière de musique a Mr. de Beauval [2]). Fatio loge chez M. Tourton et compag.e

A la Haye ce 18 Dec. 1691.

Monsieur

Depuis que vous estes en Angleterre je n'ay receu de vos lettres que celle du $\frac{8}{18}$ Sept.[3]) à laquelle je respondis aussi tost, et vous envoyay les Errata de Mons.r Newton, apres en avoir pris copie. Je crois vous avoir escrit alors qu'il est à souhaiter que cet Illustre autheur fist faire une seconde Edition de son Livre, où tous ces Errata pourroient estre corrigez, et beaucoup de choses obscures eclaircies, et je vous recommande derechef de l'en vouloir soliciter, en luy faisant s'il vous plait mes tres humbles baise-mains. J'ay a la fin receu de Mr. Leibnitz quelque parcelle de sa methode[4]) pour le Probleme renversè des Tangentes. La Preface, qui est magnifique, à sa mode, contient 2 pages, et l'instruction une et demie seulement, mais il y a dans celle-cy, tant d'obscuritè que je n'en scaurois venir à bout [5]), de sorte que je l'ay priè de me l'expliquer plus clairement devant que je luy envoie vostre methode. Et comme vous estes encore moins versè que moy dans son calculus differentialis j'ay cru qu'il ne serviroit de rien de vous faire part de ce qu'il m'a envoiè, jusques a ce que j'aye cet eclaircissement. Habeo (dit il) diversas vias quibus magnum hoc problema in oblatis casibus aggrediar, sed hanc optimam esse judico (quoties ea uti licet) ut Problema Tangentium inversum revocetur ad

[1]) Voir la pièce N°. 2698.
[2]) Voir la pièce N°. 2705.
[3]) Notre N°. 2697.
[4]) Voir la pièce N°. 2713.
[5]) Huygens y a réussi le jour suivant; voir la note 5 de la Lettre N°. 2726. En conséquence, Huygens a modifié, dans sa lettre à Leibniz, N°. 2726, le passage où il motive le délai de l'envoi de la méthode de Fatio.

quadraturas. Car quoy qu'il ait une autre methode plus abfolue, ***quaeque non indiget alijs praecognitis***, il arrive pourtant fouvent que le calcul y monte trop haut, et pour cela il s'arrefte à celle qui eft par les quadratures comme eftant plus commode.

Or ce que je trouve a dire à cecy, comme je luy ay auffi remontrè, c'eft que quand on a reduit le probleme a quelque quadrature inconnue, on n'a rien avancè fi on ne fcait comment trouver cette quadrature, ou comment demontrer fon impoffibilitè. Et je ne fcay, fi parfois on ne parviendroit pas à des quadratures impoffibles, quoy que le problème de la tangente fuft poffible. Voicy l'une de fes Propofitions, Quandocunque proprietas tangentium data exhibet valorem Subtangentialis per folam (ex indeterminatis) abfciffam, vel per folam ordinatam, problema reducitur ad quadraturas. En quoy les racines font auffi comprifes.

L'autre propofition eft. Si valor fubtangentialis detur per x et y fimul, tunc non femper facile eft reducere problema ad quadraturas, infiniti tamen funt cafus ubi res procedit, et generaliter hoc pronuntiari poteft, Quandocunque valor fubtangentialis eft productum ex duabus quantitatibus feu formulis, quarum una datur per folam abfciffam x; altera per folam ordinatam y, tunc problema reducitur ad quadraturas.

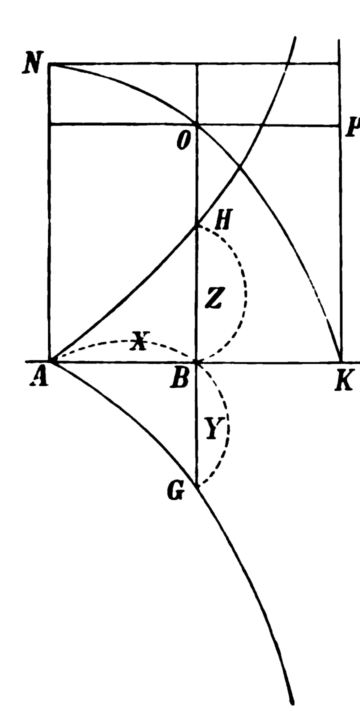
Il y a quelque chofe de bon icy en ce que les racines ne font pas exceptées, mais vous voiez d'ailleurs quelle infinitè de cas fe peuvent refoudre par voftre methode, qui ne tombent pas fous celles-cy, outre ceux qui fe refolvent abfolument par la voftre, et qui par celle de Mr. Leibnitz aboutiroient à quelque quadrature peut eftre inconnüe.

Il met pour exemple de cette feconde Propofition, de chercher la courbe dont je luy avois cy devant donnè la fouftangente [6] $yy\sqrt{\frac{aa-xx}{ax}}$. Il reduit ce problème à la quadrature de la courbe AH. c'eft à dire a celle de fon efpace indefiniment pris, AHB; cette courbe s'exprimant par cette Equation $\frac{ax}{\sqrt{aa-xx}} \infty z$, ou $aaxx - aazz + xxzz \infty 0$, Et il donne enfuite cette quadrature, et par elle il trouve que la courbe cherchée, qui a fa foutangente $yy\sqrt{\frac{aa-xx}{ax}}$, s'exprime par cette Equation, $y^4 \infty 4aayy - 4aaxx$. Or je fçavais fort bien cette quadrature de la courbe AH, qui eft celle que je vous propofay [7]) pour trouver par elle

[6]) Voir la Lettre N°. 2660.

[7]) Voir la Lettre N°. 2672. La courbe AON de cette lettre est, en effet, identique avec la courbe AH.

l'Equation de la courbe; et je fcavois auffi que cette quadrature eftant donnée, mon probleme eftoit réfolu [8]); mais je crus en le luy propofant qu'il le refoudroit independamment, et qu'ainfi fa methode des tangentes renverfée produirait la quadrature de la ligne AH. Mais cela a eftè autrement, et il a falu qu'il cherchaft cette quadrature. Je ne fcay pas par quel moien, mais c'eft ce qu'il devroit m'apprendre, pour me rendre fa methode de quelque ufage.



Vous connaiffez cette courbe AH [7]) dont l'efpace AHB ∞ = NP, quand NOK eft un quart de inconference.

J'ay donnè a mon frère de Zulichem un Exemplaire de mon traitè de la Lumiere [9]), que je vous prie Monfieur de luy demander, et de le faire tenir à Mons.r Bernard, dont le nom y eft efcrit à la premiere page. Je l'avois oubliè malheureufement lors que j'en fis la diftribution [10]) et il ne s'eft guere falu que je n'aie encore une fois oubliè d'avoir chargè mon frere de cet Exemplaire. Si vous avez occafion de voir Mons.r Bernard [11]) vous luy direz, s'il vous plaift, que je fuis bien honteux de m'acquitter fi tard de cette dette, ou bien vous le luy ferez fçavoir

---

[8]) Comment Huygens le savait, c'est ce qui résulte de quelques annotations qui se trouvent à la page 84 recto du livre G des Adversaria, savoir, à l'aide d'un théorème de Barrow, publié et démontré dans la Lectio Geometrica XI (p. 85 de l'édition de 1674) de ses Lectiones Opticae & Geometricae, citées dans la Lettre N°. 1767, note 14.

En effet, d'après ce théorème, on $a : \frac{1}{2} BG^2 =$ spat. AHB, pourvu que BH $\left(= z = \frac{ax}{\sqrt{aa-xx}}\right)$ représente la sousnormale de la courbe AG. Or, à une sousnormale de cette valeur correspond la soustangente $t = \frac{yy\sqrt{aa-xx}}{ax}$; il est donc clair que la détermination de l'équation de la courbe AG, définie par cette soustangente, dépendait de la quadrature de la courbe ABH.

[9]) Constantyn Huygens était parti en Octobre 1691 pour suivre le Roi en Angleterre.

[10]) Voir la Lettre N°. 2569, note 1.

[11]) Sur Edward Bernard; voir la Lettre N°. 1885, note 10.

par d'autres. Vous m'obligerez auſſi ſi vous voulez bien aſſurer de mes reſpects nos Illuſtres amis Monſieur Boyle, Monſieur Hamden, Monſieur Locke que je ſuis faſchè de n'avoir pas aſſez connu quand j'eſtois en Angleterre [12]), et a qui je ſuis obligè non uno nomine [13]). Je feray fort aiſe d'apprendre que vous vous portiez bien et que vous vous ſouveniez

MONSIEUR

de Voſtre treſhumble et treſobeiſſant ſerviteur
HUGENS DE ZULICHEM.

J'ay donnè quelque choſe en matière de Muſique a Mr. de Beauval que vous pourrez voir dan ſon Journal [14]).

N° 2722.

CHRISTIAAN HUYGENS à S. DE BLOCQUERY.

28 DÉCEMBRE 1691.

Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2719.

Sommaire: Geantwoord aan mijn heer van de Blocquerij. Bedanckt voor de communicatie van den brief van de Graef. enz. Wat raport door den brief van Schipper Verbrugge was gekomen, aengaende mijn horologies.

WelEd. Achtbare Heer

blijve met ſchuldige eerbiedighheydt
UWelEd. achtb. ſeer ootmoedige die.r

[12]) En 1689. Consultez la Lettre N°. 2544, note 1.
[13]) Comparez le dernier alinéa de la Lettre N°. 2572.
[14]) Voir la pièce N°. 2705.

N° 2723.

N. Fatio de Duillier à Christiaan Huygens.

28 décembre 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
Elle est la réponse au No. 2721.
Chr. Huygens y répondit le 5 février 1692.

Monsieur

Il eſt aſſez inutile de prier Monſieur Newton de faire une nouvelle édition de ſon livre. Je l'ai importuné pluſieurs fois ſur ce ſujet ſans l'avoir jamais pu flechir. Mais il n'eſt pas impoſſible que j'entreprenne [2]) cette édition [a]); à quoi je me ſens d'autant plus porté que je ne croi pas qu'il y ait perſone qui entende à fonds une ſi grande partie de ce livre que moi, graces aux peines que j'ai priſes et au temps que j'ai emploié pour en ſurmonter l'obſcurité. D'ailleurs je pourrois facilement aller faire un tour a Cambridge et recevoir de Mr. Newton même l'explication de ce que je n'ai point entendu. Mais la longueur de cet ouvrage m'epouvante, puis que par les differentes choſes que j'y voudrois ajouter [b]) il feroit un folio [c]) aſſez raiſonnable. Ce folio neanmoins ſe liroit et s'entendroit en beaucoup moins de temps que l'on ne peut lire ou entendre le quarto de Mr. Newton. Voila un deſſein Monſieur capable de m'occuper pendant deux ou trois années: et je ne voi point trop comment le reconcilier avec l'état de ma fortune, à moins que je ne me puiſſe reſoudre à rechercher qu'un aſſez bon nombre de perſones [d]) s'accordent à faire des ſouſcriptions, comme on les pratique ici, pour s'aſſurer des exemplaires en papier roial, et cela à un prix qui puiſſe me mettre l'eſprit en repos. J'aurois été bien aiſe Monſieur d'avoir eu une copie de ce que Monſieur Leibnitz Vous a écrit. Autant que j'en puis juger à preſent il me ſemble que je ne gagnerai guere au change qu'il m'a propoſé. J'entens fort bien tout ſon calculus differentialis, nonobſtant les fautes d'impreſſion, qui ſont en ſi grand nombre qu'on les croiroit faites à deſſein: mais c'eſt que je n'ai etudié ce qu'il en a écrit que depuis que j'ai eu d'ailleurs les memes choſes. Je puis comme lui trouver la tangente quand l'Equation de la courbe eſt propoſée avec des incommenſurables auſſi complexes que l'on veut. Je retrouve en une infinité de cas l'Equation de la courbe lorſque la proprieté des tangentes eſt donnée avec des incommenſurables complexes. L'eſſai de ma

---

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 124.
[2]) Fatio n'a pas accompli ce dessein. La deuxième édition ne parut qu'en 1713, rédigée par les soins de R. Cotes.

methode a fort bien reuſſi pour la ſoutangente que Vous me marquez $\frac{yy\sqrt{aa-xx}}{ax}$, ſans avoir recours à aucune quadrature [2]). Mais il eſt vrai comme le dit Monſieur Leibnitz qu'il y a pluſieurs manieres de reſoudre ce probleme. Il me paroit par tout ce que j'ai pû voir juſques ici, en quoi je comprens des papiers ecrits depuis bien des années, que Monſieur Newton eſt ſans difficulté le premier Auteur du calculus differentialis, et qu'il le connoiſſoit autant ou plus parfaitement que Monſieur Leibnitz ne le connoit encore, avant que ce dernier n'en eut eu ſeulement la penſée, qui même ne lui eſt venue à ce qu'il ſemble qu'à l'occaſion de ce que Monſieur Newton lui ecrivit ſur ce ſujet. (Voiez Monſieur s'il Vous plait la page 253 du livre de Monſieur Newton [3])). Auſſi je ne puis aſſez m'étonner que Mr. Leibnitz n'en marque rien dans les Acta Lipſienſia. Les dernieres ouvertures que j'ai eues ſur cette matiere me ſont venues de deux mots [f]) ſeulement que m'a dits Mr. Newton; et j'ai été ſurpris qu'aiant été juſque là ſi prez d'avoir les mêmes choſes elles euſſent pû echapper pendant ſi longtemps à ma connoiſſance. J'ai Monſieur retiré l'Exemplaire de votre Traitté de la Lumiere, que Vous deſtinez à Monſieur Bernard [4]), et je chercherai les moiens de le lui faire tenir. Monſieur de Zulichem m'a dit que Vous ſouhaittiez d'avoir le petit Traitté de Monſieur Craige [5]). Il eſt fort peu exact et trez mal imprimé et l'on y trouve des raiſonnemens tout à fait faux. Mais j'ai offert Monſieur à Monſieur de Zulichem de redreſſer l'exemplaire qu'il Vous envoiera conformement aux corrections que j'ai faites au mien. Ce traitté Vous deviendra par là fort facile et dans cet état, quoi qu'il eut beſoin d'etre corrigé de nouveau pour le purger d'une infinité de fautes moins eſſentielles,

---

[3]) Cette page et la suivante contiennent le Scholium que voici:

„In literis quae mihi cum Geometra peritissimo G. G. Leibnitio annis abhinc decem intercedebant, cum significarem me compotem esse methodi determinandi Maximas & Minimas, ducendi Tangentes, similia peragendi, quae in terminis surdis aeque ac in rationalibus procederet, & literis transpositis hanc sententiam involventibus (Data aequatione quotcunq; fluentes quantitates involvente, fluxiones invenire, & vice versa) eandem celarem rescripsit vir Clarissimus se quoq; in ejusmodi methodum incidisse, & methodum suam communicavit a mea vix abludentem praeterquam in verborum & notarum formulis. Utriusq; fundamentum continetur hoc Lemmate."

Le Lemma cité est le fameux Lemma II de la Pars secunda, dans lequel est exposé le principe de la méthode des Fluxions, en l'appliquant à la différentiation de la forme $x^m y^n$.

Remarquons, à cette occasion, que nous aurions cru dépasser les limites que nous devons observer dans la rédaction de ces notes en traitant, à propos de ces remarques de Fatio et de quelques autres que l'on rencontrera dans la suite de cette correspondance, la question de priorité surgie entre Newton et Leibniz.

[4]) Constantyn Huygens, frère, nota dans son journal, sous la date du 26 décembre 1691: „Dans l'après-midi Fatio d'Ullier vint chez moi chercher un livre de frère Christiaan pour le Dr. Bernart".

[5]) Voir la note 3 de la Lettre N°. 2725.

il pourra paſſer pour un aſſez bon livre. Vous ne me dites rien Monſieur de la derniere experience de vos pendules ſur mer [g]). Monſieur Hampden vous aſſure de ſes reſpects. Ma ſanté n'eſt guere établie et mes etudes ſouffrent beaucoup de ce côté là. Je n'ai pas laiſſé neanmoins de trouver depuis un mois ces mêmes choſes qui ſont écrites ſans demonſtration dans les chapitres 85 et 91 de l'Algebra de Mr. Wallis [6]). Je fis ma recherche ſans voir le livre, et enſuite j'en comparai le reſultat avec ce que Monſieur Wallis a imprimé et je ne trouvai aucune difference que dans le choix des lettres que nous emploions. Comme ma demonſtration eſt extremement courte et qu'elle regarde une doctrine fort generale ſur un ſujet plein de difficultez et qui neanmoins eſt tout à fait utile, peut etre meriteroit elle d'etre imprimée. Nous n'avons point encore vû le journal de Monſieur de Bauval où vous avez fait mettre quelque choſe qui regarde la Muſique. Le catalogue des Errata du livre de Mr. Newton groſſit ſenſiblement entre mes mains [h]) à meſure que j'avance dans la lecture que je fai de ce livre et qui eſt tout à fait rigoureuſe et ſevere. Je ſuis du meilleur de mon coeur.

MONSIEUR

Votre trez humble et trez obeiſſant ſeruiteur
N. FATIO DE DUILLIERS.

A Londres ce $\frac{18}{28}$ xbre 1691.

---

[a]) Mr. Newton ſeroit heureux [Chriſtiaan Huygens].
[b]) n'y adjoutez pas tant [Chriſtiaan Huygens].
[c]) Pluſieurs in-4°. [Chriſtiaan Huygens].
[d]) 200 Exemplaires ſuffiront [Chriſtiaan Huygens].
[e]) cela vaut donc mieux que ce que promet Mr. Leibnitz [Chriſtiaan Huygens].
[f]) je ſerois bien aiſe de ſcavoir ces deux mots [Chriſtiaan Huygens].
[g]) il faudra attendre un an encore [Chriſtiaan Huygens] [7]).
[h]) envoier ma correction [Chriſtiaan Huygens] [8]).

---

[6]) Il s'agit de l'ouvrage cité dans la note 3 de la Lettre N°. 2660, dont le chapitre 85, intitulé „Another Method of Approximation, by Mr. Isaac Newton", et le chapitre 91: „The Doctrine of Infinite Series, further prosecuted by Mr. Newton", traitent du développement en série de l'expression $(a \pm b)^m$ pour les valeurs fractionnaires, positives et négatives de m, et de l'application de ce développement à la quadrature du cercle et à celle de l'hyperbole équilatère.
[7]) Voir, sur la cause de ce retard, la Lettre N°. 2719.
[8]) En haut de la page 2 de la lettre, Huygens nota encore: Newton. Wallis Arithm.

N° 2724.

CHRISTIAAN HUYGENS à ? [1]).

[1691].

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Je vous envoie mes reflexions fur ce qui a paru touchant le Probleme de la Chainette tant pour fatisfaire a voftre curiofitè que pour l'inftruction de ceux a qui vous voudrez en faire part. Nous eftions obligez en quelque façon Mr. Leibniz, Mr. Bernoully et moy de donner les demonftrations des chofes que nous avons publiées [2]) touchant cette Ligne, mais nous ferons encore plus pour l'utilitè des geometres fi nous decouvrons les voies qui nous ont conduit a ces decouvertes.

J'avois penfè m'en pouvoir remettre à l'un ou l'autre de ces [Meffieurs] que je viens de nommer, et qui ont fi bien reuffi a cette recherche. Mais aiant appris que nous avons tenu des chemins differens, tant par ce que j'ay pu juger par quelques Lettres de Mr. Leibnitz [3]), que de quelqu'endroit des decouvertes de Mr. Bernoully publiées dans les Acta de Leipfic [4]), j'ay creu que le public pourroit tirer des inftructions de chacune de nos 3 methodes [5]). Il eft vray, et on le voit par nos folutions qui font dans les Acta de Leipfich du mois de Juin de cette année, que Mr. Leibnitz et Bernouilly ont decouvert des proprietez tres belles de cette Ligne, qui me font echappees et les quelles peut eftre je n'aurois pas trouvees quand je les aurois cherchees. Toutefois je puis dire avec veritè que je ne m'y fuis point attachè, croiant avoir defia plus fait qu'on n'avoit requis, puis que propofant le Probleme on n'avoit rien fpecifiè, mais feulement demandè quelle ligne eftoit celle que fait une chorde tres flexible ou une chaine fufpendue par les 2 bouts [6]) de forte que je marquay feulement les proprietez qui fe prefenterent dans la fuite de mon raifonnement, fans m'ecarter a pourfuivre d'autres dans l'incertitude de rien rencontrer qui me paiaft de ma peine.

Il ne m'a pas eftè difficile pourtant, apres avoir vu les productions de ces 2 Meffieurs d'imaginer des moiens pour parvenir a ces mefmes veritez [6]) horfmis dans

[1]) Nous supposons que Huygens a commencé ce mémoire, que nous avons emprunté aux pages 128 verso jusqu'à 129 verso du livre G des Adversaria, pour quelque journal, probablement pour l'„Histoire des Ouvrages des Savans" de Basnage de Beauval, où il est revenu plus tard sur le problème de la chaînette. Voir la note 2 de la pièce N°. 2694.

[2]) En juin 1691. Voir la pièce N°. 2681, note 1.

[3]) Voir les Lettres Nos. 2627, 2659, 2664, 2688 et 2699.

[4]) Voir, sur l'endroit en question, la Lettre N°. 2695, à la page 140 de ce volume.

[5]) Ici suit la phrase, biffée par Huygens: et que la mienne ne s'éloignant pas de l'ufage de l'évidence de la géométrie ordinaire il y aurait d'autant plus de ceux qui la cultivent qui la verraient avec plaifir.

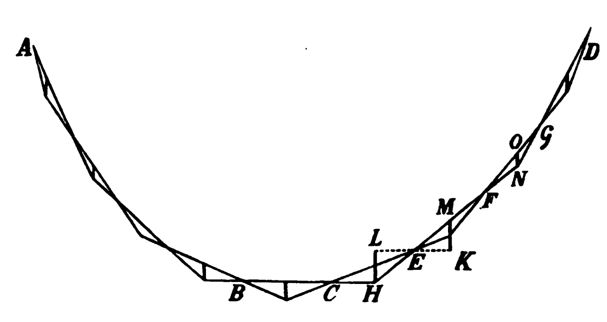
[6]) Voir la pièce N°. 2694.

une (que je defigneray dans la fuite) qui m'a tenu affez longtemps [7]) devant qu'y pouvoir reuffir, et que Mr. Leibnitz juge comme moy la plus confiderable dans toute cette recherche [8]). C'eft icy que je verray avec un fingulier plaifir comment fon excellent calcul differentiel l'a conduit a la conftruction qu'il a donnée, et fi Mr. Bernouilly s'en eft pareillement fervi pour la fiene ou s'il y a eu du bonheur a fa decouverte [9]) comme cela arrive fort fouvent. Cependant eftant incertain des differentes routes par les quelles ils font allez, et voiant que celles que je me fuis imaginees menent avec facilitè aux demonftrations des chofes trouvees et que leur utilitè pourra s'etendre ailleurs j'ay voulu les expofer icy efperant que ces 2 fcavants geometres en uferont de mefme a mon exemple.

On doit fcavoir bon grè a Mr. Bernouilly d'avoir penfè a ce probleme de la Chainette [10]) qui eft beau en ce qu'il a pour objet une ligne courbe des plus expofées a nos yeux, et qui eft une de celles que la nature femble tracer elle mefme. Car il me femble qu'on s'occupe beaucoup plus agreablement a rechercher la nature de ces fortes de lignes que de celles qu'on forge et compofe expres pour en trouver enfuite les diverfes proprietez. Et j'ay remarquè que ces lignes naturelles ont tousjours grand nombre de ces proprietez comme par exemple le cercle, les fections coniques, et entre elles la parabole, qui fe forme par le jet de corps pefants, la Cycloide qui fe decrit par chaque clou d'une roue, et les Epicycloides. Il femble que de telles lignes qui fe prefentent fouvent a noftre vue reprochent leur ignorance au geometres. Et cependant depuis tant de fiecles que cette fcience eft au monde cette courbe de la Chaine eft de celles que perfonne jufqu'a cet heure ne s'eft avifè de foumettre a l'Examen fi ce n'eft peut eftre qu'elle a eftè tentée et que le mauvais fucces foit demeurè dans l'obfcuritè. On fcait que Galilée confidera cette courbure comme fi c'eftoit une parabole [11]) mais a tort, comme je l'ay demontrè autrefois eftant fort jeune [12]), lors que je trouvay en mefme temps la prefion qui tendoit une chorde felon la ligne parabolique, la quelle demonftration je fis veoir a Mr. des Cartes [13]), et la communiquay au Pere Merfenne [14]). Mais tout cela eftoit peu de chofe en comparaifon de l'entreprife de la Chainette et l'on peut juger aucunement de fa difficultè, par le peu de folutions qui font venues, quoyque

[7]) Jusqu'au 1er septembre 1691, comme il résulte de la Lettre N°. 2695, note 3.
[8]) Voir la Lettre N°. 2699.
[9]) Au-dessus de la ligne Huygens a écrit, comme variante qu'il semble préférer: s'il y eft parvenu par une remarque particuliere.
[10]) Voir la note 2 de la pièce N°. 2491.
[11]) Voir la note 1 de la Lettre N°. 17.
[12]) A l'âge de 17 ans. Voir la fin de la Lettre N°. 14.
[13]) Par l'intermédiaire de van Schooten. Consultez la Lettre N°. 9.
[14]) Voir la Lettre N°. 14, la Lettre N°. 20 et les pièces Nos. 21 et 22 ou, mieux encore, la pièce publiée par Uylenbroek dans les Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae. Fasc. II, pp. 31—36, que nous publierons parmi les „Ouvrages inédits".

le Probleme ait eftè propofè publiquement par l'efpace de... mois [15]). On ne fcait pas bien d'abord par où entamer cette courbe par ce qu'il n'y a ni mouvement, ainfi qu'en d'autres courbes, qui ferve a la former, ni corps folide dont la coupe la produife, ni aequation analytique qui en exprime la nature, car c'eft cela mefme qu'il faut chercher s'il y en peut avoir. Pour moy je ne concois point qu'il y ait d'autre ouverture que celle qu'on va voir dans cette Expofition.



Je me fuis figurè une chaine ABCD compofée de petits grains ayant leur pefanteurs egales et enfilez avec des feparations egales a un fil fans pefanteur ou infiniment leger. de ces entredeux qui font des lignes droites je fuppofois la plus baffe BC eftre horizontale.

Je fcavois en confiderant quelques 3 de ces interftices qui fuffent de fuite, quand mefme ils feraient inegaux, que les 2 exterieures eftant prolongez fe devoient rencontrer dans la perp.e qui defcend du point qui divife egalement l'interftice du milieu ainfi dans les trois BC, CE, EF, les deux BC, EF fe rencontrent au point H qui eft dans la perpendre LH, qui vient du point L, ou CE fe divife egalement.

C'eft le Theoreme de Stevin [16]), du quel j'ay des demonftrations meilleures [17]) qu'on n'en a donnees jufqu'icy, mais je ne m'y arrefteray pas maintenant. Que fi l'on fuppofe une chaine compofée de petites verges de poids et longueur egale elles prendront la mefme fituation que les entredeux de fil de la precedente, comme il eft aifé de voir en s'imaginant que la pefanteur de chaque vergette fe foit retiree egalement vers fes 2 bouts [18]).

*) Mérite de la ligne. Methode de Leibnitz [Chriftiaan Huygens].

[15]) Le problème fut proposé par Jacques Bernoulli dans les „Acta" de mai 1690. Dans le numéro de juillet Leibniz annonça qu'il avait trouvé la solution et qu'il la publierait si „ante anni exitum nemo solutionem a se repertum esse significabit".

[16]) On rencontre ce théorème à la page 57 des „Beginselen der Weeghconst", l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 5, note 12. Girard, dans l'ouvrage cité dans la note 14 de la Lettre N°. 2709, au premier Livre du quatrième volume, l'a traduit comme il suit: „Theoreme XVI, Proposition XXV. Si une colomne est suspendue par deux lignes non parallèles icelles producictes se rencontreront dans la perpendicle de gravité de la colomne".

[17]) Voir, pour la démonstration du cas spécial, où il s'agit de deux poids égaux, attachés à la corde, la pièce N°. 22. Une démonstration du cas général, fondée sur le principe que le centre de gravité ne peut pas monter sous l'action de la gravité seule, se trouve à la page 9 recto du livre G des Adversaria. Elle date probablement de décembre 1688.

[18]) La pièce est restée inachevée, mais on peut consulter, sur ce qui aurait pu suivre, l'article cité dans la note 2 de la pièce 2694.

N° 2725.

CONSTANTYN HUYGENS, frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

1er JANVIER 1692.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.

Londres, ce 1r Janv. 1691[1]).

Suivant ce que vous aviez fouhaité, j'ay remis a Mr. Fatio voftre Traitté de la Lumiere, pour le donner a Mr. Bernard[2]). Il me fut voir il y a 4 ou 5 jours. Noftre difcours fut interrompu, fans cela je luy aurois demandé quelque chofe de l'eftat de fes affaires, et ce qu'il avoit deffein de faire de fa perfonne. Il me dit qu'il eftoit d'intention de publier une feconde edition du livre de Mr. Newton, et d'y adjoûter l'eclairciffement des paffages obfcurs et difficiles defquels vous fcavez qu'il y a bon nombre.

Je tafcheray de deterrer le petit livre de Mr. Craigue[3]) et vous l'envoyeray a la

---

[1]) Lisez: 1692.

[2]) Voir la Lettre N°. 2723, à la page 214.

[3]) John Craig, écossais. Il s'appliqua aux mathématiques et s'établit à Cambridge, où il devint l'ami de Newton. En 1685 il publia l'ouvrage:

Methodus figurarum lineis rectis & curvis comprehensarum quadraturas determinandi. Authore Johanne Craige. Londini Impensis Mozis Pitt., ad insigne Angeli in Coemeterio D. Paulo, MDCLXXXV. in-4°.

Dans les Acta Eruditorum du mois de mars 1686, p. 169, von Tschirnhaus, se voyant attaqué par Craig, a donné une critique étendue de ce livre.

Cantor, dans ses „Vorlesungen über Geschichte der Mathematik" (ed. 1901) Dritter Band, p. 195, cite l'ouvrage de Craig comme une preuve de l'avidité avec laquelle on accueillit en Angleterre la première exposition, que Leibniz publia dans les Acta d'octobre 1684 (voir la Lettre N°. 2205, note 5), de l'algorithme de son calcul différentiel.

D'après le témoignage de Craig, Newton a lu son ouvrage avant l'impression, et a contribué à la critique dirigée contre von Tschirnhaus. C'est ce qui résulte de la Praefatio ad Lectorem de son ouvrage intitulé:

De calculo Fluentium Libri duo. Quibus subjunguntur Libri duo de Optica analytica. Authore Johanne Craig. Londini: Ex officina Pearsoniana. MDCCXVIII. in-4°.

où il dit: „Habes hic B. L. quae multos ante annos de calculo fluentium sum meditatus, & cujus prima Elementa, cum Juvenis essem, circa Annum 1685 excogitavi: Quo tempore *Cantabrigiae* commoratus D. *Newtonum* rogavi, ut eadem, prius quam prælo committerentur, perlegere dignaretur: Quodq; Ille pro summa sua humanitate fecit: Nec-non ut Objectiones in Schedulis meis contra D. D. T. allatas corroboraret, duarum Figurarum Quadraturas mihi obtulit; erant autem harum curvarum Aequationes $m^2y^2 = x^4 + a^2x^2$ & $my^2 = x^3 + ax^2$".

En 1699 Craig publia „Theologiae Christianae Principia Mathematica". Dans cet ouvrage

premiere occafion. Fatio en parle comme contenant de bonnes chofes, mais rangées en mauvois ordre.

Il me tarde de fcavoir ce que vous avez appris de vos Pendules par les derniers vaiffeaux venus des Indes [4]). Quelques curieux icy m'en ont demandé des nouvelles.

Je n'ay pas encor donné mon verre de 120 a la Societé icy [5]). D.r Stanley devoit le leur mettre entre lès mains, mais depuis noftre retour de Hollande je ne l'ay veu qu'une fois icy comme il eft tousjours plein d'affaires ou voudroit bien qu'on le cruft qu'il l'eft. Il m'a propofe une fois ou deux d'aller a un repas Philofophique ou 8 à 9 membres de lad.te Societé vont une fois ou deux chafque mois, et ou Sr. Robert Southwell [6]) prefentement Prefident devoit fe trouver auffi. Mais n'ayant pas bien eu le temps pour aller chercher mon difner fi loing, je n'y ay pas efté. Mais nous fommes convenus que demain au matin Stanley viendra me trouver chez moy avec m.r Hoock, et alors je verray fi je leur remettray le verre, en apprenant comment ils pretendent s'en fervir, et ou ils pretendent de planter le maft. Je ne voy pas qu'ils ayent un autre endroit pour cela que la place carrée qui eft dans Grefham College. Demain j'en fçauray d'avantage.

Par l'ordinaire arrivé ce foir, j'ay appris que nous avons gaigné noftre proces contre Schoock [7]) et que ceux de la Cour ont trouvé que le quart des Ecritures qu'on a faites de noftre part auroit pû fuffire.

Tien [8]) a efcrit a ma femme touchant la permiffion que vous luy aviez demandee de pouvoir vous fervir quelque fois de fes chevaux durant fon abfence. Elle eft encore contente que cela fe faffe ainfi; mais comme ce font des chevaux de prix

---

il s'efforce de déterminer par le calcul mathématique le degré de probabilité que l'on peut accorder à la base de la foi chrétienne. En partant du principe que le degré d'évidence d'un fait historique est variable avec le temps et inversement proportionel au carré des distances, il conclut que, de son temps, l'évidence de l'histoire du Christ équivalait au témoignage d'une personne qui l'aurait apprise de 28 disciples, mais que, en l'an 3150 de l'ère Chrétienne, elle sera devenue insensible, de sorte que, d'après St. Luc. XVIII, 8, vers cette époque le Christ devra apparaître de nouveau pour accomplir le dernier jugement.

Craig jouit de la protection de l'évêque Burnet, qui le gratifia de la prébende de Durnford dans la cathédrale de Salisbury. Il mourut le 11 octobre 1731 à Londres.

[4]) Voir la Lettre N°. 2719.

[5]) Voir la Lettre N°. 2729, note 5.

[6]) Sir Robert Southwell, né en 1635. Il occupa successivement plusieurs charges importantes dans la marine et la diplomatie anglaises, et accompagna le roi William III dans l'expédition en Irlande. Il fut créé Président de la Société Royale le 1er décembre 1690, et mourut à King's Weston le 11 septembre 1702. On trouve de lui quelques articles dans les Philosophical Transactions.

[7]) Voir la Lettre N°. 2631.

[8]) Constantyn, le fils unique de Constantyn Huygens, frère.

et dont on luy a offert 850 livres elle fera bien aife que cela fe faffe avec de la precaution et que lon ne les laiffe point devant les maifons dans la neige et dans la pluye. Pour ce qui eft de la calefche qui eft a la Haye, et qui a coufté au de la de 400 francs à la raccommoder elle fouhaitte de la garder pour fon retour, l'ayant toujours menagée elle mefme quand il ne faifoit pas beau et fe fervant de fon caroffe à deux fonds, comme vous pourrez faire auffi, ou bien faire mettre les chevaux devant quelque calefche de louage qui fe trouvent tousjours à la Haye et de toute forte.

Le Roy parle tousjours d'eftre en Hollande a la fin du mois prochain pour aller de bonne heure en campagne cette année, que je vous fouhaitte tres heureufe.

Mijn Heer
Mijn Heer Huygens
Heere van Zeelhem ten huyfe van
Hr. van Zuylichem
Haghe.

N° 2726.

Christiaan Huygens à G. W. Leibniz.

1er janvier 1692.

La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.
La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]) et C. I. Gerhardt[2]).
Elle fait suite au No. 2709.
Leibniz y répondit par le No. 2727.

A la Haye ce 1er janvier 1692.

Monsieur

Vous aurez receu fans doute ma lettre du 16 novembre, puifque Mr. Meyer m'a mandè qu'elle avoit paffée par fes mains [3]). J'ay attendu jufqu'icy voftre ref-

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 109. La minute publiée par Uylenbroek ne diffère pas notablement de la lettre elle-même; nous indiquerons quelques variantes dans les notes.

[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 113 et Briefwechsel, p. 674.

[3]) Voir la Lettre N°. 2712.

ponſe, mais ſongeant que vous attendez peut-eſtre ce que j'auray à dire touchant voſtre Eſcrit[4]), qu'il m'a envoiè, je ne veux pas laiſſer une plus longue interruption à noſtre correſpondance dont je tire du plaiſir et de l'avantage. Vous ſcaurez donc touchant cet Eſcrit que j'ay eu de la peine d'abord à l'entendre, eſtant encore peu accoutumé à voſtre maniere de calcul et ne demeſlant pas aſſez bien les conſtructions qui reſultent de vos ſolutions. Pourtant y eſtant retournè[5]) avec plus de loiſir j'en ſuis venu à bout[6]). Mais qu'ay je trouvè? J'ay vu qu'en reduiſant le Probleme renverſè des Tangentes aux quadratures, voſtre methode ne me donnoit pas ce que j'en eſperois d'avantage, qui eſtoit de m'en pouvoir ſervir pour trouver les quadratures. Je ſcavois fort bien celle de la Courbe que vous expliquez et demonſtrez, et comment par là on pouvoit conſtruire la courbe dont la ſoutangente eſt $yy\sqrt{aa-xx} : ax$[7]), mais je croiois que par voſtre methode on trouveroit cette courbe independamment, et par elle la quadrature de l'autre, ce qui n'eſt point. J'ay vu de plus, en eſſaiant voſtre methode ſur pluſieurs courbes connues[8]), feignant qu'elles ne le fuſſent point, mais ſeulement les proprietez de leurs tangentes, que tousjours j'eſtois reduit à des quadratures impoſſibles, comme de

---

4) Il s'agit de la pièce N°. 2713.

5) Le 19 décembre 1691, date qu'on trouve en tête de la page 8 (pagination de Huygens) du livre H des Adversaria, où commence l'examen de la méthode de Leibniz.

6) La minute a: „J'ay enfin compris le tout".

7) Voir la Lettre N°. 2721.

8) On rencontre ces essais aux pages 10—12 du livre H des Adversaria. Outre les courbes dont il est question dans la suite, Huygens y examine encore la soustangente $y\frac{dx}{dy} = 2x$ de la parabole. Ici la méthode de Leibniz mène à l'équation $\int\frac{dx}{2x} = \int\frac{dy}{y}$, c'est-à-dire à la comparaison de deux aires hyperboliques. Huygens dessine les deux hyperboles, en déduit la construction de la courbe cherchée; et il ajoute: „Curva quaesita ACP est parabola, sed quis hoc ex haec constructione cognesceret". Toutefois il parvient ensuite à démontrer, à l'aide de propriétés bien connues de l'hyperbole, que la courbe qui résulte de cette construction est en effet une parabole; mais il est clair que la voie suivie devait lui sembler bien compliquée en la comparant à celle indiquée par la méthode de Fatio, qu'il avait appliquée au même problème à la page 109 recto du livre G. En effet, d'après cette méthode, mentionnée entre autres dans la note 17 de la Lettre N°. 2660, on n'avait qu'à multiplier l'équation $ydx-2xdy=0$ (ou $yz=2xu$, comme Huygens l'écrivit) par le „transformateur" y^{-3} pour obtenir le „terme générateur" commun xy^{-2}, après quoi il remarque „quia autem solus terminus generator $\frac{x}{yy}$ invenitur, qui non potest efficere equationem curvae, oportet quantitatem aliquam cognitam quae easdem dimensiones habeat ab ipso substrahere; atque ita facere $\frac{x}{yy} - \frac{1}{a} = 0$ unde $ax - yy = 0$, aequatio parabolae".

l'Hyperbole, du Cercle et autres, au lieu que par la methode de Mr. Fatio l'on trouve l'equation de la ligne cherchée ſans aucune neceſſité d'en quadrer d'autres. Vous n'enſeignez donc pas à diſcerner ſi la ligne cherchée eſt geometrique ou non, et s'il faut ces quadratures de l'Hyperbole et autres pour la conſtruire. Par exemple, ſi la ſoutangente eſt $\frac{aax}{aa+yy}$ [9]), la conſtruction de la courbe cherchée ſe reduit par voſtre methode à la quadrature de l'Hyperbole et à celle de la courbe $z \infty \frac{a^4}{y^3+aay}$ [10]). Et de meſme ſi la ſoutangente eſt $\frac{bx+xx}{2b+x}$ [11]), vous viendrez derechef à la quadrature de l'Hyperbole et à celle d'une autre courbe, au lieu que Mr. Fatio n'a beſoin d'aucune. On ne tient donc rien par voſtre methode, ſi on ne ſcait trouver les quadratures quand elles ſont poſſibles, et

---

[9]) Il s'agit de la soustangente déguisée de la courbe $aaxx+xxyy-aayy=0$, que nous avons rencontrée plusieurs fois dans cette correspondance. (Voir les pièces Nos. 2624 et 2625, note 20, N°. 2669 § II, N°. 2672 et 2673). En effet, l'équation différentielle $y^3dx+aaydx-aaxdy=0$, à laquelle on arrive, avait été intégrée à la page 101 verso du livre G, à l'aide de la méthode de Fatio. A cet effet, elle avait été multipliée par y^{-3} pour rendre „pur" le premier terme qui n'avait pas de terme „correspondant", et ensuite par le „transformateur" x. De cette manière fut obtenue l'équation transformée $xdx+aaxy^{-2}dx-aaxxy^{-3}dy=0$, sur laquelle Huygens remarque: „Le terme générateur sera $\frac{1}{2}\frac{aaxx}{yy}$ et l'autre $\frac{1}{2}xx$, et l'équation de la courbe sera $\frac{1}{2}\frac{aaxx}{yy}+$ $+\frac{1}{2}xx-\frac{1}{2}aa=0$ ou bien $aaxx+xxyy-aayy=0$ estant reduite. Au lieu de $-\frac{1}{2}aa$ on pouvait mettre $-\frac{1}{2}ab$ ou $-\frac{1}{2}bb$ et on aurait trouvé toujours la soustangente comme elle a esté proposée. Mais il faut que ce terme connu soit ajouté et cela avec le signe — parce que les 2 autres termes ont +"; et il ajoute encore en marge: „Il valait mieux de mettre $-bb$ au lieu de $-\frac{1}{2}aa$. Et dire que supposant $-bb$ égal à $-\frac{1}{2}aa$, on venait à l'Equation reduite comme elle est icy".

[10]) La minute ajoute: „Comment scauroy-je que celle que je cherche est une ligne géométrique".

[11]) L'équation $2bydx+xydx-bxdy-xxdy=0$, amenée par cette valeur de la soustangente, avait été intégrée à la page 111 du livre G à l'aide du transformateur x^{-3}, obtenu, comme toujours, par une application systématique de la méthode de Fatio, telle qu'elle est décrite dans la lettre à de l'Hospital du 23 juillet 1693. En effet, par la multiplication avec ce transformateur on obtient l'équation $2byx^{-3}dx+x^{-2}ydx-bx^{-2}dy-x^{-1}dy=0$, qui donne, „adjungendus terminus aliquis cognitus totidem dimensionum, ut $\frac{b}{a}$", l'équation génératrice $-byx^{-2}-yx^{-1}+\frac{b}{a}=0$, c'est à dire l'équation de l'hyperbole: $-by-xy+\frac{b}{a}x^2=0$.

connoitre quand elles font impoffibles, en quoy je fcay par experience que vous avez quelque chofe de beau, et cela paroit, dans l'exemple que vous avez mis à la fin, où vous quadrez la courbe $aaxx + xxyy - aayy \infty 0$. Je l'avois auffi trouvée, comme j'ay dit, mais c'avoit eftè par rencontre, et mefme par cette quadrature que je donnay à Mr. Fatio, il trouva l'equation de la courbe à qui elle convenoit [12]).

Confiderant tout ce que je viens de dire, et voiant de plus, Monfieur, que vous appellez cette methode qui reduit aux quadratures la meilleure des voftres pour ce probleme, il m'eft aifè de conclure que vous ne m'en avez envoiè qu'une petite partie, vous refervant d'y joindre par apres le refte, et qui fait prefque le tout. Si je pouvois en faire de mefme en ce qui eft de la methode de Mr. Fatio, je vous imiterois, mais elle eft telle que vous decouvrant une partie, ce feroit vous apprendre tout. Refolvez vous donc je vous prie à m'envoier cette principale partie, a fin que Mr. Fatio ne puiffe pas [13]) me reprocher d'avoir trocqué *χρύσεα χάλκείων*, car vous voiez bien apres tout que je ne fuis pas feul maitre de la chofe.

En eftudiant les exemples que vous donnez de voftre reduction, je me fuis rendu voftre maniere de calcul un peu plus familiere qu'elle ne m'eftoit, et je la trouve excellente pour reprefenter avec facilitè et clartè ces *fummas minimorum*, qui fervent en beaucoup d'occafions. Mais je ne vois pas encore en confiderant voftre equation de la Cycloide, de quel fecours elle feroit pour en deduire *omnia circa Cycloidem inventa*, comme vous dites. Car quand ce ne feroit que pour trouver l'efpace compris de cette ligne et fa bafe, ne faudroit il pas emploier à peu pres les mefmes biais dont on s'eft fervi pour cette dimenfion. Et s'il faloit trouver le centre de gravitè de la demie Cycloide, voftre calcul vous y meneroit il fans ces profondes fpeculations de Mr. Pafcal [14]) ou Wallis [15])? Vos expreffions pourroient eftre plus courtes, mais pour l'invention je crois qu'il faudroit paffer à peu pres par les mefmes chemins. Si cela eft autrement, vous me ferez plaifir de me detromper, afin que j'aye toute la bonne opinion de voftre *calculus differentialis* qu'il merite.

Si vous lifez l'Hiftoire des ouvrages des Scavants qu'on publie icy de 3 en 3 mois, vous y trouverez quelque chofe de moy en matiere de Mufique [16]) et qui regarde

---

[12]) Consultez les Lettres N°. 2672 et 2673.

[13]) La minute donne: „*n'ait pas à*".

[14]) Voir, sur le problème en question, la pièce N°. 494. La solution de Pascal parut dans l'ouvrage cité dans la note 32, de la Lettre N°. 560, sous l'article *c. α*.

[15]) Voir l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 690, note 3.

[16]) Voir la pièce N°. 2705.

un nouveau fyfteme des Tons. Si Mrs. de Leipfich avoient envie de le mettre dans leurs Acta [17]), j'y pourray joindre quelques autres nouvelles confiderations.

Je vous fouhaite la nouvelle année heureufe et fuis etc.

N° 2727.

G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.

8 janvier 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]) et C. I. Gerhardt [2]).
Elle est la réponse aux Nos. 2709 et 2726.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2732.

A Hanover 29 Decembre Vieux Stile 1691.

Monsieur

Vous jugés bien que la lecture de vôtre lettre me devoit furprendre, auffi n'y manquait-elle pas. Neantmoins je m'avifay qu'il eft plus commode de rire de la malice de quelque efprit malin [a]), qui nous veut donner tousjours de quoy contefter, que de s'en facher. Et puifque j'efpere, que vous n'aurés pas encor communiqué mon papier à Mr. Fatio, il nous eft aifé de fortir d'affaire. Vous et luy vous garderés fa methode, d'ou, excepté quelque canon ou abregé, que je pourray bien tirer moy mefme de ma regle generale, quand j'y voudray penfer, je ne croy pas de pouvoir apprendre beaucoup; et bien que je n'aye pas gardé la mienne, vous aurés la bonté de ne la point communiquer. Il eft vray que vous aurés l'avantage fur moy de garder l'une et l'autre; mais il n'y a pas grand mal, et je vous laiffe juger vous même, fi vous y avés appris quelque chofe qui merite que vous me faffiés quelque autre communication reciproque. Je ne crois pas d'en pouvoir ufer plus honnêtement, quelque fujet qu'un autre croiroit avoir de fe plaindre, j'aime mieux d'eftre creancier, que de donner fujet aux autres de fe plaindre de moy avec ou fans raifon. C'eft ce qui fait que je ne fuis pas trop faché de n'avoir pas receu l'écrit de Mons. Facio en échange du mien. Vous m'auriés fait un procès, pour m'obliger à donner d'avantage, maintenant je fuis à couvert

[17]) Ce qui n'a pas eu lieu. Consultez encore la lettre de Huygens du 11 juillet 1692.

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 112.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 121, et Briefwechsel, p. 682.

de tout reproche. Et comme mon malheur n'eſt pas fort grand, il m'eſt aiſé de practiquer en cette rencontre les regles de Cardan de utilitate ex adverſis capienda [3]).

Je veux pourtant dire quelque choſe à vos raiſons. J'avois promis de vous donner la ſolution d'un certain probleme et vous me promiſtes en échange la ſolution d'un autre par la methode de M. Facio. J'ay ſatisfait à ma promeſſe, car je puis dire en verité, que pour le reſoudre, je n'eus beſoin que preciſement de ce que j'ay mis dans mon papier, car je reduiſis le probleme à une quadrature qui me paroiſſoit ſauter aux yeux, ſans avoir beſoin d'une methode particuliere pour les quadratures, je devois donc attendre quelque choſe de reciproque. Il eſt vray que cette methode eſt bornée, mais ne mandâtes vous pas, Monſieur, que celle de M. Facio l'eſt auſſi? Si on me donnoit un probleme du ſixieme degré à reſoudre, et que je l'euſſe reduit à une equation du cinquieme degré, qui fut diviſible en cette rencontre, on auroit tort de me demander une methode generale de donner les racines du cinquieme degré; parce qu'elles ne ſont pas tousjours diviſibles. Il me ſemble qu'on devroit ſe contenter de la Methode, que j'aurois donnée de reduire au cinquieme degré une infinité des cas du ſixieme. Si vous ou M. Facio avés déja ſçu avant mon papier cette methode de reduire aux quadratures tous les problemes que j'y enſeigne d'y reduire, j'avoue que Vous n'aurés rien appris de nouveau. Mais il me ſemble que vous ne dites pas cela. Et moy j'eſtime aſſés cette methode, ou cette vuë, pour quitter de bon coeur la penſée de la troquer contre celle de M. Facio. Si quelqu'un peut donner l'art de reduire tousjours la Converſe des Tangentes aux Quadratures il donnera ce que je ſouhaitte le plus en cette matiere, et je donneray volontiers en échange ma methode des quadratures. Quoyque j'aye une autre Methode qui reuſſit lors que la courbe, dont la proprieté des tangentes eſt donnée depend de la Geometrie ordinaire, j'aime pourtant mieux la voye des quadratures, parce qu'elle ſert tant pour les courbes tranſcendantes que pour les ordinaires. Je m'eſtonne que mes caracteres vous pouvoient encor paroiſtre difficiles puiſque Vous aviés déja compris les elemens de ce calcul [4]), que j'avois donné dans les Actes de Leipzig. Je m'etonne auſſi que vous avez crû d'apprendre de moy la Methode de trouver la courbe dont il s'agiſſoit independamment des quadratures, puiſque vous ſçaviés déja par mes precedentes, que j'aimois à me ſervir de la voye des quadratures [5]). Et puiſque vous aviés voulu vous charger de recevoir quelque choſe de la part de M. Fatio, j'avois droit de croire

[3]) Voir, sur Geronimo Cardano et ses Opera Omnia, les notes 30 et 31 de la Lettre N°. 1150. Il écrivit un Traité „De utilitate ex adversis capienda" en quatre livres, qui compte parmi les meilleurs de ses nombreux ouvrages.

[4]) Voir la Lettre N°. 2623.

[5]) Nous avons cherché en vain dans les lettres de Leibniz à Huygens une phrase de cette portée. Peut-être Leibniz a-t-il en vue des passages tels que celui que l'on rencontre dans la Lettre N°. 2659, à la page 13, où toutefois la méthode à laquelle il donne la préférence n'est pas spécifiée.

que Vous feriés autorifé de donner reciproquement. Et c'eft pour tout cela que cet échange par l'entremife d'un tiers auroit efté le plus raifonnable. Enfin vous dites que puifque je ne donne qu'une partie de ma methode, il n'eft pas jufte que je reçoive celle de M. Facio toute entiere. Mais je reponds, que cette partie de la mienne vaut peut-eftre bien la fienne toute entiere. Et c'eft affés qu'elle fuffit dans une infinité de rencontres et mêmes dans les tranfcendentes, ou la fienne et aucune autre donnée jufqu'icy n'avoit fervi. Pour ne pas dire, qu'encore la methode de M. Facio eft divifible en parties, puifque vous me mandâtes[6]) qu'a force d'y mediter depuis il l'avoit pouffée bien avant. Mais quelle qu'elle puiffe eftre, je defire que la mienne ne foit plus communiquée en échange.

Je me fouviens qu'autres fois lors que je confideray la cycloide, mon calcul me prefenta prefque fans meditation la plufpart des decouvertes qu'on a faites la deffus. Car ce que j'aime le plus dans ce calcul, c'eft qu'il nous donne le même avantage fur les anciens dans la Geometrie d'Archimede, que Viete et des Cartes nous ont donné dans la Geometrie d'Euclide ou d'Apollonius; en nous difpenfant de travailler avec l'imagination.

Je viens maintenant à vôtre precedente[7]), je crois bien que Vous avés vû [que][8]) le cercle qui fe decrit du point de la courbe evolue, et dont le rayon eft la moindre droite qu'on peut mener de ce point à la courbe decrite; mais peut-eftre n'aviés vous pas fongé d'abord à le confiderer comme la mefure de la courbure, et moy lorfque j'avois confideré le plus grand cercle qui touche la courbe interieurement comme la mefure de la courbure ou de l'angle de contact, je ne m'etois pas avifé de fonger aux evolutions. Je conçois fort bien que vôtre maniere de reduire la chainette à la quadrature de l'Hyperbole eft differente des noftres. Je tafcheray de publier un jour ma methode des reductions, qui eft generale intra certos limites. Je les ay déja franchis mais je n'ay pas encore eu le loifir de pouffer la chofe, et c'eft ce que je fouhaiterois de faire avant que de la publier.

Quand j'avois parlé de querelle, il me femble que mes paroles marquoient affés que je ne la mettois pas au nombre de celles qu'on prend à coeur, auffi l'appellay je (ce me femble) petite querelle.

Quand M. Bernoulli avoit envoié a Meffieurs de Leipzig, ce qu'il donnoit fur la loxodromie, il n'avoit pas encor vû ce que j'avois donné la deffus.

J'ay vû autres fois les Exercitations de Jacobus Gregorius, et peut-eftre que vous me les aviés monftrées vous même[9]). Mais il faut que je n'aye pas confideré

[6]) Voir la Lettre N°. 2677.

[7]) C'est-à-dire à la Lettre N°. 2709.

[8]) Biffez ce mot.

[9]) Pendant le premier séjour de Leibniz à Paris, sur lequel on peut consulter la Lettre N°. 1919, note 12. Remarquons que le livre de James Gregory se trouve déjà mentionné dans la Lettre N°. 1999, du 7 novembre 1674, par laquelle commence, dans notre publication, la correspondance de Leibniz et Huygens.

alors avec attention ce qu'il avoit dit de la loxodromie, car il ne m'en eſtoit reſté aucune idée. Il eſt ſeur qu'Albert Girard eſtoit un grand Geometre pour ſon temps; et il ſe peut qu'il ait remarqué quelque rapport entre les Logarithmes et les Loxodromies.

Quand même on a trouvé les regles parfaites, je ne laiſſe pas d'eſtimer les moins parfaites ſur des matieres difficiles, parce qu'elles peuvent ſervir en d'autres cas; c'eſt pourqnoy je trouve que vôtre methode pour la ſomme des ſecantes meriteroit encor d'être publiée avec ſa demonſtration.

La remarque du defaut des Tables de Snellius eſt conſiderable. J'avois mis autres fois dans mon traité de la Quadrature Arithmetique la quadrature de l'eſpace de la Logarithmique par la ſoutangente ou par le quarré de l'Hyperbole, qui en reſulte[10]). Mais ſuivant mon calcul il me ſemble que ce ſont des choſes qui s'entendent preſque d'elles mêmes. Car dans la Logarithmique eſt $dy = \frac{y}{a}\,dx$; donc les dx (elemens de l'abſciſſe x) eſtant conſtantes, les dy (elemens de l'ordonnée y) ſont proportionelles aux y, et par conſequent les y ſont en progreſſion geometrique lorſque les x ſont en progreſſion arithmetique. C'eſt à dire les x ſont les Logarithmes des y. Donc la courbe eſt la Logarithmique. Or cette même equation fait connoiſtre, que $dx = \frac{a\,dy}{y}$, ou $x = a\int\frac{dy}{y}$ ou $= a\int dy : y$, ce qui fait voir comment cette même Logarithmique depend encor de la quadrature de l'Hyperbole et comment ſa ſoutangente a ſe rapporte à cette hyperbole.

Quand je parle de la perfection de la Geometrie et de l'Arithmetique, je l'entends avec quelque latitude. Je crois qu'on pourroit parvenir à pouvoir donner tousjours la methode des ſolutions, ou à en demontrer l'impoſſibilité mais ce ne ſera pas toujours par les meilleures voyes. Par exemple il faudroit qu'on pût tousjours trouver s'il eſt poſſible de reſoudre les problemes ſemblables à ceux de Diophante en nombres rationaux, ou de donner des Quadratures par la Geometrie ordinaire. Et je croy que cela ſe peut tousjours. Mais quant au point de trouver les chemins les plus courts je croy que les hommes auront encor à chercher pour long temps. Je n'ay rien encor vû de M. Rolle, ſi non dans le Journal des Sçavans[11]). Je ſuis de vôtre ſentiment, qu'il faudroit ſuivre les projets de Verulamius ſur la phyſique en y joignant pourtant un certain art de deviner, car autrement on n'avancera gueres. Je m'etonnerois ſi M. Boyle qui a tant de belles experiences, ne ſeroit arrivé à quelque theorie ſur la Chymie, apres y avoir tant

10) Voir la Lettre N°. 2699, note 15.

11) L'ouvrage de Rolle, cité dans la Lettre N°. 2709, note 25, avait été annoncé dans le numéro du 18 juin 1691 du Journal des Sçavans parmi les „Livres nouvellement imprimez".

medité. Cependant dans ſes livres et pour toutes conſequences qu'il tire de ſes obſervations, il ne conclut que ce que nous ſçavons tous ſçavoir, que tout ſe fait mecaniquement. Il eſt peut-eſtre trop reſervé. Les hommes excellens nous doivent laiſſer juſqu'à leur conjectures, et ils ont tort, s'ils ne veuillent donner que des verités certaines. Cela ſoit encor dit à Vous même, Monſieur, qui avés ſans doute une infinité de belles penſées ſur la Phyſique. Il me tarde de voir dans l'Hiſtoire des ouvrages des Sçavans, ce que Vous y donnés ſur la Muſique; et je vous répond, que Meſſieurs de Leipzig ſeront ravis de mettre dans leur Actes ce que vous leur donnerés ſur quelque matiere que ce ſoit.

Il me ſemble que Mr. Bernoulli a des penſées un peu embaraſſées ſur le centre d'oſcillation, et je m'etonne qu'il ſe peut figurer que cette perte du mouvement, qu'il y trouve eſt employée ſur l'axe bien que cette perte doit avoir lieu quand on ſuppoſe l'axe abſolument inebranſlable, ou il ne patit point. Je ne crois pas qu'après ce que vous avés donné ſur cette matiere on ait beſoin de chercher d'autres demonſtrations. Qui eſt ce Mr. de l'Hoſpital dont parle M. Bernoulli?

Que dites vous Monſieur, d'un petit livre [12]) d'un nommé M. Eiſenſchmid [13]) de la figure de la terre il pretend prouver en comparant les differentes meſures de la terre données en des latitudes differentes (qu'il juge n'eſtre pas ſi fautives qu'on croyoit) que l'axe de la terre eſt le plus long diametre de la ſphaeroide, au lieu que, ſelon Vous [14]) et Mons. Neuton [15]), elle ſeroit plus enflée ſous l'equateur.

On m'a dit qu'un certain homme [16]) avoit propoſé les longitudes et que vous aviés eſté commis pour examiner ſa propoſition. Il me ſemble qu'on deuvroit ſurtout ſonger à pouſſer à bout ce qui ſe peut faire par vos horloges.

Je vous avois prié un jour [17]) de quelques obſervations ſur les couleurs, que Mr. Newton vous avoit communiquées. Au reſte je ſouhaitte que cette année vous ſoit heureuſe avec une longue ſuite d'autres. Je ſuis faché que Mr. Roberval

---

[12]) Jo. Gasp. Eisenschmidii Philosophi & Doctoris Medici, Diatribe de figura telluris Elliptico-spheroide. Unà exhibetur ejus magnitudo per singulas dimensiones consensu omnium observationum comprobata. Argentorati. 1691. In-8°.

[13]) Johannes Gaspar Eisenschmid, né à Strasbourg le 15 septembre 1656, s'appliqua aux mathématiques et à la médecine et voyagea en France et en Italie. Il mourut le 5 décembre 1712.

[14]) Voir la dernière page du „Discours de la Cause de la Pesanteur" et les pages 152—159 de l'„Addition" à ce Discours.

[15]) Voir les Prop. XVIII: „Axes Planetarum diametris quae ad easdem axes normaliter ducuntur minores esse" et XIX: „Invenire proportionem axis Planetae ad diametros eidem perpendiculares" du Livre III des „Principia".

[16]) Lieuwe Willemsz. Graaf. Voir les Lettres Nos. 2536 et 2538.

[17]) Leibniz l'avait fait dans la Lettre N°. 2628, d'octobre 1690, mais cette lettre ne fut jamais envoyée. Huygens avait mentionné les expériences en question dans sa lettre à Leibniz du 24 août 1690, notre N°. 2611.

a plus vecu que Mr. des Cartes [18]). C'eſt pourquoy vous devés ſonger Monſieur, combien il nous importe de vous garder. Je ſuis avec paſſion.

Monsieur

Voſtre tres humble et tres obeiſſant ſerviteur
Leibniz.

[a]) petit demon [Chriſtiaan Huygens].

N° 2728.

G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.

10 janvier 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]) et par C. I. Gerhardt [2]).
Elle fait suite au No. 2727.

Monsieur

Ma derniere vous aura eſté rendue, ou j'ay repondu aux voſtres; et je m'y rapporte; repetant les bons ſouhaits que j'ay faits.

Maintenant j'oſerois bien vous ſupplier de me faire la grace de faire tenir la cy-jointe à M. le Comte de Windiſchgraz Ambaſſadeur de l'Empereur, qui ſe trouve à la Haye.

J'ay fait ſcavoir à Meſſieurs de Leipzig que vous pourriés bien leur faire l'honneur de leur communiquer quelque choſe touchant la Muſique, pour eſtre mis dans leur journal [3]).

Je ſuis avec zele

Monsieur

Voſtre treſhumble et treſobeiſſant ſerviteur
Leibniz.

Hanover ce 31
de decembre vieux ſtyle 1691.

[18]) Roberval mourut en 1675 à l'âge de 73 ans, Descartes atteignit 53 ans et on attribua sa mort, en février 1650, à ce qu'il n'avait pas su suffisamment ménager sa santé dans le rude climat de la Suède.

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 118.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 126 et Briefwechsel, p. 686.
[3]) Voir la Lettre N°. 2726, note 17.

N° 2729.

CONSTANTYN HUYGENS, frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

18 JANVIER 1692.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.

Whitehall ce 18 de Janv. 1692.

J'ay receu la voſtre de l'11me [1]). A la recommandation de Fatio, j'ay eſté chercher et ay trouvé le petit Traitté de Craige [2]) dont j'ay pris un exemplaire pour vous et un autre pour moy. Ils ſeront relies aujourdhuy et je les mettray entre les mains dudit Fatio pour la fin que ſcavez [3]). Il demeure tousjours avec le jeune Hamdon [4]), qui eſt un grand Republicain, et connu pour tel, ce qui ne nous importe pas.

J'ay remis a Stanley et Hooke me venant voir enſemble le verre de 122 pieds avec les dependences [5]). La raiſon pourquoy je l'ay pluſtoſt mis entre les mains du dernier que celles d'un autre, eſt que je le crois le plus propre pour le mettre en uſage, comme il m'a promis d'avoir ſoin de faire et au pluſtoſt. Il s'imagine de pouvoir le faire par le moyen de trois poultres longues jointes en hault et ſouſtenant un maſt qu'il ne feroit pas neceſſaire de faire ſi long a beaucoup près que le noſtre. Je luy ay recommandé d'en prendre ſoin temoignant que nous ſerions bien aiſe de voir qu'on rendiſt la choſe plus aiſée qu'elle n'a eſté juſques icy.

Cependant on ne s'en fie pas a luy ſeul. Stanley me mena avanthier a un diſner, ou il y avoit 10 ou onze de la Societé R. entr'autres Sr. Robert Southwell le Preſident, Mr. Henſhaw [6]), Dr. Sloane [7]) perſonnes de fort bons ſens, Sir Patience

---

1) Nous ne connaissons pas cette lettre.

2) Voir la Lettre N°. 2725.

3) C'est-à-dire pour y indiquer ses corrections, comme il l'avait promis dans la Lettre N°. 2723.

4) John Hambden. Voir la Lettre N°. 2544, note 6.

5) Ce verre se trouve encore à Burlington House. Dans le „Record of the Royal Society", 1897, il se trouve mentionné comme il suit:

Huygens' Aërial Telescope. (1) An object-glass of 122 feet focal length, with an eye-glass of 6 inches, and original apparatus for adjustment, made by Huygens, and presented by him to the Royal Society in 1691. (2) The apparatus for using Huygens's object-glass, constructed by Hooke. (3) Additional apparatus, by Dr. Pound. *Presented by Dr. Bradley.* (4) Ditto, by Mr. Cavendish. 12 parts.

On en trouve une description plus détaillée à la page 141 du Catalogue cité dans la Lettre N°. 2327, note 5.

6) Thomas Henshaw, né en 1617, mort en 1699.

7) Sir Hans Sloane, célèbre botaniste, né en Irlande, le 16 avril 1660, mort le 11 janvier 1752 à Chelsea. Il voyagea en France et en Amérique, fut successivement médecin de Christ's Hospital, médecin en chef de l'armée, et médecin de George II. En 1685 il devint membre, en 1693 secrétaire et en 1717 président de la Société Royale. Il fut créé baronnet en 1714.

Ward [8]) et autres membres tres dignes. Mr. Southwell m'asseura qu'ils avoyent donné ordre pour faire dresser un Pole et qu'il seroit fait au premier jour. Pour Hooke luy mesme, ce n'est pas l'homme, a qui je me fierois le plus; Stanley luy mesme m'asseurant qu'il n'a pas les qualités qu'il faut pour cela, que c'est un homme a faire quelque meschant trait, comme vous pourriez dire, de vendre nostre verre, et en supposer un autre ou chose semblable mais mon nom y estant et la longueur marquée de ma main je n'apprehende point qu'il entreprenne cette sorte de choses.

Les Transactions de la Societé pour les mois d'Octob. Nov. et Decembre [9]) ne font que 9 a 10 feuilles imprimees, et quand j'ay demandé a Sr. Robert la raison, il ne m'a dit autre chose si non qu'il croyoit qu'apres la Paix faite il croyoit que la chose iroit mieux.

Ils venoyent de recevoir un nouveau Traité de Leeuwenhoeck [10]) fort estimé de la Societé a ce qu'ils disent. Son portrait estoit (ce disent ils aussi) tousjours dans la ruelle du lict de feu Mons.r Boyle, decedé depuis quelques jours [11]) et mort de Phtisie.

Vers la fin du mois prochain le Roy a ce que l'on croid passera encore la mer pour aller en Hollande, s'il n'arrive quelque chose qui luy fasse haster son voyage, ce qui n'est pas impossible.

La semaine passée un medecin d'icy nommé Quinch que deux hommes venoient querir en grande haste, s'estant mis avec eux dans un carosse de louage y fust estranglé avec un mouchoir de toile d'Indes, sans qu'on ait attrappé les criminels.

Et une femme, a ce que l'on dit, mariée il n'y avoit gueres, ayant esté trouvée dans les rues a heure indue et mesnee en quelque lieu pour y estre gardée jusques

---

[8]) Patience Ward, né le 7 décembre 1629, reçut, à ce qu'il racontait, son singulier nom de baptême, d'une exclamation de son père, désappointé de ne pas avoir une fille. Envoyé à l'université en 1643, il quitta bientôt la carrière littéraire pour s'engager dans le commerce, où il paraît avoir eu plein succès. En 1670 il devint sheriff de Londres, en 1676 président de la Compagnie des Tailleurs, Lord Mayor en 1680. Il entra dans la Société Royale en 1682. Protestant militant, il fut impliqué par le duc de York dans un procès, qui le contraignit à se réfugier en Hollande, où il perdit sa femme, Elisabeth Holborn, inhumée à Amsterdam. Réhabilité après l'avènement de William III, il mourut en juillet 1696.

[9]) Dans la série officielle des „Philosophical Transactions" on ne trouve aucun numéro entre le N°. 194 pour les mois de juillet, août et septembre 1691, contenant 24 pages, et le N°. 195 du 19 octobre 1692. D'après les informations que le Bureau de la Société Royale a bien voulu nous fournir, il n'y a aucune raison de supposer et il est même très improbable, qu'une livraison pour les mois d'octobre, de novembre et décembre 1691 ait été publiée en dehors de la série officielle.

[10]) Consultez la note 4 de la Lettre N°. 2552. D'ailleurs les „Philosophical Transactions" contiennent, après la reprise, en 1693, de la publication régulière, des extraits de plusieurs lettres de Leeuwenhoek.

[11]) Le 9 janvier 1692, (30 décembre 1691 V. s.) dans l'âge de 64 ans.

au jour fuivant, s'y pendit elle mefme avec la petite centure que les femmes portent.

Pour cette affaire du miniftre a Zuylichem, il faut fe donner de garde de rien faire contre nos prérogatives. Pour une feule fois nous pourrions bien deferer à la recommandation de l'Amptman, mais il faudroit que cela allaft toujours par les voyes ordinaires et que ce miniftre fuft prefenté par nous fans que Mr. van Elft fuft nommé la dedans ny euft aucune part à l'affaire. Vous ferez bien d'en parler au Frere.

L'hiftoire de Hefterke eft rare. Sequitur leviter filia matris iter.

J'efcris par cet ord.re des compliments de remerciement [12]) à monfieur de Ripperda [13]) prefident a la Cour de Gueldre et à mons.r de Roofendael [14]). Je n'ay pas pû procurer au premier les Recommandations qu'il auroit voulu avoir du Roy au Hofgericht d'Oftfrife, le Roy ayant crû que c'auroit efte au deffous de luy demander quelque chofe a un fi petit Tribunal fubalterne.

Mijn Heer
Mijnheer Cristiaen Huijgens.

N° 2730.

Hubertus Huighens [1]) à Christiaan Huygens.

20 janvier 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [2]).
Chr. Huygens y répondit par le No. 2735.

Viro nobiliffimo Christiano Huighenio S. P. d.
Hubertus Huighenius.

Si parvus, qui has comitatur literas, fidem inveniat libellus, magnum momentum habebit ad obtinendum fcopum fuum, nempe folutionem cujufdam propofitionis,

[12]) A propos du procès gagné, dont il est question dans la Lettre N°. 2725.
[13]) Voir la Lettre N°. 2635, note 2. [14]) Voir la Lettre N°. 2635, note 6.

[1]) Aux renseignements que Hubertus, ou Hubrecht, Huighens a fourni sur lui-même dans sa lettre à Christiaan du 3 mars 1692, nous pouvons ajouter encore ceux que nous devons à l'obligeance de M. H. A. van Doorn, bourgmestre de Veere, savoir, que le 13 novembre 1676, notre Hubertus, natif de Liefkenshoek en Flandre, a été admis, à l'âge de 25 ans, comme citoyen („poorter en burger") de Veere, où on le rencontre en 1692, pour la première fois, sur la liste des échevins de cette ville. Il y manque en 1703, pour reparaître en 1704. Il mourut en 1705.

Pour autant que nous sachions, il n'a écrit que deux petits ouvrages, rédigés en Latin. Le

quam ab omnibus quidem peto, ſed a te, Vir nobiliſſime, certo exſpectare poſſum,
 incrementum, quod per te ſcientiae acceperunt, certum me reddit, quod etiam libenter per ſolutionem illius propoſitionis, in qua non niſi ex rectis lineis quaerenda eſt longitudo rectae lineae, cognitam reddes proportionem, quae eſt inter circulum, et quadratum ejus diametri,
 quin imo tanta me tenet ejus rei fiducia, ut in totum ſuperſederem me hic excu-

---

premier, les „Adversiones quaedam circa proportionem quam ad rectilineas habent figurae curvilineae" (1692?), dont il sera question dans la correspondance entre Christiaan et lui, semble absolument perdu, puisque, malgré tous nos efforts, il nous a été impossible d'en retrouver un exemplaire.

Du second, qui porte le titre: Methodus Inveniendi Longitudinem Linearum Curvarum, nec non Aream Figurarum Curvilinearum, Lectori Examinanda Proposita. Per Hubertum Huigenium. Medioburgi, Ex Officina Aroni à Poulle, 1700. (19 pages, avec planche), le British Museum possède un seul exemplaire, dont la Société Hollandaise des Sciences de Haarlem a fait prendre copie à cette occasion.

Dans ce second ouvrage, Hubertus Huighens prétend, sous quelque réserve comme nous le verrons, avoir accompli la quadrature du cercle et de l'hyperbole. Pour donner un aperçu de cet écrit étrange et de la personnalité scientifique de son auteur, nous suivrons Hubertus dans les chemins détournés qui l'ont mené, comme il le croit, à la quadrature de cette dernière courbe.

Pour commencer donc, il pose, dans la figure 1, qui représente une hyperbole équilatère: $AL = LM = q$; $MO = y$; $NO = = \sqrt{3q^2 + 4qy + y^2}$; aire $PMONP = q\psi$.

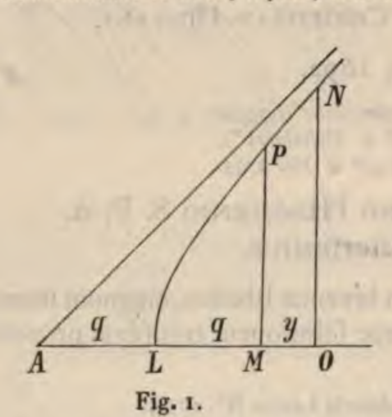


Fig. 1.

Ensuite il construit une figure ADBC (fig. 2) telle que BC =

$$= \frac{q(2q+y)}{\sqrt{3q^2 + 4qy + y^2}};$$

aire $ADBC = 2qy + \frac{1}{2}y^2$. Il ne motive pas expressément le choix de ces valeurs; mais il dit qu'alors la base AC de cette figure sera égale à ψ; ce qui est vrai puisque la relation BC =

$$\frac{d.\,\text{aire ABDC}}{d\psi} = \frac{d.\,(2qy + \frac{1}{2}y^2)}{d\psi}, \text{ où}$$

$$d\psi = \frac{1}{q} \cdot d.\,\text{aire MPNO} = \frac{1}{q} \cdot \text{NO}.dy =$$

$$= \frac{1}{q}\sqrt{3q^2 + 4qy + y^2}.\ dy,$$ est vérifiée par cette valeur de BC, et qu'en outre l'aire $ADBC = 2qy + \frac{1}{2}y^2$ et $AC = \psi$ s'annulent simultanément, pour la valeur $y = 0$.

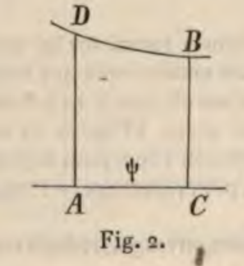


Fig. 2.

Cependant Hubertus n'emploie cette figure ADBC que comme une figure auxiliaire devant servir à démontrer que si, dans la figure 3, on a:

ſare, quod tibi ignotus ea de re moleſtus ſim, niſi vererer, ne magnitudo rei, quam promitto de ſolutione illius propoſitionis, omnem mihi fidem adimat,

quod ſi illa, et nulla alia cauſa impediat, quo minus lubebit manum illi operi admovere, libenter illam per demonſtrationem tollam,

literae tuae, ſi de voluntate veſtra digneris me certum facere, mihi tranſmitti

---

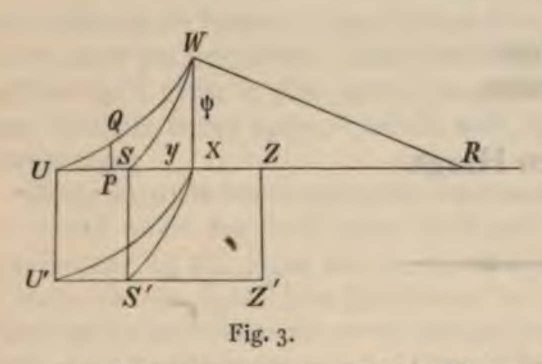


Fig. 3.

arc. $SW = \frac{1}{q}(2qy + \frac{1}{2}y^2)$ et $SX = y$, alors $WX = \psi$; à cet effet, il applique un théorème de Heuraet que l'on rencontre dans l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 587, note 5, et qui fait dépendre la rectification d'une courbe donnée de la quadrature d'une aire courbe devenant, dans ce cas-ci, identique avec l'aire ADBC de la figure 2.

Jusqu'ici tout va bien, mais maintenant l'auteur introduit un théorème d'après lequel, si deux courbes comme SW et UW sont convexes toutes les deux vers SX et qu'elles ont une tangente commune en W, alors Arc. UW serait égal à US + Arc. SW. Le raisonnement qu'il emploie pour établir ce faux théorème est difficile à suivre, mais il semble vouloir soutenir, qu'il doit être possible de déformer un rectangle comme USZZ'S'U' de telle manière qu'il prenne, en conservant la longueur du côté UZ, tour à tour les figures UWXU' et USWXS'U'. Toutefois il ajoute: „Quamvis res illa per se nota mihi videatur, tamen a lectore peto ut illam accuratè examinare velit, nam non solum in Philosophia, sed etiam in mathesi circa prima principia facile errari potest."

Pour utiliser ce théorème il pose $UP = z$, $PQ = \frac{2}{3}(r+z)\sqrt{\frac{r+z}{r}} - \frac{2}{3}r$. Alors la courbe UQW est une courbe rectifiable et il trouve pour la longueur de l'arc UW la valeur exacte : $\frac{2}{3}(2r+z)\sqrt{\frac{2r+z}{r}} - \frac{4}{3}r\sqrt{2}$. Calculant alors, pour $UX = z$, la valeur XR de la sousnormale de cette courbe, il la pose égale à celle de la sousnormale de l'autre courbe SW au point W. De même il égale les valeurs de WX pour les deux courbes. Appliquant ensuite le faux théorème mentionné, il a obtenu, entre les quantités y, ψ, q, z, et r, trois équations et il suffit d'en éliminer z et r pour avoir la quadrature cherchée.

Ayant trouvé par le même principe, mais à l'aide de formules encore plus compliquées, la quadrature du cercle, Hubertus ajoute naïvement: „Eodem modo, quae hic inventa est circuli, et hyperbolae quadratura, inveniri quoque potest cujuscunque curvae lineae longitudo, et cujuscunque Figurae curvilineae area, ita ut, si verum inveniatur, quod rectangulum..... [UZZ'U'] flecti, et mutari potest in Figuram curvilineam..... [UWXU'], praeter calculi laborem non majorem difficultatem inveniet lector in quaerenda unius, quam alterius, curvae lineae longitudine, necnon in quaerenda unius, quam alterius Figurae curvilineae area."

Si d'ailleurs nous nous sommes étendus un peu longuement sur ce travail de Hubertus, c'était parce que sa correspondance avec Christiaan Huygens et les termes, dans lesquels celui-ci le mentionne dans ses lettres, nous semblaient propres à exciter quelque curiosité à

poterunt per libelli mei bibliopolam [3]), cujus nomen, et locum domicilii pagina tituli indicabit:

ſed vereor, ne nimium abutar humanitate veſtra, quare aliud nihil hic addam, quam quod velis illius rei culpam adſcribere deſiderio, quo teneor, videndi, ut per te, Vir nobiliſſime, ultima manus imponatur rei tam diu fruſtra quaeſitae. Vale.

dabam Medioburgi
20 Januarii 1692.

Ed: geſtr: welgebore Heer
d'heer CHRISTIAEN HUIGHENS,
wonende op het pleyn
franco. In den Haagh.



N° 2731.

CONSTANTYN HUYGENS, à CHRISTIAAN HUYGENS.

26 JANVIER 1692.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre fait suite au No. 2729.

Whitehall ce 26 de Janv. 1692.

J'envoyay le livre de Craige a Fatio, il y a environ 8 jours mais il ne me l'a pas encor renvoyé, ny fait les corrections que ſcavez. Me venant voir hier il me dit que cela auroit eſté fait, mais qu'il ne s'eſtoit pas bien porté depuis quelques jours et avoit eu un faſcheux mal de teſte. Qu'au reſte il ne ſcavoit pas s'il ſeroit neceſſaire ou meſme a propos de faire rimprimer ce livre de Craige avec les corrections et les explications dont il eſt queſtion Mr. Neuton ayant fait un ouvrage qui eſt quaſi preſt pour la preſſe ou cette matiere de la nature des Lignes Courbes ſera traittee ſi bien [1]), et ſi amplement, que ce qu'en a donné le dit Craige ne ſera rien en comparaiſon.

l'égard de ce mathématicien entièrement inconnu, qui possédait, comme on l'aura vu, une certaine habileté, alors peu commune, dans le maniement de la nouvelle analyse, mais qui n'était, toutefois, qu'un esprit faux dont l'œuvre ne peut avoir eu de valeur réelle.

[2]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 136.

[3]) Probablement Aronus à Poulle, l'éditeur de la „Methodus".

[1]) L'ouvrage ne parut qu'en 1704, conjointement avec l'Enumeratio linearum tertii ordinis. Voir la Lettre N°. 2745.

Mr. Haley de la Société Royale vient avec Fatio et me dit qu'ils venoyent de ſa part me remercier du preſent que je luy avois fait, mais qu'ils ſouhaittoyent de ſcavoir, ſi ce n'eſtoit pas proprement a la Societé que j'avois donné mon verre, parce que Mr. Hooke ſembloit s'en vouloir rendre maiſtre et faiſoit difficulté de le faire voir a d'autres.

Je leur dis qu'aſſeurement je l'avois donné a la Societé a la priere que Dr. Stanley m'en avoit faite a diverſes fois. Sur quoy je m'imagine qu'ils l'oſteront des mains de cet homme là, que l'on me dit eſtre un droſle fort intereſſé, et auquel on ne peut pas trop ſe fier. Auſſi je ne le luy aurois pas remis ſi Stanley ne m'euſt aſſeuré qu'il eſtoit le plus propre pour enſeigner la maniere de s'en ſervir, quoy que quelque temps apres il me dit auſſi, qu'il eſtoit capable de faire quelque mechanceté.

Haley me parla beaucoup de ſon invention pour aller ſous l'eau et d'y faire tout le travail qu'on fait ſur la terre. Il dit qu'il y a eſté plus d'une heure entiere a la profondeur de 60. pieds ſans la moindre incommodité, qu'il ſe met dans une Cloche de bois, dont il peut faire ſortir l'air devenu inutile et y en faire entrer du frais qu'il a en reſerve par un robinet que pour ſa perſonne il eſt dans un habit de toile cirée doublé de fourrure qui l'empeſche d'avoir froid. Qu'eſtant ſous l'eau il voit tout diſtinctement, et qu'il avait reconnu toutes les ſortes de poiſſons, dans la compagnie deſquels il ſe trouvoit.

Van Merlen qui m'a tourmenté longtemps en vertu de ſa Genealogie, qu'il dit vous avoir monſtree et d'une lettre de recommandation que vous luy avez donnee eſt venu courir encor icy, pour faire abjuration de ſa premiere Religion, qu'avec moins de peine et de fraix il auroit pû faire en Hollande. C'eſt un garçon qui n'a aucune conduitte ny prevoyance et qui fait des contretemps les uns apres les autres, comme je vous racconteray, quand je feray venu. On parle toujours du paſſage du Roy, vers la fin du mois prochain.

Vous aurez ſceu, que le fameux Mr. Boyle eſt mort. Son Teſtament n'eſt pas encor ouvert, mais on croit qu'il a laiſſé des legats conſiderables pour des oeuvres pies &c.

Mijn Heer
Mijn Heer Christiaan Huygens
Heer van Zeelhem
Haghe.

N° 2732.

Christiaan Huygens à G. W. Leibniz.

4 février 1692.

La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.
La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]) *et C. I. Gerhardt* [2]).
Elle est la réponse au No. 2727.
G. W. Leibniz y répondit par le No. 2740.

A la Haye ce 4 Feb. 1692.

Monsieur

Je n'aurois pas tant tardè à repondre à voſtre derniere ſans un rhume accablant qui me tient depuis 15 jours avec des maux de teſte continuels [3]).

Je croiois effectivement que vous ne m'aviez envoiè qu'une partie de voſtre methode, trouvant qu'elle ne me pouvait ſervir [4]) que lorſqu'on a reduit le Probleme renverſè des Tangentes à la quadrature du Cercle ou de l'Hyperbole, et qu'on connoit en meſme temps, qu'il n'eſt pas reſoluble à moins, comme dans l'exemple de la Logarithmique et ailleurs. Conſiderant auſſi comme un defaut à voſtre regle, qu'elle reduit ſouvent le probleme à ces quadratures impoſſibles, quoyque la courbe cherchée ne ſoit que geometrique [5]). Cependant je ne laiſſe pas de vous eſtre obligè [6]) et vous communiqueray volontiers quelque choſe de mes inventions en revanche, ſi j'en ay que vous puiſſiez ſouhaiter. Au reſte j'ay bien fait, à ce que je vois, de n'avoir pas envoiè à Mr. Fatio la copie de voſtre écrit, ni rien du contenu. [Et il ſemble meſme, que comme vous ne croiez pas pouvoir beaucoup profiter de ſa methode, il ne ſouhaite pas grandement la voſtre, car il me mande] [7]), qu'en une infinitè de cas il ſcait trouver l'equation de la

---

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae. Fasc. I, p. 119.
La minute et la lettre diffèrent en plusieurs endroits, dont, dans les notes, nous ferons connaître les principaux.

[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 127, et Briefwechsel, p. 687.

[3]) La minute ajouta: dont je commence ſeulement à reſpirer.

[4]) Au lieu des mots: trouvant..... ſervir, la minute a: voiant que juſque là je n'en pouvois tirer d'utilité.

[5]) Consultez, sur ces remarques de Huygens, sa lettre à Leibniz du 1er janvier 1692, notre N°. 2726, où elles se trouvent développées plus explicitement.

[6]) La minute continue comme il suit: de la communication, et je taſcheray de m'acquitter de cette debte par quelqu' invention des mienes, ſi etc.

[7]) Les mots entre crochets ont été biffés, soit par Huygens soit par Leibniz, dans la lettre originale.

courbe par la proprietè de la Tangente donnée avec des incommenfurables complexes, et qu'il en a fait l'effay avec fucces pour la foutangente que j'avois donnée $\frac{yy\sqrt{(aa-xx)}}{ax}$, fans avoir recours à aucune quadrature [8]).

Il pourroit entreprendre, à ce qu'il m'efcrit [8]), une feconde edition du livre de Mr. Newton, qui fourmille de fautes d'impreffion, et en a mefme dans la doctrine [9]), que l'autheur avoue [10]). Il pretendoit de l'eclaircir en mefme temps et y joindre quelque chofe du fien.

Ce que vous me dites de l'effet de voftre *calculus differentialis* dans les recherches touchant la Cycloide [11]), à dire la veritè, me femble peu croiable. Vous apportez une nouvelle facilitè au calcul, mais ne donnez pas l'invention qu'il faut pour la folution des problemes extraordinaires, non plus que Viete par l'Algebre.

Il me femble que Verulamius n'a pas omis cet art de deviner dans la Phyfique fur des experiences données en confiderant l'exemple qu'il donne [12]) au fujet de la chaleur dans les corps des metaux et autres, où il a affez bien reuffi, fi ce n'eft qu'il n'a pas penfè au mouvement rapide de la matiere tres fubtile, qui doit entretenir quelque temps le branfle des particules des corps.

Mr. Boyle eft mort [13]), comme vous fcaurez defia fans doute. Il paroit affez etrange qu'il n'ait rien bafti fur tant d'experiences dont fes livres font pleins; mais la chofe eft difficile, et je ne l'ay jamais cru capable d'une auffi grande application qu'il faut pour eftablir des principes vraifemblables. Il a bien fait cependant en contredifant à ceux des Chymiftes.

Je fuis de voftre avis en ce que vous fouhaitez jufqu'aux conjectures des hommes excellens en ces matieres de Phyfique. Mais je crois qu'ils nuifent beaucoup, lors qu'ils veulent faire paffer leur conjectures pour des veritez, comme a fait Mr. des Cartes, parce que ils empefchent leurs fectateurs de chercher rien de meilleur.

Vous pourrez avoir vu maintenant ma divifion de l'Octave [14]) en 31 parties egales, et ne difconviendrez pas de l'utilitè et fingularitè de cette divifion, de

---

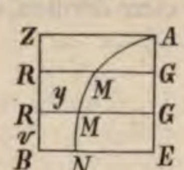
[8]) Voir la Lettre N°. 2723.
[9]) Voir, sur ces fautes, la pièce N°. 2698.
[10]) Voir une phrase de la lettre de Fatio de Duillier à Huygens du 6 mars 1690, notre N°. 2570, au bas de la page 387 du Tome IX.
[11]) La minute achève cette phrase: fans prefque de meditation, me paroit incroiable.
[12]) La minute fait suivre: en recherchant ce que c'eft que la chaleur dans les corps des metaux, etc.
[13]) Voir la Lettre N°. 2729, note 11.
[14]) Voir la pièce N°. 2705.

ſorte que j'attens voſtre approbation. Dans la Table à la colonne 6e, le quatrieme et cinquieme nombre doivent eſtre 4,7577249614 et 4,7768024924, et 12me doit commencer par 4. Que jugez vous, Monſieur de la methode de Mr. Tſchirnhaus pour les quadratures [15]). Il ne ſemble pas qu'il ait voulu eſtre entendu; mais il doit eſtre moins obſcur pour vous, qui en ſcavez pour le moins autant que luy. Je me ſouviens qu'il donna la quadrature d'une courbe que vous aviez propoſée dans les Acta de Leipſich [16]), ce qui me ſemble eſtre beaucoup. Je ſuis etc.

---

[15]) Il s'agit toujours de la méthode exposée par von Tschirnhaus dans l'article des „Acta" d'octobre 1683 (voir la Lettre N°. 2274, note 10) et dans l'„Additamentum" à cet article qui parut dans les „Acta" de Septembre 1687 (voir la Lettre N°. 2627, note 11).

[16]) Ceux de Mai 1684. Dans l'article de ce mois, cité dans la Lettre N°. 2627, note 11, Leibniz fit remarquer que même si l'on savait démontrer qu'une courbe donnée, comme le cercle ou l'hyperbole, n'est pas quadrable *généralement*, on n'en pourrait pas conclure qu'elle ne le serait pas dans un cas spécial et il allégua en preuve l'exemple suivant, qu'il avait forgé, comme nous le verrons dans la suite à l'occasion de sa réponse à la présente lettre (voir la note 6, de la Lettre N°. 2740), à l'aide de la lunule bien connue d'Hippocrate. Voici cet exemple:



„Sit in quadrato AEBZ trilineum orthogonium AENMA, jam secentur latera quadrati opposita AE, ZB in punctis G, R, curva vero in puncto M, per rectas GR, reliquis quadrati lateribus AZ, EB parallelas. Abscissa BR appelletur v, et ordinata RM appelletur y, et latus quadrati h, et aequatio naturam curvae exprimens sit $y^4 - 6hhyy + 4yyvv + h^4 = 0$".

En effet, après avoir montré que la méthode dont von Tschirnhaus s'était servi ne menait pas à la quadrature de cette courbe, Leibniz ajoute: „Et tamen aliunde scimus, trilineum propositum esse quadrabile: itaque ista methodus, licet maximi sit momenti, tamen ad omnes quadraturas inveniendas non sufficit, sed opus est alias adhuc artes adhiberi, quas quidem alias exponam, res enim omnino in potestate est".

Or, von Tschirnhaus, dans l'article de septembre 1687, que nous avons cité dans la note précédente, annonça que l'aire du triligne AMNE était égale à la moitié du carré AZBE, comme elle l'est en effet, et il prétendit avoir obtenu ce résultat: „beneficio methodi cujusdam, qua omnia spatia particularia certo quadrari novi".

N° 2733.

Christiaan Huygens à N. Fatio de Duillier.

5 février 1692.

La lettre se trouve à Genève, Bibliothèque publique[1]).
Elle est la réponse au No. 2723.
Fatio y répondit par le No. 2739.

A la Haye ce 5 fev. 1692.

Monsieur

Un tres facheux rhume qui me tient depuis 15 jours avec des continuelles douleurs de teste, m'a empeschè de vous faire responſe jusqu'a cette heure, que ce mal commence à se paſſer. Monſieur Newton ſerait bien heureux ſi vous vouliez entreprendre cette ſeconde Edition de ſon ouvrage, qui ſerait tout autre choſe avec vos eclairciſſements et additions, qu'il n'eſt a preſent. Mais il ne faudroit pas que ce travail nuiſit a voſtre ſantè. Pour la depenſe, cela me paroit etrange qu'en ce païs la il n'y a pas d'imprimeurs qui veuillent haſarder a leur frais l'impreſſion des livres de cette importance. On en trouveroit aſſurement icy. Cette maniere de ſouſcriptions n'eſt pas aiſée dans des ouvrages qui ſe doivent debiter par toute l'Europe; car l'Angleterre avec ce païs icy n'en fourniroit pas aſſez.

Je ſuis bien aiſe de ce que je ne vous ay pas envoié de copie de l'Eſcrit de Mr. Leibnitz, car je me ſerois attirè un grand proces. Je luy avois mandè[2]), comme vous ſcavez[3]) Monſieur, que ce qu'il m'avoit communiquè ne valoit pas a beaucoup pres, ce que j'avois de vous pour donner en echange. La deſſus il m'a eſcrit[4]) un long debat, ou il ſoutient que ce qu'il m'a envoiè eſt tres conſiderable, et adjoute defenſe bien expreſſe de ne vous en rien communiquer, et que pour moy je pourray le recompenſer en luy faiſant part de quelque ſecret ſemblable. Au reſte il eſt preſque dans la meſme diſpoſition que vous, croiant de pouvoir decouvrir avec un peu d'eſtude ce qui luy manque de voſtre Regle, comme vous ne faites pas de difficultè de venir à bout de la ſienne. Ce peu de lumiere que vous dites avoir receu de Mr. Newton en ces matieres me fait croire qu'il ſçait tout ce qu'a Mr. Leibnitz et d'avantage et j'eſpere qu'il en fera part au public dans le livre qu'il a preſt a eſtre imprimè a ce que vous avez dit à mon frere[5]). Pour

[1]) Voir la fin de la note 3 de la Lettre N°. 2725.
[2]) Voir la Lettre N°. 2726.
[3]) Voir la Lettre N°. 2721.
[4]) Voir la Lettre N°. 2727.
[5]) Voir la Lettre N°. 2731.

l'invention du calculus differentialis, il me ſemble, en conſiderant le lieu que vous citez de Mr. Newton, qu'il reconnoit la luy meſme que Mr. Leibnitz s'eſtoit rencontrè à avoir la meſme choſe a peu pres que luy. J'eſpere que vous aurez fait les corrections neceſſaires dans le traite de Craige, dont je vous feray fort obligè. Mon frere trouvera facilement quelque occaſion pour me le faire tenir, ou bien me l'apportera luy meſme. Puiſque Mr. Newton néglige de donner les demonſtrations de ſes ſéries pour les approximations, vous feriez fort bien Monſieur de nous donner les voſtres, car cette matiere qui paroit maintenant aſſez obſcure merite bien d'eſtre rendüe intelligible, eſtant le dernier effort de la Geometrie dans ces meſures de quantitez plus qu'irrationelles. J'ay ſceu il y a deſia du temps par les lettres de mon frere, la mort de l'Illuſtre Mons.r Boyle. apparemment on trouvera encore quelque traitè non achevè parmi ſes papiers car il ne ceſſoit d'eſcrire. Je voudrais bien voir l'Oraiſon funebre que luy a faite Mr. l'Eveſque de Saliſburie [6]). Je ſuis contraint de finir après vous [avoir] aſſurè que je ſuis avec paſſion

Monsieur

Voſtre tres humble et tres obeiſſant ſeruiteur
Hugens de Zulichem.

A Monſieur
Monſieur Fatio,
chez Mons.r Tourton et Compagnie
A Londres.

[7]) Mr. Hugens, à la Haye 5 Fevrier 1692. A. F. N. Londres.
Son Rhume l'a empêché de me repondre plutot.
Son ſentiment ſur l'Edition nouvelle que je pourrois faire de Mr. Newton.
Il s'étonne qu'il faille l'imprimer par ſouſcriptions, et croit que l'Angleterre et la Hollande n'en fourniroient pas aſſés.
Mr. Leibnitz ſeroit mécontent ſi une Copie de ſon Ecrit m'eut été envoiée par Mr. Hugens.
Celui ci lui avoit mandé que ce que Mr. Leibnitz lui avoit communiqué ne valoit pas à beaucoup près ce que Mr. Hugens avait de moi pour donner en échange.

---

[6]) Oraison Funebre de Monsieur Boyle ou Sermon Prononcé à son Enterrement dans l'Eglise de St. Martin des Prez le $\frac{7}{17}$ janvier $169\frac{1}{2}$. Par le Révérend Pere en Dieu, Gilbert, Evêque de Salisbury. Traduit par M. De Rosemond. A Londres. Chez Everard Behagel, dans la Bourse de Salisbury. MDCXCII. in-12°.

[7]) Ce qui suit se trouve écrit, au dos sur un pli, de la main de Fatio.

Défenſe que fait Mr. Leibnitz de me communiquer ce qu'il avoit envoiè. Recompenſe qu'il attend de Mr. Hugens.

Mr. Leibnitz croit pouvoir découvrir ce qui lui manque de ma Regle, comme je crois venir à bout de la ſienne.

Ce peu de Lumiere que j'ai dit avoir receu de Mr. Newton fait croire qu'il en ſçait plus que Mr. Leibnitz.

Sur l'Invention du Calculus Differentialis, et ce que Mr. Newton en a dit.

Il attend mes Corrections au Traité de Craige.

Mr. Newton negligeant de donner les Demonſtrations de ſes Series, voudroit que j'en donnaſſe les miennes. C'eſt dit il le dernier effort de la Geométrie dans ces meſures de quantités plus qu'irrationelles.

Sur la Mort de Mr. Boile dont il ſouhaite de voir l'Oraiſon funebre.

N° 2734.

Christiaan Huygens à S. van de Blocquery.

7 février 1692.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Voor Van der Heiden.

7 febr. 92.

Mijn Heer

Brengher deſes [1]) van ſijn 2e Ooſt Indiſche reys onlanghs weder gekeert, verſoeckt onderdaenigh met eenighe verbetering van Employ weder derwaerts te moghen gaen en hebbende tot noch toe voor ſoldaet gedient, nu tot het ampt van ſergeant te werden geavanceert. 't welcke mij geen al te onredelijcken pretenſie ſchijnt te ſijn.

Sijn ſuſter, eenighe jaren bij mij gediend hebbende, heeft hem occaſie ghegeven om mij deſe recommandatie aen UwelEdle af te verghen, welcke ick wenſche van eenighe effect te moghen ſijn, en blijve met reſpect ſijne enz.

[1]) Van der Heyde, sergent, d'après une note que l'on rencontre dans le livre I des Adversaria.

N° 2735.

Christiaan Huygens, à Hubertus Huighens.

12 février 1692.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]).
La lettre est la réponse au No. 2730.
Hubertus Huighens y répondit par le No. 2742.

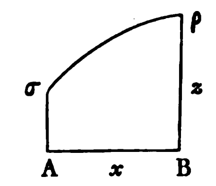
Viro et Geometrae eximio Huberto Huighenio Chr. Hugenius
S. P.

Ex ijs, quae ad me misisti, satis perspicio egregie te versatum in rebus geometricis et analitico calculo. Vix tamen eo, quo speras, te perventurum puto; certe operam meam frustra hic tibi venditarem. Ex datis quadraturis invenis, ut video, aequationes curvarum linearum, ad quas illae pertinent, quarum exempla[2]) aliquot

---

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 137.

[2]) Voici, dans la notation de Chr. Huygens (voir le commencement de la pièce N°. 2736), les exemples de Hubertus Huighens, dont il sera plusieurs fois question dans la suite, pour autant que nous avons pu les reconstruire à l'aide des pages 18—40 du livre H des Adversaria, où Huygens s'en occupe continuellement.

Équation de la courbe $\sigma\varrho$	Aire (appelée $a\psi$ par Hubertus Huighens) de la surface $A\sigma\varrho B$.
	
1 $a^3=(b+x)^2z$	$a^3x:(bb+bx)$
2 $(3ax+4xx)^2=zz(ax+xx)$	$2x\sqrt{ax+xx}$
3	
4 $aaxx+x^4=bbzz$	$-\frac{1}{3}\frac{a^3}{b}+\frac{1}{3}\frac{aa}{b}\sqrt{aa+xx}+\frac{1}{3}\frac{xx}{b}\sqrt{aa+xx}$
5 $aaxx-x^4=bbzz$	$\frac{1}{3}\frac{a^3}{b}-\frac{1}{3}\frac{aa}{b}\sqrt{aa-xx}+\frac{1}{3}\frac{xx}{b}\sqrt{aa-xx}$
6 $a^4=z(b+x)^3$	$(a^4bx+\frac{1}{2}a^4xx):(b^4+2b^3x+bbxx)$
7 $a^4x=b^4z+2bbxxz+x^4z$	$\frac{1}{2}a^4xx:(b^4+b^3x)$. *Voir la remarque au bas de cette note.*
8 $a^4x=b^4z-2bbxxz+x^4z$	$\frac{1}{2}a^4xx:(b^4-bbxx)$

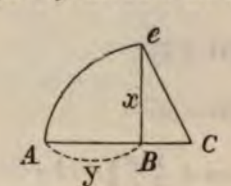
examinavi et recte se habere comperi, unde et de caeteris nihil ambigo. An autem eadem methodo hic utaris, qua ego[3]) (quae nempe ex Barovij Theoremate[4]) quodam pendet) ignoro. Sed insigni industria saepe usum te adverto in ejusmodi quadraturis formandis, unde aequationes curvarum oriantur, quae paucis terminis constent; nisi forsan aliunde, ut fit, quadraturas istas erueras[5]). Nam contraria via ex aequatione ad quadraturam pergere, etsi nonnumquam contingat, vix id in tuis illis concedi crediderim, nec Tschirnhausio se hic jactanti fidem[6]) habeo. Evenit quidem mihi, ut cum aequationem curvae 15ti.[7]) exempli tui celebri geometrae proposuissem[8]), ille quadraturam ejus, qualis tua est, invenerit, cum et ego meam

9		
10		
11	$ax^4 = 4b^3zz + 4x^3zz$	$-\frac{1}{3}b\sqrt{ab} + \frac{1}{3}\sqrt{ab^3 + ax^3}$
12	$ax^4 = 4b^3zz - 4x^3zz$	$\frac{1}{3}b\sqrt{ab} - \frac{1}{3}\sqrt{ab^3 - ax^3}$
13	$x^6 = aabbzz + aaxxzz$	$\frac{2}{3}\frac{a^3}{b} - \frac{2}{3}\frac{bb}{a}\sqrt{bb+xx} + \frac{1}{3}\frac{xx}{a}\sqrt{bb+xx}$
14	$x^6 = aabbzz - aaxxzz$	$\frac{2}{3}\frac{b^3}{a} - \frac{2}{3}\frac{bb}{a}\sqrt{bb-xx} - \frac{1}{3}\frac{xx}{a}\sqrt{bb-xx}$
15	$x^6 = a^4zz + x^4zz$	$-\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}\sqrt{a^4 + x^4}$
16	$x^6 = a^4zz - x^4zz$	$\frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}\sqrt{a^4 - x^4}$
17		
18		
19		
20	$(b^3 + 2ccx + 4x^3)^2 = 16z^2(a^4 - b^3x - ccxx - x^4)$	$-\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}\sqrt{a^4 - b^3x - ccxx - x^4}$

A propos du 7e exemple Christiaan Huygens remarqua: „debebat in hoc exemplo 7° esse $\frac{1}{2}a^4xx:(b^4 + bbxx)$, quod quia aliter hic positum, idcirco non convenit aequatio curvae in Huigheniana".

3) Voir l'Appendice I à cette lettre, le N°. 2736.
4) Voir, sur ce théorème, la Lettre N°. 2721, note 8.
5) Consultez la note 7 de la pièce N°. 2736.
6) Allusion à l'article de Tschirnhaus mentionné dans la note 10 de la Lettre N°. 2274.
7) Lisez 5.ti.
8) On rencontre, en effet, à la page 19 du Livre H, à propos du cinquième exemple de la note 2 de cette lettre, l'annotation suivante: „Haec est eadem nostra curva pag. 1. lib. G quam Leibnitius quadravit". Or, cette page 1 est identique avec la page 51 verso de la pagination générale du livre G et le passage en question a été reproduit dans le § I de notre pièce N°. 2612. Il est vrai que la courbe, traitée dans ce passage et dont la quadrature fut proposée à Leibniz dans la Lettre N°. 2660, ne constitue qu'un cas particulier de la courbe plus générale $aaxx - x^4 = bbzz$; mais il est clair que la quadrature du cas général peut être obtenue de la même manière que celle du cas particulier.

haberem [9]), fed fufpicor a pofteriori, ex collectis tuo modo exemplis, id eum praeftitiffe. Quamquam autem innumeras curvas quadrabiles ita invenire liceat, non inde fequitur talem quadraturam effici poffe, cui curva quaedam, quam tibi quadrandam proponis, conveniat. Ac proinde non video, quo pacto pag. 9 [10]), ex folutione problematis tui a pofteriori, concludas omnium curvarum quadraturas haberi poffe. Nam ex. gr. cum aequatio circuli fit $2ay - yy \infty xx$, an putas quadraturam talem aliquam excogitari poffe pag. 6.a vel 8.a ut inde haec aequatio nafcatur. Hoc ex tuis nequaquam efficitur, et fruftra te fatigares. Recte autem affirmas totum quadraturae negotium hinc pendere, ut ex data linea tua BC (quam brevitatis gratia fubnormalem vocare foleo, quia normali in curvam ductae fubjacet) inveniatur aequatio curvae, ad quam pertinet. Si enim fubnormalis haec BC detur $\infty \sqrt{2ay - yy}$ vel $\infty \sqrt{aa - yy}$, poffifque hinc curvam propriam invenire, jam conftat te quadraturam circuli habiturum [11]), utque proinde pag. 12, ad feptimam poteftatem literae y adfcenderent nil opus fuerit. Caeterum hoc problema eximium jam diu geometras peritiffimos exercet, nec putandum eft, ipfum femper folutionem admittere. Vellem tantum hoc definiri poffet, an fubnormalis data ad curvam geometricam pertineat an ad alius generis aliquam, an denique ad nullam. Habemus quidem rem confectam [12]) finitis cafibus, ubi fubnormales dantur abfque radicalibus quantitatibus, ut fi fit fubnormalis [13]) $\frac{aay - 2yyx}{3aa - 2xy}$ [14]) vel $2y + \frac{y^3}{xx}$ [15]), repe-



---

[9]) Consultez le § I de la pièce N°. 2612 à la page 474. La méthode de Huygens s'applique également bien au cas général, puisque alors $x = \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{2}bz} + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{2}bz}$.

[10]) Nous reproduisons dans l'Appendice II de cette lettre, notre N°. 2737, les annotations de Huygens que l'on rencontre à la page 37 du Livre H, et qui se rapportent aux pages 8 et 9 du livre de Hubertus Huighens.

[11]) Puisque alors, d'après le théorème de Barrow, $\frac{1}{2}$ BE² représenterait l'aire de la courbe $z = \sqrt{2ay - yy}$, ou bien $z = \sqrt{aa - yy}$ à commencer par la valeur $y = 0$.

[12]) Par la méthode de Fatio. Voir la Lettre N°. 2465, note 11.

[13]) Consultez les corrections apportées à cette partie de la lettre dans celle du 15 février, notre N°. 2738, d'après lesquelles les expressions algébriques du texte, à l'exception de $\frac{xx}{a}$, représentent les *soustangentes*, et non pas les sousnormales, des courbes demandées.

[14]) On reconnaîtra ici l'un des problèmes posés à Leibniz dans la Lettre N°. 2611 et que Huygens savait résoudre par la méthode de Fatio, comme cela résulte de la Lettre N°. 2660, note 17. Seulement, les lettres x et y ont été échangées pour se conformer à la notation de Hubertus, et de même le signe a été inverti pour la raison que nous avons indiquée dans les notes 3 et 5 de la pièce N°. 2612.

[15]) Reportée dans la notation usuelle de Christiaan Huygens, il s'agit ici de la soustangente

rientur aequationes curvarum geometricarum, quibus hae conveniunt. Aliis vero cafibus non fuccedet; ut, fi detur fubnormalis $\frac{2axx}{2aa-xx-yy}$ [16]), hic ceffat regula. Rurfus alijs cafibus alia methodo ad quadraturas res deducitur, ut fi detur fubnormalis $\frac{xx}{a}$ [17]), vel $\frac{aa}{\sqrt{aa-yy}}$ [18]), invenitur, ad prioris curvae quaefitae puncta defignanda, hyperbolae quadraturam requiri; ad pofterioris, tum circuli tum hyperbolae. Horum aliquid an tibi compertum fit fcire velim. Item quo modo pag. 10. folutionem fecundae propofitionis tuae, cum quadratura per x datur, ad qua-

---

$2x+\frac{x^3}{y^2}$ de la Gutschovienne $y^4=-x^2y^2+a^2x^2$. En effet, à la page 110 verso du livre G des Adversaria, l'équation de cette courbe se trouve déduite, à l'aide de la méthode de Fatio, de l'expression citée de sa soustangente. Au pied de cette page Huygens annota après coup: „Hanc [curvam] Gutschovius Slusio proposuit, Slusius mihi, cujus quadraturam ex circuli quadratura pendere inveni".

Or, dans sa lettre du 18 août 1662, notre N°. 1049, Slusius avait indiqué à Huygens, comme un exemple de l'application de sa méthode pour les tangentes, la construction de la tangente de cette courbe de Gutschoven. Huygens, dans sa réponse du 25 septembre 1662 (notre N°. 1065), en donna la quadrature et, de plus, la cubature d'un certain solide engendré par la révolution de la Gutschovienne.

[16]) On retrouve cette expression à la page 109 verso du livre G, où elle représente la soustangente du cercle $x^2+y^2-2ax=0$. En effet, on trouve pour cette soustangente $\frac{yy}{a-x}=$ $=\frac{2ayy}{2aa-2ax}$, et cette dernière expression, déguisée par la substitution $2ax=x^2+y^2$, amène l'expression $\frac{2ayy}{2aa-xx-yy}$, identique, après l'échange des x et y, avec celle du texte.

Or, en renversant le problème, on arrive à l'équation différentielle: $2aadx-yydx-xxdx-2aydy=0$, à propos de laquelle Huygens remarque: „aequ° tangentis intractabilis. Cum nulli termini correspondentes insint, nec omnes puri possint offici". Elle constituait donc un exemple, plus simple que celui que nous avons cité dans la note 9 de la Lettre N°. 2677, d'une équation intraitable par la méthode de Fatio et qui toutefois admettait une intégrale algébrique particulière. Evidemment Huygens était curieux de savoir si Hubertus réussirait à découvrir cette solution.

Ajoutons que l'intégrale générale s'écrit: $x^2+y^2-2ax=Ce^{-\frac{x}{a}}$.

[17]) Il s'agit ici de la sousnormale $\frac{yy}{a}$ de la logarithmique $y=Ce^{\frac{x}{a}}$ à soustangente constante a.

[18]) Cet exemple a été emprunté à la pièce N°. 2713. Seulement, Huygens a rendu homogène l'expression $t=1:\sqrt{1-xx}$ employée par Leibniz. Huygens s'était occupé de ce problème à la page 8 du livre H, mais sans arriver à d'autres conclusions que celle formulée par Leibniz et que Huygens répéte ici.

draturas Hyperbolae aut circuli deducas, et an ſemper eo devenias, etiamſi curva quaeſita ſit geometrica? Velut cum datur quadratura iſta:

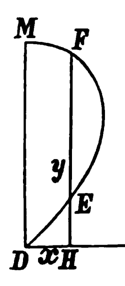
$$a\psi \infty \left(\frac{1}{3}\frac{dd}{c}+\frac{2}{3}x\right)\sqrt{\frac{1}{4}dd+\frac{1}{2}cx}-\left(\frac{1}{3}\frac{dd}{c}+\frac{2}{3}x\right)\sqrt{\frac{1}{4}\frac{dd}{c}-\frac{1}{2}cx}$$ [19],

ubi curvae aequatio eſt $y^4 \infty ddyy-ccxx$, eadem quae in tuo 15°. caſu [20]). Non intelligo etiam quali calculo ex quadraturis pag. 8 elicies aequationes curvarum pag. 9. Ad haec omnia ut mihi reſcribas etiam atque etiam a Te peto. Tum ut de te ipſo docere velis, qui ſis, et ex qua Huygheniorum familia, nam non eſſe eandem, noſtra armorum inſignia oſtendunt. Vale!

Dabam Hagae Com. 12 Feb. 1692.

---

19) Lisez: $a\psi=\left(\frac{1}{3}\frac{dd}{c}+\frac{2}{3}x\right)\sqrt{\left(\frac{1}{4}dd+\frac{1}{2}cx\right)}-\left(\frac{1}{3}\frac{dd}{c}-\frac{2}{3}x\right)\sqrt{\left(\frac{1}{4}dd-\frac{1}{2}cx\right)}$ ou plutôt $=\frac{1}{6c}\left[(dd+2cx)^{\frac{3}{2}}-(dd-2cx)^{\frac{3}{2}}\right]$.



Comme cela résulte de quelques calculs qui se trouvent à la page 25 du livre H, cette expression représente l'aire DMFH de la courbe $y^4=ddyy-ccxx$, calculée à l'aide de la méthode exposée au § I de la pièce N°. 2612 à la page 474.

En effet, l'équation de la branche MF de cette courbe peut s'écrire:

$$y=\frac{1}{2}\sqrt{d^2+2cx}+\frac{1}{2}\sqrt{d^2-2cx},$$

d'où l'aire cherchée s'obtient aisément, sous la forme mentionnée, par la sommation de deux aires paraboliques.

20) Lisez „5° caſu" et consultez la note 2 de cette lettre.

N° 2736.

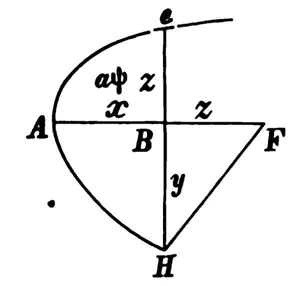
CHRISTIAAN HUYGENS.

[JANVIER OU FÉVRIER 1692].

Appendice I à la lettre No. 2735 [1]).

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

§ I [2]).



Subnormali BF aequalis eſt B*e* applicata in curva A*e*, et ſic ubique, jam $\frac{1}{2}yy$ ſive $\frac{1}{2}$ qu. BH aequatur ſpatio A*e*B ex Barovij theor.a [3]).

Quaerimus hic, ex cognita quantitate ſpatii A*e*B, expreſſa per x, a et b, quaenam ſit aequatio curvae A*e*, quae nempe exprimat relationem inter x et z, hoc eſt inter AB, et B*e*.

Exemplum 4m Hub. Huighenij Zelandi [4]).

NB. Pono x pro illius y. Et $\frac{1}{2}yy$ pro illius $a\psi$ [5]) ut ad Barovij theorema examinem.

$$\frac{1}{2}yy = -\frac{1}{3}\frac{a^3}{b} + \frac{1}{3}\frac{aa}{b}\sqrt{aa+xx} + \frac{1}{3}\frac{xx}{b}\sqrt{aa+xx}$$

$$\frac{\frac{1}{2}byy + \frac{1}{3}a^3}{\frac{1}{3}aa + \frac{1}{3}xx} = \sqrt{aa+xx}\ ^{6})$$

[1]) Cet Appendice est emprunté aux pages 18—22 du livre H des Adversaria. Nous l'avons divisé en paragraphes.

[2]) *Méthode de Huygens pour trouver l'ordonnée Be d'une courbe Ae, quand l'aire AeB est donnée en fonction de l'abscisse AB. Application aux exemples empruntés au livre de Hubertus Huighens.*

[3]) Voir, sur ce théorème, la Lettre N°. 2721, note 8.

[4]) Voir la Lettre N°. 2735, note 2.

[5]) Hubertus Huighens représentait donc, dans son livre, l'aire A*e*B par $a\psi$.

[6]) Il s'agit de calculer la soustangente de la courbe AH, pour en déduire la sousnormale BF = z; mais ici, comme toujours, Huygens évite d'employer la différentiation des expressions irrationnelles. Il commence donc par réduire l'équation de la courbe à sa forme rationnelle, afin d'y appliquer ensuite, pour trouver la soustangente, sa règle mentionnée dans la pièce N°. 1101.

$9b^2y^4 + 12a^3byy - 12a^4xx - 12aax^4 - 4x^6 = 0$. Hinc incepit [7]); eamque ita egregie ordinavit ut in quadrabilem ita ſimplicem perduceret.

$$\text{Subtang. } \frac{36bby^4 + 24a^3byy}{24a^4x + 48aax^3 + 24x^5} : y = y : \frac{2a^4x + 4aax^3 + 2x^5}{3bbyy + 2a^3b}, \text{ ſubnormalis.}$$

$$\text{reſtit. pro } yy. \quad yy = -\tfrac{2}{3}\frac{a^3}{b} + \tfrac{2}{3}\frac{aa}{b}\sqrt{.} + \tfrac{2}{3}\frac{xx}{b}\sqrt{.}$$

$$\frac{a^4x + 2aax^3 + x^5}{baa\sqrt{.} + bxx\sqrt{.}} = z$$

$$\text{per } aa + xx \qquad \frac{aax + x^3}{b\sqrt{aa + xx}} = z$$

$$a^4xx + 2aax^4 + x^6 = bbaazz + bbxxzz$$

$$\text{per } aa + xx$$

$$aaxx + x^4 = bbzz. \quad \text{quadrabilis [8]).}$$

[Exemplum 15.]

Erat $\frac{1}{2}\sqrt{a^4 + x^4} - \frac{1}{2}aa$ non curtatum. Si $x = 0$, fit $y = 0$. Si $x =$ aliquid, fit $\frac{1}{2}yy =$ aliquid.

$$15 \text{ curtatum: } \tfrac{1}{2}\sqrt{a^4 + x^4} = \tfrac{1}{2}yy; \text{ nuſquam fit } y = 0.$$

$$a^4 + x^4 = y^4$$

$$\text{ſubtang.} \quad -\frac{4y^4}{4x^3} \quad : \quad y = y \quad : \quad \frac{x^3}{yy} \text{ ſubnorm.} = z$$

$$\frac{x^3}{\sqrt{a^4 + x^4}} = z$$

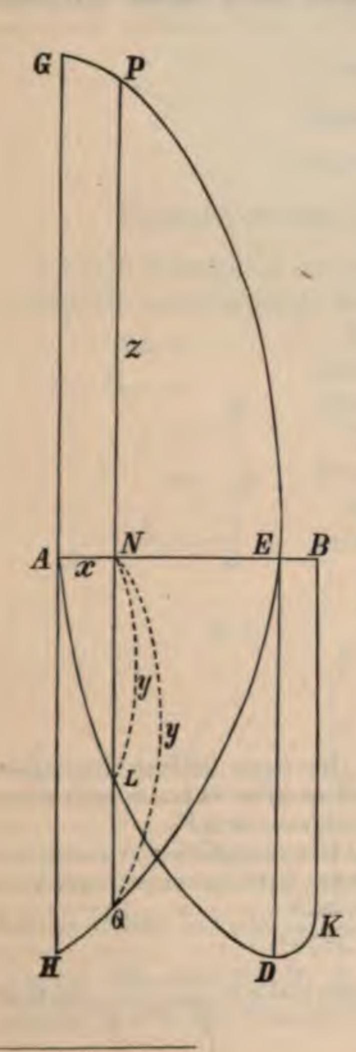
$x^6 = a^4zz + x^4zz$; curva conveniens non curtato.

---

7) Peut-être Hubertus savait-il appliquer la différentiation des irrationnelles. Dans ce cas, il pouvait partir de l'équation originale.

8) Huygens a vérifié de même le 7e et le 8e exemple de Hubertus Huighens. Ensuite, à l'occasion du 11e, il s'est aperçu qu'on peut obtenir le même résultat avec des calculs moins longs, en omettant simplement le terme constant. Il donne à ce procédé, qu'il accompagne d'une réversion du signe des autres termes, si cela est nécessaire pour faire correspondre aux valeurs positives $\frac{1}{2}yy$ des valeurs positives de x, le nom de „Curtatio", et il l'applique aux exemples 11, 5, 13, 14, 20 et 15 de Hubertus et à un exemple composé par lui-même, sur lequel nous revenons dans le § II. Ici nous faisons suivre l'application à l'exemple 15.

§ II [9]).



$4x^4 - 3aaxx = aazz - xxzz + 2axxz - 2a^3z$; aequatio curvae EG quadrabilis [10]), cujus applicatae ſunt ſubnormales curvae ADK uſque ad D ubi ſubnormalis $= 0$.

Eaedem vero applicatae ſunt etiam ſubnormales curvae EH, cujus aequatio initio pag. ſequentis ponitur. Sic omnis curva ex duarum diverſarum curvarum ſubnormalibus applicatas conſtitutas habet.

Et hoc fundamento nititur Curtatio noſtra. Nam ex Barovij Theoremate erit ſpatium AGPN aequalem $\frac{1}{2}$ qu. NL. Et ex eodem erit ſpatium PEN $= \frac{1}{2}$ qu. NQ. Eſt autem totum ſpatium

GEA $= \sqrt{\frac{27}{16}a^4}$, cum nempe $x = \sqrt{\frac{3}{4}aa}$

ſive AE. Ergo cum poſito AN $= x$, ſit ſpatium AGPN $= ax + x\sqrt{aa - xx} = \frac{1}{2}yy$ ubi y eſt NL:

erit ſpat. PNE reliqua $= \sqrt{\frac{27}{16}a^4} - ax -$

$- x\sqrt{aa - xx} = \frac{1}{2}yy$ cum y eſt NQ.

Haec vero eſt non curtata quadratura quam voco: illa vero $ax + x\sqrt{aa - xx}$ curtata; ex quibus eandem utrobique curvam GE quadrabilem inveniri neceſſe eſt.

Curtatio noſtra utilis ad formandas quadra-

---

9) *Justification de la „Curtatio".*

10) Cette équation a été obtenue par Huygens de deux manières différentes, c'est-à-dire: 1°. à la page 21, en partant de l'„aequatio curtata" (avec réversion du signe): $\frac{1}{2}yy = ax + x\sqrt{aa - xx}$, qui représente la courbe ADK pour AN $= x$, NQ $= y$, AB $= a$, AE $= \sqrt{\frac{3}{4}aa}$; 2°. à la page suivante, en partant de l'„aequatio non curtata" $\frac{1}{2}yy = a\sqrt{\frac{27}{16}aa} - ax - x\sqrt{aa - xx}$,

turas ex quibus curva paucorum terminorum; ut patet comparatione hujus exempli cum illo quod pag. ſequen. [11]) ubi tamen curva eadem utrobique oritur.

---

qui représente la courbe HE et sur laquelle il remarque: „Haec forma differt ab Huighenianis in quibus semper si $x=0$ etiam $y=0$. Quod tamen non est necesse ut ex hoc exemplo liquet. Sufficit enim ut posita certa quadam longitudine ipsius x, fiat $y=0$ ut hic".

Nous avons cru pouvoir nous dispenser de reproduire ici les calculs longs et enchevêtrés qui remplissent les pages 21 et 22, et qui ont mené à ce résultat. Remarquons seulement que la courbe EG ne représente des deux branches $z=a\pm\frac{a^2-2x^2}{\sqrt{a^2-x^2}}$ que l'on obtient en résolvant l'équation du texte par rapport à z, que la seule branche $z=a+\frac{a^2-2x^2}{\sqrt{a^2-x^2}}$, où, en effet, z s'annule pour $x=\sqrt{\frac{3}{4}aa}$.

Quant au terme constant de l'équation „non curtata", il a été choisi de telle manière que la courbe HE, qu'elle représente, aille passer par le point E. Ce point E, où la sousnormale z s'annule, est un point double de cette courbe et la branche HE coupe, en réalité, l'axe AB sous un angle oblique.

D'ailleurs il est clair que Huygens aurait pu s'épargner tous ces détours, ingénieux mais inutiles, s'il avait pénétré un peu plus avant dans le nouveau calcul, tel qu'il avait été exposé en 1684 par Leibniz, dans l'article cité dans la Lettre N°. 2205, note 5.

[11]) C'est-à-dire: par la comparaison des calculs dans les deux cas mentionnés dans la note précédente.

N° 2737.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[JANVIER et FÉVRIER 1692].

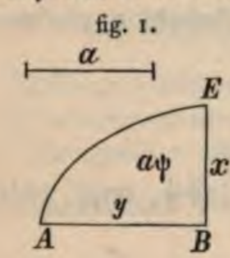
Appendice II au No. 2735 [1]).

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Examen eorum quae habet HUIGHENIUS pag. 8 et 9.

Primum Exemplum erat ipsi aequatio $y^3 + ay\psi = b\psi\psi - \psi^3$. Hanc aequationem pro ut voluit adsumsit dummodo y posita $= 0$, etiam ψ foret $= 0$.

fig. 1.

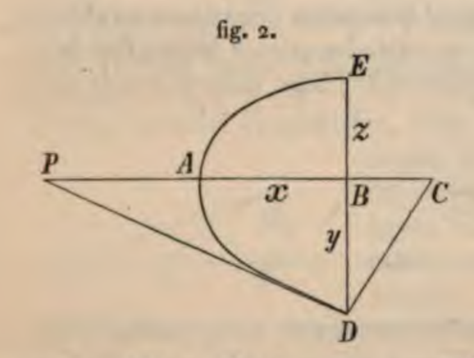


Spatium AEB curva AE, abscissa AB, et applicata normali BE, comprehensum, vocat $a\psi$; a est linea data. $AB = y$, $BE = x$.

Haec aequatio spatium AEB exprimit per y et a, si lineae ψ valor inde eruatur.

Hinc invenit aequationem quae naturam curvae exprimit $3ay^2 + ayx = -aa\psi + 2bx\psi + 3x\psi\psi$ [2]).

fig. 2.



Ego ipsius y muto in x; x in z; $a\psi$ in $\frac{1}{2}yy$ seu ψ in $\frac{1}{2}\frac{yy}{a}$.

Ergo prima aequatio mihi fit:

$x^3 + \frac{1}{2}xyy = \frac{1}{4}\frac{by^4}{aa} - \frac{1}{8}\frac{y^6}{a^3}$; aequatio curvae effectricis AD. [3])

$\frac{1}{2}yy = -xx + \frac{1}{4}\frac{by^4}{aax} - \frac{1}{8}\frac{y^6}{a^3x}$; quadratura curvae AE, quae ex subnormalibus curvae AD constituitur, ut nempe BE sit aequalis subnormali BC, et sic ubique. Estque $\frac{1}{2}$ qu. BD, seu $\frac{1}{2}yy =$ spatio AEB ex Theor.a Barovij [4]).

---

[1]) Voir la Lettre N°. 2735, note 10.

[2]) Lisez $- 3x\psi\psi$. L'équation s'obtient facilement en différentiant et en posant $d\psi = \frac{x}{a}\,dy$; mais cette méthode était inconnue à Christiaan Huygens, comme cela résulte de ce qui va suivre, où la même équation va être déduite d'une autre manière.

[3]) Voir la fig. 2.

[4]) Voir toujours la note 8 de la Lettre N°. 2721.

Jam ad inveniendam aequationem curvae AE, primo fecundum Regulam Tangentium [5]), invenio ex aequatione hac ablatis fractionibus, fubtangentem.

aequ°. $a^3x^3 + \frac{1}{2}a^3xyy - \frac{1}{4}bay^4 + \frac{1}{8}y^6 = 0$

$$\frac{-a^3xyy + bay^4 - \frac{3}{4}y^6}{3a^3xx + \frac{1}{2}a^3yy} \text{ fubtangens BP.}$$

$$z = \frac{3a^3xx + \frac{1}{2}a^3yy}{-a^3x + bay^2 - \frac{3}{4}y^4} \text{ fubnormalis BC.}$$

$$-a^3xz + bay^2z - \frac{3}{4}y^4z = 3a^3xx + \frac{1}{2}a^3yy \text{ aequatio curvae AE.}$$

In hac aequatione fi fubftitui intelligatur valor y, inventus nempe ex aequatione prima $x^3 + \frac{1}{2}xyy = \frac{1}{4}\frac{by^4}{aa} - \frac{1}{8}\frac{y^6}{a^3}$, (quod longum effet [6])) habebitur ejufmodi, quae naturam exprimens curvae AE per x et z.

Mutatis hic meis literis in ipfius idem fignificantes, fit:

$$-a^3yx + 2baax\psi - 3aa\psi\psi x = 3a^3yy + a^4\psi$$

per aa div. $3ayy + ayx = -a^2\psi + 2bx\psi - 3x\psi\psi$, aequ° eadem quam fupra.

In caeteris exemplis eadem eft ratio, nifi quod ψ in prima aequatione ad altiores gradus afcendit; unde valor ejus nefcio qui inveniendus etiamfi immenfum laborem fubire non pigeat. Forfan Tfchirnhaufij inventis [7]) fidet, quae nefcio an recte fe habeant, certe nullius ufus funt.

[5]) La règle mentionnée dans la pièce N°. 1101.

[6]) Remarquons toutefois que, pour obtenir l'équation cherchée entre x et z, il suffit *d'éliminer* y entre les deux équations mentionnées.

[7]) La méthode de Hubertus, — si elle consistait en effet, comme tout porte à le croire, dans l'élimination de ψ entre des équations conformes aux deux premières de cette pièce, pour obtenir ainsi une courbe quadrable qu'on pouvait simplifier ensuite par un choix judicieux des constantes, comme a et b, qu'on avait introduites dans la première équation, — avait une grande ressemblance avec celle exposée en octobre 1683 par von Tschirnhaus dans sa „Methodus Datae figurae, rectis lineis et Curva Geometrica terminatae, aut Quadraturam, aut impossibilitatem ejusdem Quadraturae determinandi". (Voir la note 10 de la Lettre N°. 2274). Elle serait même presque identique avec la méthode esquissée au commencement de l'article de Leibniz. „De dimensionibus figurarum inveniendis" (voir la note 11 de la Lettre N°. 2627), de laquelle von Tschirnhaus aurait d'ailleurs, selon Leibniz, empruntée la sienne. En effet, si l'on construit une courbe ayant ψ comme ordonnée et l'y de la figure 1 de cette pièce comme abscisse, cette courbe peut être considérée comme la „quadratrix", la courbe originale AE comme la „quadranda" de Leibniz.

N° 2738.

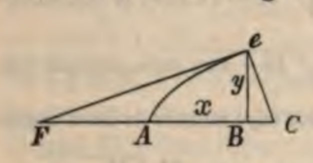
CHRISTIAAN HUYGENS à HUBERTUS HUIGHENS.

15 FÉVRIER 1692.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]).
La lettre fait suite au No. 2735.
Hubertus Huighens y répondit par le No. 2742.

Ad HUB. HUGENIUM

Miſſis ante triduum litteris ad te meis, Vir eximie, nunc appendicem adjungo, quod adverterim errorem meum in exprimendis ſubnormalibus, quas voco, quem hic corrigendum duxi; ne forſan aliquid circa eas calculo inveſtigans, fruſtra operam inſumas. Itaque pro $\frac{aay - yyx}{3aa - 2xy}$ ſcribe $\frac{3aaxx - 2x^3y}{aay - 2yyx}$; pro $2y + \frac{y^3}{xx}$ ſcribe $\frac{x^4}{2yxx + y^3}$; pro $\frac{2axx}{2aa - xx - yy}$ ſcribe $\frac{2aa - xx - yy}{2a}$; pro $\frac{aa}{\sqrt{aa - yy}}$ ſcribe $\frac{xx\sqrt{aa - yy}}{aa}$. Sola $\frac{xx}{a}$ recte ſe habet. Cauſa erroris fuit quod ſolitus ſim in Problemate inverſo Tangentium, datas ponere ſubtangentes, non vero ſubnormales. Atque ita incaute ex adverſarijs meis [2]) illas pro his tibi deſcriptas miſi. Subtangentes voco ut in hac figura rectam BF, quae ſubjacet tangenti *e*F, ſicut ſubnormalis BC ſubjacet rectae C*e* in curva perpendiculari.



Examinavi porro reliqua omnia exempla tua pag. 6, atque adverti in quibuſdam non admodum difficilem eſſe regreſſum, ut nempe ex data aequatione curva repe-

---

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 140.

[2]) Consultez les notes 14, 15, 16 et 18 de la Lettre N°. 2735.

[3]) Comme il résulte de l'examen attentif des calculs très enchevêtrés que l'on trouve aux pages 28—36 du livre H des Adversaria, le „compendium" en question consiste en ce qu'on cherche à deviner la forme générale de l'expression pour $a\psi$ (ou $\frac{1}{2}yy$ dans la notation de Huygens), en y laissant des coefficients indéterminés dont on se propose ensuite de chercher les valeurs convenables.

Ainsi, dans l'exemple 14 de la note 2 de la Lettre N°. 2735, où il s'agit de déterminer l'équation $\frac{1}{2}yy = a\psi = f(x)$ de la courbe quadratrice AH (voir la fig. 1 de la pièce N°.

riatur quadratura ejus, praefertim fi compendio quodam utamur[3]), quod tibi non ignotum effe exiftimo. Vale!

15 febr. 92.

2736, note 1) de telle manière que BF=z devienne égale à la valeur $z = \frac{x^3}{a\sqrt{bb-xx}}$ obtenue par la résolution de l'équation de la courbe donnée: $x^6 = aabbzz - aaxxzz$, l'expérience apprend que, pour faire apparaître l'expression irrationnelle $\sqrt{bb-xx}$ dans le dénominateur de z, on doit la faire entrer dans le numérateur de yy.

Pour un premier essai Huygens va donc poser $yy = \theta a\sqrt{bb-xx}$; mais, puisque cela amène la sousnormale $z = -\frac{\theta ax}{2\sqrt{bb-xx}}$, il est clair que pour faire monter de deux degrès la puissance de x dans le dénominateur on devra ajouter un terme comme $x^2\sqrt{bb-xx}$.

En conformité avec cette remarque, Huygens va donc poser $yy = \lambda\sqrt{bb-xx} + \pi\frac{xx}{a}\sqrt{bb-xx}$, où il ne lui reste plus qu'à déterminer λ et π par la comparaison de la valeur calculée de la soustangente z avec sa valeur véritable $\frac{x^3}{a\sqrt{bb-xx}}$. De cette manière il pourrait obtenir l'équation „curtata" $\frac{1}{2} yy = -\frac{2}{3}\frac{bb}{a}\sqrt{bb-xx} - \frac{1}{3}\frac{xx}{a}\sqrt{bb-xx}$, d'où il lui serait facile de déduire l'équation „non curtata" que l'on trouve dans la seconde colonne de la note citée.

Toutefois Huygens, dans cet exemple, n'a pas achevé les calculs que sa méthode d'éviter la différentiation directe des irrationnelles aurait encore rendus nécessaires, quoiqu'il l'ait fait pour d'autres plus simples. Il ajoute même, après quelques essais infructueux d'obtenir les coefficients λ et π par des artifices tendant à abréger ces calculs: „haec ergo nimis difficilem regressum habent".

N° 2739.

N. Fatio de Duillier à Christiaan Huygens.

15 février 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
Elle est la réponse au No. 2733.

Monsieur

Depuis que je ſuis de retour en Angleterre je n'ai pû retrouver cette Theorie de la Peſanteur [2]) que Vous vîtes pendant que j'etois à la Haye [3]) et que j'avois déja communiquée à Meſſieurs Newton et Halley. S'il y a encore quelque eſperance de la retrouver il faut Monſieur que je l'aie laiſſée chez Vous ou à l'Academie; ce que je Vous prie trez humblement Monſieur d'examiner. Mais pour ce qui regarde l'Academie il ſuffira s'il Vous plaît d'en faire dire deux mots à Monſieur Thornton [4]) et à Monſieur Fabri ſon Gouverneur; et j'eſpere de leur diligence qu'ils decouvriront ce papier s'il eſt à leur portée, et qu'ils m'en diront des nouvelles. En cas que Vous ne l'ayez pas Monſieur je ſerois ravi d'apprendre que Vous en euſſiez gardé une copie ou du moins un extrait. Je ne ſçai ſi je ne l'aurois point prêté à Monſieur Dierquens [5]), mais je ne m'en ſouviens pas. J'ai d'autant plus de chagrin de l'avoir perdu que je ne ſçaurais plus retrouver ce qu'il contenoit.

Monſieur Newton croit avoir decouvert aſſez clairement que les Anciens comme Pythagore, Platon &c. [a]) avoient toutes les demonſtrations qu'il donne du veritable Syſteme du Monde, et qui ſont fondées ſur la Peſanteur qui diminue reciproquement comme les quarrez des diſtances augmentent. Ils faiſoient dit il un grand myſtere de leurs connoiſſances. Mais il nous reſte divers fragmens, par où il paroit, à ce qu'il pretend, ſi on les met enſemble, qu'effectivement ils avoient les mêmes idées qui ſont repandues dans les Principia Philoſophiae Mathematica. Quand Monſieur Newton ſe ſeroit trompé il marque toujours beaucoup de candeur de faire un aveu comme celui la.

Les Lettres que Monſieur Newton ecrivit à Monſieur Leibnitz il y a 15. ou 16. ans [6]) parlent bien plus poſitivement que l'endroit que je Vous ai cité de ſes Prin-

---

1) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 127.

2) Voir, sur cette théorie, les Lettres Nos. 2570, 2572 et 2582.

3) De mars à septembre 1691, comme il résulte des Lettres Nos. 2667, 2677 et 2697.

4) Peut-être le fils du négociant Tourton, chez lequel Fatio demeurait à Londres. Voir la Lettre N°. 2697.

5) Mr. Dierquens fils ou père; consultez la Lettre N°. 2094, note 1.

6) Cette correspondance entre Newton et Leibniz, conduite en 1676 et en 1677 par l'intermédiaire d'Oldenburg, se trouve reproduite, entre autres, dans les ouvrages de Gerhardt: Leibnizens mathematische Schriften", Bd. I (à commencer par la lettre N°. 36, p. 100) et „Briefwechsel von Gottfried Wilhelm Leibniz mit Mathematikern" (p. 179—254). Voir d'ailleurs, à propos de ce qui va suivre, la note 3 de la Lettre N°. 2723.

cipes, qui neanmoins eſt aſſez clair, ſurtout quand ces lettres lui ſervent d'explication. Je ne doute pas qu'elles ne fiſſent quelque peine à Monſieur Leibnitz ſi on les imprimoit, puis que ce n'eſt que bien long temps aprez qu'il a donné au Public les Regles de ſon Calculus Differentialis, et cela ſans rendre à Monſieur Newton la juſtice qu'il lui devoit. Et la maniere dont il s'en eſt acquité eſt ſi eloignée de ce que Monſieur Newton a la deſſus que je ne puis m'empecher en comparant ces choſes enſemble de ſentir bien fortement leur difference comme d'un original achevé, et d'une copie eſtropiée et tres imparfaite. Il eſt vrai Monſieur comme Vous l'avez deviné que Monſieur Newton a tout ce que Monſieur Leibnitz paroit avoir, et tout ce que j'avois moi même et que Monſieur Leibnitz n'avoit pas. Mais il eſt encore allé infiniment plus loin que nous, ſoit pour ce qui regarde les quadratures, ſoit pour ce qui regarde la proprieté de la courbe quand il la faut trouver par la proprieté de la Tangente. Il ne ſe contente pas par exemple de retrouver l'Equation de la Courbe lorſque ſa fluxion eſt donnée, pour me ſervir de ſes expreſſions, c'eſt à dire lors qu'on a l'Equation de la Tangente[b]). Il la retrouve encore lors qu'on a la fluxion de la fluxion, ou la fluxion de la fluxion de la fluxion &c. Ce qu'il a ſur les Quadratures eſt infiniment plus general que tout ce que l'on avoit auparavant, et il eſt tres ſimple et d'un uſage merveilleux dans toutes les parties de la Geometrie.

J'ai Monſieur corrigé en divers endroits le livre de Monſieur Craige que Monſieur de Zulichem Vous envoiera. Ce livre n'a preſque rien qui ne fut deja connu. Il eſt ecrit ſans aucune exactitude et pour le mettre en l'état où il devroit etre il auroit abſolument fallu le refondre. J'ai copié mes corrections comme je les avois écrites à la haie à la marge de mon exemplaire; ou n'aiant été miſes que pour mon uſage et pour decharger ma memoire je ne ferois pas ſurpris ſi Vous trouviez qu'il n'etoit pas fort à propos de Vous les envoier dans l'etat où elles ſont. Mais je n'ai pû me reſoudre à leur donner une autre forme, aiant à preſent l'eſprit occupé de tout autres penſées.

On a arreté Monſieur le Conte du Quene Monros[7]) parce qu'il avoit connu Monſieur de Genes[c]): et ſes amis n'ont pas même la liberté de le voir. La lenteur que le grand nombre d'affaires apporte en ce pays à celles qui ne ſont pas de la

---

[7]) Abraham du Quesne, seigneur de Monros, second fils du célèbre amiral de même nom et de Gabrielle de Bernières. Après la mort de son père il s'était fait catholique, mais, pris de remords, il s'engagea dans l'entreprise de son frère Henri qui, voulant venir en aide à ses coréligionnaires réfugiés, organisa une expédition pour une île lointaine afin d'y fonder une colonie. Dans les premiers mois de 1690, les vaisseaux à l'ancre au Texel n'attendaient plus que le signal du départ et le comte de Monros allait mettre à la voile, lorsque Henri du Quesne, apprenant qu'une flotte française partait de France pour s'opposer au débarquement dans l'île de Bourbon et ne voulant pas s'exposer à violer le serment qu'il avait fait à son père de ne jamais combattre les Français, renonça à son projet. Abraham du Quesne se rendit en Angleterre où il mourut.

derniere importance me fait craindre que ſa priſon ne dure encore bien longtemps. Je ſuis dautant plus touché de ce qu'il ſouffre que je connois parfaitement ſon innocence.

Il ne tiendra pas à moi que Monſieur Leibnitz ne ſache la Methode dont je me ſervois pour retrouver en certain cas l'Equation de la Courbe par l'Equation de la Tangente. Mais je doi me rejouïr, ſi je veux encore approfondir ce ſujet, d'avoir rencontré en Monſieur Newton un guide ſans comparaiſon plus eclairé et plus genereux: quoi qu'il y ait bien du plaiſir de travailler ſur ſon propre fonds. Je tacherai de me conſoler de ce que Monſieur Leibnitz ſe dedit des engagemens où il etoit entré de lui même. Bien qu'il y ait toujours à perdre quand on n'apprend pas une choſe qu'on auroit pû ſavoir je ne ſerai pas faché d'avoir évité de faire des échanges de propoſitions de Mathematiques comme de marchandiſes. Pour Vous Monſieur Vous étes embarqué dans ce negoce et je crain que Monſieur Leibnitz, qui met toujours ſes denrées à un fort haut prix, ne ſe montre difficile à ſe contenter ſur les avances qu'il pretendra Vous avoir faites. Je n'ai encore ni abandonné ni embraſſé abſolument la penſée de faire une ſeconde édition du livre de Monſieur Newton. Monſieur Hampden Monſieur Vous fait ſes trez humbles complimens. J'eſpère Monſieur que votre ſanté ſera tout à fait retablie [a]). Je ſuis avec beaucoup de reſpect

a MONSIEUR

Voſtre tres humble et tres obeiſſant Seruiteur
N. FATIO DE DUILLIER.

A Londres ce $\frac{5}{15}$ Fevrier 1692.

[a]) Il aura veu le paſſage de Plutarque [8]) au livre de facie in orbe lunae [Christiaan Huygens].

[b]) s'il peut connaitre par l'Equation ſi une courbe eſt quadrable? avez vous dit a mon frere que ce traité de Mr. Newton paroitroit bien toſt [9]). ſi une ſoutangente eſtant donnée il peut dire s'il y a une courbe a qui elle convient [Chriſtiaan Huygens].

[8]) ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΕΜΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ ΠΡΟΣΩΠΟΥ ΤΩΙ ΚΥΚΛΩΙ ΤΗΣ ΣΕΛΗΝΗΣ. De facie in orbe lunari. Au § XI on rencontre, en effet, le passage remarquable suivant, que nous empruntons à la traduction d'Amyot, d'après l'édition:

Œuvres mêlées de Plutarque, traduites du Grec par Amyot, Grand-Aumônier de France; avec des Notes et des Observations, par MM. Brotier et Vauvilliers. Nouvelle Edition, Revue, corrigée et augmentée, par E. Clavier. Tome cinquième. A Paris, de l'imprimerie de Cussac, Rue Croix des Petits-Champs, N°. 33. An XI (1803) in-8°.

On y lit (pages 238 et 239):.... il y a des colomnes et des pilliers de diamant qui la soustiennent (c'est-à-dire la Terre), comme dit Pindare. C'est pourquoy Pharnaces est hors de

[c]) Je m'eftonne qu'il n'ait pas mieux connu de Genes[10]) de qui avec raifon on n'a pas bonne opinion. je croy pourtant du Quefne innocent [Chriftiaan Huygens].

[d]) On m'a parlè d'un traitè de dioptrique d'un des membres de la Société qui eft-ce?[11]) Locke [Chriftiaan Huygens].

N° 2740.

G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.

19 février 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]) et C. I. Gerhardt[2]).
Elle est la réponse au No. 2732.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2744.

Monsieur

Vous m'avéz allarmé en me parlant de voftre indifpofition. Je fcay affez combien les fciences font intereffées dans voftre confervation. Vous pouuez faire des

crainte que la terre ne tombe: mais il a pitié de ceulx qui sont à plomb au dessoubs du cours de la lune, comme les Aethiopiens et ceulx de la Taprobane, de peur qu'un si pesant fardeau ne tombe sur eulx, et toutefois il y a le mouvement de la lune qui engarde qu'elle ne tombe, et la violence de sa révolution, ne plus ne moins que les pierres et cailloux, et tout ce qu'on met dedans une fronde, sont empeschez de tomber, parce qu'on les tourne violemment en rond. Car chasque corps se meut, selon son mouvement naturel, s'il n'y a autre cause qui l'en detourne. C'est pourquoy la lune ne se meut point selon le mouvement de sa pesanteur, estant son inclination deboutée et empeschée par la violence de la revolution circulaire.

[9]) Voir la Lettre N°. 2731.

[10]) De Genes, navigateur français, proche-parent du théologien Julien-René-Benjamin. Il jouit de la faveur de Louis XIV, qui le créa capitaine de vaisseau et chevalier de Saint-Louis et le gratifia de pensions et d'une grande étendue de terre en Cayenne, que le roi avait érigée en comté, sous le nom de comté d'Oyac. Comme gouverneur de l'île de Saint-Christophe, restituée à la France par le traité de Rijswijk, il dut abandonner cette île aux Anglais. Il fut condamné en août 1704 pour lâcheté, dégradé de la noblesse et privé de la croix de Saint-Louis. Il appela de ce jugement au conseil du roi. Voulant revenir en France pour suivre cet appel, il fut fait prisonnier par les Anglais et conduit à Plymouth, où il mourut cette même année. Louis XIV accorda des pensions à sa veuve et à ses enfants „en raison de sa fidélité et de ses bons et agréables services".

[11]) Il s'agit probablement de l'ouvrage suivant:
Dioptrica Nova. A Treatise of Dioptricks, in two Parts. Wherein the various Effects and Appearances of Spherick Glasses, Both Convex and Concave, Single and Combined, in Telescopes and Microscopes, Together with Their *Usefullness* in many Concerns of Human Life, are explained. By William Molyneux of *Dublin* Esq. Fellow of the Royal Society. Ex Visibilibus Invisibilia, London, Printed for Benj. Tooke. MDCXCII, in-4°.
Sur William Molyneux, voir la Lettre N°. 2361, note 2.

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 121.

[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 129, et Briefwechsel, p. 688.

chofes fi importantes en Phyfique, que je fais confcience de vous donner occafion de trop rever à la Geometrie.

Je ne fcay fi vous avés vu un petit liure d'un nommé Monfieur Eifenfchmid [3]), de Strafbourg De figura terrae, où il pretend prouver, en conferant enfemble les differentes obfervations de ceux qui ont voulu donner la mefure de la terre, ou la grandeur d'un degré, qu'ils ont varié felon qu'ils fe font plus approchés du pole, et par confequent, que la terre eft elliptique en effect, mais qu'elle eft plus enflée fous les poles, au lieu que felon vous et Mons. Newton elle doit eftre plus enflée fous l'equateur. Cela merite d'eftre confideré [4]).

Le liure de Mr. Neuton eft un de ceux qui meritent le plus d'eftre perfectionnés et Mr. Facio fera bien de s'y appliquer. Je ne m'etonne pas fi parmy tant de recherches difficiles, il s'y eft gliffé quelque faute de doctrine.

Cette reduction aux quadratures, que vous appellés impoffibiles eft ce que je fouhaiterois de pouuoir tousjours obtenir pour les problemes des tangentes renverfées. Enfin je ne demande prefque que cela pour la perfection de la plus importante partie de la Geometrie. Il 1e peut bien que nous ne nous entendions pas, puifque une chofe de fait, que j'avois rapportée, vous paroift peu croyable.

Il eft vray comme vous dites, Monfieur, qu'il n'eft pas affez de faciliter le calcul, il faut fouuent quelqu'autre chofe. Cela fe voit dans l'Algebre même. Pour fcauuoir l'Algebre on ne s'avifera pas d'abord de trouuer les racines irrationelles des racines cubiques, à la maniere de Scipio Ferreus [4]), ny de la divifion des equations egalées à zero par leur racines. Il en eft de même de mon calcul tranfcendant. Mais quand on a reduit les methodes à un fimple calcul on s'avife plus aifément de ces adreffes.

La Methode des quadratures, que Mr. Tfchirnhaus a publiée quand elle eft bien entendue, revient à une partie des miennes. Je luy en avois parlé bien des fois à Paris, et ce n'eft que par oubli qu'il peut avoir crû [5]) de donner quelque chofe de nouueau. Cependant il me femble qu'il s'y prend d'une maniere bien embaraffée. Et de plus ce qu'il donne n'eft pas fi general qu'il avoit crû. Je luy donnay une inftance que je fabriquay fur la lunule d'Hipprocrate [6]); cela l'arrefta. Au bout de quelques années quand je n'y penfois plus (car je n'avois pas voulu le pouffer) il avoit fait quelque calcul fur les lunules (comme fon difcours temoigne

[3]) L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2727, note 11.

[4]) Scipione del Ferro enseigna l'arithmétique et la géométrie à Bologne depuis 1496 jusqu'à sa mort, en octobre ou novembre 1526. Sa résolution des équations cubiques fut mentionnée par Cardano au Chapitre XI: „De cubo et rebus aequalibus" de son Ars Magna. (Voir l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 137, note 4).

[5]) Consultez, sur ce qui précède, la Lettre N°. 2627 à la page 518, et l'article de Leibniz de mai 1684, cité dans la note 16 de la Lettre N°. 2732.

[6]) Partant de cette communication Huygens n'a pas manqué de retrouver la manière dont

affez) [7]) et cela l'avoit fait rencontrer ce calcul, et luy avoit fait voir la quadrature. Mais ce n'eſtoit pas et ne peut eſtre pas la methode qu'il auoit propoſée.

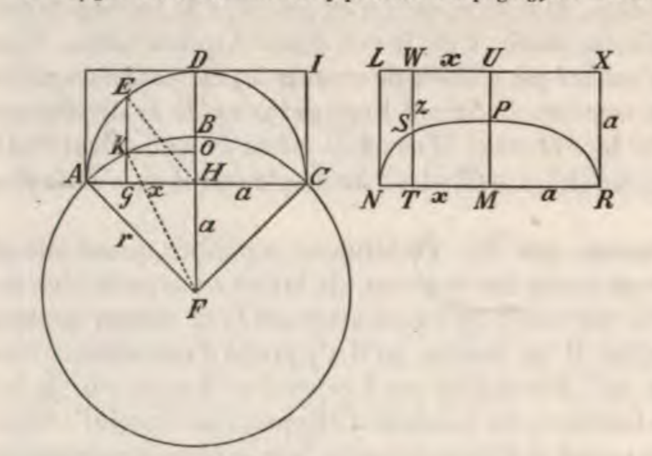
Un de ces jours je pourray m'appliquer derechef à cette matiere, pour la mettre dans ſon jour.

La methode de Mr. Facio pour les tangentes renverſées, autant que j'en puis juger, ne peut ſervir que pour les courbes ordinaires, au lieu que la mienne donne et les ordinaires et les tranſcendantes. Je crois de vous auoir déja dit, Monſieur, que j'en ay une auſſi qui eſt propre aux ordinaires, par le moyen de la quelle je pourrois fabriquer quantité de canons particuliers, tels que je croy que M. Facio a; mais je ne m'y amuſe point, et je penſe la rendre un jour univerſelle pour determiner s'il eſt poſſible de trouuer une ligne ordinaire ſatisfaiſante. Mais j'ay dit que pour en rendre l'uſage court et facile, il faudroit dreſſer quelques Tables.

Vous avés raiſon, Monſieur, de dire que des Cartes a parlé d'un ton trop deciſif de l'arrangement des parties de la matiere. Cependant ce ſeroit dommage

---

Leibniz avait dû construire la courbe dont il est question dans la note 16 de la Lettre N°. 2732. Voici comment il y procède à la page 39 du livre H:



Soit ADCBA une lunule d'Hippocrate, dont l'aire égale comme on sait, celle du triangle AFC; $AH = FH = a$; $AF = r = a\sqrt{2}$; $GH = x$.

On a alors $BO = BF - OF = r - \sqrt{r^2 - x^2}$; $KG = OH = r - a - BO = \sqrt{r^2 - x^2} - a = \sqrt{2a^2 - x^2} - a$; $EG = \sqrt{a^2 - x^2}$; donc $EK = \sqrt{a^2 - x^2} - \sqrt{2a^2 - x^2} + a$.

Soit maintenant $NM = LN = MR = AH = a$; $MT = GH = x$; $TS = KE$; alors l'aire NST sera égale à l'aire AKE qu'on ne peut pas quadrer généralement sans supposer la quadrature du cercle; tandis qu'en particulier l'aire $NPM = ADB = AHF$ se trouve être quadrable.

Or, pour obtenir l'équation de la courbe NSP il suffit de poser $SW = z$; donc $z = LN - ST = a - KE = \sqrt{2a^2 - x^2} - \sqrt{a^2 - x^2}$, d'où l'on déduit aisément $z^4 - 6a^2z^2 + 4x^2z^2 + a^4 = 0$. La courbe NSP est donc identique, en effet, avec la courbe NMA de la figure de la note 16 de la Lettre N°. 2732.

7) En effet, dans l'article même, de septembre 1687 (voir la Lettre N°. 2627, note 11), où von Tschirnhaus annonça la quadrature de la courbe AMMNE de la note 16 de la Lettre N°. 2732, on rencontre un théorème qui se rapporte à la quadrabilité de certaines portions de la lunule d'Hippocrate.

ſi nous n'avions pas ſon ſyſteme. Ainſi je voudrois que Mons. Boyle nous eut laiſſé ſes conjectures. Mais c'eſt encor plus dommage que ſes plus curieuſes experiences le plus ſouuent ne ſont rapportées qu'a demy. Tantoſt il s'excuſe parce qu'un amy ne luy donne pas le pouuoir de les publier; tantoſt ſur quelqu'autre raiſon.

La negligence de nos libraires fait que je n'ai pas encor veu l'Hiſtoire des ouvrages des ſcavans ny voſtre diviſion de l'octave. Elle eſt de vous, c'eſt tout dire. Pluſt à Dieu que vous penſaſſiés à donner vos conjectures ſur les parties de la matiere; car nous avons bien des connoiſſances que des Cartes n'avoit pas, dont je ne connois perſonne qui puiſſe mieux uſer que Vous pour en tirer des conſequences.

Il eſt vray que le Chancelier Bacon ſcavoit quelque choſe de l'art de faire les experiences et de s'en ſervir; mais ce que vous dites de feu Mr. Boyle, eſt encor veritable à ſon egard, qu'il n'eſtoit pas capable d'une aſſez grande application pour pouſſer les conſequences autant qu'il faut.

J'eſpere que voſtre ſanté ſera retablie; ce ſera une des plus agreables nouuelles que je pourray receuoir. Je vous avois encor écrit une ſeconde lettre[8]), et je m'étonne qu'il ne paroiſt pas que vous l'ayés receue. Je ſuis avec zele

MONSIEUR

Voſtre treſhumble et treſobeiſſant ſerviteur
LEIBNIZ.

Hanover ce $\frac{4}{19}$ feurier 1692.

[a]) Il eſt elliptique ce qui ſe confirme. Il ſe fond ſur des faits peu certains [Chriſtiaan Huygens].

N° 2741.

CHRISTIAAN HUYGENS à A. L. COYMANS [1]).

29 FÉVRIER 1692.

Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Sommaire : febr. 29. Aen de Schout van Zuylichem Arie Lamb. Coyman met de acte voor Buyrmeeſter tot Zuylichem in de buyten Meydijcks.

[8]) Voir la Lettre N°. 2728.

[1]) Arie Lambrecht Coyman, bailli de Zuylichem.

N° 2742.

HUBERTUS HUIGHENS à CHRISTIAAN HUYGENS.

3 MARS 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]).
Elle est la réponse aux Nos. 2735 et 2738.

Viro nobiliſſimo atque eruditiſſimo
CHRISTIANO HUGENIO HUBERTUS HUIGHENIUS S. p. d.

Imperitia et lata culpa tabellarii ad aedes domini, cujus cognomen Hubert mihi praenomen eſt, venere, et neglectae diu jacuerunt literae tuae, quae in Perſarum Regis Darii Scrinio, ſi ejus mihi copia foret, apud me ſervarentur:

cauſam audis, quare prius non reſpondi; nullam prorſus mihi ſpem reliquam perveniendi ad ſcopum, cujus obtinendi gratia, parvus ille libellus a me ſcriptus eſt, ex literis tuis intelligo.

de praeſtantia methodus tuae, quamvis mihi incognitae, tamen ex iis, quae ad me ſcripſiſti, dubitare non poſſum, utrum vero eadem ſit, qua ego utor, non poſſum affirmare, nam Barrovii theorema incognitum, nomen inauditum mihi eſt, nullumque authorem, praeter Clariſſimum Walliſium, cujus methodum probandi capere non poſſum, de illa materia legi.

dubitare mihi videris, an ex quadraturis ad aequationes curvarum linearum, ad quas illae pertinent, pervenerim, vel aliunde, ut ſit, illas eruerim: ſi mihi occaſio daretur, omnem tibi cauſam dubitandi auferre poſſem.

Nulla mihi induſtria opus fuit in formandis quadraturis, unde aequationes oriuntur, quae paucis terminis conſtant, ad hoc enim nihil aliud requirebatur, quam ut ex plurimis aequationibus, quas inveneram, ſimpliciſſimas elegerem, quod tamen ob quaſdam, quae me movebant rationes, non ſemper praeſtiti.

non video, quomodo quis affirmare poſſit, ex proprietate ſe ad quadraturam generaliter poſſe pergere, quin eo ipſo quod non tradat quadraturas figurarum, quae deſiderantur, inanis jactantiae manifeſto deprehendatur convictus.

non ſcripſi talem quadraturam effingi, aut excogitari poſſe, cui curva, quam mihi quadrandum propono, conveniat, ſed ſolummodo ſuppoſui, talem quadraturam eſſe, ac oſtendi, quomodo a poſteriori ad illam certo perveniri poſſit: ex. gr. in circulo, cujus aequatio ſit $\sqrt{2ay-yy}$, ſupponamus (ψ); nec (y) ultra vigeſi-

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 141.

mam poteſtatem aſcendere, certum eſt, ſi omnes aequationes inter (ψ), et (y) uſque ad vigeſimam poteſtatem examinentur eo modo, et in eum finem, qui pag. 9 praeſcriptus eſt [2]), quod infallibiliter pervenietur ad aequationem, in qua invenietur $x \infty \sqrt{2ay - yy}$, quod probabit in illa aequatione inter (ψ) et (y) ſegmentum ſemicirculare, cujus baſis eſt (y), aequale eſſe ($a\psi$).

Sed quis mihi ſpondere poſſet (y) et (ψ) in circulo non aſcendere ultra centeſimam, vel etiam ſuperiorem poteſtatem? quare etiam credo, quod e re mea non eſt quadraturam circuli, aut hyperbolae eo modo ſolus quaerere, circa quam ſecundum omnem apparentiam fruſtra me fatigarem.

non opus erat circa ſubnormalem pag. 12 ad ſeptimam poteſtatem literae (y) aſcendere, ſed rem eo modo, quo inveneram, ſed eſt per varios circuitus propoſui.

Haec verba (an vero ſubnormalis ad nullam curvam pertineat) non ſatis intelligo, nam ſi concedas mihi liberè meam opinionem dicere, implicare contradictorium mihi videtur, quod ſubnormalis illa ad nullam curvam pertineret.

nullo modo ego ex ſubnormali ad curvam, ad quam illa pertinet, pervenire poſſum, ſi data ſit aequatio inter ſubnormalem, et perpendicularem (x) vel inter ſubnormalem, perpendicularem (x) et baſim (y).

magno teneor deſiderio videndi talem methodum, qua a priori in duobus illis caſibus, in quibus ſubnormales ſunt $\infty \dfrac{aay - 2yyx}{3aa - 2xy}$ $2y + \dfrac{y^3}{xx}$ perveniatur ad curvas, ad quas illae pertinent, nec non cognoſcere cauſam, quare illa methodus a priori aliis caſibus applicari non poſſit: in illis vero caſibus, in quibus data eſt proportio inter ſubnormalem, et baſim (y), invenio, aut curvam, ad quam illa ſubnormalis pertinet, aut figuram curvilineam, a cujus quadratura illa curva dependeat, ex. gr. ſi ſubnormalis data ſit $\dfrac{aa}{\sqrt{aa-yy}}$ invenio curvam dependere a quadratura circuli [3]) quod cum jungatur cum iis, quae a te circa illam ſubnormalem inventa ſunt [4]), proportionem circuli ad hyperbolam cognitam reddet.

---

[2]) Voir la pièce N°. 2737 et surtout la note 7 de cette pièce.

[3]) Ce qui est exact, puisque la solution du problème, dans la notation de Hubertus Huighens (voir la figure 1 de la pièce N°. 2737), dépend de la résolution de l'équation différentielle: $x\dfrac{dx}{dy} = \dfrac{aa}{\sqrt{aa-yy}}$.

[4]) Le résultat, annoncé par Chr. Huygens dans sa Lettre N°. 2735, ne se rapportait pas à la sous-normale, mais à la soustangente $\dfrac{aa}{\sqrt{aa-yy}}$. Huygens avait corrigé sa méprise par la Lettre N°. 2738, qui, d'après le post-scriptum de la présente, n'avait pas encore été reçue par Hubertus lorsqu'il rédigea cette phrase.

Rudis artis pingendi ego in plano delineare non poſſum corpora, quae mihi neceſſaria ſunt ad demonſtrandum, quomodo ex quadraturis pag. 8 eliciam aequationes pag. 9 nec non quomodo pag. 10 ſolutionem ſecundae propoſitionis meae cum quadratura per (x) detur, ad quadraturam hyperbolae, et circuli deducam, ſed non ſemper eo devenio, nam plerumque invenio curvilineam figuram, cujus quadratura cognita eſt, ut in propoſito tuo exemplo $y^4 \infty ddyy - ccxx$ vel, quod idem eſt $y \infty \sqrt{\frac{1}{4}dd + \frac{1}{2}cx} - \sqrt{\frac{1}{4}dd - \frac{1}{2}cx}$.

Quis, et ex qua Huygheniorum familia ſim, rogas, tui ſum, Vir nobiliſſime, obſervantiſſimus, ne vero videantur facta mea cum verbis non convenire, ad ſingula haec reſpondebo,

pater meus, qui urbis Verenſis, cujus ego nunc ſcabinus, olim concionator fuit, patrem habuit urbis Tholonae conſulem, cujus avus inter brabantinae provintiae nobiles numeratus, peregrinando fere peregrinus in patria ſua factus, filium reliquit, qui noſtrae familiae primus provinciae Zelandiae incola fuit.

quare nomina noſtra conveniant, cum diverſa armorum inſignia non eandem nobis eſſe familiam oſtendant, rationem nullam ego reddere poſſum.

propediem mihi iter eſt in Hollandiam, permiſſionem te ſalutandi rogabo, et inter fortunae beneficia numerabo, ſi praeſens tibi, quod jam hiſce literis facio, dicere poſſim, quantopere me tibi devinctum agnoſco, quod Vir tanti nominis, et eruditionis ad me ſcribere dignatus ſis. Vale.

Dabam Verae 3 Martii 1692.

Appendicula tua, poſtquam has literas ſcripſeram reddita mihi eſt, mutatio in illa nullam cauſam aliquid mutandi literis meis praebet, niſi in iis, quae ſcripſi de invenienda proportione inter circulum et hyperbolam, quae pro non ſcriptis haberi peto.

N° 2743.

P. BAYLE à CHRISTIAAN HUYGENS.

6 MARS 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2746.

MONSIEUR

Les lumieres extraordinaires dont Dieu vous a pourveu ne doivent pas etre ſeulement pour vous ou pour vos Lecteurs, mais en general pour tous ceux qui peuvent ſortir de leurs doutes en allant conſulter votre oracle. Je prens donc la liberté de vous consulter aujourdhui ſur une choſe qui n'eſt pas digne de vous etre propoſée, mais enfin j'aurois trop de peine à m'en tirer par mes propres forces, n'etant pas homme de meditation, je vous prie donc Monſieur tres humblement de vouloir vous abaiſſer juſqu'à cette bagatelle pour m'epargner un tems que i'emploirois peut etre inutilement à chercher la ſolution.

pourroit on dire que des gens plus orientaux que Rome de telle ſorte que quand ils ont 9. heures du ſoir, il eſt midi à Rome, ne peuvent point voir le ſoleil quand il eſt midi à Rome. Ce qui me fait vous demander cela eſt que j'ay à refuter Pline qui a dit que les feux qu'on allumoit ſur certaines tours pour avertir de l'arrivée des pirates, qu'on allumoit dis-je, *hora ſexta diei* etoient veus vers l'orient iuſqu'à des lieux où il etoit trois heures de nuit. Il eſt bien certain que cela eſt impoſſible, mais je n'ai pas oſé avancer que tant s'en faut qu'une lumiere ſi petite et ſi baſſe puiſſe etre veuë d'une diſtance qui comprend plus du tiers du rond de la terre (ie veux dire neuf heures) le ſoleil meme ſi grand et ſi elevé n'en pourroit pas etre aperçu. Ce qui m'a empeché d'oſer l'avancer eſt que dans la ſphere oblique on voit le ſoleil encore qu'il ſoit eloigné de nous de la diſtance de neuf heures; par exemple à Stokolm on le voit l'eté à 3. heures du matin ou meme plutot. Or n'eſt il pas vrai monſieur que le meridien ſous lequel il eſt alors eſt eloigné de neuf heures du meridien de Stokholm, puis qu'il faut que le ſoleil emploie neuf heures pour aller de l'un de ces meridiens à l'autre. De là m'eſt né un autre doute, c'eſt de ſcavoir ſi quand on dit que deux villes different de 30. degres de longitude lors qu'une eclipſe eſt aperçuë dans l'une à 10. heures et dans l'autre à 8. et *ſic de caeteris* il faut prendre ces 30. degres de longitude dans toutes ſortes de paralleles ou de climats, ou ſeulement par raport à la ſphere droite. Vous comprendrez bientot ma difficulté monſieur, et en meme tems mon ignorance puis que ſi peu de choſe eſt difficulté pour moi. Je voudrois ſavoir 1° d'où vient que n'y aiant que 90. degres du meridien à l'Horiſon, il ſe trouve qu'à l'egard de Stokolm l'été, le ſoleil paſſe par 9. fois 15. meridiens avant que de parcourir la diſtance de l'Horiſon au meridien de cette ville. 2° pour quoi l'on dit en general et ſans reſtriction que ſi

la ville A voit une eclipſe à 10. heures, et la ville B. à 8. heures le meridien de la ville A eſt plus oriental de 30. degres que le meridien de la ville B, car ſi chaque heure repond à 15. degres ou à 15 meridiens, il faut que le ſoleil parcoure neuf fois 15. meridiens depuis qu'il ſe leve à Stokolm, iuſques à ce qu'il arrive au meridien de Stokolm, et cependant il ne peut y avoir du meridien d'un lieu à l'horiſon du meme lieu que le quart du cercle c'eſt à dire ſix fois 15. meridiens.

Je vous demande tres humblement pardon, de la liberté que ie prens, d'occuper la maſſuë d'un Hercule à ecraſer un ver, car mon petit doute à l'egard d'un homme comme vous, n'eſt que comme un inſecte pour ce dompteur de monſtres. Je ſuis avec toute ſorte d'admiration.

MONSIEUR

Voſtre treſhumble et treſobeiſſant ſerviteur
BAYLE.

à Rotterdam le 6
de mars 1692.

No. 2744.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

15 MARS 1692.

Le lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.
La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La minute a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]), la lettre par C. I. Gerhardt [2]).
La lettre est la réponse au No. 2740.
Leibniz y répondit par le No. 2751.

Sommaire: Windiſgras. Longitudes. Eyſenſchmidt. Approbation ou objections. Plus qu'il ne faut de geometrie pour la phyſique. Tſchirnhaus promeſſe ſera vaine. Formes des quadratures. Remarques. Table Regle de Fatio.

15 Mars 1692.

Je vous ſuis fort obligé de ce que vous temoignez de prendre intereſt à ma ſanté, qui depuis ma derniere a encore beaucoup ſouffert de la migraine pendant cette longue [3]) gelée.

---

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 124. La minute et la lettre diffèrent en quelques endroits. Nous indiquerons les variantes principales dans les notes.

[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. II, p. 131, et Briefwechsel, p. 690.

[3]) La minute ajoute „et importune".

Vous avez trop bonne opinion de mes forces à approfondir les matieres de Physique. Vous voulez m'animer à cette estude, à quoy contribueroit beaucoup, si je sçavois que les essais, que j'en ay donnè dans mes derniers traitez, sont dans vostre approbation[4]). Il n'y a jusqu'icy que le seul Mr. Papin qui m'ait envoiè des objections, que je crois avoir bien resolues[5]).

J'ay vu l'extrait du traitè de Mr. Eysenschmid dans les Acta[6]); il m'en semble qu'il bastit sur un fondement fort peu seur, sçavoir les differentes mesures qui ont estè faites du globe terrestre. Car on sçait combien different entre eux les observateurs qui ont travaillè sous le mesme climat. On observe d'ailleurs que Jupiter est elliptique[7]) dans le sens de Mr. Newton et de moy, et la raison le veut, au lieu qu'il n'y en a point pour la figure elliptique de Mr. Eysenschmid. Je souhaite fort d'apprendre par la relation de ceux qui sont allez avec mes horloges au Cap de bonne Esperance, si le retardement de leur mouvement (qui comme vous sçavez a la mesme cause que nostre pretendue figure de la Terre) sera confirmé de mesme que je l'ay remarquè dans le voiage precedent[8]). Ces observateurs se trouverent malades, lorsque les vaisseaux qui les devoient ramener passoient au Cap[9]), ce qui retardera leur retour peut estre d'un an entier; et il faudra attendre jusques là pour sçavoir le succes de la mesure des longitudes, parce qu'en allant vers là, ils n'ont pas pu se regler sur les horologes, pour n'avoir pas eu le loisir d'examiner leur mouvement par le soleil[10]). Il est vrai qu'il y a un homme en ce pais[11]), qui a proposé à Mrs. les Estats son invention pour les longitudes, et que j'ay estè emploiè avec d'autres pour l'examiner. Mais il n'avoit rien de bon ni de nouveau, et il n'y a eu personne qui ne l'ait condamnè. Cependant de puissantes recommandations de quelques ignorants luy ont fait avoir 2000 fr.[12]) de la Compagnie

---

[4]) Puisque la Lettre N°. 2628 n'avait jamais été envoyée, Huygens ne pouvait connaître l'opinion de Leibniz sur le „Traité de la lumière" et le „Discours de la cause de la pesanteur" que par la courte remarque que l'on rencontre vers la fin de la Lettre N°. 2676.

[5]) Voir les lettres de Papin, Nos. 2595 et 2640, et les réponses de Huygens, les Nos. 2617 et 2707.

[6]) Les „Acta eruditorum" de juillet 1691, p. 315.

[7]) Cassini et Flamsteed avaient constaté que „le diamètre de Jupiter entre les poles était plus court que celui de l'Orient à l'Occident" (Newton Principia, p. 421). Par un calcul analogue à celui qui l'avait conduit, dans l'„Addition" à son „Discours de la cause de la pesanteur", au rapport des deux axes principaux de la terre, Huygens avait estimé à 10/9 le rapport de ceux de Jupiter. D'après le lieu qu'il occupe dans les „Adversaria", ce calcul doit dater de la fin de 1688 ou du commencement de 1689.

[8]) Voir la pièce N°. 2519.

[9]) Voir les Lettres Nos. 2718 et 2720.

[10]) Voir les Lettres Nos. 2645, 2646, 2647, 2648, 2650, 2651, 2653 et 2656.

[11]) Lieuwe Willemsz. Graaf. Voir la Lettre N°. 2536.

[12]) Voir la note 1 de la pièce N°. 2538.

des Indes Orientales malgré elle, lequel argent eſt aſſurement tres mal emploiè. Il pretendoit ſe ſervir des obſervations de la Lune, et avoit eu commerce avec le profeſſeur Waſmuth qui eſtoit un viſionaire.

Mr. de Tſchirnhaus ayant promis avec tant d'aſſurance de donner la quadrature de toute ligne courbe propoſée, ou de prouver qu'elle eſt impoſſible, ne s'eſt il trouvè perſonne qui l'ait mis à l'epreuve en luy propoſant quelque courbe geometrique un peu compoſée? Je crois aſſurement qu'il ſe trouveroit court, ayant un peu examinè cette matiere depuis quelque temps. Je vois qu'on peut en ſuppoſant autant qu'on veut de quadratures, trouver les courbes à qui elles convienent [13]), mais d'aller de l'équation à la quadrature, je n'y vois pas moyen, ſi non en quelques cas ſimples [14]). Il y a des remarques à faire, mais elles ne vont guerre loin, de ſorte que je doute meſme ſi lorſque vous m'avez donné [15]) la quadrature de la courbe $y^4 - 8aayy + 16aaxx \infty 0$, que je vous avois propoſée [16]), vous ne l'avez pas trouvée, Monſieur, dans quelque Table de quadratures que vous euſſiez faites. Cela me paroit plus vraiſemblable depuis qu'un certain mathematicien de Zelande m'a envoiè un petit traitè [17]), où il y a une telle Table, qui contient entre autres cette meſme courbe et ſa quadrature [18]).

Mr. Fatio me mande [19]) qu'il veut bien que je vous faſſe part de ſa methode des tangentes renverſée, mais je ne ſcay pas maintenant ſi vous le ſouhaitez, ou ſi vous avez beſoin, que je vous l'explique, de quoy vous m'informerez, s'il vous plait. Il croit que Mr. Newton ſcait ſur cette matiere et tout ce que luy et tout ce que vous, Monſieur, en avez trouvè, et encore bien d'avantage, et que meſme il en publiera quelque traitè [20]). Je ſuis avec paſſion &c.

J'ay eu ſoin de voſtre lettre à Mr. le Comte de Windiſgras [21]), auſſi-toſt que je l'eus receuë.

---

[13]) La minute ajoute „et ſe faire par là quelques tables".

[14]) La minute ajoute „et nullement en tous ceux qu'on peut former".

[15]) Dans la Lettre N°. 2664. Consultez sur l'identité des deux courbes, celle du texte et celle dont Leibniz avait donné la quadrature au lieu cité, la note 7 de la pièce N°. 2644.

[16]) Voir la Lettre N°. 2660 à la page 21, où Huygens demande de vouloir déterminer cette quadrature, que Leibniz avait annoncée comme aisée dans sa lettre N°. 2659 à la page 13.

[17]) Voir la Lettre N°. 2730.

[18]) Voir le cinquième exemple de la note 2 de la Lettre N°. 2735 et la note 8 de cette même lettre.

[19]) Voir la Lettre N°. 2739.

[20]) Voir la Lettre N°. 2731.

[21]) Voir la Lettre N°. 2728.

N° 2745.

N. Fatio de Duillier à Christiaan Huygens.

17 mars 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]).
Elle est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2748.

Monsieur

Je Vous rens mille graces des peines que Vous Vous étes données pour retrouver mon Traitté de la Pesanteur. Je n'espere plus de le revoir jamais ni même d'en composer un nouveau[2]) à cause d'un degout et d'une repugnance invincibles que je me sens à rechercher une seconde fois les memes choses que j'avois déja eües. Monsieur Newton se relache déja sur l'impression de son Traitté des lignes Courbes[3]). Sa premiere chaleur est passée, et je croi qu'il s'accoutume peu à peu à juger qu'il n'est pas fort necessaire qu'il s'engage dans les embarras que l'impression d'un Traitté comme celui là traine necessairement aprez elle. Nous y perdrions beaucoup assurement si ce Traitté ne paroissoit point. Je ne sçai si je Vous ai dit Monsieur que Monsieur Newton y donne une Methode bien étendue de trouver la Courbe la plus simple dont depend la Quadrature d'une Courbe proposée[4]). Il est certain que jusques à present il n'a encore rien paru de si beau dans la Geometrie abstraite que cet ecrit qui n'est que de quelques feuilles et qui ne seroit point trop long pour entrer dans une transaction. Si je ne l'avois pas parcouru j'aurois peut étre poursuivi les idées que j'avois en Hollande[5]) et dont

---

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 130.

[2]) Voir la Lettre N°. 2582, note 9.

[3]) Il s'agit de la „Methodus Fluxionum et serierum infinitarum, cum ejusdem applicatione ad curvarum geometriam", qui ne parût qu'après la mort de l'auteur, en 1736, et sur laquelle on peut consulter, entre autres les „Vorlesungen" de Cantor pp. 168 et suiv. de l'édition de 1901, ou bien du „Tractatus de quadratura curvarum", qui ne fut publié qu'en 1704 ensemble avec l'„Enumeratio linearum tertii ordinis" et l'Optique, réunis sous le titre „Optics; or a Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections and Colours of Light; also two Treatises of the Species and magnitude of Curvilinear Figures", London, 1704. in-4°.

[4]) On rencontre, en effet, dans le „Tractatus de quadratura Curvarum", le Problema III suivant: „Invenire Figuras simplicissimas, cum quibus Curva quaevis geometricè comparari potest, cujus ordinatim Applicata y per Aequationem non affectam (c'est-à-dire: explicitement) ex datâ Abscissa z determinatur".

[5]) Voir, sur ce séjour en Hollande, la Lettre N°. 2739, note 3.

nous nous sommes quelquefois entretenus ensemble. Car je ne desesperois pas de pouvoir trouver tout ce qui me manquoit de la Methode de Monsieur Leibnitz et même quelque chose de plus. Ce qui n'etoit pas sans fondement vû les differentes entrées que j'avois deja à des solutions et à des Methodes qui reussissoient fort bien, et à qui il ne manquoit pas beaucoup ce me sembloit pour les rendre assez generales. Mais j'ai été glacé en voiant ce qu'a fait Monsieur Newton, et je lui ai reproché qu'il rendoit inutile mon travail et qu'il ne vouloit rien laisser à faire à ses Amis qui sont venus aprez lui. Je croi que dans la suite il ne faudra pas que j'entreprenne d'étude un peu difficile et de longue haleine sans etre assuré de sa part que l'envie ne lui prendra pas de traitter le même sujet. Monsieur Hambden Monsieur Vous fait ses trez humbles complimens. Monsieur Lock n'est pas en Ville. Il est obligé de passer tout l'hiver à la Campagne à cause de sa poitrine, qui se trouve fort incommodée des fumées de Londres. Monsieur le Conte de Monros[6]) a été traitté d'une maniere si differente de ce qu'il auroit merité qu'il est bien malaisé de s'empecher de croire que des Emissaires ou des Amis de la France n'aient causé tout son malheur. Je suis avec beaucoup de respect

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur
N. FATIO DE DUILLIER.

A Londres ce $\frac{7}{17}$ Mars 1692.

---

[6]) Voir la Lettre N°. 2739, note 7

N° 2746.

Christiaan Huygens à P. Bayle.

19 mars 1692.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2743.

Monsieur

Vous entendez fort bien une partie de ce que vous me propofez a refoudre. Quand il eft midy a Rome, et 9 heures du foir (fuivant noftre maniere de conter les heures) ou 3 heures de nuit fuivant les anciens Romains, en quelque lieu plus oriental que Rome, il eft certain que ce lieu peut eftre fi avant vers le nord que pendant une partie de l'année on y verra le foleil a ces 9 ou 3 heures, puifque il y a des lieux vers le nord ou le foleil ne fe couchent[1]) pas feulement pendant quelque mois. Vous avez donc eu raifon de ne pas vouloir affirmer generalement en refutant Pline, que dans un lieu plus oriental de 9 heures que Rome on ne pourroit voir le foleil lors qu'il eft midy a Rome et l'exemple de Stockholm eft bien allegué. Mais quant au paffage de Pline[2]) il y a apparence qu'il entend parler de feux qu'on allumoit les uns incontinent apres les autres a mefure qu'on voioit les plus prochains, comme on le pratique encore aujourdhuy en bien des endroits pour avertir de quelque flotte enemie qui paroit fur les coftes, quoyque avec cela je ne comprenne pas comment on eut pu commencer a les allumer en plein midy, qui eftoit fexta diei, car on ne voit les feux du loin que pendant la nuit. Il y a fans doute quelque faute au texte, puis que d'ailleurs ce trois huitiemes du tour du monde font une diftance trop vafte, et qui furpaffe l'etendue qu'avoit tout l'Empire Romain. Quant a voftre autre doute, tenez Monfieur pour certain que dans quelque lieu qu'un commencement d'Eclipfe de Lune s'obferve à 10 heures du foir, pendant qu'on obferve le mefme commencement a 8 heures dans un autre lieu; le premier lieu eft diftant ou pluftoft different de 30 degrez en longitude du dernier devers l'orient. Car dans quelque parallele que foit une ville, pourvu qu'elle ait un mefme



[1]) Lisez: couche.

[2]) Historia Naturalis, Lib. II, Cap. LXXI: „Ideo nec nox diesque quamvis eadem toto orbe simul est, oppositu globi noctem aut ambitu diem adferente. Multis hoc cognitum experimentis, in Africa Hispaniaque turrium Hannibalis, in Asia vero propter piraticos terrores simili specularum praesidio excitato, in quis praenuntios ignis sexta hora diei accensos saepe compertum est tertia noctis a tergo ultimis visos".

meridien avec Rome par ex. c'eſt a dire qu'elle ſoit avec elle dans un meſme grand cercle menè par les 2 poles de la Terre, vous ſcavez bien qu'il y ſera midy en meſme temps qu'a Rome, et que s'il eſt alors 2 heures apres midy en Iſpahan, il le ſera de meſme dans tout lieu qui eſt avec cette ville dans un meſme grand cercle menè par les poles. Ce qui vous a embaraſſè c'eſt l'imagination confuſe de la diſtance de 90 degrez entre le meridien et l'horizon.

Il n'y a que le point du meridien qu'on appelle le Zenith ou vertical, qui ſoit diſtant de 90 degrez de l'horizon. Comme dans cette figure ou la ligne BC repreſente l'horizon de Stockholm le cercle BAC ſon meridien A le zenith. Ce point et nul autre au deſſus de l'horizon en eſt diſtant de 90 degrez ce que vous ne pouvez ignorer, ſi DF eſt le tropique du cancer, et le ſoleil en D au moment du midy, on ne peut pas dire qu'il ſoit eloigné de l'horizon de 90 degrez, mais ſeulement de l'arc DB. Et cependant il luy faudra deſia 6 heures pour faire DH le quart du cercle DF; et 9 heures pour faire l'arc DE de ce meſme cercle, le ſuppoſant $\frac{3}{8}$ de toute ſa circonference. Et ſi le ſoleil avoit pour tropique le cercle GC, il luy faudrait 12 heures pour aller du midy à l'horizon en C, ou de C en G. Je ne vous apprens rien Mr. mais ſeulement je vous fais reſſouenir de ce que vous ſcaviez et croiant avoir levè vos petits ſcrupules je demeure avec offre de toute ma mathematique.

MONSIEUR &c.

Nº 2747.

J. G. STEIGERTHAL [1]) à CHRISTIAAN HUYGENS.

31 MARS 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2749.

31 Mars 1692.

Illuſtris & Generoſe Domine

*) Exuberans adeo Tuus nuper in me fuit affectus, ut non modo ſumma Tua benevolentia, ſummoque favori, ſed et munificentia, quam dono eruditiſſimi tui libri [2]) oſtendiſti, prorſus ſingulari perpetuo ſim devinctus. Agnoſco, quantum

---

[1]) Johannes Georg Steigerthal, docteur en médecine, en voyage dans les Pays-Bas, après avoir visité l'Angleterre. En 1688 il fut inscrit dans l'„Album Studiosorum" de l'Université de Leiden comme „Nienburgensis aetatis 21".

[2]) Probablement le „Traité de la Lumière et Discours de la cause de la Pesanteur".

poſſum, utramque animo quam gratiſſimo & non niſi tenuitatis meae conſcius, repono votum, quo diu & proſpere ſuperſis in Reipublica mathematica et totius orbis eruditi emolumentum.

Phoſphori particulam, quam promiſi, optime, uti ſpero cum literis hiſce tradet nauta. Affudi vini ſpiritum qui non modo diutius Noctilucam conſervat, verum eam quoque temporis ſucceſſu, in loco calido praeſertim, acquirit facultatem, ut in tenebris aqua affuſus flammas concitet. Quod ſi vero extempore ejuſmodi ſpiritum deſideraveris, decerpe phoſphori fruſtulum illudque ſuperfuſo ſpiritu vini in vitro admove candelae et excoque, brevique intervallo experieris ſpiritum hunc aqua affuſum in tenebris lucem ſpargere. Nec te deterreant inter coquendum ſuccedentes diſploſiones et ſonitus, quos granum phoſphori edet; modo enim orificium phialae relinquatur apertum, ut effluviis et vaporibus detur exitus, ipſumque vitrum in igne ſenſim circumagatur, ne à flamma unam tantum ejus partem ambiente et adurente in rimam fatiſcat, nullum aderit periculum ex ſtrepitu. Inter vini ſpiritus eligo vulgarem et non dephlegmatum, (ut loquuntur Chymici), qui nimirum rectificato vel tartariſato longe praeſtat. Uti enim phoſphorus concrevit ex oleo urinae et ſalibus, ita rectificatus et ab aqua ſua liberatus ſpiritus oleoſam quidem ſubſtantiam aggredietur, ſalia vero, quorum menſtruum aqua eſt, quoque activitatem huic concreto concedunt, intacta relinquet; unde pariter voto noſtro nequaquam ſatisfaciet. Quod ſi forte temporis ſucceſſu, aeſtu ſolis vel alius ignis calore, vel motu nimio, ſpiritus ſibi relictus facultatem ſuam deperdat; eadem injecto phoſphori granulo nova coctione reſtituetur. Recens deinde et calidus majorem lucem ſparget, quam frigefactus cujus rationes ſunt in promptu, cum à motu, tum à tempore, quo quaedam phoſphori particula iterum vel avolant vel ſubſidunt.

Figuram ſextantis, ita ut à Domino Flamſted accepi, tranſmitto [3]); deſidero autem deſcriptionem, quam in ſchemate adjuncti characteres ſatis indicant. Fortaſſis eandem aliquando cum reliquis, quae de motu Satellitum Jovis promittit divulgabit.

Interea ſi forte alia in re Illuſtri Tuae Generoſitati inſervire potero, etiam hic loci, ubi per aliquot hebdomadas adhuc commorabor, quam lubentiſſimae omnia exequar, quaecunque mandaveris. Hoſpitis mei nomen inſerta dabit Schedula [4]).

Vale & Fave

Illuſtris Tuae Generoſitatis

Clienti humillimo

J. G. STEIGERTHALIO.

Amſtelodami d.31. Mart 1692.

---

[3]) La figure a été renvoyée par Huygens. Voir la Lettre N°. 2749.

[4]) Cette adresse nous manque également.

[5]) Addidi parumper Spiritus vini cum phoſphoro coćti, ut ad oculum et quantitas Spiritus ſuperfuſi et phoſphori fruſtum pateant, ſi forte minus accurate in literis modum conficiendi expreſſi. Effuſo hoc Spiritu, alias iterum affundatur in parva quantitate. Si n[empe] nimium affunditur coquendo vel Spiritus vel ipſe m. phoſphorus exſilit. Soleo ventrem ipſius vitri fumo candelae prius denigrare antequam coquatur phoſphorus, reperioque vitra ita melius vim ignis ſuſtinere.

---

[a]) Reſp. 9 apr. [Chriſtiaan Huygens].

N° 2748.

Christiaan Huygens à N. Fatio de Duillier.

5 avril 1692.

La lettre se trouve à Genève, Bibliothèque Publique.
Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens [1]).
La lettre est la réponse au No. 2745.

Sommaire: Apr. 5 a Mr. Fatio. Vu avec Monros la Tour et inſtrumens a Delft. ce qu'il y a. iroit a 300 fr. rien pour les Teleſcopes.

Remercié des correćtions du livre de Craige. faute en la 19 prop. Hartſoecker, que ſa methode ſera publiée dans les memoires de l'Acad. des Sciences a ce qu'il dit.

des verres brulants de Tſchirnhaus au journal de Leipſich. Jan. 1692. je ne me haste pas de tout croire.

Dioptrique de Molineux bonne. et ou il y a pourtant peu de ce que j'ay dans la miene. J'ay conſeillè qu'on la donnaſt en Latin.

Exhortè a faire publier le traitè de Newton de lineis curvis.

offert ſa methode a Leibnits. j'attends reſponſe.

Ce qu'il y a de de Gennes dans la gazette.ce que j'en ſoupçonne.

A la Haye ce 5 Avr. 1692.

J'ay appris avec bien de la joye que voſtre ſantè s'eſt confirmée entierement depuis que vous eſtes à Londres, c'eſt Mr. le Comte de Monros [2]) qui m'a apportè

---

[5]) Ce qui suit se trouve écrit, de la main de Steigerthal, sur une feuille séparée, qui accompagne la lettre.

---

[1]) Dans le livre H des Adversaria, dernière page.
[2]) Voir la Lettre N°. 2739, note 7.

cette bonne nouvelle. Je fus hier avec luy a voir ce tour et inſtrumens à Delft, dont vous luy aviez eſcrit, et dont il m'a dit qu'il vous manderoit le detail. Il y a 2 ou 3 tours differents, tres bien et proprement faits, avec beaucoup d'outils qui en dependent, et quelques pieces d'ivoire non travaillee. De plus il y a un tour pour travailler aux petites lentilles des microſcopes ſimples, et une infinitè de ces lentilles avec des petites machines de cuivre pour les mettre en oeuvre et y approcher les objets, mais il n'y a point de formes pour les verres de Teleſcopes. Tout celà peut avoir couſtè plus de 1000 livres. La dame a qui il appartient parloit de 600, mais un tourneur francois qui y fut avec nous, nous fit entendre qu'on pourroit l'avoir pour 300. Je doute ſi vous en aurez envie, puis qu'il n'y a point de ce qu'il faut pour des verres objectifs, car pour vous amuſer a faire des ouvrages au tour, je ne ſcaurois m'imaginer que vous y vouliez emploier le temps, le pouvant ſi utilement a des choſes beaucoup meilleures.

Mon frere de Zulichem m'a apportè [3]) le petit Traité de Craige [4]) ou ſont vos corrections Monſieur, dont je vous rends treſhumbles graces. Je regrette que vous n'ayez pas tout examinè de meſme juſqu'au bout, ſur tout cette animadverſio contre Mons.r de Tchirnhaus [5]), dans laquelle, autant que je puis voir, il a raiſon. Il y a au reſte quelque choſe de bon dans ce livre, quoyque par voſtre methode des tangentes renverſée, et le Theoreme de Mr. Barrow [6]) j'en ſceuſſe la plus grande partie. Dans le Probl. 19, *Cujuſvis Figurae propoſitae Quadraturas infinitas invenire*, il ſe trompe. Eaedem enim quadraturae iſthic inveniuntur ſed alijs atque

---

[3]) Constantyn Huygens était retourné à la Haye le 18 mars.

[4]) Voir la Lettre N°. 2725, note 3.

[5]) Il s'agit de l'„Animadversio In Methodum Figuras dimetiendi, A clarissimo Quodam Germano editam in Actis Eruditorum Lipsiae publicatis", qui occupe les 7 dernières pages de l'ouvrage mentionné. Dans ces pages Craig démontre, à l'aide de quelques exemples, l'insuffisance manifeste de la „Methodus Datae figurae, rectis lineis & Curva Geometrica terminatae, aut Quadraturam, aut impossibilitatem ejusdem Quadraturae determinandae", exposée par von Tschirnhaus dans l'article cité dans la note 10 de la Lettre N°. 2274.

Von Tschirnhaus, dans la réponse longue et embarrassée que l'on rencontre dans les „Acta" de mars 1686 sous le titre: „Excerptum ex litteris D. T. Lipsiam missis, d. 20 Febr. anno 1686", ne pouvant nier le bien fondé de cette critique, prétendait n'avoir voulu publier dans l'article cité qu'un échantillon d'une méthode plus générale qu'il possédait et qui menait au résultat annoncé.

Craig répliqua à cette réponse dans l'avant-dernier chapitre: „Responsio ad literas Domini D. T. Lipsiam Missas Feb. 20 1686" de l'ouvrage suivant: „Tractatus Mathematicus de Figurarum Curvilinearum Quadraturis et Locis Geometricis. Autore Johanne Craig. Londini: Prostant apud Sam. Smith & Benj. Walford, Societatis Regiae Typographos, ad Insignia Principis, in Coemeterio D. Pauli. MDCXCIII.

[6]) Voir la Lettre N°. 2721, note 8.

alijs modis, quorum fimpliffimus folus fufficit[7]). Un Hollandais nommé Hartfoecker[8]) venant de Paris ou il s'eft retournè, m'a efté voir, et m'a dit que fa maniere de travailler aux verres des Telefcopes va paroitre imprimee dans les Mémoires de Mathematique et de Phyfique de l'Académie des Sciences[9]), qu'un libraire des noftres copie a mefure qu'ils viennent de Paris, mais il n'y en a eu encore qu'un, ou il y a les Obfervations de Mr. Caffini des taches et nuages dans Jupiter[10]). Il m'a mefme communiquè fa methode mais n'ayant apportè aucun objectif de fa façon, je fufpens mon jugement. Il dit pourtant qu'il en a fait de 155 pieds dont on fe fert à l'Obfervatoire, et qu'il m'en envoiera un de 40 pieds, que je luy ay demandè pour le comparer avec les miens.

Je ne fcay fi vous aurez vu le mois de Janv. du Journal de Leipfich, ou Mr. de Tfchirnhaus dit des merveilles de fes verres brulants de 2 pieds de diametre, qui convertiffent tout en verre; mefme l'or en verre de couleur de rubis, mais nous le

---

7) La méthode de Craig, exposée au lieu cité (p. 22 et 23 de l'ouvrage mentionné), consiste dans l'emploi d'un théorème de Barrow (le théorème IV de l'appendicula de la Lectio geometrica XII, p. 128 de l'ouvrage de Barrow (ed. 1674), cité dans la note 14 de la Lettre N°. 1767), qui permet d'obtenir, par des considérations géométriques, un changement quelconque de la variable indépendante sous le signe de l'intégration, c'est-à-dire de remplacer $\int y\,dx$ par $\int y \frac{dx}{dz} dz$, où z représente une fonction quelconque de x définie au moyen d'une courbe auxiliaire donnée $x = f(z)$. Craig avait prétendu qu'on pouvait trouver de cette manière, pour une même aire, „alia atque alia Quadratura, assumendo aliam atque aliam Curvam [auxiliarem]".

8) Sur le personnage de Nicolaas Hartsoecker on peut consulter la note 1 de la Lettre N°. 2117, la pièce N°. 2137 et les Lettres Nos. 2265, 2404, 2405, 2429, 2447, 2454 et 2534.

9) Les „Mémoires de Mathématique et de Physique tirez des registres de l'Académie des Sciences. Paris, Imprimerie royale" parurent en 1692 et 1693 par livraisons mensuelles en 2 volumes in-4°. Ils semblent être devenus très-rares, puisque Maindron, page 312 de son ouvrage l'„Académie des Sciences", rapporte que la Bibliothèque nationale ne possède que l'un de ces volumes portant la date de 1692.

Une réimpression de l'édition d'Amsterdam a été publiée en 1723 sous le titre:

Mémoires de Mathématique et de Physique. Année MDCXCII (Année MDCXCIII). Tirez des Registres de l'Académie Royale des Sciences. Nouvelle Edition où l'on a joint les Observations Physiques & Mathématiques, envoyées des Indes et de la Chine à l'Académie des Sciences par les Peres Jesuites. Avec les Reflexions de Mrs. de l'Academie et les Notes du P. Gooye. A Amsterdam, chez Pierre de Coup, Marchand Libraire dans le Kalverstraat. MDCCXXIII. 2 volumes petit in-8°.

Cette collection ne renferme rien de Hartsoeker.

10) L'article de Cassini porte le titre: Nouvelles Decouvertes de diverses Periodes de mouvement dans la Planete de Jupiter, depuis le mois de Janvier 1691, jusqu'au commencement de l'année présente 1692, par M. Cassini.

connoiſſons, ce qui fait que je ne me haſte pas a croire tout ce qu'il raconte [11]).

Un jeune homme Allemand [12]) nouvellement venu d'Angleterre m'a preſté la Dioptrica nova de Mr. Molineux [13]) que ſans-doute vous aurez vue. Je trouve qu'il explique mieux les effects des Teleſcopes que juſqu'icy perſonne n'a fait. Au reſte il y a peu de ce que contient mon Traitè ſur cette matiere. Il a offert a un libraire de Rotterdam de luy envoier la meſme dioptrique traduite en Latin, s'il veut l'imprimer; ce que je luy ay conſeillè d'accepter.

Vous me faites de plus en plus envie, pour ce curieux Traitè de Mr. Newton de Lineis Curvis. Eſtant achevè, et fort court, comment peut il s'excuſer de ne le point publier ſur l'embaras de l'impreſſion? Ou bien vous Monſieur, que ne luy offrez vous voſtre ſecours, puis que vous l'avez bien voulu dans un ouvrage de beaucoup plus longue haleine [14]). Vous obligeriez le public et moy en particulier.

Dans ma derniere lettre a Mr. Leibnitz [15]) je luy ay offert de luy expliquer voſtre methode s'il le ſouhaitait (car j'ay voulu qu'il avouaſt de ne la point ſçavoir) mais j'attens encore ſa reponſe.

Mons.r de Monros me dit hier d'avoir vu dans nos gazettes que Mr. de Genes [16]) eſt apres a conſtruire un vaiſſeau à deux gouvernails, ce qui fait connoitre qu'il eſt au ſervice de la France, et qu'il a perdu animum revertendi, de quoy Mr. de Monros eſtoit juſqu'icy en doute. S'il eſt vray ce qu'on ſoupçonne, que cet homme ſe ſoit laiſſé prendre expres, c'eſt un franc ſcelerat. Pour moy je crois qu'il a voulu voir s'il amenderoit ſa fortune en ſe jettant de noſtre parti, et que pour cela il eſt venu icy devant que faire paſſer ſa femme et enfans, mais qu'ayant jugè qu'il n'y trouveroit pas aſſez ſon compte, il a eſtè d'avis de reſter

---

[11]) On ne rencontre aucun article de cette portée dans les „Acta" de janvier 1692, mais il s'agit évidemment de l'article de von Tschirnhaus qui parut dans les „Acta" de novembre 1691 sous le titre: „Singularia effecta vitri caustici bipedalis, quod omnia magno sumtu hactenus constructa specula ustoria virtute superat".

[12]) Probablement J. G. Steigerthal; voir la Lettre N°. 2747.

[13]) Voir la Lettre N°. 2739, note 11.

[14]) Sur la proposition, faite par Fatio, de préparer une nouvelle édition des „Principia", consultez la Lettre N°. 2723.

[15]) Voir la Lettre N°. 2744.

[16]) Voir, sur de Genes, la Lettre N°. 2739, note 10. Sur son invention on lit ce qui suit dans le Mercure historique et politique pour le mois d'avril 1692" p. 414: „M. de Genes, Capitaine de vaisseaux fait construire à Brest un Batiment de nouvelle invention, qui aura un Gouvernail à la Proüe & un autre à la Poupe, pour n'être pas obligé de revirer, il ira à rames dans le calme & portera des Canons de cent livres, de quatre vints & de soixante-six avec des Mortiers."

ou il eftoit. J'efpere au refte que le malheur qu'a eu le bon Mr. de Monros luy tiendra cy après lieu de merite.

Je vous baife les mains et fuis de tout mon coeur

MONSIEUR

Voftre tres humble et tres obeiffant feruiteur

HUGENS DE ZULICHEM.

Ne fait on rien du verre de mon Frere? [17]) Il devoit en avoir montré la bontè au mail aux flambeaux devant que de le mettre entre les mains du Sr. Hooke.

[18]) Mr. Hugens à la Haye 5 Avr. 1692. A. N. F. à Londres.

Sur le retabliffement de ma fanté.

Sur le Tour et Inftrumens que je voulais acheter. Il les fpécifie, avec l'eftime du prix, et dit que je peux mieux emploier mon tems qu'à tourner.

Il a reçu le Traité de Craige avec mes Corrections. Ce qu'il en penfe.

Des objectifs que fait Hartfoeker. On s'en fert à l'Obfervatoire.

Verres brulans de Mr. de Tfchirnhaus.

Sur la Dioptrica Nova de Molineux.

Il demande fort qu'on imprime le Traité des Lignes Courbes de Mr. Newton.

Il a offert d'expliquer ma methode à Mr. Leibnitz, s'il le fouhaitait, voulant qu'il avouat ne la point fçavoir. Il attend encore fa reponfe.

Sur Mr. de Genes et le Comte de Monros.

[17]) Voir les Lettres Nos. 2725, 2729 et 2731.

[18]) Résumé de la lettre, écrite de la main de Fatio.

N° 2749.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. G. STEIGERTHAL.

9 AVRIL 1692.

Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2747.
J. G. Steigerthal y répondit par le No. 2750.

9 April 1692.

Sommaire: 9 Apr. ad Steigerthalium med. D. qui Phofphorum miferat. Dioptricam Molinefij remitto et figuram Sextantis Flamftedij. qui orandus ut de Jovialium motu quae fcripfit edat. Dioptrica Roterodami latine verfa edetur [1]).

N° 2750.

J. G. STEIGERTHAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

11 AVRIL 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse au No. 2749.

Illuftri & Generofo Domino
Dno CHR. HUGENIO ZULECHEMIO
Maecenati fuo pl[urimum] colendo JOAN STEIGERTHALIUS
Salutum et Obfequia.

11 April. 1692.

Diutius ufui Tuo deftinaram librum Molineuxii, qui hefterna luce optime mihi redditus eft, ut eundem licet biblipolae Roterd. tradidiffes, pofthac mature fatis ad me perventum dijudicaffem.

De felici experimentorum fucceffu, quae cum phofphoro inftituifti & mihi gratulor, qui verebar, ne forte â me neglectum eorundem optatum eventum denegaffet; vel minima enim circumftantia non confiderata quandoque effecit, ut diutina etiam phofphori inter chartam complicatam frictio me deluſſerit, inveneri mque interdiu tantillum aquae, qua phofphorus madebat, impedimento fuiffe. Jam itaque libentius eundem in vini fpiritu, quam aqua confervo, extractumque

[1]) Ce vœu de Huygens n'a pas été rempli.

digitis parumper tero & dein chartae complicatae interpofitum eboreo fcalpelli manubrio perfrico, ut in ignem luculentum abeat. Quod fi forte à glutinofitate ejus accidat, ut charta duplicata nimium cohaerens aërem excludat, illi inter fricandum explicata nonnihil charta, folioque fuperiori diducto ingreffum concedo liberum. De natura hujus lucis altum apud omnes quidem eft filentium, quoufque tamen & modus conficiendi et nonnullorum experimentorum apparatus ad rudem aliquam cognitionem hujus luminis me deduxerit, paucis judicio et examini Tuo nunc fubjiciam:

Ex pluribus encheirefibus, quas in confectione phofphori ex urina collegi, has facile principes effe judico. ut fcilicet oleum urinae foetidum follicite confervetur et Salium jufta adfit proportio[a]). His enim neglectis et operam & oleum perdidiffe Chymicos intellexi. Ut proinde exiftimem oleo huic et falibus[b]) phofphorum potiffimum admirandos fuos debere effectus. Quoniam enim oleofa, experientia tefte à certo motu accelerato ignem concipiunt, reputavi Salia actione inteftina[c]) oleum urinae accendere & fumum illum qui interdiu obfervatur, non nifi effluvia effe ita deflagrantia, ut ob diffufas nimium ignis particulas non exurant. Atque hoc ipfum eo magis verifimile videtur, quod fruftum ejus in aëre aperto relictum temporis fucceffu cruftâ obducatur, omnis lucis experte, quâ decorticatâ lumen in tenebris redit; manifefto ut puto indicio: exteriora deflagraffe, oleoque confumto terram hanc inftar cinerum fuiffe relictam. Quod vero oleum à motu et actione Salium inflammatur, experimentum Illuftr. Boyleri evincit, qui novit ex confufione Spiritus acidi cum oleo caryophyllorum ignem producere[d]). Utut autem in phofphoro Salia oleo involuta et nonnihil disjuncta non ita effervefcant ut in priori experimento; effluvia tamen eorum olei particulas fimul exhalantes ita incendunt ut phofphorus totus compareat lucidus. Retinere enim effluvia corporum fuorum virtutes ex quibus promanant, vel ex eo conftabit, quod effluvia Spiritus falis ammoniaci & Spiritus nitri recenter deftillati conjuncta ad oculum in fe invicem agant et fumum excitent, cum ipfi liquores confufi vehementer effervefcant.

Ex hifce ita praefuppofitis facile deduci poteft; quod in phofphoro particulae oleofae jam tam à falibus ad fui deflagrationem difpofitae accidente motu vel frictione penitus confumantur; quod phofphorus in fpiritu vini folutus vel ejufdem effluvia ubi aquam attingunt, à Spiritu eodem (qui facile cum phlegmate conjungitur) fibi relicta fubito deflagrent. Quaedam tamen ab aqua ita fubigantur ne luceant. Extinctum ita ab aqua phofphorum quandoque refocillavi. Affumfi duos fcyphos vitreos parva aquae quantitate repletos et in utrumque inftillavi Spiritum phofphoro impragnatum, ut deflagret. Dein concuffione et effufione aquae hujus ex uno fcypho in alterum, diu adhuc fcintillas emicantes animadverti. De die aqua haec albicans et turbida confpiciebatur, veluti alias aqua oleo commixta mediante facedaro turbatur. Quod ipfum pariter, nifi aliunde notum effet, argumento effe poterit, phofphoro ineffe oleum.

Sed nimius forte fum in chymicis hifce experimentis recenfendis. Quam opta-

rem, ut mathematice effervefcentia illa dignofcerentur et ex particularum figuris certo demonftrari poffent; quantum ardorem effluvia haec excitarent fui, fi mentis acie exacte cernerentur. Verum hactenus ratione chymica me confolor, quae quidem ad hoc fufficit, ut phofphorum ex aliis animalium partibus ex fanguine, cerebro et fimilibus conficere addifcamus & ne promifcue ex quavis re lumen hoc nobifmet promittamus. Vale.

Dabam Amftelod. 11. April. 1692.

[a]) anne igitur jufta illa falis portio in urina non invenitur? [Chriftiaan Huygens].
[b]) Cur oleum in candente cucurbita non comburitur? An quia aer eo non accedit? [Chriftiaan Huygens].
[c]) et a materiae fubtilis motu adjuta aut emota [Chriftiaan Huygens].
[d]) aliam miftionem vide in Epift. Fatij [1]) [Chriftiaan Huygens].

N° 2751.

G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.

11 avril 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]) *et C. I. Gerhardt*[2]).
Elle est la réponse au No. 2744.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2759.

Monsieur

J'efpere que vous ferés parfaitement remis de l'incommodité dont parloit voftre precedente, et je vous fouhaite une fanté ferme afin que vous puiffiez achever les belles meditations que vous avés. Je continueray tousjours de vous exhorter à

[1]) Voir la Lettre N°. 2582, à la page 411.

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 126.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 133, et Briefwechsel p. 692.

tourner vos meditations ſur la Phyſique. Je crois d'avoir marqué plus d'une fois que vos derniers traités m'ont plû infiniment. Cette explication du Cryſtal d'Islande eſt comme une epreuve de la juſteſſe de vos raiſonnemens ſur la lumiere: il y avoit une ſeule circonſtance ſur la quelle vous ne vous aviez pas encore ſatisfait[3]) mais peut-eſtre qu'elle aura eſté éclaircie depuis.

Il y a bien de l'apparence que la peſanteur vient de la même cauſe qui a rendu la terre ronde, et qui arrondit les gouttes, c'eſt à dire du mouvement circulaire de l'ambient en tout ſens. Et c'eſt apparemment auſſi la raiſon de l'attraction des Planetes vers le Soleil, tout comme les Planetes gardent une certaine direction magnetique à l'exemple de celle qui ſe voit en terre. Si nous concevons l'attraction des corps peſans, comme par des rayons emanans du centre, nous pouvons expliquer pourquoy les peſanteurs des Planetes ſont en raiſon doublée reciproque de leur diſtance du Soleil, ce qui ſe confirme par les phenomenes. Cette loy de la peſanteur jointe avec la trajection de M. Neuton, ou avec ma circulation harmonique[4]), donne les ellipſes de Kepler confirmées par les phenomenes. Or il eſt manifeſte qu'un corps eſt illuminé par un point lumineux en raiſon doublée reciproque des diſtances. Je crois qu'encor ſelon cette maniere d'expliquer la peſanteur, par la force centrifuge d'un fluide tres ſubtil, on peut concevoir comme des rayons d'attraction. Ces efforts du fluide n'eſtant autre choſe en effect, que de tels rayons qui font deſcendre les corps dont le mouvement circulaire eſt moins rapide. Il ſemble outre cela qu'une maniere de Tourbillon eſt neceſſaire dans le ciel pour expliquer les parallelisſmes des Axes, à quoy le mouvement ſpherique en tout ſens ne ſcauroit ſuffire, il faut des poles et des meridiens. Enfin la correſpondance qu'il y a des planetes ou ſatellites d'un même ſyſteme eſt favorable à une matiere liquide deferante commune. Mons. Oſannam a mis dans ſon dictionnaire Mathematique une hypotheſe de Mr. Caſſini, qui, au lieu des Ellipſes de Kepler, conçoit des figures Ellipſoides, où le rectangle des droites menées des deux foyers aux extremités eſt égal à un rectangle donné[5]). Je ne ſcay s'il en donnera quelque raiſon phyſique. En attendant je trouve les Ellipſes de Kepler fort à mon gré, puis qu'elles s'accordent ſi bien avec la Mecanique, et peut-eſtre que les aberrations

---

[3]) Allusion à une phrase de la page 88 du „Traité de la Lumière" relative aux phénomènes de polarisation observées par Huygens, et que nous avons reproduite dans la note 4 de la Lettre N°. 2640.

[4]) Voir, sur ce sujet, les notes 8 et 10 de la Lettre N°. 2561 et la Lettre N°. 2628 aux pages 523 et 524.

[5]) Voir les pages 436—438 de l'ouvrage cité dans la note 8 de la Lettre N°. 2616, où Ozanam sans s'amuser — comme il s'exprime — à parler d'autres hypothèses que l'on trouve dans les livres, explique celle de Monsieur Cassini, telle qu'il l'avait apprise dans sa conversation.

viennent des actions des Planetes entre elles et du mouvement du fluide deferant, sans parler des irregularités de la matiere.

J'avoue que le fondement de Mr. Eisenschmid est mal assuré et on ne voit aucune raison a priori de son hypothese. Le temps decidera les choses à quoy vos horloges contribueront beaucoup. C'est une chose plaisante que des gens, comme feu M. Wasmuth et comme son eleve ou amy, qui a fait sa proposition à la Compagnie des Indes, trouvent de la creance.

La Reine Christine persuadée par l'Administrateur des terres de la couronne de Suede, dont elle jouissoit avoit fait donner une somme tres considerable au premier pour achever ses tables, qui devoient regler le ciel et la terre et perfectionner l'Astronomie et la Chronologie, le tout sur les fondemens de l'Ecriture Sainte mystiquement expliquée.

Il s'en faut beaucoup sans doute que Mr. Tschirnhaus ait donné la veritable methode des quadratures. Il est vray que ce qu'il en a publié suivant les veues dont je luy avois fait part dès Paris peut servir. Mais il ne suffit pas, et on s'engage dans des calculs horribles si ce n'est qu'on ait certaines tables toutes faites. Je croy de vous avoir marqué plus d'une fois[6]), que ce n'est pas par cette voye que j'ay coutume de trouver les choses. J'en ay une autre, qui me paroist la plus veritable et la plus naturelle; elle donne alternativement la solution par la Geometrie ordinaire, ou la reduction au Cercle ou à l'Hyperbole, je ne l'ay pas encor poussée au dela de certains limites, mais il ne tient qu'à moy de le faire. Je seray bien aise de sçavoir avec vostre permission, quel est ce petit livre qui contient des tables des Quadratures. Je pourrois faire de telles tables, mais je n'ay jamais pris la peine d'en faire.

Je suis obligé à Mr. Facio qui m'offre sa Methode des Tangentes, mais croyant d'en sçavoir à peu près le fonds, je ne voudrois pas luy donner de la peine. Je souhaitte une Methode plus absolue en cette matiere, qui donnât encor la reduction lors que la courbe est transcendente, et j'en ay des commencemens. Je n'ay pas de la peine à croire que Mr. Neuton est allé bien loin en ces matieres. Mais comme chacun a ses voyes, j'en ay peut-estre dont il ne s'est pas encor avisé.

Je m'imagine que les objections que Mr. Papin vous avoit envoyées auront esté sur la pesanteur. J'espere que vostre Dioptrique paroistra bientost. Vous aviés la pensée de mettre quelque chose de Musique dans les Actes de Leipsich[7]). En ce cas il ne seroit peut-estre pas mauvais d'expliquer comment le temperament a esté trouvé, ce que vous touchés dans l'Histoire des ouvrages des

---

[6]) Voir la Lettre N°. 2639 à la page 558, N°. 2659 (p. 13) et N°. 2727 (p. 226).
[7]) Voir la Lettre N°. 2726, vers la fin.

Sçavans. Il y a long temps que Mr. Ouvrard [8]) nous fait efperer la Mufique. J'ay vû des memoires de Phyfique et de Mathematique de l'Academie de Paris reimprimés en Hollande [9]). C'eft fort bien fait que cela, et j'efpere que de temps en temps il s'y trouvera quelque chofe de bon. Le premier effai ne paroift pas des plus confiderables. On rencontre quelques fois des queftions extraordinaires et d'une analyfe particuliere. En voicy une qui s'offrit il n'y a pas long temps. Trouver une grandeur, tellement formée des grandeurs $a, b, c, d,$ que lors qu'on pofe $a = b$, elle foit égale à $\frac{c-d}{2c+2d}$, mais, lors qu'on pofe $c = d$, elle foit $= \frac{a-b}{2a+2b}$. Cette grandeur ne fe trouve pas difficilement en effayant, et on voit aifement que $\frac{ac-bd}{(a+b)(c+d)}$ y fatisfait, mais je me mis à chercher comment de tels problemes pourroient eftre refolus conftamment par une methode reglée.

Relifant dernierement voftre explication de la pefanteur, j'ay remarqué que vous eftes pour le Vuide et pour les Atomes [10]). J'avoue que j'ay de la peine à comprendre la raifon d'une telle infrangibilité, et je croy que pour cet effect il faudroit avoir recours à une efpece de miracle perpetuel. Je ne voy pas auffi de neceffité qui nous oblige à recourir à des chofes fi extraordinaires. Cependant puifque vous avés du penchant à les approuver, il faut bien que vous en voyiés quelque raifon confiderable. Je fuis avec zele

MONSIEUR

Voftre tres humble et tres obeiffant feruiteur

LEIBNIZ.

Hanover $\frac{1}{11}$ d'Auril 1692.

---

[8]) René Ouvrard, né à Chinon le 16 juin 1624, maître de chapelle à Paris, puis chanoine de Saint-Gratien de Tours. Il publia en 1660 un ouvrage sur la composition en musique, quelques ouvrages sur des matières théologiques et autres, desquels le dernier parut en 1682. Il mourut en 1694.

[9]) Voir la Lettre N°. 2748, note 9.

[10]) Consultez, par exemple, le passage du „Discours de la cause de la Pesanteur", que nous avons cité dans la Lettre N°. 2595, note 5.

N° 2752.

Christiaan Huygens à N. Fatio de Duillier.

2 mai 1692.

La lettre se trouve à Genève, Bibliothèque royale.
Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre fait suite au No. 2748.

Sommaire: [1]) 2 Maj. à Mr. Fatio avec la lettre de Mr. Dierquens. Je voudrois que cette vocation a Amſterdam puſt reuſſir. Je le prie de s'informer de la matiere de verre blanc qu'on fait a la Savoie a Londres. par ce qu'il feroit excellent pour des verres brulants. Leibnitz ne ſouhaite pas d'apprendre ſa regle.

A la Haye ce 2 May 1692.

Monsieur

Je vous ay eſcrit aſſez au long du 5 avril, a laquelle lettre j'attens encore voſtre reſponſe. Celle cy n'eſt que pour vous faire tenir l'encloſe que Monſieur Dierquens [2]) m'a recommandée. Il m'a communiquè ſur quoy il vous eſcrit, et je voudrois bien que la choſe puſt reuſſir, eſtant preſt d'y contribuer autant que je pourray. Vous devez examiner ſi un tel employ ſeroit voſtre fait et ſi vous avez aſſez de ſantè pour cela, de quoy je ne doute guere, depuis que Mons. du Queſne [3]) m'a dit que vous vous eſtiez entierement remis en Angleterre. Il n'a pas achetè pour vous le cabinet qui eſtoit à Delft, pour les raiſons qu'il vous aura mandées. Nous n'avons pas encore vu icy ces ſeconds Memoires de l'Academie de Paris [4]), où je vous avois mandè que ſeroit inſerè la Methode Mr. Hartſoeker pour les grands verres des Teleſcopes.

Mons. Leibnitz m'a reſpondu [5]) que je ne priſſe point la peine de luy expliquer voſtre invention pour le Probleme renverſè des Tangentes, croiant la pouvoir trouver par les moiens qui luy ſont connus. Vous voila egalement eloignez de vouloir rien apprendre l'un de l'autre, qui eſt une delicateſſe que je n'ay point, ainſi qu'il a paru; car j'ay eſtè bien aiſe d'apprendre de tous les deux.

J'ay vu icy de groſſes pieces d'un verre tres blanc qu'on fait à Londres dans le Savoy, cette matiere ſeroit excellente pour faire de ces verres bruſlants comme je vous ay eſcrit qu'en fait Mons. de Tſchirnhaus, ſi on en pouvoit avoir de groſſes maſſes de 2 pieds de large et ½ pied d'epeſſeur. C'eſt pourquoy je vous prie Mon-

[1]) Ce sommaire est tiré de la dernière page du livre H des Adversaria.
[2]) Voir, sur Dierquens, la Lettre N°. 2094, note 1.
[3]) Voir, sur du Quesne, la Lettre N°. 2748.
[4]) Voir la Lettre N°. 2748, note 9.
[5]) Voir la Lettre N°. 2751.

ſieur de prendre la peine de vous en informer. Je crois que ces morceaux convexes que j'ay vu, ſervent aux lanternes, et qu'ils y ſont emploiez ſans eſtre autrement formez ni polis, que dans les moules creux ou ils jettent le verre fondu. Je vous baiſe les mains et ſuis parfaitement

MONSIEUR

Voſtre tres humble et tres obeiſſant ſerviteur
HUGENS DE ZULICHEM.

A Monſieur
Monſieur FATIO DE DUILLIERS
chez Monsr. TOURTON et Compagnie
A Londres.

[6]) Mr. Hugens la Haye 2 May 1692. A. N. F. à Londres.

Il m'envoie Lettre de Mr. Dierquens qui me propoſe la Profeſſion des Mathematiques dans l'Ecole Illuſtre d'Amſterdam, et m'en dit ſon ſentiment.

Le Cabinet de Tourneur n'a pas été acheté pour moi.

Mr. Leibnitz ne veut pas que Mr. Hugens lui explique mon Invention pour le problème renverſé des Tangentes croiant le pouvoir trouver. Sur notre Eloignement de vouloir apprendre l'un de l'autre; mais que lui a été bien aiſe d'apprendre de tous les deux.

Que j'aie à m'informer des Maſſes de verre blanc qu'on pourroit faire faire à la Savoye pour des verres brulans, à en juger par leurs verres pour des Lanternes.

---

[6]) Ce qui suit est écrit de la main de Fatio.

N° 2753.

CONSTANTYN HUYGENS, frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

2 JUIN 1692.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

Au Camp proche de Louvain ce 2.de Juin 1692.

Je n'ay pas encore repondu à voſtre derniere du 22e de May [1]) quoy que le contenu m'ait fort resjoui. Voyant que vous temoignez quelque deſſein d'eſſayer la maniere de Newton laquelle reuſſiſſant ſeroit une des belles choſes dont on a ouy parler juſques a preſent. Je ſuis bien faſché de ne pouvoir pas vous aſſiſter et preſter la main. Ce ſeroit un grand dommage qu'ayant trouvé la Theorie de cette methode vous n'en viendriez pas a en faire l'eſſay et la mettre en pratique [2]).

J'attends avec impatience que vous me mandiez encore quelque choſe de la maniere de Hartſoecker [3]) et du grand verre bruſlant d'Amſterdam. Mais a propos de manieres je n'eſpere pas que vous voudriez penſer a rendre publique noſtre ou pluſtoſt voſtre methode de faire les grands verres et de rendre commune une ſi belle choſe qui pourroit donner a manger a qui n'auroit autre choſe au monde. Peu de gens vous en ſcauront du gré et il viendra de la canaille qui diront qu'ils ont eu l'invention devant vous ainſy qu'il vous eſt arrivé a l'egard de celle des Pendules.

Je ſuis fort en peine de trouver un homme capable pour le mettre en qualité de Precepteur avec mon Fils [4]) au lieu de Keyſer qui eſt un flaſque, maladif et mal propre pour cet employ; outre qu'il eſt bien difficile qu'un homme ſeul puiſſe ſervir à deux garçons dont l'un à bon beſoin d'en avoir un luy ſeul. J'eſcris donc

[1]) Cette lettre nous est inconnue. Selon le Journal de Constantijn, elle avait été reçue le 1er juin.

[2]) D'après les Livres G et H des Adversaria, Huygens a repris en mai 1692 des recherches qui avaient pour but de remplacer, dans le télescope catoptrique de Newton, le miroir concave métallique par un miroir en verre, et de déterminer à cet effet la relation qui doit exister entre les rayons de courbure a et d des deux surfaces réfléchissantes pour que les deux rayons réfléchis rencontrent l'axe au même point. En 1691, ayant trouvé $d = a + 13/9\,b$, où b est l'épaisseur du verre, la remarque que les deux images présenteraient des grandeurs différentes lui a fait abandonner ce sujet. Mais, le 5 mai 1692. Huygens s'est aperçu que les images, malgré cela, pourraient encore se couvrir sur la rétine. Il a donc repris ses calculs, au sujet desquels nous devons renvoyer aux ouvrages inédits, qui suivront la correspondance.

[3]) Voir la Lettre N°. 2748, à la page 278. Selon deux notes de Huygens, que nous trouvons dans le livre H des Adversaria, Hartsoeker avait promis d'envoyer de France les verres suivants: 4 de 10 p. d'une épaisseur de 10 lignes, 6 de 8 p. épaisseur 8 l., 6 de 6, 8 de 5 et de 4 p., tous de 6 lignes d'épaisseur, et 2 de 10 p. en quarré et d'une épaisseur de 4 lignes.

[4]) Constantyn, le fils unique de Constantyn frère, avait alors 18 ans.

à Mr. Carré[5]) noſtre vieille connoiſſance [pour] ſcavoir s'il ne connoiſt pas quelque Refugié ou autre propre pour cette affaire. Ma femme vous montrera ma lettre, et je vous prie de luy en parler.

Ce matin a 5 heures eſt venue icy la bonne nouvelle de la defaite de la Flotte de France que vous aurez eue ou pluſtoſt ou le meſme temps[6]). Il nous tarde bien d'en apprendre les ſuittes, car le maiſtre des Poſtes d'Oſtende mande au Roy que quelque temps apres le combat, auquel un brouillard ſurvenu mit fin, on avoit encor ouy tirer de nouveau et tres fort. Nos gens ont eu le grand bonheur que comme ils fuſſent attaqués par les enemys peu de temps apres le vent changea et devint favorable pour nous.

Mijn Heer
Mijn Heer Huygens
Heere van Zeelhem
Haghe.

N° 2754.

Christiaan Huygens à W. Matthijsen.

6 juin 1692.

Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Sommaire: 6 jun. 92. Willem Matthijſſe [1]). Gijſbert Janſz. met de Nominatie [2]) waerop van Holte, Baggine, vel Bacchine, Bob.

---

[5]) Probablement Jean Carré, venu de France, depuis 1646 pasteur à la Haye. Le 28 janvier 1696 il célébra son ministère de cinquante ans. Il mourut le 12 mai 1697 dans l'âge de 77 à 78 ans.

[6]) La bataille navale du 29 mai 1692, près la Hogue. Louis XIV avait fait réunir à Toulon 35 et à Brest 44 vaisseaux de ligne, destinés à accompagner 300 bateaux, transportant une armée de débarquement rassemblée en Normandie pour tenter une descente en Angleterre, afin de rétablir James II sur le trône. La flotte de Toulon n'ayant pu, par suite d'une tempête essuyée près de Gibraltar, se réunir avec celle de Brest, commandée par de Tourville, le Roi, dans l'espoir que la flotte néerlandaise sous van Almonde, et la flotte anglaise, sous Russel, n'avaient pu se réunir non plus, et que les Anglais, parmi lesquels se trouvaient plusieurs partisans de James II, n'agiraient que mollement ou pas du tout, ordonna à de Tourville de sortir de Brest et d'attaquer. Cette attente fut trompée. De Tourville eut à lutter contre des forces presque doubles des siennes. Il fut complètement battu, sa flotte poursuivie et brûlée près de Cherbourg et dans la baie de la Hogue.

---

[1]) Willem Matthysse était intendant à Zuylichem.

[2]) Il s'agit de la nomination d'un pasteur protestant à Zuylichem. Voir la Lettre N°. 2729, vers la fin.

N° 2755.

J. G. STEIGERTHAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

9 JUIN 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle fait suite au No. 2750.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2756.

Illuſtri & Generoſo Domino Dno á Zuylichem
Sal. et obſequia JOANN. GREGORIUS STEIGERTHAL.

9 Juni 1692.

Cum juſſu Clementiſſimi Principis, Ducis Luneburgenſium Sereniſſimi iter in Italiam propedum mihi ſit inſtituendum, tam Hagae Comitis quam Voorburgi exoptavi honorem Illuſtrem Veſtram Generoſitatem ſalutandi, eique diſceſſum meum ſignificandi. Fruſtrabat autem Illuſtris veſtrae Generoſitatis abſentia meum deſiderium nec patiebatur occaſio ſuppellectilem meam librariam Amſtelodamo domum craſtina luce tranſmittendi ullam moram adeoque literis ad minimum rogare volui, ut ſi qua in re Illuſtri V[eſtr]ae Generoſitati in Italia inſervire poſſem, operâ meâ libere uteris & me omnia quae à me poſſe effici exiſtimaveris, Amſtelodami moneas. Opperiar adhuc lubentiſſime per biduum tua mandata mihique gratulabor perpetuum, ſi Illuſtris V[eſt]rae Generoſitatis cultu dignus reperior. Fave!

Voorburgi d. 9 Junii 1692.

Illuſtri & Generoſo Domino
Dno a Zulichem
Fautori ſuo plurimum devenerando.

S.

N° 2756.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. G. STEIGERTHAL.

9 JUIN 1692.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2755.
Steigerthal y répondit par le No. 2757.

Viro Eruditiſſimo Ornatiſſimoque
Dn° Jo. GEORGIO STEIGERTHAL CHR. HUGENIUS S. P.

Quod et Hagae et in hoc ſuburbano meo fruſtra me quaeſiveris optime Steigerthali permoleſte tuli. Libenter enim te ante multum vidiſſem deque tuo in Italiam itinere collocutus eſſem, quam mihi inviſere neſcio qua infelicitate mea nunquam contigit. Feciſti vero pro humanitate tua cum literis hic relictis diſceſſum tuum ignorare me noluiſti operamque tam prolixe obtuliſti. Itaque gratias ago, ac tibi ut feliciter eveniat peregrinatio iſta ſalvuſque inde revertaris ex animo precor. Spero autem reditum per Hollandiam noſtram iter fore, ut de rebus quam plurimis te narrantem audire liceat. Neſcio an omnes Italiae regiones pervagari ſtatueris. Quodſi Venetiam adis reperies ibi D. Alberghettum [1]) qui paucis ante annis hac tranſiens ſcientiarum optimarum ſe ſtudioſiſſimum oſtendebat, deque Patrui ſui [2]) machina aſtronomica multa mihi referebat quam ipſius opera inſpicias velim. Florentiae ſi D. Vincentius Viviani [3]) in vivis eſt ei ſignifices plurimi ipſum ac ſcripta ejus a me fieri tum mathem. tum quae cum poſthumis Galilei opuſculis edidit, quae cum mihi Pariſijs agenti miſiſſet [4]) malevolorum quorundam opera intercepta biennio poſt demum reddita fuere. Multum vero ipſi ob elogium praeclarum opellae noſtrae praebitum me debere ſciat. Interrogabis porro an non epiſtolarum Galilaei vel earum quas undique a viris doctis Galilaeus accepit quicquam poſthac lucem viſurum ſit, in quo vir Illuſtris Maliabeccius [5]) operam perutilem haud dubie praeſtare poſſet. Romae Illuſtriss. principem Marcum Antonium Borghettum [6]) videbis, artium omnium, ac Philoſophiae naturalis amantiſſimum earumque patronum unicum, quem aliquot abhinc annis cum hac iter faceret, cognoviſſe honori mihi duco. Idem virum Clariſſimum Acd. Auzotium plurimum

[1]) Voir la Lettre N°. 2288, note 1.

[2]) Peut-être Antonio Alberghetti de Ferrara, un savant qui, dans un livre publié en 1699, donne le programme d'un ouvrage qu'il se proposait de publier sous le titre: „Promptuarium Sapientiae" et qui traiterait de tous les sujets scientifiques, rangés alphabétiquement. Il n'a pas réalisé ce projet.

[3]) Sur Vincenzo Viviani, voir la Lettre N°. 733, note 3.

[4]) Consultez la Lettre N°. 2611, note 7.

[5]) Sur Magliabecchi, voir la Lettre N°. 2098, note 2.

[6]) Sur Marco Antonio Borghese, voir les „Additions et Corrections" du Tome VIII, p. 629.

diligebat, quem non ita pridem fato conceſſiſſe ferebant [7]) quod ſi verum eſt (nam poſtea dubitari intellexi) doctiſſima ejus commentaria in Vitruvij libros ab interitu vindicari omnium Eruditorum intereſt [8]): Porro et hoc Romae inquiras rogo quodnam ſit Campani microſcopium quod in Lipſienſibus actis memoratur [9]), an non e binis lentibus compoſitum ſit et an amplius quid praeſtet prioribus ab eodem artifice profectis.

Si Neapolim uſque excurris, quaeres an vivat Vir Nob. Monfortius [10]) quem ex unico licet Specimine matheſeos egregrie peritum cognovi.

Porro libros mathematicos ſi quos probari invenies eorum exemplar mihi niſi grave eſt emito, inter caeteros vero Torricelli opera [11]) libellum non magnum quem dum quaeſitum nunquam hic venalem reperi. Eſt et Eſchinardi Jeſuitae [12]) opuſculum ubi de motu ex impulſu corporum agitur et de pendulorum agitatione, quem fruſtra quoque hic quaeſivi. Uteris in his et tuo et aliorum hominum eruditorum judicio. Spero has Amſtelodami priuſquam diſcedas tibi redditum iri. Vale Vir Praeſtantiſſime, noſque incolumis reviſe.

N° 2757.

J. G. Steigerthal à Christiaan Huygens.

12 juin 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse au No. 2756.

Illuſtri & Generoſo Domino
D°. Chr. Hugenio Zulichemio Jo. Georgius Steigerthalius S.

Redditae mihi ſunt adhuc ante abitum literae Tuae Favoris et Humanitatis quam pleniſſimae. Significaſti enim hac praecipuorum in Italia Mathematicorum commendatione ſummam tuam benevolentiam, animumque ſtudia mea promo-

---

7) Adrien Auzout, voir la Lettre N°. 271, note 3, était mort en 1691.
8) Voir, sur cette édition projetée de Vitruve par Auzout, la Lettre N°. 2601.
9) Voir la Lettre N°. 2444, note 4, et la Lettre N°. 2452 vers la fin.
10) Voir la Lettre N°. 2098, note 3.
11) Probablement l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 85, note 4.
12) Voir, sur Francesco Eschinardi, la Lettre N°. 1686, note 3. Huygens parle probablement de l'ouvrage: De impetu tractatus duplex: primus de impetu in communi: de motu locali, et de machinis: secundus de fluidis in communi, de comparatione fluidorum cum solidis, et de mensura aquarum currentium. Additur in fine quamplurium problematum seu quaestionum solutio ex doctrinis praecedentibus. Auctore Francisco Eschinardo, e Societate Jesu, Matheseos Professore in Collegio Romano. Romae, ex typographia Angeli Bernabò. M.DC.LXXXIV. in-4°. Les „Acta" de septembre 1686 contiennent, sur ce livre, un article étendu.

vendi cupidiſſimum; nec diffido, quin ſola Tui nominis commemoratione facilis ad tantos Viros mihi pateat aditus. Agnoſco certe tantum Ill. Tuae Gener[oſitatis] favorem animo quam gratiſſimo et magnopere opto ut Deus O[ptimus] Maximus Ill. T[uam] Generoſitatem quam diutiſſime ſervet incolumem, in orbis eruditi, clientumque Tuorum emolumentum. Caetera, quae mandaſti, pro virili curabo, nactâque opportunitate libros illos, quos venales reperero, lubentiſſime tranſmittam. Fave!

Dab. Amſtelodami 12 Jun. 1692.

N° 2758.

CONSTANTYN HUYGENS, frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

30 JUIN 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse à deux lettres que nous ne connaissons pas.

Au Camp de Melé ce 30 de Juin 1692.

J'ay eu vos lettres du 17 et du 25 de ce mois [1]) et vous remercie beaucoup de la peine que vous avez priſe de parler à Mr. Carré. L'homme dont il vous a parlé et qui devoit me venir parler icy n'eſt point venu juſques à preſent, ſans que je ſcache quelle en eſt la raiſon. Je l'attends tousjours, et ne m'engageray avec perſonne que je ne l'aye veû ou que du moins j'aye eû de ſes nouvelles.

Le Gouverneur du parent de Mr. Ireton [2]) me parle d'un autre nommé Guiran [3]) et croid qu'il feroit mon fait, mais cependant il ne le connoiſt que par des rapports qu'on luy en a faits. Comme il doibt partir d'icy dans peu de jours avec ſon jeune homme pour la Haye il m'a prié de ne me point haſter, et de luy donner le temps de s'informer plus particulierement.

Il dit de plus que lon pourroit le faire auſſi par le moyen d'un nommé Mr. Teron Gouverneur de deux jeunes hommes nommés du Boſc avec leſquels ce Teron demeure à la Haye. Aſſeurement Carré le connoiſt bien, ces du Boſc eſtant parents du miniſtre connu de ce nom [4]).

[1]) Ces lettres nous manquent. Au sujet de l'une d'elles Constantyn, frère, nota dans son journal sous la date du 27 juin 1692: „Je reçus une lettre de ma femme et une de frère Christiaan, concernant un précepteur pour Tien, qui était un neveu (cousin?) de Spanheim, et nommé Toussaint, il était à l'armée et m'y viendroit voir. Il était recommandé à Carré par un Mr. de Monroy, homme de qualité".

[2]) Probablement Henry Ireton, fils du général de même nom qui fut le beau-fils de Cromwell. Celui que nous supposons désigné dans la lettre fut lieutenant-colonel des dragons et gentleman des chevaux de Willem III.

[3]) Probablement Claude Théophile Guiran, reçu pasteur candidat en avril 1695.

[4]) Pierre du Bosc, né à Bayeux le 21 février 1621, depuis 1645 pasteur à Caen, où il fut pasteur. Il fut élu comme tel à Rotterdam le 15 septembre 1685, et installé le 28 octobre suivant. Il mourut le 2 janvier 1692.

D'ofter mon fils de fes eftudes en un temps ou il luy refte tant de chofes à apprendre pour luy faire fuivre la Cour et les armées, c'eft de quoy je ne fuis point d'avis. Car outre qu'il doit encor eftudier pour fe rendre capable de devenir quelque chofe, il feroit a craindre, qu'eftant icy parmy des jeunes gens dont il y en a grand nombre qui ayment le vin, le jeu et les femmes, il ne fuft dans une efcole plus mauvaife de beauçoup que celle, ou il eft à prefent. Dans la Gazette Flamande j'ay trouvé ce que je vous envoye touchant l'homme qui fait des telefcopes aupres de Leide et qu'on trouve a vendre chez le Libraire van Velfen a la grand fâle. Je vous prie de me dire quelle forte de marchandife c'eft.

Ne pouffez vous plus voftre invention ou celle de Newton des Lunettes a miroirs concaves? [5])

Pour l'affaire d'un miniftre de Zuylichem [6]) je croy qu'il faut faire une fin, mais qu'il importe pourtant de fcavoir au vray fi cet homme de Mr. Verbolt [7]) depend en aucune façon de ce cocquin de Schoock [8]). Vous pourrez vous en informer, et tout ce que vous trouverez a propos de faire en fuitte entre vous trois vous pouvez eftre feurs que je l'approuveray comme je fais des a cette heure. L'affaire de la digue et de voir comment on pourroit fauver le chafteau et les terres que nous avons encore eft de plus d'importance, et il ne feroit pas bien que nous y fongerions quand il fera trop tard. Je m'eftonne comme le frere de Rotterdam [9]) affez attentus ad rem ne s'en inquiete pas d'avantage.

Le Chafteau de Namur [10]) tient encore mais on craint que ce ne fera pas pour long temps, la contrefcarpe ayant à ce que lon dit efte emportée hier.

Je vous prie de me dire comment on a fait de cette affaire du jeune Breackelerweert.

A Monfieur
Monfieur DE ZEELHEM
a la Haye.

---

[5]) Voir la Lettre N°. 2753, note 2.
[6]) Voir la Lettre N°. 2754.
[7]) Voir la Lettre N°. 2635, note 5.
[8]) Voir la Lettre N°. 2631, note 2.
[9]) Lodewijk Huygens.
[10]) La siège de Namur, ouvert le 25 mai 1692 par Louis XIV en personne, à la tête d'une armée de 50000 hommes avec 196 canons et 67 mortiers, et couvert par une armée d'observation sous Luxembourg forte de 60000 hommes, est surtout célèbre par la lutte des deux plus grands ingénieurs militaires de leur temps: Vauban et Coehoorn. L'explosion d'un magasin de poudre, qui combla la plus grande partie d'un des fossés, amena la reddition de la ville, le 5 juin. La garnison se retira dans le château, couvert par le fort William, où Coehoorn commandait en personne. Il continua la défense jusqu'à ce qu'il fut grièvement blessé. Le fort dut se rendre le 21 juin, la garnison put sortir avec tous les honneurs de la guerre. Il en fut de même de la garnison du château, commandée par le Prince de Barbançon, qui se rendit le 30 juin.

N° 2759.

Christiaan Huygens à G. W. Leibniz.

11 juillet 1692.

La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.
La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]) *et par C. I. Gerhardt* [2]).
Elle est la réponse au No. 2751.
G. W. Leibniz y répondit par le No. 2765.

Sommaire: Papin croit que l'extenſion fait l'Eſſence des corps. j'attend de voir quel est le ſujet de voſtre communication avec Peliſſon. Rondeur des gouttes peut eſtre vient de l'agitation de la matière ſubtile au dedans.

à la Haye ce 11 Jul. 1692.

Monsieur

Quoyque je reſponde bien tard à voſtre dernière, vous ne pouvez point douter que n'en aye eſtè tres ſatisfait, quand ce ne feroit qu'à cauſe de voſtre jugement avantageux touchant mes derniers Traitez, lequel j'eſtime plus qu'aucun autre. La principale raiſon de mon ſilence a eſtè que, m'eſtant appliquè pendant quelque temps à l'eſtude de la Dioptrique [3]) et à perfectionner ce que j'en ay eſcrit, j'ay voulu eviter d'eſtre diſtrait par d'autres ſpéculations, ce qui ne pouvoit point en reſpondant à voſtre lettre, qui en eſt toute remplie. Il y a bien des choſes à demeſler dans cette Dioptrique, et il s'en eſt offert tousjours de nouvelles, juſqu'à cette heure, qu'il me ſemble d'avoir tout penetrè, quoy que je n'aye pas encor achevè de tout eſcrire. Je m'en vais parcourir tous les points de voſtre lettre et en ſuite je vous repondray touchant vos notes ſur les Principes de Philoſophie de des-Cartes.

Si vous approuvez mon explication de la Peſanteur, je ne vois pas comment vous pouvez comprendre qu'un ſemblable mouvement *materiae ambientis* puiſſe cauſer et la rondeur des goutes d'eau et la Peſanteur du plomb vers la terre, ou des Planetes vers le ſoleil. Je trouve plus vraiſemblable que la rondeur des goutes

---

[1]) Christiani Hugenii etc. Exercitationes mathematicae, Fasc. I, p. 130.
Le texte, publié par Uylenbroek d'après la minute, ne diffère pas sensiblement de celui de la lettre, publiée par Gerhardt.

[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 136, et Briefwechsel p. 695.

[3]) La „Dioptrica" de Chr. Huygens ne parut qu'après sa mort, dans l'ouvrage publié en 1703 par les soins de de Volder et Fullenius et que nous avons cité dans la Lettre N°. 2085, note 2.

viene du mouvement rapide de quelque matiere qui circule au dedans. Mais quand ce feroit un effet de mouvement en tous fens de la matiere qui eft au dehors, il n'y auroit pas là d'operation de la force centrifuge en ce qui eft de la goute. Je ne vois pas non plus comment la caufe que je donne de la Pefanteur, puiffe coincider avec l'attraction que vous concevez par des rayons emanants du centre. A demeurer dans mon principe, il faudroit que la viftefle de la matiere circulante fuft plus grande vers le centre qu'aux endroits plus eloignez dans une certaine proportion, pour expliquer pour quoy les pefanteurs des Planetes contrebalancent leurs forces centrifuges, laquelle proportion je puis facilement determiner [4]), mais je ne trouve pas jufqu'icy la caufe de cette differente viftefle.

Il eft certain que les pefanteurs des Planetes eftant pofées en raifon double reciproque de leur diftance du foleil, cela, avec la vertu centrifuge donne les Excentriques Elliptiques de Kepler. Mais comment, en fubftituant voftre Circulation Harmonique, et retenant la mefme proportion des pefanteurs, vous en deduifez les mefmes Ellipfes, c'eft ce que je n'ay jamais pu comprendre par voftre explication qui eft aux Acta de Leipfich [5]), ne voiant pas comment vous trouvez place à quelque efpece de Tourbillon deferent de des Cartes, que vous voulez conferver, puifque la dite proportion de pefanteur, avec la force centrifuge produifent elles feules les Ellipfes Kepleriennes, felon la demonftration de Mr. Newton [6]). Vous m'aviez promis depuis longtemps [7]) d'eclaircir cette difficulté.

Si par les Parallelifmes des axes planetaires vous entendez la fituation parallele que chacun de ces axes garde a foy mefme, il n'eft pas befoin pour cela de Tourbillon, puifque c'eft par les loix du mouvement que cela doit fe faire.

Je trouve, comme vous, plus à mon gré les Ellipfes veritables que les Ellipfoïdes de Mr. Caffini [8]), pour lefquelles je ne crois pas qu'il ait trouvè de raifon phyfique, puis qu'il n'en a rien dit, et pour l'Aftronomique, elle doit eftre bien

---

[4]) Consultez la note 5 de la Lettre N°. 2617.

[5]) Il s'agit toujours de l'article cité dans la note 8 de la Lettre N°. 2561.

[6]) On rencontre cette démonstration célèbre dans la „Pars Prima" des „Principia", Prop. XI, Probl. VI: „Revolvatur corpus in Ellipsi: Requiritur lex vis centripetae tendentis ad umbilicum Ellipseos".

[7]) La première fois dans la Lettre N°. 2636, du 24 novembre 1690, vers la fin; mais la „lettre sur les planètes", notre N°. 2628, dont il est question à l'endroit cité, ne fut jamais envoyée à Huygens.

[8]) La Cassinoïde, définie par Cassini comme il suit: „Cette ligne est une maniere d'ellipse dans laquelle les rectangles faits par les lignes tirées de la Planete à l'un & à l'autre foyer sont toûjours égaux, au lieu que dans les ellipses ordinaires ce sont les sommes des deux distances des foyers qui sont toûjours égales entr'elles". Mémoires de l'Academie royale des Sciences. Depuis 1666. jusqu'à 1699. Edition de Paris. Tome VIII, pp. 43 et 44.

legere, vu le peu de difference entre les unes et les autres dans les cas des orbites Planetaires.

Je pourrois vous marquer plusieurs objections contre la Terre Sphaeroide dans le sens de Mr. Eysenschmid, que j'escrivis en lisant son Traité [9]), mais il suffit de celle-cy pour le refuter. *Cum ex auctoris ratiocinio tanta futura sit differentia amplitudinis graduum in ellipsibus per binos Terrae Polos ductis, ut circa gradum* 54 *altitudinis poli, unus in terra gradus sit futurus* $7\frac{1}{2}$ *milliarum Germanicorum, prope aequatorem vero milliarum* 15, *numquid putat hoc nautarum omnium experientia pridem comprobari debuisse, si verum esset?* Il paroit docte au reste et escrit bien. Mais des gens comme Wasmuth et son eleve ne meritent pas qu'on en parle.

Dans le Traitè de Craige, que Mr. Fatio m'a fait avoir, je vois qu'il a bien remarquè l'insuffisance de la methode de Mr. Tschirnhaus pour les quadratures. Aussi en a-t-il esté bien faschè [10]).

Le mathematicien de Zelande, qui donne dans son traité une Table de quadratures, s'appelle Hubertus Huighenius [11]), et le titre de son livre, *Animadversiones quaedam circa propositionem quam ad rectilineas habent figurae curvilineae.* Il croioit qu'à la longueur du calcul près, il avoit montrè le chemin pour arriver à la quadrature du cercle, de quoy je l'ay desabusè.

Les objections de Mr. Papin [12]) estoient contre l'un et l'autre de mes Traitez. Il est de ceux qui veulent avec Mr. des Cartes que l'Essence du corps consiste dans la seule etendue.

Pour donner dans les Acta de Leipsich ce que j'ay encore touchant la Musique il faudroit qu'il fust precedé de ce qu'il y a dans le Journal de Mr. de Beauval, et je ne suis pas fort de loisir à le traduire. Ce Mr. Ouvrard [13]), de qui vous attendez la Musique, pretendoit de pouvoir montrer la composition en 24 heures. Je l'ay connu à Paris. Il fit imprimer un petit traitè assez extravaguant, où il vouloit qu'en matiere d'architecture on observast les proportions qui font les consonances,

[9]) Nous ne connaissons pas ces objections qui, probablement, auront été écrites en marge d'un exemplaire du livre cité dans la Lettre N°. 2727, note 12.

[10]) Allusion à la réponse de von Tschirnhaus, mentionnée dans la note 3 de la Lettre N°. 2748.

[11]) Consultez, sur Hubertus Huighens, ses ouvrages et sa correspondance avec Christiaan Huygens, les Lettres Nos. 2730, 2735, 2738 et 2742.

[12]) Voir la Lettre N°. 2744, note 5.

[13]) Sur René Ouvrard, compositeur, voir la Lettre N°. 2751, note 8. Il publia, en 1660, un ouvrage intitulé: „Secret pour composer en musique par un art nouveau", et en 1674, l'„Architecture harmonique".

comme ſi l'oeil pouvoit reconnoitre quand on s'écarte de ces proportions, de meſme que l'oreille le fait au chant.

J'ay vu encore quelques mois des Memoires de l'Academie de Paris, et j'approuve comme vous ce deſſein, exhortant nos libraires de continuer à les copier, à quoy pourtant je ne les trouve pas fort diſpoſez. Dans les Journaux des Scavants de l'année derniere 1691, il y a une obſervation curieuſe que raporte Mr. de la Hire, touchant des pierres d'aimant, qui eſtoient crues ſur du fer, au dedans des pierres dont eſtoit baſti une pointe de clocher à Chartres [14]).

Voſtre recherche de la quantité compoſée de a, b, c, d, ſemble aſſez difficile ſi on vouloit y trouver quelque maniere generale. Mais je doute ſi elle eſt fort utile, parce que dans tout ce que j'ay jamais calculé, il ne me s'eſt offert de pareil probleme. La quantité $\frac{ac-bd}{(a+b)(c+d)}$ peut-eſtre n'eſt pas la ſeule qui ſatisfaſſe dans voſtre cas. Il y auroit auſſi à conſiderer quand [15]) le probleme eſt poſſible ou non. Si j'en avois beſoin, j'y ſongerois d'avantage.

La raiſon qui m'oblige de poſer des atomes infrangibles eſt que ne pouvant m'accommoder, non plus que vous, Monſieur [16]), du dogme Carteſien, que l'eſſence des corps conſiſte dans la ſeule etendue [17]), je trouve qu'il eſt neceſſaire, a fin que

---

[14]) L'article en question, qui parut dans le Journal du 3 décembre 1691, porte le titre: „Extrait des registres de l'Académie Royale des Sciences, du 29 août 1691: „Description de l'Aiman qui s'est trouvé dans le clocher neuf de Nôtre Dame de Chartres. Par Mr. de la Hire, de l'Académie des Sciences". Voici le résumé que Huygens en a donné à la page 78 du livre H des Adversaria: „Dans la demolition de la pointe du clocher neuf de l'Eglise de Chartres on avait trouvé attachée a du fer, certaine matiere ressemblant en tout a de l'aimant, mesme en la vertu d'attirer du fer. C'estoit dans de la pierre de St. Leu. Les morceaux qui s'étaient formez a l'air hors de la pierre n'avoient aucune vertu".

„C'estoit une vegetation autour du fer ou qui s'etendoit au dela, et qui avait eu la force d'écarter la pierre, et estoit cause de la ruine du clocher. Les Poles de la plus part des morceaux, dont il dit en avoir vu de fort gros et d'une tres grande vertu, estoient disposez selon la largeur de la barre de fer où ils s'estoient formez. Il propose une experience qu'il veut faire avec plusieurs fils de fer et d'acier, trempé et non trempé, et tout aimantez, qu'il enchassera dans de la pierre de St. Leu, dans la situation que prend une eguille equilibrée, et dirigée S. et nord, qui baisse du costé du nort de 60 degre environ. Il veut voir lors qu'ils seront consumez, (ce qui pourra arriver en peu d'années) s'ils auront conservé la vertu".

On rencontre à la même page un jugement d'ensemble peu favorable sur les Journaux des Scavants de 1691 dans ces termes: „Ces journaux de cette année sont remplis de pièces de devotion et de cagotterie".

[15]) La minute a: ſi.

[16]) Voir, entre autres, un article dans le Journal des Sçavans du 18 juin 1691, intitulé: „Extrait d'une lettre de Mr. de Leibniz, sur la question, Si l'essence du corps consiste dans l'etendue".

[17]) Comparez les Lettres Nos. 2617 (pp. 484 et 485) et N°. 2707 vers la fin, où, dans la corres-

les corps gardent leur figure, et qu'ils refiftent aux mouvements les uns des autres, de leur donner l'impenetrabilité, et une refiftence à eftre rompus ou enfoncez. Or cette refiftence il faut la fuppofer infinie, parce qu'il femble abfurde de la fuppofer dans un certain degré, comme fi on difoit qu'elle egale celle du diamant ou du fer, car cela ne peut avoir de caufe dans une matiere, où d'ailleurs on ne fuppofe rien que l'etendue. C'eft pourquoy j'ay tousjours trouvè que c'eft une erreur à Mr. des Cartes, quand il veut que fes petites boules du 2 element [18]) fe foient faites par l'abbattement des angles [19]) et eminences qu'avoient de petits corps cubiques ou autrement formez. Car s'il faloit quelque force pour furmonter la refiftence que faifoient ces angles et eminences à eftre rompues, par où croioit il pouvoir limiter, et à quoy faire monter cette refiftence? Et s'ils n'en faifoient aucune, en forte que ces corps fe laiffoient tronquer et ecorner à la feule rencontre d'autres particules, pourquoy ne fe laiffoient ils pas enfoncer auffi, comme de l'argille humide, et comment gardoient ils leur figure apres qu'elle eftoit devenue fpherique?

L'hypothefe de la duretè infinie me paroit donc tres neceffaire, et je ne conçois pas pourquoy vous la trouvez fi eftrange, et comme qui infereroit un continuel miracle. Car pour la difficultè de l'union qui arriveroit par la rencontre de deux furfaces plattes, vous la refolvez vous mefme [20]), et vous n'avez qu'a regarder les

---

pondance avec Papin, la même question est traitée par Huygens, et l'annotation suivante de sa main que l'on rencontre à la page 97 livre H des Adversaria: „Contra Cartesii dogma, Corporis naturam seu notionem in sola extensione consistere: Ego aliam notionem spatii habeo, aliam corporis. Spatium nempe est quod a corpore occupari potest. Corpus quod spatium occupat, quod quidem sine extensione concipi non potest, sed praeter extensionem necessario quoque ei convenit ut in spatium quod occupat, non admittat aliud corpus. Hanc ideam corporis omnes philosophi, imo omnes homines habuere, ante Cartesium, qui suam istam ea propter commentus videtur, ut inde efficeret non dari spatia vacua, quo putabat se opus habere ad probandam lucis emanationem momentaneam, sine ulla mora temporis, quae et ratione et experientia refellitur".

[18]) Allusion au § 52 de la troisième partie des Principes de la philosophie. „Qu'il y a trois principaux éléments du monde visible". D'après ce paragraphe le premier élément est formé par „la raclure qui a dû être séparée des autres parties de la matière lorsqu'elles se sont arrondies", le second par tout le reste de la matière, „dont les parties sont rondes et fort petites à comparaison des corps que nous voyons sur la terre", le troisième par „celles qui, à cause de leur grosseur et de leurs figures, ne pourront pas être mues si aisément que les précédentes". Ensemble ces trois éléments composent, selon Descartes, tous les corps de ce monde visible, „le soleil et les étoiles fixes" ayant „la forme du premier de ces éléments, les cieux celle du second et la terre avec les planètes et les comètes celle du troisième".

[19]) Voir le § 48 de la troisième partie des Principes: „Comment toutes les parties du ciel sont devenues rondes".

[20]) Cette remarque se rapporte au manuscrit de Leibniz dont nous traiterons dans la note 22. En

grains de fable avec un microfcope et à voir fi vous y trouvez des furfaces exacte-ment plattes. Et quand il y en auroit aux atômes, il faudroit encore leur application jufte, *quod in indivifibili confiftit.* Je vous prie de confiderer ces raifons que je viens d'expofer, et de me dire comment vous concevez que les parties des corps tout fimples et primitifs coherent. Seroit-ce par voftre *motus confpirans* [21]) de ces mefmes parties confiderées comme reellement féparées, et voudriez vous comprendre les corps fimples auffi bien que les compofez dans l'article de vos ob-

effet, dans sa critique des §§ 54: „En quoi consiste la nature des corps durs et liquides" et 55 „Qu'il n'y a rien qui joigne les parties des corps durs, sinon qu'elles sont en repos au regard l'une de l'autre" de la seconde partie des Principes, Leibniz, pour réfuter ceux „qui ipsam perfectam unitatem causam firmitatis esse ajunt", soulève la question. „Quid ergo si duae Atomi cubicae A et B prius diversae semel ita sibi accedant, ut hedrae earum duae congruant, nonne hoc contactus momento nihil different ab atomo illa parallelepipeda AB paulo ante descripta?" Et il ajoute: „Itaque capientur a se mutuo duae Atomi simplici contactu velut visco quodam, idemque fieri debet etiamsi partes tantum hedrarum congruant. Ex his porro sequitur progressu naturae, continue debere crescere atomos, instar pilae nivis per nivem provolutae, ac tandem futurum esse, ut omnia in plusquam adamantinam duritiem coalescant et aeterna glacie obtorpescant, quando causa coalitionis datur, dissolutionis non datur. Unum effugium superest iis, qui haec tuentur, ut dicant, nullas dari in natura hedras planas, aut si quae sint, coalitu esse desinere. Atomos autem omnes superficiebus curvis iisque minime invicem applicabilibus terminari, quemadmodum sane fieret, si omnes atomi essent sphaericae, atque ita nullus contactus esset totius alicujus superficiei. Sed praeterquam quod corpora planis vel aliis sibi congruentibus superficiebus praedita ex rebus nulla satis ratione excluduntur, huc redimus ut rationem nobis afferant, cur continuum in partes resolvi non possit."

[21]) Allusion au passage suivant du manuscrit de Leibniz qui suit de très près celui que nous avons cité dans la note précédente: „His igitur omissis, quae vel non prosunt, vel rem non absolvunt, arbitror primigeniam cohaesionis causam (praeter impenetrabilitatem ipsam, cum cedendi locus non est, aut ratio non est cur unum prae alio cedat, qua ratione globus perfectus in pleno quiescente uniformi circulans aliquid vi centrifuga emittere prohibetur) esse Motum eumque conspirantem. Nam ipsam materiam, per se homogeneam et aeque divisibilem, arbitror solo motu distingui; videmus autem fluida quoque motu acquirere quandam firmitatem. Ita vehemens aquae jactus extraneis in radium suum magis vetabit ingressum, quam eadem aqua quiscens faceret. Ingressu enim novae materiae magna motus conspirantis perturbatio oriatur necesse est, ad perturbandum autem, id est valde mutandum motum opus est vi. Jactum aquae digito tange, videbis huc illuc guttulas dispergi, non sine vehementia, atque adeo et quod jactui accedit nonnihil repelli. Et quae per se dissoluta sunt, et ut ita dicam arena sine calce, solo motu connexionem quandam acquirere posse, eleganti experimento magnes docet, limaturae chalybis admotus, subito enim velut funiculi nectuntur ex arena, et nascuntur filamenta, subrigente sese materia velut in pilos, nec dubium est quodam quasi genere magnetismi, id est motus intestini conspirantis, etiam alias quorundam corporum partes connecti. Haec igitur primitiva ratio consistentiae seu cohaesionis non minus rationi quam sensibus satisfacit."

jections contre Des Cartes? J'avoue que je ne comprens nullement comment voſtre penſée puiſſe ſubſiſter, ni dans les uns ni dans les autres. Voulez vous que les particules d'une barre de fer aient au dedans un *motus conſpirans*, et que, non obſtant cela, on ne trouve pas que rien ſe derange dans cette barre? Qui peut entendre cela? Et pourtant vous dites que cette expoſition de la coheſion ſatisfait enſemble à la raiſon et aux ſens. J'ay une maniere d'expliquer la coheſion des corps compoſez qui depend de la preſſion de dehors [22]) et encore d'autre choſe. Mais en voila deſia aſſez ſur ce ſujet.

Mr. de Beauval m'a preſtè vos Remarques [23]) ſur les 2 premieres parties des Principes de des Cartes, que j'ay examinées avec plaiſir. Il y a ample matiere de contredire à ce Philoſophe, auſſi voit on venir des objections de tous coſtez. Pour ce qui eſt de ſes demonſtrations metaphyſiques *de Exiſtentia Dei, animae non corporeae et immortalis* [24]), je n'en ay jamais eſtè ſatisfait. Nous n'avons nullement cette idée *entis perfectiſſimi*. Je n'approuve non plus ſon *κριτήριον Veri* [25]), et ſuis d'acord avec vous dans la pluſpart de vos raiſonnemens, quoy que non pas dans tous. Mais il ſeroit trop long d'entrer dans cette diſcuſſion. Je vois que vous alleguez ſouvent ce que vous auriez eſcrit ailleurs. Entendez vous parler d'autres traitez que ceux qu'on a veu dans les Acta de Leipſich?

Sur la matiere du mouvement j'ay bien des choſes nouvelles et paradoxes à donner, que l'on verra, quand je publieray mes demonſtrations des Regles [26]) de la Percuſſion, inſerées autrefois dans les Journaux de Paris [27]) et de Londres [28]).

---

[22]) Consultez à ce sujet la dernière partie de la pièce N°. 1899, à commencer par la page 204.

[23]) Le manuscrit, dont il est question ici, a été publié par G. E. Guhrauer, sous le titre: „Leibnitz's *Animadversiones ad Cartesii principia philosophiae* aus einer noch ungedruckten Handschrift. Bonn 1844", et ensuite dans le Tome IV de l'ouvrage suivant: „Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz. Herausgegeben von C. I. Gerhardt, Berlin, Weidmannsche Buchhandlung (1875—1890, 7 Vol. in-8°.)", où on le rencontre aux pages 350—392, sous l'en-tête: „Animadversiones in partem generalem Principiorum Cartesianorum".

[24]) Voir les §§ 14—23 des „Principes" de Descartes et les remarques de Leibniz sur ces paragraphes dans le manuscrit mentionné dans la note précédente.

[25]) Voir, entre autres, la quatrième des „Méditations métaphysiques" (Cousin, Œuvres de Descartes, Tome premier, p. 293—308), qui parurent pour la première fois en latin en 1641, en français en 1647, où Descartes s'efforce à prouver „que toutes les choses que nous concevons fort clairement et fort distinctement sont toutes vraies" (voir l'abrégé par Descartes, p. 232 de l'édition de Cousin).

[26]) Elles ne parurent qu'en 1703 dans les „Opuscula posthuma" sous le titre: „De motu corporum ex percussione" (voir la Lettre N°. 2085, note 2).

[27]) Dans le „Journal des Scavans" du 18 mars 1669. Voir la pièce N°. 1715.

[28]) Dans les „Philosophical Transactions" du 12 avril 1669. Voir les pièces Nos. 1733 et 1734.

Je communiquay ces demonſtrations à nos Mrs. de l'Academie [29]) et j'en envoiay auſſi quelques unes à la Societé Royale [30]), dans les quelles j'emploiay avec autre choſe cette *conſervatio virium aequalium* et la deduction au mouvement perpetuel, c'eſt à dire à l'impoſſible [31]); par où vous refutez auſſi les regles de des Cartes, qui eſtant reconnues partout pour fauſſes et eſtant poſées ſans fondement, ne meritoient pas la peine que vous prenez [32]). A ce que Mr. de Beauval m'a dit, vous ſouhaitteriez que vos remarques fuſſent adjoutées dans quelque nouvelle edition des Principes de des Cartes, à quoy je ne ſcay ſi les libraires voudroient conſentir, parce que cela ne ſerviroit nullement à recommander cette Philoſophie ni ſon Autheur. Elle ſeroient mieux avec le Voiage de Des Cartes [33]) que vous aurez lu, ou avec l'examen de Mr. Huet [34]). Vous pourriez auſſi fort bien les faire imprimer à part, en y faiſant un titre et quelque peu de Preface [35]). Ou ſi vous vouliez que le volume devint plus gros, vous n'auriez qu'a examiner de meſme la 3me et 4me Partie, auxquelles il y a pour le moins autant à reprendre, et encore les meteores [36]). Il ſemble que des Cartes ait voulu decider ſur toutes les matieres de Phyſique et Metaphyſique, ſans ſe ſoucier s'il diſoit vray ou non. Et peut-eſtre cela n'eſt pas inutile d'en uſer ainſi à des perſonnes qui ſe ſont acquis une grande reputation d'ailleurs, parce qu'ils excitent d'autres à trouver quelque choſe de meilleur. Il s'eſt abſtenu pourtant de toucher à la production

---

[29]) Les 4, 11 et 18 janvier 1668. Voir la note 3 de la Lettre N°. 1715 et la Table des Corrections du Tome VI, p. 653.

[30]) Voir la pièce N°. 1693, envoyée le 5 janvier 1669.

[31]) Il ne s'agit que des démonstrations communiquées à l'Académie des Sciences à Paris. La pièce N°. 1693 ne mentionne pas ces principes puisqu'elle ne s'étend pas jusqu'à la Propositio VIII „Si corpora duo sibi ex adverso occurrant, quorum magnitudinibus celeritates contrariâ ratione respondeant, utrumque eàdem quà accessit celeritate resiliet" du traité posthume que nous avons mentionné dans la note 25. C'est dans la démonstration de cette proposition que Huygens s'est servi des principes en question.

[32]) Il s'agit toujours du manuscrit mentionné dans la note 22, qui contient en effet une réfutation élaborée des règles du choc des corps, contenues dans les §§ 45—52 de la seconde partie des „Principes".

[33]) Le Voyage du Monde de Descartes. A Paris, chez la veuve de Simon Benard, 1691, in-12°.

[34]) La „Censura", citée dans la note 3 de la Lettre N°. 2553.

[35]) La publication du manuscrit de Leibniz n'a eu lieu qu'en 1844 (voir la note 22), Basnage de Beauval, qui avait été chargé de chercher un éditeur, n'y ayant pas réussi. On peut consulter à ce sujet sa correspondance avec Leibniz dans la publication de Gerhardt, citée dans la note 22, au Tome III, p. 82, où on lit, dans une lettre du 27 juillet 1692: „J'ai sondé nos libraires.... et je ne leur ai trouvé nulle disposition pour en entreprendre l'edition. Des qu'on leur parle d'un livre latin, ils font cent difficultés".

[36]) Voir l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 5, note 7.

des plantes et des animaux, ſans doute parce qu'il n'a pas vu moien de les faire naitre du mouvement et de la figure des particules, ainſi que le reſte des corps qu'il conſidere.

Il me tarde de voir quelle a eſtè voſtre correſpondance avec Mr. Peliſſon [37]), que Mr. de Beauval m'a dit devoir paroitre au jour. J'aime à voir le raiſonnement de ceux qui excellent dans les Mathematiques, ſur quelque matiere que ce ſoit, et je pourray un jour vous en propoſer quelqu'une [38]). Je ſuis avec une parfaite eſtime et affection etc.

N° 2760.

Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens.

26 juillet 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
Chr. Huygens y répondit par le No. 2762.

J'eſpere Monſieur que vous voudrez bien que je me ſerue de l'occaſion du depart de Mr. Hartſoeker pour vous remercier de la maniere obligeante dont vous parlez de moy dans les remarques [2]) que vous avez mis dans les journaux de Hollande, apres la lettre des centres d'oſcillation. J'ay lü auec plaiſir dans les

[37]) Voir, sur Paul Pellisson, la Lettre N°. 2185, note 1.

Il s'agit ici de son ouvrage: De la Tolérance des Religions. Lettres de M. de Leibniz & Réponses de M. Pellisson, ou Quatrième Partie des Réflexions sur les Differends de la Religion. A Cologne. De l'Imprimerie d'André Pierrot. 1692.

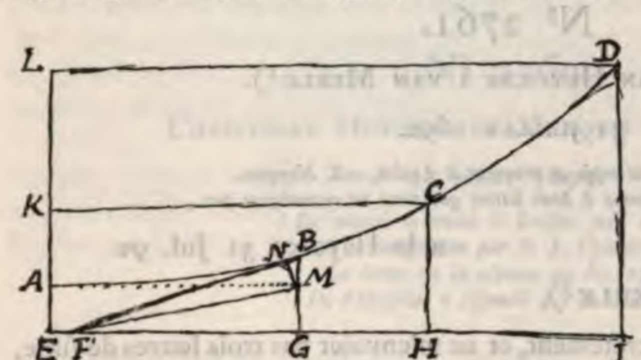
Dans une première édition in-4°., moins complète et tirée à peu d'exemplaires, le nom de Leibniz n'était pas mentionné dans le titre, ce qui était plus conforme à son intention, comme cela résulte de sa correspondance avec Basnage de Beauval, citée dans la note 34.

[38]) Huygens, probablement, fait allusion ici à son Cosmotheoros.

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 232.

[2]) Voir la pièce N°. 2606.

aƈtes de Leipzig la ſolution que vous auez trouué du probleme de la courbure que fait vne chaiſne pendante [3]), et cela m'a beaucoup ſerui à faire quelque progrès dans ces ſortes de problemes. J'ay vü jcy entre les mains d'vn de mes amis vne lettre de Mr. de leibnitz dans laquelle apres auoir dit beaucoup de merueilles de ſa nouuelle analyſe des infinis, jl aſſure que uous luy auez propoſé pluſieurs queſtions en ce genre, auxquelles jl a ſatisfait au delà meſme de vos eſperances. Je vous ſerois fort obligé, ſi vous me vouliez faire part de quelques vnes de ces queſtions ou d'autres ſemblables, afin que je puiſſe m'exercer et voir ſi j'en viendrois about. J'ay trouué dans voſtre traitté de la lumiere pluſieurs proprietés de la ligne logarithmique ou logiſtique [4]). En voicy vne que je croy nouvelle et dont je vous prie de me mander voſtre penſée.



Soit la logarithmique jndefinie ABCD, qui a pour aſymptote la droite EI, et dont la ſouſtangente qui eſt partout egale et que l'on ſuppoſe connue eſt FG. Jl faut trouuer geometriquement vne droite egale à vne portion quelconque AB de cette courbe.

Soient menées les perpendiculaires AE, BG, la touchante BF et la parallele AM. Soient priſe ſur EA prolongée les parties EK ∞ $\frac{aa\sqrt{2}+a\sqrt{2aa+2cc}}{2c}$ EL ∞ $\frac{aa\sqrt{2}+\sqrt{2aa+2bb}}{2b}$ (FG ∞ a, AE ∞ b, BG ∞ c), d'ou partent les paralleles KC, LD, rencontrant la logarithmique aux points C, D, je dis maintenant que BN, difference des droites BF, FM, plus HI, difference des droites LD, KC, ſera egale à l'arc cherché AB [5]).

Je ſuis auec vne eſtime tres particuliere Monſieur.

Voſtre treſhumble et treſobeiſſant ſerviteur
LE MARQUIS DE LHOSPITAL.

---

[3]) Voir la pièce N°. 2681.
[4]) Voir les dernières pages du „Discours de la cause de la pesanteur".

[5]) Ecrivant pour l'équation de la courbe: $y=be^{\frac{x}{a}}$, c'est-à-dire $x=a\,\mathrm{l}\,\frac{y}{b}$, on vérifie aisément

Si vous voulez me faire reponce vous addrefferez s'il vous plaift, voftre lettre chez Mr. le Comte de Ste. Mefme rüe du petit mufque proche l'arfenal à paris.

a paris ce 26 juillet 1692.

A Monfieur
Monfieur HUGENS de ZULICHEM
a la Haye.

N° 2761.

CHRISTIAAN HUYGENS à VAN MERLE [1]).

31 JUILLET 1692.

La minute et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse à trois lettres que nous ne connaissons pas.

a la Haye ce 31 Jul. 92.

Monfieur VAN MERLE [2]).

Vous deviez agir plus difcretement, et ne m'envoier pas trois lettres de fuite, fans fonger que je pourrois eftre abfent ou empefchè par indifpofition de vous faire refponfe. La principale raifon a eftè que je n'avois rien de bon a vous dire. Je vous ay recommandè plufieurs fois a mon frere de Zulichem, et je n'y fcaurois faire autre chofe. C'eft peut eftre que vous l'importunez trop, qui luy ofte l'envie de faire quelque chofe pour vous. De vous affifter d'argent, mes affaires ne me le permettent pas, puifque j'en emprunte et prens a intereft pour paier les Taxes de l'Eftat. Je ne veux point douter, que vous ne foiez celuy que vous dites, et je fuppofe que mon frere le croit de mefme. Vous comprenez bien pourtant qu'il doit y avoir un grand nombre de perfonnes qui nous foient auffi proches. C'eft

qu'en effet la construction annoncée, après correction de la faute de transcription signalée dans la Lettre N°. 2762, conduit à la relation correcte:

$$\text{arc. AB} = \left[\sqrt{a^2+c^2} - \sqrt{a^2+b^2}\right] + \left[a.\,l\,\frac{a^2\sqrt{2}+a\sqrt{2a^2+2b^2}}{2b^2} - a.\,l\,\frac{a^2\sqrt{2}+a\sqrt{2a^2+2c^2}}{2bc}\right] = \sqrt{a^2+c^2} - \sqrt{a^2+b^2} + a\,l\,\frac{c(a+\sqrt{a^2+b^2})}{b(a+\sqrt{a^2+c^2})}.$$

[1]) Voir, au sujet de ce personnage, qui autrement nous est inconnu, la Lettre N°. 2731.
[2]) l'Adresse manque dans la minute. Ce n'est que la copie qui la fournit.

pourquoy vous ne devez pas demander de l'avancement a mon frere, comme s'il eftoit obligè de vous en procurer. Je vous envoie voftre Carte Genealogique, puifque vous la voulez au pluftoft, quoyque le pacquet en foit bien gros. Je fouhaite qu'elle vous puiffe fervir de quelque chofe, et demeure

MONSIEUR

Voftre tres affectionè Serviteur
CHR. HUGENS.

N° 2762.

CHRISTIAAN HUYGENS au MARQUIS DE L'HOSPITAL.

27 AOÛT 1692.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
La lettre est la réponse au No. 2760.
De l'Hospital y répondit par le No. 2765.

27 août 1692.

Mr. Hartfoeker m'a rendu Monfieur la lettre que vous m'avez fait l'honneur de m'efcrire, dans la quelle voftre copifte a fait une faute, qui m'empefche de comprendre ce qu'en contient le principal article, qui regarde la dimenfion de la ligne Logarithmique. Il a mis EL $\infty \frac{aa\sqrt{\ }2+\sqrt{\ }(2aa+2bb)}{2b}$, [a]) où vous voiez qu'il manque quelque lettre, ou peut-eftre quelque nombre, devant le figne radical, ce que je vous fupplie de fuppléer. Je puis vous dire cependant que à travers l'expreffion fautive de la longueur de cette courbe il me paroit que voftre invention doit eftre fort belle et fubtile, et mefme l'entreprife me femble hardie, quand je confidere la nature de la Ligne. Je veux croire Monfieur que vous avez la demonftration certaine de ce que vous avancez; mais fans la voir je crois que je pourray affez juger de la veritè de voftre folution. Les proprietez que j'ay marquées de cette mefme Logarithmique dans mon Traitè de la Pefanteur, quoy qu'affez remarquables, ne font pas d'une recherche bien difficile [2]). La courbure de la chaine eftoit incomparablement plus malaifée à trouver et fur tout la

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 233.
[2]) Nous reviendrons ailleurs dans cette édition sur ces recherches, publiées par Uylenbroek au Fasc. II, pp. 172—183; elles datent déjà de 1661.

reduction de sa construction à la quadrature de l'Hyperbole[3]), ou à la dimension de la ligne parabolique, la quelle reduction s'ensuit aussi de ce que j'avois trouvè[4]), puis que la quadrature de l'Hyperbole donne la somme des secantes, comme il avoit estè demontrè il y a longtemps par Jac. Gregorius[5]), dans ses Exercitations mathematiques; mais j'ay trouvè depuis la mesme reduction par deux autres voies fort courtes et qui me semblent belles que je pourray publier quelque jour[6]). Je n'ay point trouvè d'avoir besoin pour cela de la methode de calculer de Mr. Leibnits[7]), ni je n'en trouve pas l'utilitè si grande[8]) qu'il semble vouloir faire accroire dans la lettre dont vous faites mention. Il est très habile geometre d'ailleurs et s'est appliquè entre autres avec succes à ce qui regarde les Tangentes et quadratures des lignes courbes. C'est la dessus que rouloient les Problemes[9]) aux quels il dit avoir satisfait au de la de mon attente, ce qui est vray, mais il est vray aussi que je n'avois pas beaucoup meditè alors ces matieres, m'estant tousjours plu d'avantage à chercher l'utilitè de la Geometrie dans les choses de physique et de mechanique.

Au reste trouvez bon Monsieur que je ne vous specifie aucun de ces problemes presentement, puis que je le fais, a fin que vostre response avec la correction que je demande ne soit retardée par la, si vous vouliez en tenter la solution comme il paroit que vous en avez envie.

Je suis

avec beaucoup d'estime et de deference

---

[a]) Faute du Copiste. Voir Newton dans Wallis[10]) [Christiaan Huygens].

---

3) Consultez la Lettre N°. 2693, à commencer par la page 131, et la Lettre N°. 2695.
4) Voir le second alinéa de l'article 7 de la pièce N°. 2681.
5) Voir la note 12 de la Lettre N°. 2709.
6) Voir, pour la première de ces deux voies, qui fut publiée plus tard dans l'„Histoire des ouvrages des Sçavans" de février 1693, la note 3 de la Lettre N°. 2695, et pour la seconde l'Appendice N°. 2763 de la présente lettre.
7) Huygens avait en vue la méthode exposée dans la pièce N°. 2713.
8) Comparez les Lettres Nos. 2721 et 2726.
9) Voir sur ces problèmes, qui consistaient dans la détermination des courbes qui correspondent aux valeurs $\frac{y^2}{2x} - 2x$; $\frac{2x^2y - a^2x}{3a^2 - 2xy}$ et $\frac{yy\sqrt{aa - xx}}{ax}$ de la soustangente, les pages citées dans la table des matières de ce volume et du volume précédent sous l'article: „Equations différentielles".
10) Voir, sur l'exposé de la méthode des fluxions, emprunté par Wallis à des lettres de Newton et publié par lui dans l'édition latine de 1693 de son „Treatise of Algebra", une des notes de la lettre de Huygens à de l'Hospital du 29 décembre 1692.

N° 2763.

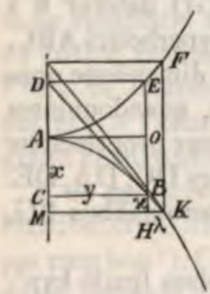
CHRISTIAAN HUYGENS.

[DÉCEMBRE 1691].

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Appendice [1]) *au No.* 2762.

§ I [2]).



AC = x; CB = y; CD = z; BH = $\varkappa$; HK = λ. AB eſt curva. AC recta; ad quam ordinatim applicata BC ad ang. rectos. BD eſt tangens in B, occurrens CA productae in D. Si compleatur □ BCDE erit punctum E ad curvam quandam AE, quae facit ſpatium BAE, aequale ſpatio BAC. Quod magni uſus eſt.

$$\text{BH} : \text{HK} = \text{DC} : \text{CB}$$
$$\varkappa : \lambda = z : y$$
$$\frac{\varkappa}{z} = \frac{\lambda}{y}$$
$$\varkappa y = \lambda z.$$

Spat. HC = ſpat. BE [3]); unde et ſummae aequales, hoc eſt ſpat. KAF = ſpat. KAM; vel etiam BAE = BAC.

Hinc quadratura parabolae. Nam quia ibi eſt CD ſeu $z = 2x$, fit AD = x; eſtque DE = y. Itaque AE eſt parabola eadem ac AB, cumque ſpat. AEB ſit = ABC vel AED, erit ergo ABC = $\frac{1}{3}$ □ CE ſeu $\frac{2}{3}$ □i CO ipſius CE dimidii.

[Spatium BAE circa axem DC facit duplum ſolidum ejus quod ex ſpat. ABC circa eundem axem, quia centr. gr. ſpatii FB duplo amplius diſtat ab AC, quam centr. gr. ſpat. HC] [4]).

---

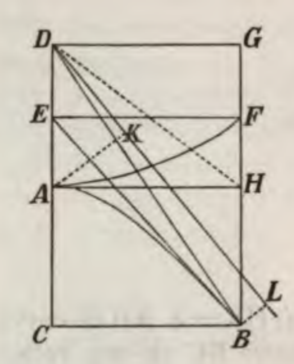
[1]) Cet Appendice a été emprunté à la page 14 du livre H des Adversaria. Nous l'avons divisé en deux paragraphes.

[2]) *Démonstration d'un théorème général sur les quadratures.*

[3]) Lisez: BF.

[4]) Cette remarque a été ajoutée après coup.

§ II [5]).



Hinc et dimenſionem curvae, ex qua pendet conſtructio lineae Catenariae, reducere poteram ad quadraturam hyperbolae.

Sit enim AC [6]) hyperbola aequilatera, cujus centrum D, axis DC applicata BC, tangens BE; et compleatur ▭ EAHF. Jam erit F punctum ad curvam quandam AF, quae facit ſpatium FAB = ſpatio hyperb° ABC, unde ſpatium AFGD dabitur ſi à ▭° CG auferatur duplum ſpatii hyperbolici ABC. Eſt autem curva AF ea ipſa cujus dimenſione opus erat ad conſtructionem Catenariae, quandoquidem ducta AH parallela CB, proportionales ſunt BG, HG, FG; propter proprietatem tangentis hyperbolae EB, quae invenitur faciendo proportionales DC, DA, DE. Curvam autem noſtram ita conſtruxeram, ſumtis ubique proportionalibus BG, HG, FG vid. lib. G, pag. 20 [7]).

Patet [8]) ex jam dictis, ductâ recta DB, triangulum DCB ablato ſpatio hyp°. ABC relinquere ſpatium DBA aequale dimidio ſpatii AFGD; eſt autem ſp. DBA ſector hyperb.^s aequalis ſpatio ABLK, ductis BL, AK ad aſumptoton DL perpend^bus.

---

[5]) *Application du théorème du paragraphe précédent à la quadrature de la courbe* $xxyy = a^4 - aayy$, *dont dépend la construction point par point de la chaînette* ($DE = y$; $EF = x$).

[6]) Lisez: AB.

[7]) Il s'agit du § VIII de la pièce N°. 2625. Voir surtout la dernière phrase de ce paragraphe. En effet, les points B, H, F, G de notre figure correspondent aux points D, ϱ, ψ et χ de la figure 5 de la pièce N°. 2625.

[8]) Ce qui va suivre a sans doute été ajouté pour pouvoir servir au calcul par logarithmes du rapport entre l'arc AK et l'abscisse LK (voir la fig. 4 de la pièce N°. 2625) de la chaînette. En effet, d'après le § VIII cité, ce rapport égale celui du rectangle DH de la présente figure à l'aire ADGF = 2 × spat. ABLK, où HDA représente l'angle φ de la tangente à l'extrémité de l'arc avec la tangente horizontale du sommet. Posant $AD = a$, on a donc $AH = a\,\mathrm{tg}\varphi$; $GB = DC = \sqrt{BC^2 + AD^2} = a\sec\varphi$; $BL = \frac{1}{2}a\sqrt{2}\,(\sec\varphi - \mathrm{tg}\varphi)$; $AK = \frac{1}{2}a\sqrt{2}$, donc en appliquant la quadrature bien connue de l'hyperbole: spat. $ABLK = DK^2 . \, l\,\frac{AK}{BL} = -\frac{1}{2}a^2 . \, l(\sec\varphi - \mathrm{tg}\varphi) = \frac{1}{4}a^2 . \, l\,\frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi}$, d'où il suit pour le rapport cherché: $2\,\mathrm{tg}\,\varphi : l\,\frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi}$.

N° 2764.

Constantyn Huygens frère, à Christiaan Huygens.

8 septembre 1692.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.

Au Camp de Grammon ce 8 de Septembre 1692.

J'ay receu la voſtre du 6e de ce mois. Pour ce qui eſt de l'affaire du miniſtre a Zuylichem [1]) je croy que nous ne ferons pas mal de ſuivre ce que vous propoſez et de complaire a Mr. Verbolt quoyqu'en effet il en ait uſé un peu eſtrangement en faiſant faire cette nomination. Vous ne me dites pas de quel ſentiment ſont le Frere de Rotterdam [2]) et celuy de Ste Annelt [3]). Il y a quelque temps que n'ay pas appris l'eſtat de la ſanté du premier, ce qui me fait croire qu'il n'y aura pas grand changement.

Il ne me ſouvient pas que vous m'ayez rendu conte de ces trois objectifs de Hartſoeker [4]). Mais il me ſemble qu'une fois nous en avons eſſayé un, qui n'eſtoit pas trop bon [5]). Comment eſt ce que vous n'avez pas eu la curioſité de faire l'eſſay de ces derniers, cela eſtant une choſe ſi aiſee comme elle eſt, de la maniere comme nous fiſmes au mail avec nos grands verres. Si je m'en ſouviens bien ſa maniere de polis eſtoit fort longue et ennuyeuſe ſuivant ce que vous m'en avez racconté. Vous m'avez dit auſſi que Hartſoeker vouloit publier ſa methode [6]) et en faire un livre, dites moy un peu s'il perſiſte dans cette reſolution, pour la quelle je vous ay eſcrit, que je ne ſais pas.

Je n'auray pas a faire de ce Touſſain de Mr. Carré [7]), Guiran [8]) m'ayant mandé avec bien de l'honneſteté qu'il vouloit bien me ſervir, laiſſant le ſalaire a ma diſcretion. J'ay deſſein de luy [donner] la meſme choſe qu'il a eue chez le neveu de Mijlord Portland [9]) dont il a eſté Gouverneur il y a peu et qui luy a donné cent eſcus. On me loue cet homme la beaucoup et je croy qu'il ſera noſtre fait. Entre autres choſes il y a cela de bon que Tien pourra apprendre de luy la Langue Francoiſe qu'il importe de ſe rendre familiere à teneris.

---

1) Voir la Lettre N°. 2758.
2) Lodewijk Huygens.
3) Philips Doublet, le beau-frère.
4) Voir, sur les objectifs de Hartsoeker, la Lettre N°. 2753.
5) Probablement le verre dont il est question dans les Lettres Nos. 2534 et 2537.
6) Comparez la Lettre N°. 2748, à la page 278.
7) Voir la Lettre N°. 2758, note 1.
8) Probablement le même qui est mentionné dans la Lettre N° 2559.
9) Voir la Lettre N°. 1966, note 6.

Nous ſommes depuis 8 ou 9 jours en ce camp icy, et y pourrions bien encore reſter quelques jours ſi le manque de fourage ne nous en fait deloger. Il faut eſperer que pendant que nous y ſommes nos detaſchements pourront faire quelque choſe ailleurs avant la fin de cette campagne ce qui ſe ſcaura dans peu. Adieu je vous prie de me faire ſcavoir comment vous aurez trouvé les verres de Hartſoeker.

Il faut ſonger tout de bon comment nous ferons pour dreſſer un autre maſt au jardin.

Voor broer van Zelem.

N° 2765.

Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens.

10 septembre 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
Elle est la réponse au No. 2762.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2768.

[a]) Je n'ay pû faire reponce plutoſt, Monſieur à la lettre que vous m'auez fait l'honneur de m'ecrire du 27e Aouſt parce que je ſuis à la campagne depuis quelques jours. Voicy la correction que vous me demandez. Il faut mettre $EL = \frac{aa\sqrt{2} + a\sqrt{2aa+2bb}}{2b}$ mais comme il me paroiſt que vous faittes quelque cas de cette inuention je vous enuoye le meſme theoreme enoncé vn peu autrement auec vne demonſtration fort courte mais qui ſuffira, a ce que je penſe, pour vous conuaincre de ſa verité. Les deux manieres dont vous vous eſtes pris pour reduire tout d'vn coup la conſtruction de la ligne d'vne chaine pendante à la quadrature de l'hyperbole ſans auoir beſoin de paſſer par l'une ou l'autre de ces courbes, $xxyy = a^4 - aayy$ ou $xxyy = 4a^4 - x^4$ [2]) doiuent eſtre fort belles, et je ſerois rauy que vous les rendiſſiez publiques afin de les pouuoir admirer. J'ay trouué depuis peu la ſolution du Probleme que Mr. de Beaune propoſa autrefois à Deſcartes [3]), et que l'on trouue dans la lettre 79e du 3e Tome ſous cette ex-

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 235.
[2]) Voir sur ces courbes l'article 7 de la pièce N°. 2681.
[3]) En 1639. On ne connaît pas la lettre de de Beaune dans laquelle il propose ce problème célèbre; mais bien la réponse de Descartes du 20 février 1639. Consultez la Lettre CLVI du T. II

preſſion, data qualibet linea &c.[4]) Je vous en feray part ſi vous jugez que cela en valle la peine, j'eſpere que vous voudrez bien m'enuoyer les problemes qui regardent les tangentes et les quadratures afin de pouuoir m'exercer à les reſoudre. Si vous y vouliez joindre quelques problemes fiſicomathematiques comme je vois que ce ſont ceux-la qui vous plaiſent dauantage je m'y appliquerois avec ſoin. Je ſuis Monſieur avec vne eſtime tres ſinguliere

MONSIEUR

Voſtre tres humble et tres obeiſſant ſeruiteur
le M DE L'HOSPITAL.

A Ouques, ce 10e Septembre 1692.

---

[1]) R. le 9 oct. [Chriſtiaan Huygens].

---

de l'édition récente par Charles Adam et Paul Tannery des „Œuvres de Descartes" et les notes explicatives qui y accompagnent cette lettre.

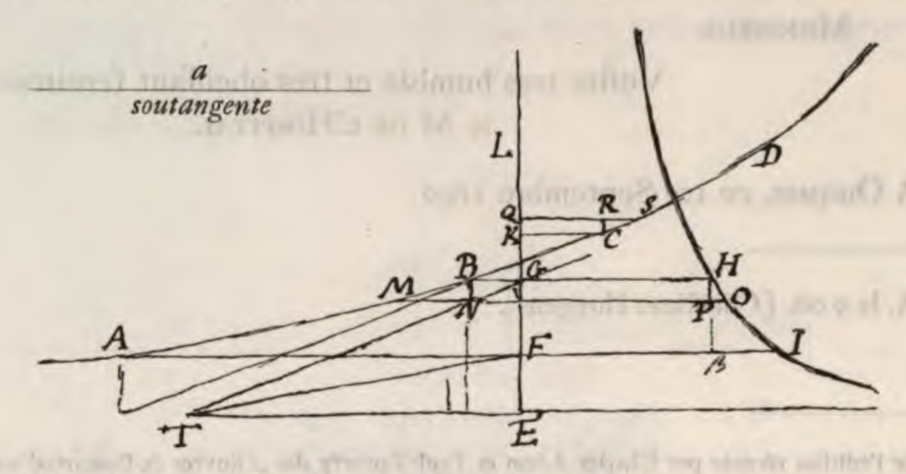
Comme on sait, le problème se réduit à la recherche de la courbe définie par l'équation différentielle: $(y-x)\,dy-adx=0$.

[4]) Il s'agit ici de l'édition de Clerselier, citée dans la note 1 de la pièce N°. 351 et dont le troisième volume parut en 1667 sous le titre: „Lettres de Mr. Descartes, où il répond à plusieurs difficultez qui luy ont esté proposées sur la Dioptrique, la Géométrie et sur plusieurs autres sujets". La lettre 79 de cette édition, écrite par Descartes à un inconnu, probablement en juin 1645, se trouve reproduite dans l'édition de Charles Adam et Paul Tannery à la page 227 du T. IV sous le N°. CCCLXXXIII.

Voici le passage en question, mentionné par de l'Hospital: Datâ qualibet lineâ rectâ N, et ductis aliis duabus lineis indefinitis ut GD et FE, quae se in puncto A ita intersecent, ut angulus EAD sit 45 graduum; quaeritur modus describendi lineam curvam ABO, quae sit talis naturae, ut à quocumque eius puncto ducantur tangens et ordinata ad diametrum GD, (quemadmodum hic à puncto B ductae sunt tangens BL et ordinata BC), semper sit eadem ratio istius ordinatae BC ad CL, segmentum diametri inter ipsam et tangentem intercepti, quae est lineae datae N ad BI segmentum ordinatae à curva ad rectam FE porrectae".

Theor.

Soit la courbe logarithmique indefinie ABCD, qui a pour aſymptote la droite TE, d'un point quelquonque E de cet aſymptote ayant mené la perpendiculaire



EL, ſoit décritte la courbe geometrique HI, dont la nature ſoit exprimée par cette equation (EF ou EG ∞ y, FI ou GH ∞ z), $\frac{aa\sqrt{2} + a\sqrt{2aa+2yy}}{2y}$ ∞ z. ou en oſtant les jncommenſurables, $aay + 2aaz\sqrt{2}$ ∞ $2yzz$. que l'on mene à preſent deux paralleles quelconques AFI, BGH, à l'aſymptote TE, et ayant pris TE ∞ a, EL ∞ FI, EK ∞ GH, et mené les droites TG, TF, et les paralleles LD, KC, qui rencontrent la logarithmique aux points D, C; je dis que la portion AB de cette logarithmique ∞ TG − TF + LD − KC.

Demonſtration.

Ayant pris l'arc BM jnfiniment petit, et mené MO parallele a BH, l'on nommera comme fait Mr. Leibnitz, BN, ou HP, dy, MN dx, et l'on aura par la proprieté de la logarithmique [5]), dx ∞ $\frac{a\,dy}{y}$, d'ou l'on tire BM ou $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ ∞ $\frac{dy\sqrt{aa+yy}}{y}$ ∞ $\frac{aady + yydy}{y\sqrt{aa+yy}}$. Or jl eſt clair que la ſomme des $\frac{ydy}{\sqrt{(aa + yy)}}$,

[5]) Celle de posséder une soustangente constante.

dans la portion AB, ∞ TG — TE, de sorte qu'il ne reste plus qu'à demontrer que la somme des $\frac{aady}{y\sqrt{aa+yy}}$ ∞ LD — KC, ce que je prouve ainsi. Soit prise KQ ∞ OP, et soit menée QS. l'on trouuera par la methode des tangentes de Barrow ou de Mr. Leibnitz, que OP ou KQ ∞ $\frac{a^3dy\sqrt{2} + aady\sqrt{2aa+2yy}}{2yy\sqrt{aa+yy}}$ [6]). Or par la proprieté de la logarithmique RS ∞ $\frac{a \times KQ}{EK}$ ∞ $\frac{aady}{y\sqrt{aa+yy}}$; donc la somme des RS, c'est-à-dire LD — KC ∞ à la somme des $\frac{aady}{y\sqrt{aa+yy}}$ dans la portion AB, donc &c.

---

[6]) Il s'agit évidemment de la détermination du rapport de OP, ou dz, à HP, ou dy, au moyen de l'équation de la courbe HI, laquelle équation on rencontre dans l'énoncé du théorème sous les deux formes:

$$(1) \quad z = \left[a^2\sqrt{2} + a\sqrt{2a^2+2y^2}\right] : 2y$$

et

$$(2) \quad a^2y + 2a^2z\sqrt{2} = 2yz^2.$$

Or, la méthode de Barrow, mentionnée dans le texte, est sans doute celle décrite dans le § XIV de la Lectio Geometrica X de l'ouvrage cité dans la note 14 de la Lettre N°. 1767 (voir la page 80 de l'édition de 1674). Elle apprend à remplacer x et y par $x+e$ et $y+a$, à négliger les puissances et les produits de a et e et rejeter ensuite les termes qui ne contiennent ni a, ni e, et qui, nécessairement, se détruisent entre eux. Elle ne diffère donc pas essentiellement de celle de Fermat (Consultez p. e. le Chapitre 79 de l'ouvrage de Cantor, Vorlesungen ueber Geschichte der Mathematik, Bd. 2, édition de 1900, p. 860—864) et s'applique facilement à l'équation de la courbe HI sous sa deuxième forme.

La méthode de Leibniz, exposée dans l'article cité dans la note 5 de la Lettre N°. 2205, permettait au contraire de traiter l'équation sous sa première forme à l'aide de la différentiation directe des irrationnelles.

N° 2766.

G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.

26 septembre 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]) *et C. I. Gerhardt*[2]).
Elle est la réponse au No. 2759.
Chr. Huygens y répondit le 12 *janvier* 1693.

Hanover ce $\frac{16}{26}$ de Septembre 1692.

Monsieur

J'ay eſté bien occupé cet eſté, ce qui m'a empeché de repondre pluſtoſt à voſtre lettre de l'11de Juillet, car il auroit fallu pour cela une eſpece de retraite et de meditation, parce que vous touchés pluſieurs matieres importantes[3]). C'eſt pour cela que je ne ſuis pas encore en eſtat de vous ſatisfaire entierement, et en attendant je donne ce que je puis.

Je ne voy pas encor pourquoy pluſieurs opinions differentes en apparence, touchant la rondeur des gouttes, la peſanteur des corps terreſtres, et l'attraction des Planetes vers le Soleil, ne ſe puiſſent concilier. Je croy qu'on peut dire en general, que la matiere eſt agitée d'une infinité de façons de tous coſtés avec une difformité uniforme, en ſorte qu'il y en a peut eſtre également en tout ſens. Ce mouvement doit ſervir tant à former des corps, qu'à les placer; car les corps prennent la ſituation par laquelle leurs mouvemens ſont moins empechés, et s'accommodent en quelque façon les uns avec les autres, ainſi cela peut faire qu'ils ſe joignent, quand ils ſont ſeparés, et qu'on a de la peine à les ſeparer quand ils ſont unis. On peut encor conſiderer plus particulierement, qu'un corps environné d'un autre plus fluide et plus agité, mais au quel il ne donne pas un paſſage aſſez libre au dedans, ſera frappé au dehors par une infinité de vagues, qui contribueront à l'affermir, et à preſſer ſes parties les unes contre les autres. Qu'un corps rond eſt moins expoſé aux coups du fluide environnant, à cauſe que c'eſt ainſi que ſa ſurface eſt la moindre qui eſt poſſible, et que l'uniforme diverſité tant des mouvemens internes que des mouvemens extérieurs contribue encor à cette rondeur. On peut venir à un plus grand detail, lors qu'il s'agit du globe de la terre et conſiderer que les agitations d'un fluide renfermé ſe tournent en circulations, car c'eſt ainſi qu'elles

[1]) Chr. Hugenii Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 137.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 141, et Briefwechsel p. 700.
[3]) A propos de cette même lettre de Huygens, Leibniz écrivit à Basnage de Beauval: „Mons. Huygens m'a taillé de la besoigne par sa lettre, et pour y repondre il faudra mediter un peu, ce que je ne suis pas en estat de faire a present". Voir la page 86 de la correspondance mentionnée dans la note 35 de la Lettre N°. 2759.

continuent avec le moins d'empechement, que ces circulations font en tous fens, à caufe que les agitations qui les produifent le font auffi. Et que les circulations à l'entour de la terre s'accorderont et confpireront pour avoir un centre commun, qui fera celuy du globe de la terre, fans doute parce que dès la formation de ce globe (femblable apparemment à la formation d'une goutte) ce centre eftoit diftingué des autres points; que cette matiere circulante tache à s'eloigner du centre, et par confequent qu'elle oblige les corps moins agités à s'y approcher. Et que les efforts centrifuges de la matiere peuvent eftre confiderés comme des rayons d'attraction partans du centre à l'egard des corps qu'ils y font aller.

l'Analogie de la Nature peut faire croire qu'il y a quelque chofe d'approchant à l'egard du fyfteme du Soleil, que les Planetes tendent vers le Soleil par une raifon femblable et que les attractions y font en raifon doublée reciproque des diftances tout comme les illuminations. Et comme dans l'Aimant il y a non feulement l'attraction mais encor la direction, et qu'il y a une grande analogie entre la terre et l'aimant, on a lieu de croire, que parmy tant de circulations à l'entour du centre de la terre, auxquelles on peut affigner une infinité de poles; il y a deux poles principaux, fuivant lefquels la matiere de la terre s'eft accommodée à un certain cours de la matiere du grand fyfteme folaire, comme les aimans s'accommodent au cours de la matiere du fyfteme terreftre.

Il femble, Monfieur, que vous n'approuvés pas ces conciliations, mais vous ne marqués pas en particulier, ce qu'il y a à redire; vous ne dites pas auffy pourquoy par exemple vous attribués plus particulierement la rondeur des gouttes d'eau à un mouvement rapide au dedans[a]). Vous ne dites pas non plus pourquoy les efforts de la matiere centrifuge ne peuvent eftre confiderés comme des rayons d'attraction. J'ay remarqué cependant qu'on peut dire quelque chofe à l'encontre; fcavoir qu'il y a la même quantité de lumiere dans toutes les furfaces fpheriques concentriques, mais qu'on peut douter s'il y a la même quantité d'attraction. Et il eft vray que j'avois encor tenté quelque chofe qui paroift affés plaufible en confiderant la viftefle de la circulation. Il faudra examiner quelle explication eft la meilleure, ou fi on les peut concilier. Le même fe peut dire à l'egard de l'explication de Mons. Neuton des ellipfes. Les Planetes fe meuvent comme s'il n'y avoit qu'un mouvement de trajection ou de propre direction joint à la pefanteur à ce que Mons. Neuton a remarqué. Cependant ils fe meuvent auffi, tout comme s'ils eftoient deferés tranquillement par une matiere dont la circulation[b]) y foit harmonique; et il femble qu'il y a une confpiration de cette circulation avec la propre direction de la Planete. Et la raifon qui fait que je ne me repens pas encor de la matiere deferente, depuis que j'ay appris l'explication de Mr. Neuton, eft entre autres, que je voy toutes les Planetes aller à peu près d'un même cofté, et dans une même region, ce qui fe remarque encor à l'égard des petites Planetes de Jupiter et de Saturne. Au lieu que fans la matiere deferante commune rien n'empefcheroit les Planetes d'aller en tous fens. Il y a bien des chofes à dire fur

tout cela, que j'efpere d'eclaircir un jour plus particulierement. Il femble que l'analogie de la terre et du foleil avec l'aimant rend affés probable le cours de la matiere folaire, femblable à celuy de la matiere terreftre, qui eft une efpece de circulation ou tourbillon. Et comment expliqueroit-on l'attraction de la terre qui la porte vers le Soleil, fi on n'admet quelque chofe d'analogique avec la caufe de la pefanteur, il me femble que vous reconnoiffés cette analogie vous même dans quelque endroit de voftre dernier traitté [4]). Quelque chofe que ce puiffe eftre ce fera un mouvement d'une matiere fluide, qui fera en rond, car vous ne vous contenterés pas d'une qualité attractive [5]) comme Mr. Neuton femble faire. Cela eftant, il femble que vous ne vous fcauriés paffer des tourbillons, et fans cela, comment pourriés vous maintenir voftre explication de la pefanteur, où vous fuppofés avec raifon que la matiere qui circule en tous fens eft enfermée. Ce ne fera pas dans un ciel folide cryftallin, ce fera donc dans une efpece d'orbe ou fphere liquide, ou autre fluide environnant, auquel le mouvement donne en quelque façon à cet egard les privileges d'un corps folide. Auffi fans cela les corps circulans fe diffiperoient par leur force centrifuge [c]), fi ce n'eft qu'on leur attribue quelque qualité centrophile, ou quelque fympathie entre elles, dont je crois que vous ne vous accommoderés pas.

Quant au parallelifme des axes il eft bien vray, que fi l'on explique le mouvement de la planete par la feule trajection jointe à la pefanteur et fi l'on fuppofe que la Planete eft tousjours en equilibre par la pefanteur de fes parties, de quelque maniere qu'on la place, il faut qu'elle garde tousjours la direction de l'axe, en forte que l'axe foit tousjours parallele à luy même. Mais cela fuppofe encor que le corps ne trouve pas le moindre empechement ou rencontre irreguliere ny impreffion exterieure qui le faffe tourner tant foit peu [d]). Ce qui eft contre la couftume de la nature, et par confequent, puis qu'il n'y auroit ainfi aucun principe fixe ou conftant de cette direction, elle feroit bientôt changée. Comme il eft feur qu'un globe quelque égal qu'on le pourroit faire, jetté en l'air ne garderoit pas long temps une fituation parallele à elle meme, ou aux fituations precedentes et une droite menée au dedans de ce globe ne demeureroit pas long temps parallele à fa premiere fituation. De forte que j'aime mieux de fixer ce parallelifme par

---

[4]) Il s'agit sans doute du passage suivant, qu'on trouve à la page 160 de l'édition originale du „Discours de la cause de la pesanteur": Je n'ay donc rien contre la *Vis Centripeta*, comme Mr. Newton l'appelle, par la quelle il fait peser les Planetes vers le Soleil et la Lune vers la Terre, mais j'en demeure d'accord sans difficulté, parce que non seulement on sçait par experience qu'il y a une telle maniere d'attraction ou d'impulsion dans la nature, mais qu'aussi elle s'explique par les loix du mouvement, comme on a vû dans ce que j'ay écrit cy dessus de la pesanteur. Car rien n'empêche que la cause de cette *Vis Centripeta* vers le soleil, ne soit semblable à celle qui pousse les corps, qu'on appelle pesants, à descendre vers la Terre.

[5]) Comparez le premier des deux passages du „Discours sur la cause de la pesanteur", cités dans la note 6 de la Lettre N°. 2558.

quelque cause qui reponde à la direction de l'aimant, et qui serve à redresser les changemens, que les seules loix du mouvement de la planete ne sçauroient exclure[e]). Et je crois même que s'il n'y avoit que la seule trajection libre de la planete, sans quelque fluide deferant, et gouvernant son cours, les regles seroient bientost faussées.

Je viens à nostre different du Vuide et des Atomes, qu'il sera difficile de vuider. Vous supposés, Monsieur, que dans les corps il y a une certaine fermeté primitive, et cela estant, vous jugés qu'il la faut supposer infinie, car il n'y a point de raison de la supposer d'un certain degré. Je demeure d'accord qu'il y auroit de l'absurdité à donner à tous les corps un certain degré de fermeté, car rien ne nous determine plustost à un tel degré qu'à tout autre. Mais il n'y a point d'absurdité de donner differens degrés de fermeté à des corps differens[f]); autrement on prouveroit par la même raison que les corps doivent avoir une vistesse nulle ou infinie. Cela posé, que la nature doit varier, la raison veut qu'il n'y ait point d'atomes ou corps d'une fermeté infinie, autrement ils le seroient tous, ce qui n'est point necessaire[g]). Il ne semble pas aussi que vous satisfaites assés à la difficulté des Atomes qui se toucheroient par quelque surface, et par cela même demeureroient pris et attachés ensemble inseparablement. Car de nier que les Atomes ont des surfaces plattes ou autrement congruentes entre elles en la moindre partie, c'est un grand postulatum. Mais quand on l'accorderoit je crois que dans ces sortes de raisonnemens on ne doit avoir egard non seulement à ce qui est, mais encor à ce qui est possible[h]). Supposons donc une chose possible, sçavoir que tous les Atomes n'ayent que des surfaces plattes, il est visible, qu'alors cet inconvenient arriveroit et par consequent l'hypothese de la parfaite dureté n'est point raisonnable. Il y a encor d'autres inconveniens dans les Atomes. Par exemple ils ne sçauroient estre susceptibles des loix du mouvement, et la force de deux atomes egaux, qui concoureroient directement avec une vistesse egale se deuvroit perdre, car il paroist qu'il n'y a que le ressort qui fait que les corps rejallissent[i]). Mais quand il n'y auroit aucun inconvenient, il semble qu'on ne doit admettre une qualité sans raison, telle qu'est la fermeté primitive. On ne voit rien qui attache deux masses ensemble, et je ne voy pas comment vous concevés, Monsieur, que le seul attouchement fait l'office d'un gluten[j]). Or puis qu'il n'y a aucune connexion naturelle entre l'attouchement et l'attachement, il faudra bien que, si de l'attouchement suit l'adhésion, cela arrive par un miracle perpetuel. Mais si la fermeté est une qualité explicable, il faut bien qu'elle vienne du mouvement, puis qu'il n'y a que le mouvement qui diversifie les corps[k]). Cela posé tout ce que je puis dire de la connexion originaire des corps revient à cecy, qu'il faut de la force pour detacher une partie de la matiere de l'autre, lors que ce detachement change le mouvement et le cours present des corps. Tout mouvement est conspirant dans une masse, autant qu'il y a quelque regle ou loy en comparant les parties mouvantes entre elles[l]), et il est troublé à mesure que cette regle devient plus composée. Aussi peut-on dire, que tout corps

a un certain degré [m]) de fermeté et de flexibilité. Cependant quand il s'agit de quelque barre de fer ou autre corps groſſier, on n'a pas beſoin de recourir d'abord à l'origine primitive de la fermeté, non plus qu'aux Atomes, il ſuffit de ſe ſervir des petits corps, dont chacun a deja en luy même ſa fermeté, mais dont l'un demeure attaché à l'autre, à peu près comme deux tables qui ſe touchent par leurs ſurfaces et unies, que la preſſion de l'ambiant [n]) defend de ſeparer tout d'un coup.

Je n'ay point d'empreſſement à donner au public les remarques ſur la partie generale de la Philoſophie de Des Cartes. Mons. de Beauval ſembloit s'offrir de les porter avec ſoy en Hollande. Puiſque vous avés pris la peine de les voir, je ſouhaitterois que vous euſſiés marqué les endroits dont vous ne convenés pas, outre ceux qui regardent le vuide et la fermeté, je voudrois qu'ils fuſſent encore vus par quelque habile Carteſien, mais capable de raiſon, pour apprendre ce qu'il diroit à l'encontre. J'en ay ecrit à Mons. de Beauval. Je ſouhaitte de voir un jour ce que vous donnerés ſur le mouvement. J'avois examiné les regles de Des Cartes par un principe general de convenance, qui ne manque pas à ce que je crois et qui m'a paru utile à refuter les erreurs par interim en attendant la pure verité. Et j'eſtois bien aiſe de monſtrer comment par le moyen de ce principe les regles Carteſiennes ſe refutent elles mêmes. Mon deſſein dans ces remarques n'eſtant que de faire des animadverſions ſur Des Cartes, ſans pretendre d'y donner la veritable Philoſophie. J'ay eſté ſurpris que Mons. Peliſſon a mis, ſur tout dans les additions, des choſes que je l'aurois prié d'en retrancher, ſi j'avois ſçu ſon intention. Ce n'eſt pas qu'il y ait du mal, mais c'eſt qu'il y a quelque fois du mal entendu dans le monde. Tout cela n'a pas eſté fait pour le public, et vous n'y trouverés pas voſtre compte, Monſieur, ſi vous vous donnés la peine d'y jetter les yeux; mon deſſein etoit de monſtrer à Meſſieurs de l'Egliſe Romaine par une maniere de retorſion que ſelon leurs principes non ſeulement les Proteſtans mais encor les Payens ſe peuvent ſauver. Le reſte eſt né par rencontre.

Vous me faites eſperer un jour quelque choſe de votre part, qui ſera d'une nature differente des matieres mathematiques. C'eſt ce que je ſeray ravi de voir. Et generalement tout ce qui vient de vous m'eſt pretieux. Je vous feray ſouvenir quelques fois de ce que vous dites dans vôtre lettre à l'egard de Des Cartes, qu'il eſt utile que les perſonnes d'une grande reputation diſent leur conjectures ſur toutes ſortes de matieres pour exciter les autres. C'eſt ce que je voudrois que vous fiſſiez vous même. Je ſuis avec zele

MONSIEUR

Voſtre tres humble et tres obeiſſant ſerviteur

LEIBNIZ.

P. S. Mons. van Beuninguen[6]) eſt il encor en vie? On m'avoit dit autres fois qu'il s'eſtoit jetté dans des ſentimens outrés ſur la religion. C'eſt dommage qu'il n'a pas ſongé plus toſt de donner au public des memoires de ſes negotiations. N'y a-t-il pas quelque Miniſtre des Etats des Provinces Unies qui y penſe? Car c'eſt bien dommage qu'aujourdhuy il n'y a que ceux qui ne connoiſſent rien aux affaires qui ſe melent d'en écrire. Mons. voſtre Frere pourroit conſerver à la poſterité l'hiſtoire veritable du grand Roy qu'il ſert avec tant d'approbation. Ce que M. Temple[7]) donne eſt tres conſiderable, cependant Monſieur du Cros[8]) connu ſur le Theatre de Nimwegue ayant eſté touché un peu durement par M. Temple, veut donner une Apologie, où il pretend de redreſſer bien des choſes qu'il croit n'avoir pas eſté bien rapportées par M. Temple.

[a]) Par ce que la preſſion de dehors n'arrondit point [Chriſtiaan Huygens].

[b]) Il y a pluſieurs difficultez contre cette circulation. Pour quoy la matiere du vortex ne ſe met elle pas dans ſon mouvement rond uniforme ſans y forcer les Planetes? Si elle peut les emporter elle les empeſchera beaucoup quand leur mouvement ſera different d'avec elle. Et que deviendra la circulation pour la peſanteur ou ſuppoſez vous une autre matiere pour le mouvement deferent [Chriſtiaan Huygens].

[c]) Leur mouvement eſt plus lent a meſure qu'ils ſont plus diſtants du ſoleil [Chriſtiaan Huygens].

[d]) la grandeur des globes les empeſche et encore ſont ils un peu detournez [Chriſtiaan Huygens].

[e]) Scavez vous bien le grand changement qui avec le temps arrive a l'axe de la Terre [Chriſtiaan Huygens].

[f]) Appellez vous differens ceux qui n'ont qu'une meſme (mot effacé) [Chr. H.].

[g]) Cela eſt probable [Chriſtiaan Huygens].

[h]) Pourquoy? [Chriſtiaan Huygens]. [i]) nullement [Chriſtiaan Huygens].

[j]) j'en ſuis fort eloignè [Chriſtiaan Huygens].

[k]) il faut premierement que ce ſoient des corps [Chriſtiaan Huygens].

[l]) obſcur [Chriſtiaan Huygens].

[m]) tout corps compoſé d'un gr[and] n[ombre] ou aſſemblè [Chriſt. Huygens].

[n]) cela eſt vray [Chriſtiaan Huygens].

[6]) Koenraad van Beuningen, (voir la Lettre N°. 743, note 4 et la Lettre N°. 2385, note 3) tombé en manie religieuse, mourut en démence, le 20 octobre 1693.

[7]) Sur William Temple, voir la Lettre N°. 2129, note 7.

[8]) Joseph Auguste Du Cros, né vers 1638, depuis 1672 envoyé du duc de Holstein près de la Cour d'Angleterre, fut agent secret du Roi d'Angleterre lors des négociations de la paix de Nimègue. Après avoir été employé auprès de plusieurs Cours, en 1686 celle du Margrave de Brandenburg-Baireuth, il mourut à Gottorp en 1728. En 1692 il publia un écrit contre William Temple.

N° 2767.

Christiaan Huygens à Ph. de la Hire.

9 octobre 1692.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Sommaire: M. de l'Hofpital. Refractions de l'atmofph. Hartfoeker verres. Obfervations de l'aimant et des infectes aux oranges[1]). Longitude de la Chine Pequin. Caffini devoit donner fes corrections de la Geographie. luy fes obfervations et table des planetes. Syfteme de Hartfoecker. Paralog. de la montre[2]).

Mr. de la Hire.

9 Oct. 1692.

Monsieur

Il y a quelque femaines que j'eus l'honneur de recevoir une lettre de Mr. le Marq. de l'Hofpital[3]) dans la quelle il me faifoit part d'une invention nouvelle qu'il avoit qui eftoit de determiner la longueur d'une portion donnee de la ligne Logarithmique. Il m'envoia les termes algebraiques qui contenoient la conftruction de ce probleme, mais comme il y avoit quelque lettre d'oubliée, cela m'empefche de la pouvoir comprendre. Et luy aiant efcrit auffi toft[4]) pour le prier de fuppleer ce defaut, je n'ay point eu de refponfe jufqu'icy. Je luy manday qu'il me paroiffoit que l'invention devoit eftre tres belle et fubtile, et d'une hardie entreprife, attendu la Nature de cette ligne. Je vous fupplie Monfieur, de fcavoir s'il a reçu ma lettre qui eftoit du..... et a quoy il peut tenir qu'il ne m'envoie point la correction que j'ay demandee. Je doute que peut eftre il aura reconnu du defaut a fa folution mefme ce que je ne trouveray point etrange puis que les plus habiles en ces matieres peuvent s'abufer. Je vois de temps en temps de vos productions dans les memoires qu'on imprime de l'academie des fciences[5]) et j'ay trouvé fort remarquable celle qui regarde la generation de l'aimant autour du fer dans le clocher de Chartres[6]). Les obfervations des taches changeantes, dans Jupiter de Mr. Caffini[7]) font auffi fort belles et curieufes et prouvent affez qu'il y a des nuages dans ce monde la auffi bien que dans le noftre, mais je fouhaiterois bien plus de voir fa Theorie perfectionnée du mouvement des Satellites de cette Planete, et le refultat de toutes fes diligentes obfervations pour le retabliffement de la geographie, dont je ne doute pas qu'il n'aie efcrit un Traitè confiderable. Il doit

---

[1]) Il s'agit d'un article de de la Hire et Sedileau sur un insecte qui s'attache à quelques plantes, notamment aux orangers. Cet article avait paru dans la première livraison des „Mémoires de Mathématique et de Physique" citées dans la Lettre N°. 2748, note 9.

[2]) Voir la note 16 de cette lettre.

[3]) La Lettre N°. 2760.

[4]) La Lettre N°. 2762.

[5]) Voir la Lettre N°. 2748, note 9.

[6]) Voir la Lettre N°. 2759, note 14.

[7]) Voir la Lettre N°. 2748, note 10.

avoir determinè il y a longtemps la Longitude de Pequin dans la Chine par les correfpondances avec les P. Jefuites, dont vous avez maintenu cy devant Monfieur les obfervations contre les impertinents raifonnemens de Voffius [8]). Si je pouvois apprendre ce qui a eftè trouvè touchant cette Longitude, cela me feroit grand plaifir. Mes Pendules qui font allè au Cap de B. Efper.ce pour un fecond Effay devoient eftre de retour des l'eftè de l'an paffée, et je doute maintenant qu'elles ne le feront pas encore de cette année par ce qu'on dit que nos vaiffeaux des Indes n'ont point relachè a ce Cap en revenant, eftant empefchez et emportez par des tempeftes [9]).

Je vois dans la derniere lettre que j'ay eue de vous [10]), que vous n'aviez pu vous appercevoir par vos obfervations de la refraction de l'atmofphere qui hauffe et baiffe les objets eloignez a travers un Telefcope immobile, ce qui me femble etrange parce que je l'ay obfervée non feulement en France avec feu Mr. Perrault eftant chez luy a Viry mais encore plufieurs fois icy dernier eftè à ma maifon de champ ou je pointay une lunette de 13 pieds vers un clocher diftant d'une petite lieue, dont je pourrois vous envoier mes remarques [11]). Cette mention de Lunettes me fait fouvenir de Mr. Hartfoecker qui m'apporta il y a quelque temps trois de fes verres objectifs admirablement bien achevez et polis des quels pourtant a l'epreuve que nous en fifmes enfemble aux flambleaux fur des characters imprimez il ne s'en trouva qu'un qui fuft parfaitement bon, d'environ 40 pieds, un autre de 60 tres mediocre et un 3me d'environ 34 tout a fait mauvais, quoy que la matiere paruft eftre fans defaut. Cela me fait juger que fa maniere dont il m'a appris quelque chofe [12]) n'eft pas fi fure qu'il penfe ni fi geometriquement demon-

---

[8]) Il s'agit de l'„Extrait d'une Lettre de M.V. écrite de Londres le 23 de Février 1688 à M.V.B. touchant les Longitudes, les Marées et le Fleuve Oby" publié dans la livraison de mars 1688 de la „Bibliothèque Universelle et Historique". La lettre avait été envoyée par van Beuningen à Christiaan Huygens, nous l'avons reproduite sous le N°. 2518.

De la Hire en fit insérer une réfutation dans les „Mémoires de Mathématique et de Physique" cités dans la note 9 de la Lettre N°. 2748. A propos de cet article, on lit dans les Nouvelles de la République des Lettres d'octobre 1688: „Il n'en est pas de mesme de *M. de la Hire*, qui s'étant trouvé attaqué personnellement dans les *Diverses Observations*, que M. Vossius publia en 1685, le repousse icy fort rudement, & le prend également à partie & sur les observations & sur la Lettre".

[9]) On rencontre dans le Livre H des Adversaria une note, tirée par Huygens d'une gazette d'Amsterdam et datée 26 septembre 1692, suivant laquelle le navire „de Waelstroom", était arrivé près de Terschelling avec cinq autres, partis ensemble de Batavia le 30 janvier, dont, à cause de tempête, aucun n'avait pu aborder au Cap de Bonne Espérance. Huygens ajoute ensuite que de Graef avec les horloges se fera bien attendre encore une année. Cependant de Graaff, comme il paraît par les Lettres Nos. 2703 (datée par erreur 1691) et 2772 est retourné à Amsterdam vers la fin d'octobre 1692. Consultez d'ailleurs, sur le séjour de de Graaff au Cap, la Lettre N°. 2720.

[10]) La Lettre N°. 2658.

[11]) Voir la Lettre N°. 2619, note 1.

[12]) Voir encore la Lettre N°. 2748, à la page 278.

ſtrable comme j'ay vu que l'on la debite dans le Journal des ſcavants[13]). De plus elle demande extremement du temps a ce qu'il m'a dit comme d'un mois ou 6 ſemaines pour un ſeul verre ce qui eſt une autre raiſon pour quoy je prefere beaucoup la miene, que j'ay eſtudiée pendant 3 ans depuis mon retour de France, et qui nous a produit quantitè de tres bons verres de toute ſorte de longueur juſqu'a 210 pieds[14]). Nous eſſaierons au premier jour contre le plus long de ceux cy un objectif de Mr. Hartſoeker qu'il dit avoir a peu pres du meſme calibre. S'il peut tenir a cette epreuve, j'en auray meilleure opinion de ſa methode. Que juge-t-on a l'academie de ſon ſyſteme du monde[15]), où il attribue un etrange pouvoir aux raions du ſoleil. l'Experience du reſſort qui a ce qu'il dit, en eſt agitè au foier d'un miroir concave eſt elle vraie? et ſi elle l'eſt, ne ſeroit ce pas de l'alteration ou extenſion que la chaleur donne a l'endroit du reſſort le plus echauffè. On voit tous les jours bien de productions nouvelles mais peu de bonnes, teſmoin entre autres la demonſtration admirable de voſtre profeſſor Ramius de la 47e du premier livre d'Euclide[16]). J'attends en recompenſe que vous nous donnerez vos obſervations et nouvelles Tables des Planetes[17]) qui ne manqueront pas d'eſtre auſſi exactes que celles des Fixes, du Soleil et de la Lune, que nous vous devons. Croiez Monſieur que j'ay une grande eſtime pour tout ce qui vient de vous et que je ſuis avec paſſion &c.

quand vous me ferez l'honneur de m'eſcrire, mettez je vous prie dans la ſuſcription Seign.r de Zeelhem, pour me diſtinguer d'avec mon frère ainè.

PS. Comme j'eſtois preſt de fermer cellecy Mr. Hartſoecker vient de m'aporter la reſponſe de Mr. le Marq. de l'Hoſpital[18]) que j'attendois. Je n'auray pas a preſent le temps de l'examiner mais le feray au pluſtoſt. Cependant je vous prie de ne luy rien dire de ce que j'ay eſcrit touchant ſon probleme mais ſeulement que j'ay receu ſa lettre, et que je luy manderay dans peu comment j'auray trouvè ſa conſtruction.

---

[13]) Dans le Journal des Sçavans nous n'avons pu découvrir aucun jugement sur la manière de Hartsoeker.

[14]) Voir, sur ce verre, la Lettre N°. 2441, note 5.

[15]) Essay d'un nouveau Système du monde. A Paris chez Jean Cusson 1691, in-4°. Un résumé de cet ouvrage se lit dans le Journal des Sçavans du Lundy 11 Fevrier MDCXCII.

[16]) On rencontre cette démonstration entièrement manquée du théorème de Pythagore dans le Journal de Sçavans Du Lundy 2 juillet M.DC.XCI sous le titre: „La quarante septième proposition du premier livre des Elemens d'Euclide, démontrée par les seuls premiers principes, & sans le secours d'aucun autre théorème. Par M. La Montre Professeur de Mathematique & de Philosophie".

D'après l'article du Journal, La Montre avait longtemps enseigné les Mathématiques au Collège de France en la chaire de Ramus, & ensuite au Port et Arsenal de Rochefort, en qualité de Professeur Royal d'hydrographie.

[17]) La seconde partie de l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2568, note 9, comprenant les Tables des Planètes, ne parut qu'en 1702.

[18]) Voir la note *a*) à la fin de la Lettre N°. 2765.

N° 2768.

Christiaan Huygens au Marquis de l'Hospital.

22 octobre 1692.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
La lettre est la réponse au No. 2765.
De l'Hospital y répondit par le No. 2775.

A Mr. le Marquis de l'Hospital.

22 Oct. 1692.

La reponse dont vous m'avez honorè, Monsieur, datée du 10 Sept., ne m'a estè rendue par Mr. Hartsoeker, que le 9 de ce mois, comme vous pouvez avoir appris de Mr. de la Hire [2]). Il n'y avoit point de cachet, et je crois que ceux a qui vous en auiez bien voulu laisser voir le contenu, l'auront retenue si longtemps contre vostre intention. J'ay sujet de me plaindre d'avoir estè privè pendant pres d'un mois du plaisir de voir vostre excellente construction du probleme de la Logarithmique, qui m'a donnè de l'admiration et de l'exercice.

Je n'eus point de peine en faisant un peu de calcul de m'assurer de la veritè de vostre demonstration [3]), mais de sçavoir par quelle voie vous estes parvenu à cette solution, c'est ce que je n'ay pas encore tout à fait penetrè. La division de vos MN en deux parties est bien imaginée, dont la somme des unes ne m'a point retardè, parce que j'en avois rencontrè des semblables [4]). Pour l'autre somme il me paroit

---

[1]) Chr. Hugenii Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 237.

[2]) Voir la Lettre N°. 2767.

[3]) On rencontre cette vérification, qui ne présente rien de bien remarquable, à la page 99 du livre H des Adversaria. Disons seulement que Huygens y retrouve la valeur de OP ou KQ, indiquée par de l'Hospital, en appliquant la proportion:

PO : HP (ou dy) = GH (ou z): la soustangente de la courbe HI sur EL, et en calculant la valeur de cette soustangente, par la règle mentionnée dans la note 3 de la pièce N°. 2612, à l'aide de la deuxième des formes de l'équation de la courbe HI, dans la note 6 de la Lettre N°. 2765; tout en éliminant après coup le z au moyen de la première de ces formes.

De même il déduit ensuite la valeur de RS, donnée par de l'Hospital, à l'aide de la proportion:

RS : RC (ou QK) = a (la soustangente sur TE de la logarithmique): KE, où, d'après la construction de de l'Hospital, KE = GH = $z = \left[a^2\sqrt{2} + a\sqrt{2a^2 + 2y^2}\right] : 2y$.

[4]) Des annotations de la page 99 du livre H, citée dans la note précédente, il résulte que Huygens n'a pas manqué de reconnaître que l'expression $ydy : \sqrt{aa + yy}$ représentait l'accroissement de l'hypothénuse du triangle TFE, où TE = a, EF = y; d'où il suit immédiatement que la somme en question est égal à TG—TF.

que vous l'avez reduite à la quadrature de l'hyperbole, en y reduiſant la courbe dont l'équation eſt $\frac{a^3}{y\sqrt{aa+yy}} \infty x$, ce qui doit eſtre poſſible [5]), mais il n'eſt pas aiſè; et ſi vous avez quelque regle pour cela, ce que je ſeray fort aiſe de ſcavoir, je l'eſtime extremement. J'entrevois un autre chemin, par ou vous pourriez avoir paſſè, qui eſt de trouver qu'a la ſoutangente $\frac{y\sqrt{aa+yy}}{a}$ convient voſtre courbe geometrique $aay + 2aaz\sqrt{2} \infty 2yzz$ [6]) mais ce chemin eſt plus

---

[5]) Voici comment cette remarque est motivée plus amplement à la page 107 du livre H: „Il a reduit la connoissance de la somme des $aady : y\sqrt{aa+yy}$ dans la portion AB, à la quadrature de l'Hyperbole.

„Comme les dy sont de petites lignes egales, si on met une ligne donnée, comme a au lieu de dy, on aura $aaa : y\sqrt{aa+yy}$; laquelle supposant $=x$, on aura une ligne courbe dans laquelle toutes les appliquées x seront à autant de a, comme la somme des $aady : y\sqrt{aa+yy}$ à autant de dy dont la somme est connue. Et partant si on trouve la quadrature de cette courbe $a^3 : y\sqrt{aa+yy} = x$, ou bien $a^6 = aaxxyy + y^4xx$, on aura la somme cherchée des $aady : y\sqrt{aa+yy}$. Ou elle sera reduite à la quadrature de l'hyperbole, et par consequent à la construction par la logarithmique, si la dite quadrature de la courbe se reduit à la quadrature de l'hyperbole. Ce qui assurement doit estre possible et cela est fort beau s'il a quelque regle pour cela. Car toutes les a, c'est à dire un rectangle donné, compris de FG et de la soutangente a, se trouvent icy estre à toutes les x, ou a l'espace de la courbe, comme la ligne LD—KC à GF [*lisez:* comme GF à LD—KC], c'est à dire comme le dit ▭ FG, a à un espace hyperbolique sur l'asymptote (c'est à dire dans l'hyperbole equilatère dont le quarré à l'angle des asymptotes est aa) duquel espace les perpendiculaires soient en raison des deux $(aa\sqrt{2} + a\sqrt{2aa+2yy}) : 2y$, estant $y = $ EF, et puis $y = $ EG; car cet espace hyperbolique est au quarré de l'angle comme LD—KC à la soutangente a; donques toutes les dites x, ou l'espace de la courbe est égal à cet espace hyperbolique". (Remarquons qu'en effet, puisque d'après l'énoncé du problème dans la Lettre N°. 2765, les deux valeurs $(aa\sqrt{2} + a\sqrt{2aa+2yy}) : 2y$ représentent les lignes FI (=EL) et GH (=EK), l'espace hyperbolique mentionné égale $a^2 . \, l\frac{\mathrm{EL}}{\mathrm{EK}} = a^2\left(l\frac{\mathrm{EL}}{a} - l\frac{\mathrm{EK}}{a}\right)$, ou bien, en conséquence de la propriété principale de la ligne logarithmique: a (LD—KC).

Ensuite Huygens ajoute encore: „Il est plus vraisemblable qu'il ait tenu ce chemin, que celui qui est marqué à la fin de la page 101 [*voir la note qui suit*]. Car il est malaisé de s'en aviser, et il faudroit avec cela connoitre que $y\sqrt{aa+yy} : a$ est soutangente à la ligne géométrique $2zzy = aay + 2aaz\sqrt{2}$, qui est HOI, ce que je tiens très difficile. Il peut avoir employé cette HOI, trouvée par la precedente reduction pour servir à sa demonstration".

[6]) En supposant inconnue l'équation de la courbe HOI, mais en admettant en principe la construction de de l'Hospital, d'après laquelle RS devait représenter $a^2dy : y\sqrt{aa+yy}$, d'où il suivit, par la propriété de la logarithmique, RC (=QK=PO) $= azdy : y\sqrt{aa+yy}$ pour

detournè, et la difficultè n'eſt pas petite de trouver la courbe pour cette ſoutangente donnée. J'avoue que je n'ay gueres approfondi ces matieres, m'eſtant exercè principalement à appliquer la geometrie à d'autres ſpeculations ou elle peut avoir quelque uſage. Je ſcay bien que ces quadratures des courbes et le probleme renverſè des Tangentes en bien des occaſions peuvent eſtre de fort grande utilitè, mais voiant le progres que Mess.rs Leibnitz, Fatio et Newton y avoient faits, devant que j'y euſſe ſongè, j'ay taſchè pluſtoſt de profiter de leur travail que de me mettre à chercher apres eux, ſur tout depuis que Mr. Fatio m'a fait eſperer [7]) la publication d'un traitè de Mr. Newton ſur ce ſujet, qui, à ſon avis, en ſcait bien plus que luy et Mr. Leibnitz enſemble.

J'ay remarquè en examinant voſtre invention, qu'on peut auſſi trouver la ſurface du ſolide meſme infini [8]), que fait une portion de la Logarithmique en tournant ſur la ſouſtangente, c'eſt-à-dire luy trouver un cercle egal, en ſe ſervant comme vous, Monſieur, de la ligné meſme, d'où s'enſuivent les centres de gravitè des portions lineaires [9]). J'ay auſſi determinè le cercle qui meſure ſa plus grande courbure [10]); mais tout cela eſt aiſè et nullement comparable à ce que vous avez fait. Vous ſcavez fort bien l'uſage à ce que je vois, des *dx* et *dy* de Mr.

$y = EG$, $z = EK = GH$, il était en effet facile de calculer la valeur de la soustangente sur EL de cette courbe HOI, après quoi il s'agissait de remonter par là à son équation.

C'est ce raisonnement que l'on reconnaîtra dans les phrases qui suivent et que nous avons empruntées à la page 101 du livre H:

$$a(TE) : z(EK) = \frac{aa\lambda}{y\sqrt{aa+yy}}(RS) : \frac{za\lambda}{y\sqrt{aa+yy}}(OP = RC = QK)$$

$GH = z$ incerta adhuc, sed quaecunque futura est, eam statui ponere in EK ad Logarithmicam, ut et PO in RC, et habere SR pro $aa\lambda : y\sqrt{aa+yy}$. Quaeretur quanta tunc futura sit RC vel OP, et fit $za\lambda : y\sqrt{aa+yy}$; unde tunc curva HOI quaeritur ex subtangente sua $y\sqrt{aa+yy} : a$. Et invenitur esse geometrica. Unde cognoscitur ratio duarum GH FI; seu EK, EL."

Inutile d'ajouter qu'au point de vue moderne le problème n'en était guère avancé, puis qu'il se réduisait de cette manière à l'intégration de l'équation différentielle $azdy = y\sqrt{aa+yy}\,dz$ qui dépend de l'intégrale même qu'il s'agit de trouver.

[7]) Comparez la Lettre N°. 2745.

[8]) Voir l'Appendice I de cette lettre, la pièce N°. 2769.

[9]) A l'aide de la règle de Guldin, puisque la longueur de la courbe peut se construire par le théorème de de l'Hospital.

[10]) Voir l'Appendice II à cette lettre, la pièce N°. 2770.

Leibnitz, qui aſſurement a quelque choſe de fort bon, en ce qu'il nous fait appercevoir ſouvent des veritez et des conſequences, qui ne ſe preſenteroient pas ſans cela.

Je mets icy, puis que vous l'avez ſouhaité, 3 queſtions, que je luy ay cy-devant propoſées [11]).

L'une eſtoit, de trouver la ligne courbe AB par ſa ſoutangente donnée CD $\infty \frac{aax - 2xxy}{3aa - 2xy}$; AC eſtant x et l'appliquée CB y.

La 2e. eſtoit de trouver la courbe quand la ſoutangente eſt $2x - \frac{yy}{2x}$.

La 3e. de trouver la quadrature de cette meſme courbe.

J'adjoute encore celle cy: de trouver la courbe et ſa quadrature, ou a quoy elle ſe reduit, quand la ſouſtangente eſt $2x + \frac{x^3}{yy}$ [12]).

J'ay des regles pour ces problemes horſmis les quadratures [13]). Et meſme ces regles ne reſolvent pas tous les cas, encore qu'il n'y ait point de racines meſlées. Et pour ceux ou il y a racine, la regle que j'ay de Mr. Leibnitz [14]) ne ſert que peu ſouvent et nullement en la ſoutangente de cy-deſſus $y \frac{\sqrt{aa+yy}}{a}$. Il a reſolu les 3 queſtions que je viens de raporter horſmis la premiere par ce qu'il arriva par accident que je lui decouvris la courbe dont il s'agiſſoit [15]). Ayant deſia eſtè

[11]) Voir, pour les deux premiers problèmes la Lettre N°. 2611, les notes 3 et 5 de la Lettre N°. 2612 et la Lettre N°. 2643; pour le troisième, où il s'agit de la quadrature des courbes $2a^2x^2 = a^2y^2 \pm y^4$, on peut consulter la Lettre N°. 2667, aux pages 56 et 57.

[12]) Voir, sur ce problème, la note 15 de la Lettre N°. 2735.

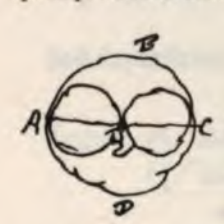
[13]) Il s'agit de la méthode de Fatio; consultez la note 11 de la Lettre N°. 2465.

[14]) Voir la pièce N°. 2713.

[15]) En effet, par suite du malentendu sur le signe de la soustangente, dont il est question dans la note 3 de la Lettre N°. 2612, Leibniz avait cherché et trouvé (voir la Lettre N°. 2627) la solution de l'équation différentielle $y\frac{dx}{dy} = (2x^2y - a^2x) : (3a^2 - 2xy)$, tandis que le problème, tel que Huygens l'avait entendu, devait mener à une équation qui diffère par le signe du second membre. Alors Huygens, pour convaincre Leibniz de la fausseté prétendue de sa solution, lui avait révélé, dans sa Lettre N°. 2633, l'équation de la courbe à laquelle convenait la soustangente donnée. Leibniz d'ailleurs avoua dans sa Lettre N°. 2636 que, pour résoudre le problème tel que Huygens l'avait conçu, il aurait dû „avoir recours à d'autres adresses" dont il ne s'était pas servi parce qu'il avait trouvé fort aisément ce qui lui avait été demandé.

trop long, je ne vous propoferay rien de phyfico-mathematique, et je ne fcay mefme fi je trouverois maintenant rien en ce genre qui meritaft voftre meditation.

Je viens de recevoir un imprimè de Florence du Sigr. Viviani, avec le titre extravagant de Formatione e mifura de tutti i cieli [16]). Il contient la folution de quelques Problemes Geometriques, mais fans demonftration, des quels le principal eft la quadrature du refte d'une furface fpherique, quand on en ofte ce qu'emportent deux forets cylindriques qui la percent tout outre. La fphere eft ABCD, les forets ou leurs trous cylindriques AE, EC, occupant chacun la moitiè du diametre de la fphere [17]). Les problemes de Geometrie pure font infinis, des quels j'eftime le moins ceux où l'on fe forge tout expres des lignes ou des furfaces, auparavant inconnues ni vues dans la nature, pour en rechercher les proprietez, comme je vois que font fouvent quelques Geometres Allemans, entre autres celuy qui, dans un des derniers journaux de Leipfich, a entrepris de determiner la figure du voile tendu par le vent, ou je crois qu'il s'eft trompè par quelque faux principe [18]). Je feray bien aife, Monfieur, d'en apprendre voftre fentiment, eftant perfuadè plus que jamais de l'excellence de voftre fcavoir et jugement en ces matieres. Je fuis avec refpect, etc.



Pardonnez a mon impatience fi je vous fupplie tres humblement de me faire tenir fans de fi longs detours celles que vous me ferez l'honneur de m'efcrire, et

---

[16]) „Formazione e misura di tutti i cieli, con la struttura e quadratura esatte del' intero, e delle parti d'un nuovo cielo ammirabile, e di uno degli antichi delle volte regolari degli architetti". Firenze 1692. in-4°.

[17]) Il s'agit de la solution, donnée par Viviani lui-même, d'un problème qu'il avait posé aux géomètres, sous le pseudonyme: D. Pius Lisci pusillus Geometra, anagramme de: postremus Galilei discipulus, dans une feuille volante, datée du 4 avril 1692 et qui portait le titre: „Aenigma geometricum de miro opificio Testitudinis Quadrabilis Hemisphaericae".

Le problème revenait à celui de percer un dôme hémisphérique par quatre fenêtres égales de sorte que le restant de la surface était absolument quadrable.

Il fut résolu de plusieurs manières différentes entre autres par Leibniz, dans les „Acta" de juin 1692, et par Jacques Bernoulli, dans ceux d'août 1692, sous les titres: „Constructio testudinis quadrabilis hemisphaericae; Autore G. G. L." et „Aenigmatis Florentini solutiones varie infinitae, per I. B."

A la page 115 du livre H des Adversaria on rencontre, sous la date: „Hofwici 27 Oct. 1692", une discussion de la première solution de Bernoulli et la démonstration de son identité avec celle de Viviani, rapportée dans le texte de cette lettre. Nous les reproduisons dans la pièce N°. 2771, comme Appendice III à la présente lettre.

[18]) Voir la note 33 de la Lettre N°. 2693

faites adjouter s'il vous plait à la ſuperſcription après mon nom, Seignr. de Zeelhem, ce qui me diſtingue de mon frere aiſnè.

N° 2769.

Christiaan Huygens.

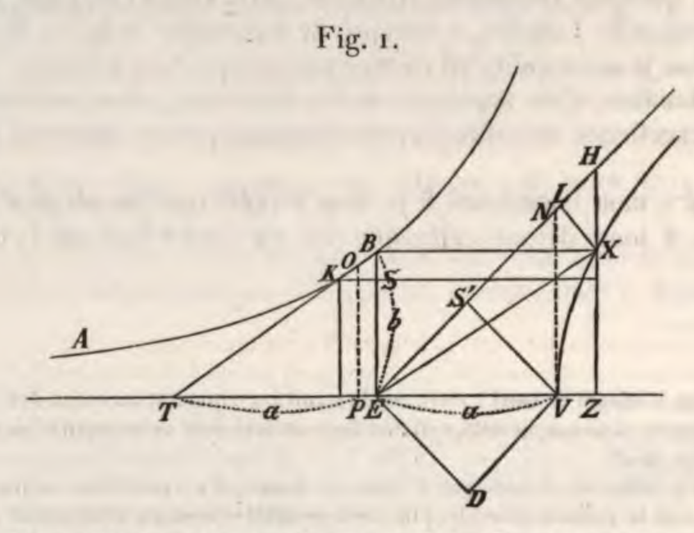
[octobre 1692].

Appendice I[1]) *au No.* 2768.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Ut EB[2]) ad BT ita SB ad BK. Ergo EB ſeu PO in BK = BT ſeu BX[3]) in

Fig. 1.



BS. Sed ut PO in BK cum ſequentibus inter ſe ita ſunt ſuperficies ex ſingulis BK circa aſymptoton, ergo hae etiam ut □la ex BX in BS.

[1]) *Quadrature de la surface de révolution de la logarithmique tournant autour de son asymptote.* Cet appendice a été emprunté à la page 106 du livre H des Adversaria.

[2]) Voir la figure 1, dans laquelle AB représente une logarithmique, dont la soustangente TP possède la valeur constante a, et VX une hyperbole équilatère, dont l'axe EV est égal à cette soustangente PT. De plus, on pose $EB = b$. Ajoutons que nous avons mis un accent à l'un des S de la figure et du texte pour éviter un double emploi.

[3]) Puisque $BX^2 - BE^2 = EV^2 = TP^2$; donc $BX^2 = BE^2 + TP^2 = BT^2$.

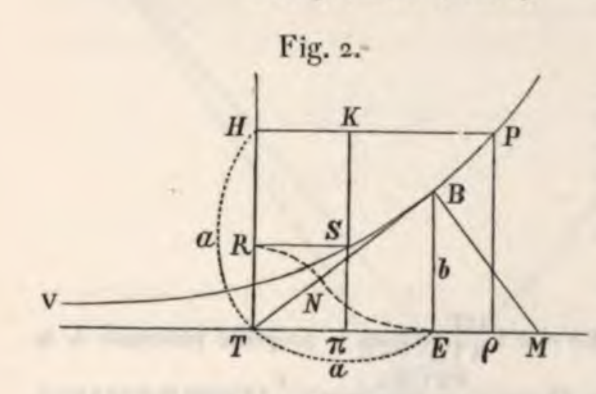
Nota ſuperficiem ex BK circa ET, toties ſumptam quot ſunt particulae diviſionis in BE, aequari ſuperficiei ex BX circa TEZ, quia totidem ſunt particulae ipſi BK aequales in BT, cui aequalis BX.

$$\left.\begin{array}{l} 2 \square \text{BZ ad 2 ſpat. BXVE} \\ 2b\sqrt{aa+bb} \;\;\text{,,}\;\; al + b\sqrt{aa+bb}\,^{5)} \end{array}\right\}$$ ut ſuperficies cylindrica ex BX circa EZ ad infinitam ex BA circa ET [4]).

Sed ſuperficiei iſtius cylindricae dimidia eſt conica ſuperf. ex BT circa ET.

$$\text{Ergo}: \left.\begin{array}{ccc} b\sqrt{aa+bb} & : & al + b\sqrt{aa+bb} \\ \dfrac{b\sqrt{aa+bb}}{a} & : & l + \dfrac{b\sqrt{aa+bb}}{a} \\ \text{BM}\,^{6)} & : & \text{BM} + \text{KP}\,^{6)} \end{array}\right\}$$ ut ſuperf. conica ex BT ad ſuperf.m infinitam ex BA.

Fig. 2.



SP [7]) logiſtica ſive logarithmica aſymptotos TM. BT tangens in B. BM perp. TB. BE perp. TM. BN = BE. TRH perp. TM. TR = TN. TH = TE. RS, HP parallelae TM. SK perp. HP.

Hic HT ad RT, hoc eſt Pρ ad Sπ ut in ſuperiore figura EV ſeu VN ad XH [8]) hoc eſt ut VS′ ad XL, unde KP hic [fig. 2] eſt l; quae

---

4) Voici le raisonnement qui peut conduire à cette proportion: D'après la phrase précédente on sait que l'élément Δ de la surface cherchée, multiplié par $\frac{\text{BE}}{\text{BS}}$, égale la surface cylindrique Ξ décrite par BX autour de EV; on a donc BE : BS = Ξ : Δ, ou bien: 2 × BE × BX : 2 × BS × BX = Ξ : Δ, ou encore : 2 ▭ BZ : 2 ΣBS × BX = Ξ : ΣΔ, ce qui constitue la proportion indiquée dans le texte.

5) Ici $b\sqrt{aa+bb}$ représente le double du triangle EBX et al le double du secteur hyperbolique EVX; on a donc, par définition : al = 2 × EVX = 2 × VS′LX, c'est-à-dire : $l : a$ = 2 × VS′LX : a^2 = VS′LX : □ ES′VD.

6) Consultez, sur ces lignes BM et KP, la figure 2, où l'égalité de BM avec $\frac{b\sqrt{aa+bb}}{a}$ se vérifie aisément, tandis que celle de KP avec l va être prouvée dans la suite.

7) Voir la figure 2.

8) Puisque XH = HZ — XZ = EZ — EB = BX — EB = BT — EB (dans les deux figures) = TN (de la fig. 2) = RT.

nempe ad subtangentem $TE=a$ se habet ut portio hyperbolica VS'LX ad qu. ES'VD in fig. superiori [9]).

Jam sicut BM [fig. 2] ad BM + KP, ita erit superficies conica ex TB circa TE conversa, ad superficiem infinitam ex BSV circa asymptoton [10]).

---

[9]) Puisqu'on a en effet: $KP = HP - RS = a\,l\,\frac{HT}{RT}$ (d'après la propriété principale de la logarithmique) $= a\,l\,\frac{VS'}{XL}$ (voir la fig. 1) $= a \times \frac{VS'LX}{\square ES'VD} = a \times \frac{l}{a}$ (d'après la note 5) $= l$.

[10]) On trouve donc, en langage moderne, que la surface de révolution cherchée égale

$$\left(1+\frac{KP}{BM}\right)\pi \times TB \times BE = \left(1 + \frac{a^2}{b\sqrt{a^2+b^2}}\,l\,\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}-b}\right)\pi \times$$

$$\times\, b\sqrt{a^2+b^2} = \pi b\sqrt{a^2+b^2} + \pi a^2\, l\, \frac{b+\sqrt{a^2+b^2}}{a}$$; résultat correct, dépendant de l'intégration de $\int\sqrt{a^2+y^2}\,dy$.

En outre il est clair qu'on peut construire maintenant le rayon

$$\sqrt{\left(1+\frac{KP}{BM}\right)\times TB \times BE}$$

du cercle dont l'aire égale celle de la surface de révolution. Et de même on peut exécuter la même construction pour une portion finie de cette surface, comme Huygens l'annonce dans sa Lettre N°. 2768 à de l'Hospital, en considérant cette portion comme constituant la différence entre deux surfaces qui s'étendent jusqu'à l'infini.

N° 2770.

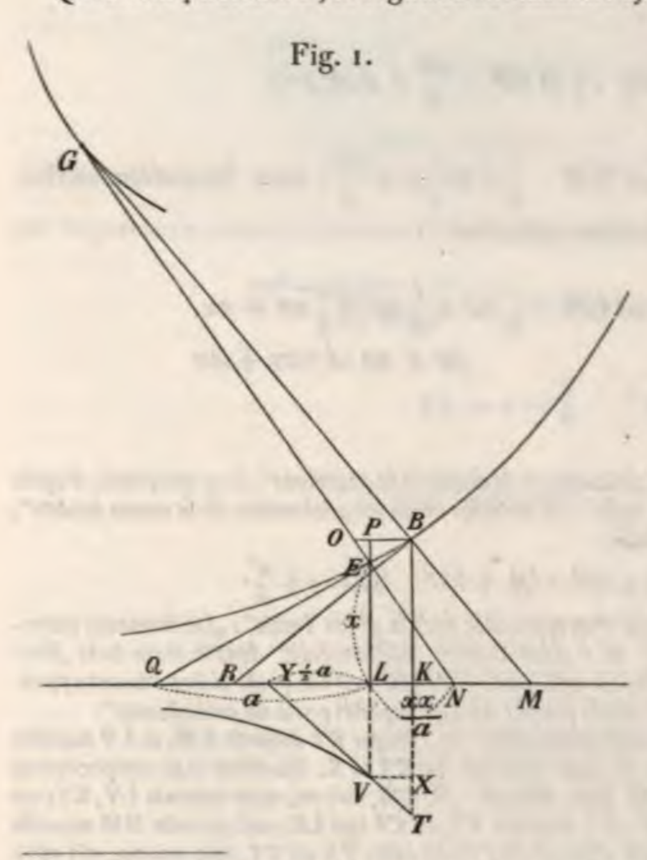
CHRISTIAAN HUYGENS.

[OCTOBRE 1692].

Appendice II[1]) *au No.* 2768.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Quaeritur punctum E, in logiftica ubi maxima ejus curvitas; item radius EG et punctum G, unde defcripta circuli circumferentia fit maxima earum quae logifticam in E intus contingant:



fit EL $= \sqrt{\frac{1}{2} aa}$;

LN $= \frac{1}{2} a$; EG $=$ 3EN.

EB logiftica.

QM afymptotos ejus.

QE tangens EL perpendicularis ad afympt.

QL $= a$ fubtang.; EN perp. QE; RK $= a$; EL $= x$; BM perpend. RB.

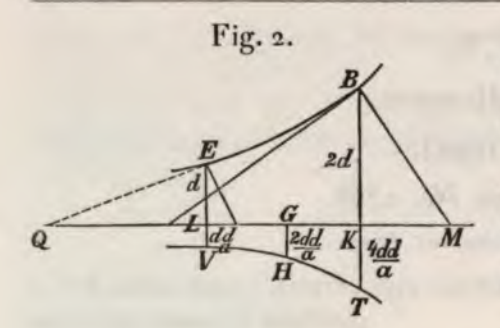
LV $=$ LN; KT $=$ KM.

Erunt puncta V, T ad logifticam oppofitam cujus eadem afymptotos QM, fed fubtangens erit $\frac{1}{2} a$; quia omnes LV, KT etc. proportionales funt aeque ac EL, BK, etc. [2]).

[1]) *Calcul du rayon de courbure minimal de la logarithmique.* Cet appendice est emprunté a la page 104 du livre H des Adversaria.

[2]) Probablement Huygens veut dire que puisque, d'après la définition même de la logarithmique (ou logistique), les ordonnées également distantes EL, BK, etc. de la courbe EB seront des proportionelles continues, il en devra être de même des LV, KT, etc. qui sont égales à $\frac{EL^2}{a}$, $\frac{BK^2}{a}$, etc., d'où il suit que la courbe VT sera encore une logarithmique. Comparez, à la page 176 du „Discours de la cause de la pesanteur", les premières phrases de l'énumération des propriétés de la ligne logarithmique.

Fig. 2.



Si autem BK = 2EL [fig. 2] fit KT = 4LV; unde fi GH = 2LV fit GL vel GK = $\frac{1}{2}$ LK.

Et quia eadem ratio LV ad GH quae LE ad KB erit fubtangens logifticae VT ad fubtang. logifticae EB ut LG ad LK [3]).

Ratio OB [fig. 1] ad BP : $\frac{xx}{a} + a$ ad a [4]).

ratio BP ad NM : $\frac{1}{2}a$ ad $\frac{1}{2}a + \frac{xx}{a}$; haec fecundum methodum noftrum in libro de Evolutione curvarum [5]).

ratio OB ad NM five EG ad GN : $\frac{1}{2}xx + \frac{1}{2}aa$ ad $\frac{1}{2}aa + xx$

$xx + aa$ ad $2xx + aa$

---

3) Consultez, à l'endroit cité du „Discours de la cause de la pesanteur", la 5e propriété, d'après laquelle la soustangente a est égale à la distance entre les „ordonnées de la raison double", multipliée par un nombre constant.

4) Puisque $\frac{OB}{BP} = \frac{QN}{QL}$, et $QL = a$, $QN = QL + EL^2 : QL = a + \frac{x^2}{a}$.

5) Allusion au passage suivant, que l'on rencontre dans la „Pars Tertia": „De linearum curvarum evolutione et dimensione" de l'„Horologium Oscillatorium" dans le texte de la „Propositio XI": „At non aeque liquet quo pacto ratio [BP =] KL [voir la fig. 1 de cet appendice] ad MN innotescat, quam tamen semper quoque reperiri posse sic ostendemus".

„Sint rectae KT, LV, perpendiculares super KL, sitque KT aequalis KM, et LV aequalis LN, et ducatur VX parallela LN, quae occurrat ipsi KT in X. Quoniam ergo semper eadem est differentia duarum LK, NM quae duarum LN, KM, hoc est, quae duarum LV, KT; est autem differentiae ipsarum LV, KT aequalis XT, et XV ipsi LK; erit proinde NM aequalis duabus simul VX, XT.... Atque adeo, si data fuerit ratio VX ad XT, data quoque erit ratio VX ad utramque simul VX, XT.... hoc est, data erit ratio VX sive LK ad NM".

„Sciendum est autem, quoniam KT ipsi KM, et LV ipsi LN, aequales sumptae sunt, locum punctorum T, V fore lineam quandam vel rectam vel curvam datam...."

En appliquant ce passage au problème qui nous occupe, on trouve facilement: $\frac{BP}{NM} = \frac{VX}{VX+XT} = \frac{YL}{YL+LV}$, où $LV = LN = \frac{xx}{a}$ et $YL = \frac{1}{2}a$, puisque la courbe VT est, comme on l'a vu, une logarithmique à soustangente $\frac{1}{2}a$.

ratio GE ad EN : $xx + aa$ ad xx

$$xx : xx + aa = \sqrt{\frac{aaxx + x^4}{aa}} \text{(NE)} : \frac{xx\sqrt{\frac{aa+xx}{aa}} + aa\sqrt{\frac{aa+xx}{aa}}}{x} \text{(EG)}$$

= minimae.

$$\frac{x}{a}\sqrt{aa+xx} + \frac{a}{x}\sqrt{aa+xx} = \text{min.}$$

$$\frac{xxaa + x^4}{aa} + 2aa + 2xx + \frac{a^4 + aaxx}{xx} = \text{min.}$$

$$\frac{x^6 + 3aax^4 + 3a^4xx + a^6}{aaxx} = \text{minimum}$$

per regulam de max. et minimis:[6] $4x^6 + 6aax^4 - 2a^6 = 0$

$$\frac{2x^6 + 3aax^4 - a^6 = 0}{2xx = aa} \text{ per } 2xx - aa \text{ divisio : } x^4 + 2aaxx + a^4$$

$$EL = x = \sqrt{\tfrac{1}{2}aa}$$

$$\text{fit } EG = \tfrac{3}{2}\sqrt{3aa}$$

---

[6]) La règle de Hudde. Consultez le „1 Exemplum" à la page 511 de l'ouvrage, cité dans la Lettre N°. 592, note 5.

N° 2771.

CHRISTIAAN HUYGENS.

27 OCTOBRE 1692.

Appendice III au No. 2768.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Conſtructio J. Bernoulij ad Aenigma Viviani Florentia miſſi [ſic] ad Leibnitzium cujus conſtructio alia ac non tam elegans ſed tamen hujus fundamentum [1]).

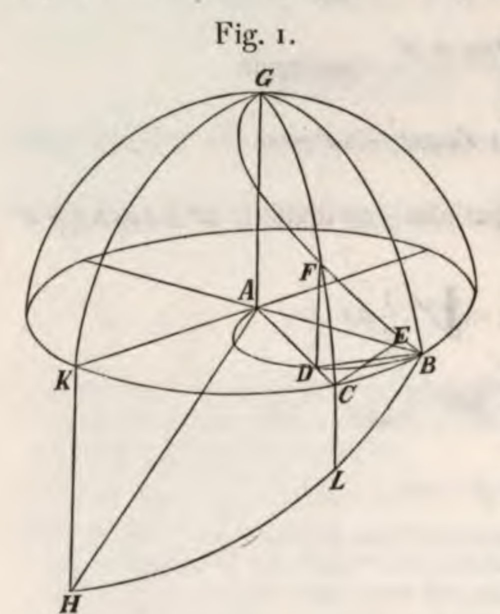


Fig. 1.

GKB eſt quadrans ſemiſphaerae. Polus G. Aequatoris quadrans BK. Centrum ſphaerae A. BA, KA rectae. KHB eſt ſuperficies ungulae dimidiae cylindricae 45 gr. ſuper quadrante AKB.

A puncto quovis C in arcu BK ſit CL parall. KH. CE perpend. BA. CL = CE. Arcus CF in quadrante CG aequalis ſumatur arcui CB ac ſimiliter alia puncta inveniantur in ſphaerae ſuperf.m per quae tranſeat curva GFB [2]). Dico ſpatium GFBCKG [3]) aequari ſuperficiei ungulae KBH. Ducatur enim radius CA et in eum perpend. FD, item CE perpend. in BA. Jam FD erit = CE vel CL. Quare ſpatiolum FC inter quadrantes minimo distantes qui à polo G ducuntur aequale fiet ſpatiolo CL eidem minimo arcui circumferentiae BC inſiſtenti (hoc eſt notum theorema ex relatione ſuperficiei ſphaericae ad cylindricam circumſcriptam) [4]);

---

[1]) Voir, sur le problème de Viviani et les solutions de Jacques Bernoulli et de Leibniz, la note 17 de la Lettre N°. 2768.

[2]) C'est la première construction de Jacques Bernoulli, communiquée sans démonstration dans l'article cité dans la note 17 de la Lettre N°. 2768. En effet, BFG constitue le contour de l'une des quatre fenêtres perçant le dôme hémisphérique qui a pour base le grand cercle BG et pour sommet le point K.

[3]) Il est clair que l'aire GFBCKG constitue la quatrième partie de la surface restante du dôme.

[4]) C'est la méthode employée par Leibniz pour la quadrature de sa surface restante; cette surface diffère de celle de Bernoulli.

atque ita totum ſpatium ſuperficiei ſphaericae GFBCKG aequale ſuperficiei ſemiungulae BCKH, ac proinde quadrato radii AB [5]).

AC = AB; CD = EB quia FD = CE ex conſtructio; AD = AE; ergo triang. BAD ∞ CAE quia angulus communis ad A. Ergo cum ang. AEC ſit rectus erit et ADB rectus. Ergo punctum D in ſemicircumferentia ADB. Ergo tota GFB ſuper tota ſemicircumferentia ADB. Hinc GFB curva eſt in ſuperficie ſemicylindrica ſuper ADB [6]). Hinc eadem eſt curva GFB atque in figura inferiore [7]) AEFD. Nam ſicut ibi [8]) à B ad omnia puncta lineae AEFD ſunt rectae aequales, ita hic à puncto A.

Fig. 2.

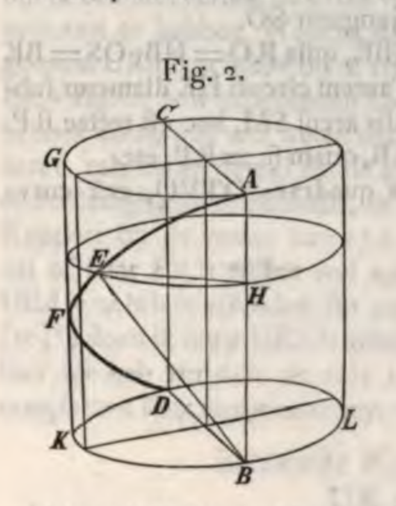
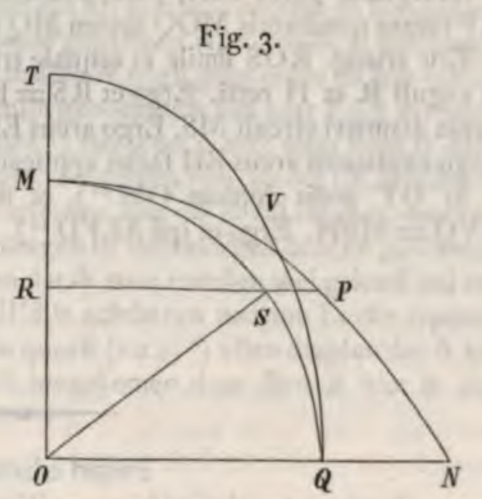


Fig. 3.



Cylindri GL [7]) latus AB aequale diametro ipſius BD. Radio BA centro B deſcripta eſt in cylindri ſuperficie, linea curva AEFD. Si jam [9]) in planum extendatur

5) On retrouve ce dernier théorème dans l'article de Leibniz, cité dans la note 17 de la Lettre N°. 2768, où Leibniz (Acta, 1692, p. 277) ajoute: „Haec propositio etsi ex calculo nostro paulo ante posito statim derivari possit, quia tamen dudum innotuit Geometris, non est cur immoremur. Videantur qui de linea Sinuum et Cycloide egere". En effet, en développant la surface cylindrique, la courbe BLH se transforme dans une sinusoïde, courbe dont la quadrature était bien-connue.

6) Ici finit la démonstration de l'identité de la solution de Jacques Bernoulli avec celle de Viviani exposée dans la Lettre N°. 2768. Ce qui suit contient des recherches sur la courbe BFG.

7) Voir la figure 2 de cette pièce.

8) C'est-à-dire dans la courbe AEFD de la figure 2, dont la définition va suivre.

9) Ce qui va suivre contient la démonstration d'une propriété remarquable de la courbe AEFD, qui consiste en ce que, si on l'enroule, avec la surface cylindrique qui la contient, sur un autre cylindre à rayon DB, touchant le cylindre donné le long de la droite AB, alors elle s'identifie avec l'intersection de ce nouveau cylindre avec un plan faisant un angle de 45° avec sa base.

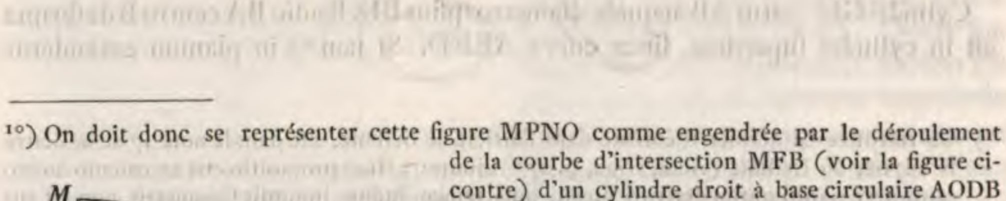
ſuperficies hujus cylindri ſciſſa ſecundum latus CD ipſi AB oppoſitum, erit ſpatium comprehenſum curva AEFD, ſemicircumferentia DKB, et recta BA, eâdem figura et magnitudine atque MPNO [fig. 3] dimidium involucrum cylindricum ungulae anguli ſemirecti ſuper ſemicirculo cujus radius OM aequalis AB ſive AC [10]).

Sumatur enim in curva AEFD punctum aliquod E, per quod ducatur planum baſi cylindrici GL parallelum, faciens in cylindro circulum EH, cujus circumferentia ſecet AB in H, et jungantur HE, EB.

Accepiatur porro MR, pars radii MO, aequalis AH, et applicetur normaliter RP ſecans quadrantis MOQ arcum MQ in S, et jungatur SO.

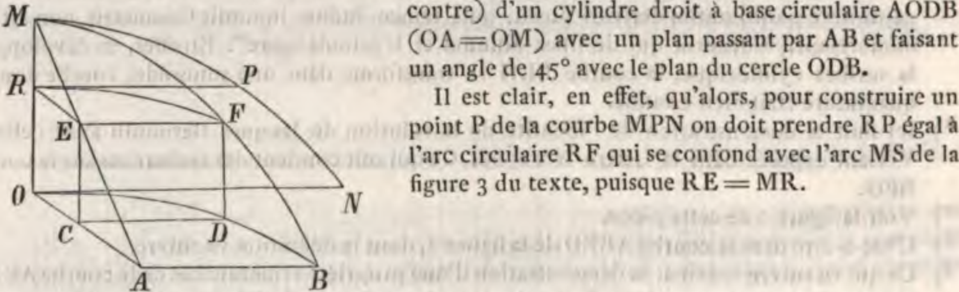
Erit triang. ROS ſimile et aequale triang°. HBE, quia RO = HB; OS = BE et anguli R et H recti. Ergo et RS = EH. Eſt autem circuli HE diameter ſubdupla diametri circuli MS. Ergo arcus EH aequalis arcui SM, hoc eſt rectae RP. Ergo explicatus arcus EH faciet applicatam ad AB, quam ſit = RP, etc.

Si OT poſſit duplum OM [11]), et ſit ellipſis quadrans OTVQ, erit curva TVQ = MPN. Ergo et ipſi AEFD [12]).



[10]) On doit donc se représenter cette figure MPNO comme engendrée par le déroulement de la courbe d'intersection MFB (voir la figure ci-contre) d'un cylindre droit à base circulaire AODB (OA = OM) avec un plan passant par AB et faisant un angle de 45° avec le plan du cercle ODB.

Il est clair, en effet, qu'alors, pour construire un point P de la courbe MPN on doit prendre RP égal à l'arc circulaire RF qui se confond avec l'arc MS de la figure 3 du texte, puisque RE = MR.



[11]) C'est-à-dire si $OT^2 = 2OM^2$.

[12]) De cette manière la rectification de cette dernière courbe est réduite à celle d'un quadrant elliptique.

N° 2772.

J. DE GRAAFF à CHRISTIAAN HUYGENS.

11 NOVEMBRE 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.

[a]) Ed.le Actbare

UEd.le Laaften alzook de Eerfte brieven zijn mijn bijde wel toegevoeght, waar uijt ik ook wel verftaa de grote verlangingh die uE achtbare ontrent de horologien vertoont te hebben. Wegens dien aangaand gepaffeert is, en hadde al overlangh gedacht UEd.le achtb.re bij te zijn; maar nadien ik nogh geen ordre en heb van de Ed.le Heren bewinthebberen hoewel ik mijn genoegfaam aan haar Ed.le vertoont hebben en zij ook wel weten dat ik hier ben [1]) zoo weet ik niet waar heen ik mijn keren zal, Ende dewijl dat ik geen andere voornemen heb, als om uE.le achtb.re onderdanigheijd te betonen, ik twijffel evenwel niet off ik zal int cort, daarvan Rapport bij de camer van 17.e dat op morgen of overmorgen dencke gefchiede zal of haar Ed.le zullen wel apperent en dat ik voor tnaaften wel gelooff mij tot UEd.le achtb.re afsenden &a om aan UEd.le achtbaren met ten Eerfte rapport [te] [2]) doen ik hope UEd.le achtb niet ten quaaft [en s] [2]) ullen duijden dat ik tot hier tot heb vertoeft als zulx wel meeft toegekomen door dien ik niet in genoegfamen ftaat van gezontheyt was.

hiermede Eyndighende blijve
UE dienftwillige en Altijt begerende dienaar
J. d. GRAAFF.

Actum tot Amfterdam
A° 1692 11 novemb.

als UEd.le fchrijf zoo kunt uEd.le fchrijven in den Elandftraat in de Salamander aldaar ben ik bij mijn E vader [3]) thuijs.

Aande WelEd.le Achtb.re wijze Erenfefte en zeer difcrete Heer
Mijn Hr. CRISTIAAN HUYGENS Hr van Zelem &.
Tot Voorburgh buyten den Haagh.

---

[a]) geantwoord den 25 nov. Verfoeck dat hij magh overkomen, en daartoe van de H.ren Bewinthebbers orders krijgen [Chriftiaan Huygens].

---

[1]) Consultez, sur le retour de de Graaff, la Lettre N°. 2703 du 27 octobre 1692, datée 1691 par erreur.

[2]) En cet endroit une déchirure a enlevé quelques lettres du manuscrit.

[3]) Voir, sur Abraham de Graaff, la Lettre N°. 2398, note 4.

N° 2773.

S. VAN DE BLOCQUERY à CHRISTIAAN HUYGENS.

16 NOVEMBRE 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

WelEdele geſtrenge Heer

Soo haeſt als mons.r de graaf van de Caap de bon Eſperance was weder gekomen, en dat hij mij verhael hadde gedaen, dat het met de bewuſte horologien zoodanig niet was geſuccedeert, als wel onze verwagtinge is geweeſt, heb ik hem aenſtonts gerecommandeert dat hij ſich behoorde te tranſporteere aen uwelEd: geſtr: om hem mondeling te verhaelen t' geen hem omtrent deſelve was ontmoet, ik heb hem t' zedert niet gezien, maer 2 brieven van UwelEd. geſtr: aen mijn huijs zijnde beſtelt [1]), heb ik deſelve aen hem doen overhandigen, zoodat ik met verwondering uijt uwelEd. geſtr: miſſive van eergiſter zie [2]), dat hij niet alleen niet heeft gereſcribeert, maer ſelf ook niet overgegaen is, off zulcx door indiſpoſitie of ander toeval wierd veroorſaekt, weet ik niet, maer zal hem mergen eens bij mij doen komen om de reden te weeten, en hem ten minſten te doen reſcribeeren, maer voor zooveel als ik uijt ſijn rapport heb konnen vermercken zal het met de horologien niet gelukken, dan uwelEd. geſtr: die meerder lumieres daeromtrent heeft zal ſulcx beter weeten te oordeelen, en daerom zal het nodig zijn, dat hij van alles de pertinente kennis heeft, inmiddels zal ik blijve

WelEd. Geſtr: Heer

uWelEd. geſtr: zeer ootm: dr

V. D. BLOCQUERY.

Amſterdm 16 Novemb. 1692.

WelEdele geſtrenge Heer

de heer CHRISTIAEN HUIJGENS heer van Zelem &a &a

In

's gravenhage.

---

[1]) Nous ne connaissons pas ces lettres.

[2]) Nous ne la connaissons pas.

N° 2774.

J. DE GRAAFF à CHRISTIAAN HUYGENS.

19 NOVEMBRE 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Eed.le Geſtrenghe Heer

UE heerlyckheden zullen myn Tardatie ten beſten hoop ik duijden als hebbende niet wel durven toeſenden voor en aleer ik de Journalen en aan Teyckeninghen ter Loop hadde naar geſien; hoewel ik ze vrij nauwkeuriger wel behoorden naar te ſien maar nadien de tijt geëxpireert is, van ze Langer bij mij te houden hopende dat het UEd.le niet qualyck zal gelieven te nemen als verzekert zynde wegens UEd.le wijſheyt en goede intentie dat er dus Langh mede hebbe getoeft; brengende hiermede de heen en werom reyſe in een gebonden[1]); met UEd.le inſtrucktie wat op de Reyſe ontrent de horologien te doen ſtaat[2]) mits Gaders, een verdedinge van de vorige ryſe[3]) daarin Een Tafel[4]) in is uijt beeldende de Cortheyt off Lankheyt des pendulums naar maten van yder Graat bretens alt welk ik UEd.le hiernevens ſenden in voegen ik met alle behorelijcke Eerbiedigheijt ben en blijven zal UEd.le

Gehoorzamen en Eyge dienaar
J. D. GRAAFF.

Actum den 19 Novemb. A°. 1692
Amſtelodami.

Aande
Eed.le Achtbre Geſtrenge wijſe voorzienige Hr.
Mijnhr. CRISTIAAN HUYGENS hr. van Suijlichem
Tot s' Grav Haagh.
int noord
Eijnde.

---

[1]) Cette pièce ne se trouve pas dans notre collection.
[2]) Voir, sur cette instruction fournie par Huygens à de Graaff, les Lettres Nos. 2602, 2615, 2621 et 2622. Probablement elle ressemblait à la pièce N°. 2423, qui avait servi pendant le voyage précédent en 1687, sauf les modifications et amplifications dont il est question dans les Lettres citées et dans la pièce N°. 2520.
[3]) Probablement une copie ou un extrait de la pièce N°. 2519.
[4]) Comparez la pièce citée dans la note précédente à la page 277.

N° 2775.

LE MARQUIS DE L'HOSPITAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

23 NOVEMBRE 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroeck[1]).
Elle est la réponse au No. 2768.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2777.

A Paris ce 23 Nov. 1692.

J'ay receu avec bien du plaisir Monsieur la lettre que vous me faites l'honneur de m'ecrire du 23 octobre, je ne scais comment repondre à toutes vos honnestetez et je me trouve fort heureux que ma petite decouuerte merite vostre approbation. J'ay resolu pleinement tous les Problemes que vous me proposez, et comme vous me marquez auoir quelque enuie de voir le chemin, que j'ay tenu pour arriuer à ma construction, je vous enuoye vne methode tres simple et generale pour les cas semblables. Je l'ay trouuée en voulant mettre au net celle dont je m'etois serui qui est beaucoup plus embarassée.

Pour reduire la somme des $\frac{aady}{y\sqrt{aa+yy}}$ à la quadrature de l'hyperbole, j'oste les jncommensurables en suposant à la maniere de Diophante $\frac{yz}{a} - a \infty \sqrt{aa+yy}$, ce qui donne $y \infty \frac{2aaz}{zz-aa}$ et $dy \infty \frac{-2aazzdz - 2a^4dz}{\text{qu. } zz-aa}$ [a]), et mettant à la place de y et de dy leurs valeurs, l'on aura $\frac{aady}{y\sqrt{aa+yy}} \infty \frac{adn}{n}$[2]). C'est là tout le mistere, qui reussit dans vne jnfinité de cas qu'on auroit beaucoup de peine à reduire autrement. Jl est evident qu'il y a deux valeurs de z, l'vne vraye et l'autre fausse, dans l'egalité $zzy - aay \infty 2aaz$.

Je me suis servi [b]) des racines vrayes pour determiner la position de la courbe qui sert a rectifier la logarithmique, mais si l'on se seruoit des fausses[3]), on trouueroit vne position de courbe qui me paroist plus propre pour la construction, la voicy:

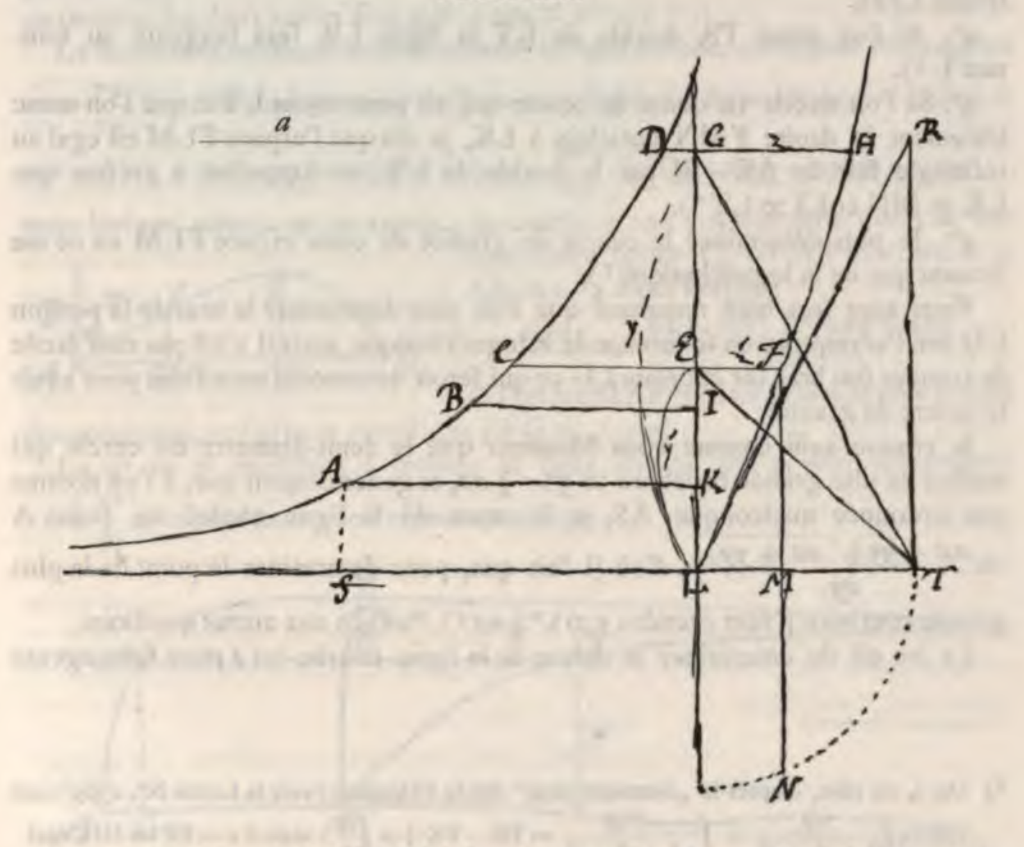
---

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 240.

[2]) Lisez: $-\frac{adz}{z}$.

[3]) L'introduction des racines fausses revient, comme Huygens n'a pas manqué de le remarquer à la page 146 du livre II, à l'emploi de la substitution $yz : a + a = \sqrt{a^2+y^2}$, qui mène aux relations $a^2y - z^2y = 2a^2z$ et $a^2dy : y\sqrt{a^2+y^2} = adz : z$.

Probleme.



La logarithmique indefinie ABCD, qui a pour ſoutangente la droite donnée a, et ſon aſymptote SL, etant données de poſition; trouuer geometriquement vne ligne droite egale à vne portion quelconque CD de cette courbe.

Solution.

Soit menée par vn point quelconque L de l'aſymptote SL la perpendiculaire LG, et ſoit decrite la courbe geometrique LFH, telle que (LE ou LG $\infty\, y$, EF ou GH $\infty\, z$) $aay - zzy \infty\, 2aaz$, de ſorte que l'on peut determiner par le cercle et la ligne droite la grandeur des ordonnées EF, GH, en ſuppoſant que les diſtances ſur l'axe LE, LG ſoient données. Que l'on mene à preſent les paralleles CEF, DGH, à l'aſymptote et ayant pris LT $\infty\, a$, LK ∞ EF, LI ∞ GH, et mené les droites TG, TE, et les paralleles KA, IB, qui rencontrent la logarithmique aux points

A, B; je dis que la portion CD de la logarithmique ∞ TG—TE+AK—BI[4]).

1°. Si l'on mene TR parallele à LG, elle fera afymptote de la courbe geometrique LFH.

2°. Si l'on prent TR double de LT la ligne LR fera tangente au fommet L[5]).

3°. Si l'on decrit vn quart de cercle qui ait pour rayon LT et que l'on mene librement la droite FMN parallele à LK, je dis que l'efpace FLM eft egal au rectangle fait de AK—BI par le double de LT; en fuppofant à prefent que LK ∞ MN et LI ∞ LT[6]).

4°. Je puis déterminer le centre de grauité de cette efpace FLM en ne me feruant que de la logarithmique[7]).

Vous auez fort bien remarqué que l'on peut determiner le bras de la portion CD fur l'afymptote en fe feruant de la logarithmique, mais il n'eft pas auffi facile de trouuer fon bras fur la droite LG ce qui feroit neanmoins neceffaire pour auoir le centre de grauité.

Je trouue auffi comme vous Monfieur que le demi-diametre du cercle qui mefure la plus grande courbure $\infty\ 3\sqrt{\tfrac{3}{4}aa}$, et generalement que, fi l'on nomme vne ordonnée quelconque AS, y, le rayon de la ligne euoluë au point A $\infty\ \dfrac{aa+yy\sqrt{aa+yy}}{ay}$[8]); d'où jl fuit que, pour determiner le point de la plus grande courbure jl faut prendre $y \infty \sqrt{\tfrac{1}{2}aa}$[9]). Paffons aux autres queftions.

La jre eft de determiner la nature de la ligne courbe qui a pour foutangente

---

[4]) On a, en effet, d'après la „demonstration" de de l'Hospital (voir la Lettre N°. 2765): arc $CD=\int\frac{ydy}{\sqrt{a^2+y^2}}+\int\frac{a^2dy}{y\sqrt{a^2+y^2}}=TG-TE+a\int\frac{dz}{z}$; mais si $z=EF$ ou GH, égal LK où LI, est considéré comme ordonnée de la logarithmique on a, si x en répresente l'abscisse, $a\frac{dz}{z}=dx$, donc $a\int\frac{dz}{z}=\int dx=AK-BI$.

[5]) Propriétés qui se déduisent facilement à l'aide de l'équation $y(a^2-z^2)=2a^2z$ de la courbe LE.

[6]) Pour obtenir cette construction il suffit de remarquer qu'on a $\int_0^z\frac{2a^2z}{a^2-z^2}dz=-2a\int_a^{\sqrt{a^2-z^2}}\frac{du}{u}$.

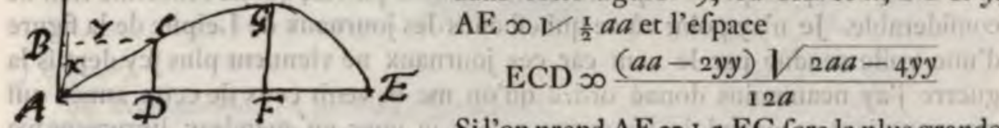
[7]) La détermination de ce centre de gravité dépend en effet de celle des sommes $z^2dz:(a^2-z^2)$ et $a^2z^2dz:(a^2-z^2)^2$, qui se réduisent aux logarithmes.

[8]) Lisez: $\dfrac{(aa+yy)\sqrt{aa+yy}}{ay}$.

[9]) Tous ces résultats sont conformes à ceux obtenus par Huygens dans la pièce N°. 2770.

$\frac{aax - 2xxy}{3aa - 2xy}$. Je trouue trois courbes qui fatisfont; la jre eft l'hyperbole ordinaire $xy \infty aa$ et les deux autres font $yyx - aay \mp x^3 \infty 0$ [10]):

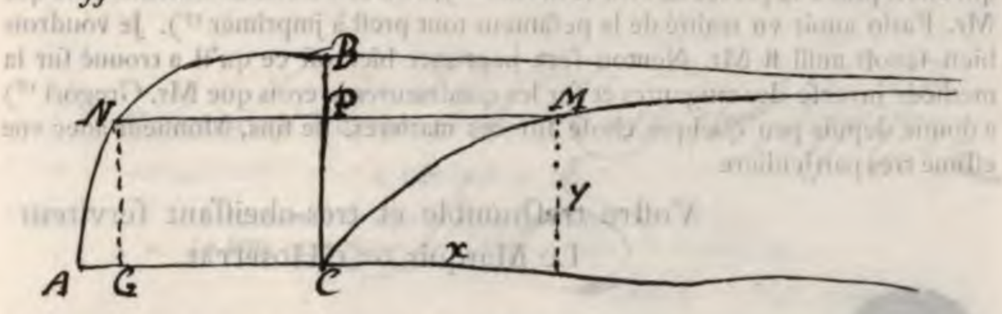
La feconde et troifieme font de trouuer la ligne courbe, qui a pour foutangente $2x - \frac{yy}{2x}$, auec la quadrature de l'efpace curuiligne. La ligne eft $aayy - 2aaxx \mp 2y^4 \infty 0$ [11]), et l'efpace curuiligne $\infty \frac{2}{3}xy - \frac{aax}{6y}$, lorfque $aayy + 2y^4 \infty 2aaxx$ [12]), mais lorfque $aayy - 2y^4 \infty 2aaxx$, la courbe a vne pofition telle que l'on voit dans cette figure [13]), ou AB $\infty\, x$, BC $\infty\, y$, AE $\infty \sqrt{\frac{1}{2}aa}$ et l'efpace



$$\text{ECD} \infty \frac{(aa - 2yy)\sqrt{2aa - 4yy}}{12a}$$

Si l'on prend AF $\infty \frac{1}{2}a$, FG fera la plus grande des ordonnées, et l'efpace curuiligne EFG $\infty \frac{1}{24}aa$.

La 4e et 5e confiftent à trouuer la ligne courbe qui a pour foutangente $2x + \frac{x^3}{yy}$ et la quadrature de l'efpace curuiligne.



Soit decrit le quart de cercle CAB et foit prolongée vne ordonnée quelconque

---

[10]) On trouve pour la solution générale : $xy^2 - a^2y + Cx^3 = 0$.

[11]) Comparez la note 6 de la Lettre N°. 2639.

[12]) Voir, pour la forme générale de cette courbe, la seconde figure (à la page 576) du § IV de la pièce N°. 2644. La formule de de l'Hospital se rapporte probablement à l'espace curviligne compris entre l'axe des x, la courbe, et une ordonnée quelconque; mais alors on doit ajouter le terme : $\frac{1}{6\sqrt{2}}a^2$; peut-être ce terme lui a échappé parce qu'il croyait que l'expression $a^2x : 6y$ s'annule pour $x = 0, y = 0$.

[13]) Comparez cette figure et les quadratures qui vont suivre avec celles de la courbe $a^2y^2 - 2a^2x^2 - y^4 = 0$ que l'on rencontre à la page 56 de la Lettre N°. 2667 et qui se déduit de la courbe de notre texte en remplaçant a par $a\sqrt{2}$.

NP en M, de ſorte que $\div\div$ NP. CP. PM. [14]), le point M ſera a la courbe requiſe. L'eſpace CPM eſt egal à l'eſpace circulaire AGN [15]) le bras de l'eſpace CPM ſur AC eſt double de celuy de l'eſpace AGN je puis auſſi determiner le bras de l'eſpace CPM ſur CB et partant le centre de grauité de cette eſpace.

A l'egard des Problemes du Sieur Viuiani, jl y a pres de huit mois que Mr. l'Enuoyé de Florence me propoſa celuy dont vous me parlez qui eſtoit ſur vne feuille volante en forme d'enigme. Je luy en donnay auſſi toſt trois ſolutions auec la demonſtration et j'en aurois pü trouuer par ma methode vne jnfinité d'autres mais cela ne vaut pas la peine que je vous en faſſe jcy le detail. Le Sieur Viuiani m'a enuoyé depuis peu l'imprimé dont vous me parlez, qui ne renferme rien de conſiderable. Je n'ay point vû ce qui eſt dans les journaux de Leipſic de la figure d'une voile tendue par le vent car ces journaux ne viennent plus jcy depuis la guerre j'ay neanmoins donné ordre qu'on me fit venir ceux de cette année qui me manquent et quand je les auray receus je vous en mandray librement ma penſée puiſque vous le ſouhaitez. Je vous prie de me faire ſauoir s'il n'y a point de liures de mathematique nouueaux en angleterre, l'on m'a aſſuré que Mr. Neuton faiſoit jmprimer pour la 2e fois ſes principes mathematiques d'une maniere qui eſtoit plus à la portée de tout le monde [16]), l'on m'a dit auſſi de bonne part que Mr. Fatio auoit vn traitté de la peſanteur tout preſt à jmprimer [17]). Je voudrois bien ſauoir auſſi ſi Mr. Neuton fera jmprimer bientoſt ce qu'il a trouué ſur la methode jnverſe des tangentes et ſur les quadratures je crois que Mr. Gregori [18]) a donné depuis peu quelque choſe ſur ces matieres. Je ſuis, Monſieur auec vne eſtime tres particuliere

Voſtre treſhumble et tres-obeiſſant ſerviteur
Le Marquis DE L'HOSPITAL.



[14]) C'est-à-dire NP : CP = CP : PM, ou bien $\sqrt{a^2-y^2} : y = y : x$, d'où il suit $x^2(a^2-y^2)=y^4$; équation identique en effet avec celle de la Gutschovienne, indiquée par Huygens dans la Lettre N°. 1065.

[15]) Ce résultat encore est identique avec celui de Huygens, annoncé dans la Lettre N°. 1065.

[16]) Consultez, sur l'origine probable de cette nouvelle, la Lettre N°. 2723.

[17]) Voir, sur ce projet de Fatio, la note 9 de la Lettre N°. 2582 et les Lettres Nos. 2739 et 2745.

[18]) David Gregory, neveu de James, né à Aberdeen le 24 juin 1661, mort le 10 octobre 1710 à Maidenhead, Berkshire. Il fut professeur de mathématique à Edinburg et, depuis 1691, professeur d'astronomie à Oxford.

Je vous prie d'effayer fi vos regles s'etendent à trouuer les lignes qui ont pour foutangentes $\sqrt{ay + xx}$ et $\frac{2y^3}{yy + 2yx - xx}$ vous me ferez plaifir de me faire part de quelques Exemples où elles ne peuuent fervir [c]).

Holande
A Monfieur
Monfieur CHRISTIAAN HUGENS Segneur de Zeelhem
jn 't noordeinde naaft de crabbe
A la Haye.

[a]) erat a^3.
qu. erat omiffum [Chriftiaan Huygens].
[b]) C'eft à dire dans les lignes precedentes [Chriftiaan Huygens].
[c]) En vient il des lignes geometriques [Chriftiaan Huygens].

N° 2776.

Constantyn Huygens, frère, à Christiaan Huygens.

2 DÉCEMBRE 1692.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.

Whitehall 2 Dec. 1692.

J'ay fait voir au Roy les lettres qui vous ont efté addreffées par le S.r Prion Secretaire de milord Durfley [1]) et en mefme temps je luy ay monftré ce que vous me mandez la deffus [2]), mais nous n'y avons rien pû connoitre ny l'un ny l'autre. Le Roy me dit de parler au dit milord ce que faute de temps je n'ay pas fait encore. Cependant refvant fur cette affaire, et cependant voyant clairement que cette

[1]) Voir, sur Charles Berkeley, vicomte de Dursley, la Lettre N°. 2586, note 1.
[2]) A ce sujet Constantyn nota dans son journal, sous la date du 23 décembre: Le matin je fus à Kensington, et le soir je fis voir au Roi un billet ou avis, que frère Christiaan m'avait envoyé, contenant quelque chose sur Madame de Maintenon et sur le Père Nisot, jésuite; il fut dit être d'une dame française de Berlin et son nom était signé d'Alençon. Ce billet avait été envoyé au frère de Zeelhem [Christiaan Huygens] par un certain Prion (mais proprement nommé Prior) Secrétaire de Myl. Dursley, qui écrivit à frère, qu'il l'avait ouvert par inadvertance (si fides verbis). Le Roy, ne paraissant pas y faire beaucoup de réflexion, disait que je ferais voir le papier à Blatwait".

bonne dame d'Alençon n'a pas eu deſſein d'eſcrire a moy en eſcrivant cette lettre, car elle parle comme a une perſonne avec qui elle avoit correſpondence, il m'eſt venu dans la penſée, qu'il y a icy, ou du moins y a eu un petit Ecoſſois louche, qui ſe meſloit d'intrigues et fit il y a environ 18. mois un voyage en France ſoubs pretexte d'y accompagner une dame de ce Pays icy. Il ſe pourroit bien que ce ſeroit la l'homme dont Prion dit que le nom eſtoit dans la ſuperſcription de la lettre qu'il a ouverte par megarde à ce qu'il dit, car s'appellant Higgins il affectoit de ſe faire appeller Huijgens et auroit fort ſouhaitté que j'euſſe voulu le faire paſſer comme ayant noſtre nom. Mais je me mocquois toujours de luy. Voyez un peu ſi voſtre Mr. Prion ne peut pas vous donner un peu plus d'eclairçiſſement touchant ce petit homme, et s'il ne l'a pas jamais veu, et en cas que non, comment c'eſt luy qui a ſoin d'adreſſer ſes lettres.

Je ſuis bien marry de ce que nous ayons tant de peine a trouver un Precepteur pour Tien [3]) et je crains qu'eſtant ſi long temps ſui juris il n'abuſe de cette liberté. Je vous prie d'aſſiſter ma femme pour en deterrer un quelque part. Tout le monde parle de la debauche qui regne entre ces eſcoliers a Leyde.

Pour mon Frere de Zeelhem.

N° 2777.

Christiaan Huygens au marquis de l'Hospital.

29 décembre 1692.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
La lettre est la réponse au No. 2775.
De l'Hospital y répondit le 12 février 1693.

A la Haye, le 29 Dec. 1692.

Je reconnois de plus en plus Monſieur le grand progrez que vous avez fait dans ces belles ſubtilitez de la geometrie qui la portent ſi loin au delà de ce qu'elle a eſtè cy-devant. La derniere ſolution de voſtre Probleme eſt encore meilleur que la premiere et je vous ſuis obligè d'avoir bien voulu m'indiquer le moien dont vous vous eſtes ſervi pour y parvenir. Je vois qu'il ſert en pluſieurs autres cas; mais l'aiant eſſaiè à trouver la ſomme des $\frac{\sqrt{aa+yy}\,dy}{y}$, qui ſeroient les pe-

[3]) Voir, à ce sujet, les Lettres Nos. 2753, 2758 et 2764.

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 244.

tites tangentes de la portion de la Logarithmique, ſans les diviſer en deux, comme vous avez fait[2]), je ſuis venu à la quadrature d'une courbe fort composée, qu'on ne voit pas qu'elle depende de la quadrature de l'hyperbole[3]). Mais j'ay remarqué en meſme temps que la dite ſomme des $\frac{\sqrt{aa+yy}\,dy}{y}$ ne depend que de la quadrature d'une courbe dont l'equation eſt $a^4 + aayy \propto xxyy$[4]), que j'ay trouvè il y a longtemps qu'elle depend de celle de l'hyperbole[5]). Ainſi ſans tout ce ſubtil detour que vous avez ſuivi Monſieur, l'on peut reſoudre voſtre probleme[6]). Mais ce que j'ay admirè, l'on vient à voſtre meſme derniere conſtruction, qui s'abrege encore un peu en prenant EC pour BI dans voſtre figure[7]) DG pour AK[8]).

---

[2]) Voir la Lettre N°. 2765, au commencement de la „demonstration".

[3]) On rencontre cet essai infructueux à la page 153 du livre H, où la somme des $\sqrt{a^2+y^2}\,dy : y$ est réduite, par la substitution $yz : a + a = \sqrt{a^2+y^2}$, à la quadrature de la courbe: $x = a^2(a^2+z^2)^2 : z(a^2-z^2)^2$; après quoi Huygens ajoute: „Ergo sic ad curvam valde compositam et ignotae quadraturae reductum fuisset problema dimensionis lineae Logarithmicae si, ut hic, non fuisset divisa $\lambda[=dy]\sqrt{aa+yy} : y$ in duas.

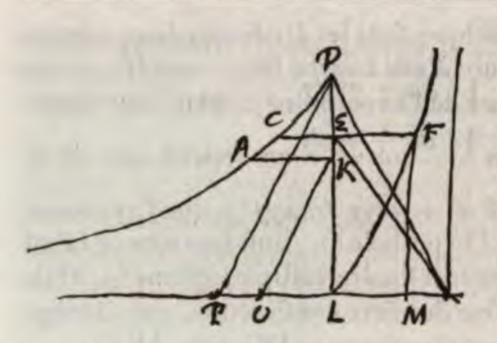
[4]) En effet, pour réduire la somme mentionnée à la quadrature $\int xdy$ de cette courbe, il suffit de poser $x = a\sqrt{a^2+y^2} : y$, d'où il suit $a^4 + a^2y^2 = x^2y^2$.

[5]) Voir l'Appendice I à cette lettre, notre pièce N°. 2778, qui date, d'après le lieu qu'il occupe dans le livre H, de septembre ou d'octobre 1692. Aucune trace d'un traitement antérieur du même problème n'a été rencontrée dans les manuscrits.

[6]) Voir la pièce N°. 2779, Appendice II à cette lettre, où nous avons reproduit la solution définitive de Huygens du problème en question.

[7]) Probablement Huygens veut dire ici qu'on peut simplifier la construction de de l'Hospital en agissant de sorte que EC, dans la figure de la Lettre N°. 2775, s'identifie avec la plus courte des deux lignes (AK et BI) dont la différence, ajoutée à TG—TE, va fournir la longueur de l'arc CD. Et il est clair que cette remarque devait amener, presque nécessairement, la construction abrégée qu'on rencontre quelques lignes plus loin dans le texte de la présente lettre. En effet, pour que la différence AK—CE de la figure de Huygens (celle de la page suivante de la présente lettre) devienne égale à la différence AK—BI de la figure de de l'Hospital (celle de la Lettre N°. 2775), il suffit qu'on ait EL : KL (figure de Huygens) = LI : KL (figure de de l'Hospital). Posons donc dans la figure de de l'Hospital : $LG = y_1$ (= LD figure de Huygens), $LE = y_2$ (= LE figure de Huygens), $GH = LI = z_1$, $EF = LK = z_2$, où (d'après la note 3 de la Lettre N°. 2775), $\frac{yz}{a} + a = \sqrt{a^2+y^2}$, alors il faut qu'on ait, dans la figure de Huygens, $EL : KL = z_1 : z_2$; donc $KL = EL \times \frac{z_2}{z_1} = \frac{y_2\, z_2}{z_1} = \frac{\sqrt{a^2+y_2^2}-a}{\sqrt{a^2+y_1^2}-a} \times y_1 = \frac{TE-TL}{TD-TL} \times$ $\times DL$ (toujours dans la figure de Huygens, où manque la lettre T, voir la note 10) $= \frac{TO-TL}{TP-TL} \times DL$ (en prenant TO = TE, TP = TD) $= \frac{OL}{PL} \times DL$, d'où la construction abrégée mentionnée suit immédiatement.

[8]) Cette addition est due probablement à quelque inadvertance.



Ce que vous dites de la quadrature de l'efpace FLM, dans voftre mefme figure, je le trouve veritable, et que la conftruction fe peut un peu abreger, à peu près de mefme que celle dont je viens de parler. Mon calcul en cecy m'a menè par la courbe $2a^3 \infty aax - zzx$ et par l'hyperbole[9]). Puis que j'ay tracè la figure[10]), je puis en 3 mots adjouter a quoy fe reduit voftre conftruction de l'autre probleme. C'eft qu'aiant pris TP ∞ TD et TO ∞ TE, je mene OK parallele à PD et j'applique les lignes EC, KA, alors la difference des KA, EC, avec PO font enfemble la longueur de la courbe DC[11]). Mais ces conftructions font peu de chofe apres la folution du probleme.

Vous auez fort bien et favemment refolu toutes les queftions que je vous avois propofées, et il paroit que vous avez auffi la regle de Mr. Fatio[12]) que Mr. Leibnits n'a pas[13]). Vous ne pouvez non plus ignorer, Mons.r, comme je crois, une methode peu connuë[14]), que j'ay debrouillée il n'y a pas long-

---

[9]) Voir l'Appendice III à cette lettre (notre pièce N°. 2780), datée du 18 décembre 1692.

[10]) Il y manque la Lettre T au bout droit de la droite POLM.

[11]) L'origine probable de cette construction à déjà été indiquée dans la note 7. Ajoutons que la courbe LF, quoique tracée dans la figure, ne joue plus aucun rôle dans la construction.

[12]) On peut consulter sur cette règle les Lettres N°. 2465, note 11; N°. 2660, note 17 et N°. 2677, note 9.

[13]) Comparez la Lettre N°. 2733.

[14]) D'après les annotations que l'on rencontre dans le livre H, et que nous avons reproduites dans les §§ VII, VIII et IX de la pièce N°. 2781, il s'agit ici d'une méthode, exposée par Fermat dans le traité mentionné dans la note 27 de la Lettre N°. 2693, aux pages 51—57 des Opera Varia (p. 271—285, Tome I de l'édition récente des Œuvres de Fermat par Tannery et Henry).

Cette méthode est fondée sur un théorème qui équivaut, en notation moderne, à la relation:

$$\int_{x_1}^{x_2} y^m\, dx = x_2 y_2{}^m - x_1 y_1{}^m - m \int_{x_1}^{x_2} x y^{m-1}\, dy,$$

où les intégrations sont supposées s'étendre le long d'une courbe quelconque.

Voici un exemple de l'emploi que Fermat propose de faire de ce théorème pour déduire des quadratures nouvelles: Il part de l'équation $y^3 = a^5 x^{-2} - a^6 x^{-3}$, pour laquelle l'intégrale $\int y^3 dx$ se calcule facilement au moyen de la quadrature connue des courbes $x^p y^q = a^{p+q}$, dont la théorie est exposée plus haut dans le même traité déjà mentionné. On

temps [15]); qui ſert grandement dans ces recherches des quadratures [16]), des centres de gravitè [17]) et du probleme renverſè des Tangentes. C'eſt de la que j'ay pris cette derniere quadrature que je viens de raporter [18]), et d'ou celle que vous et Mr. Leibnits m'avez reſoluë [19]) ſe tirent facilement, avec pluſieurs autres. C'eſt par elle auſſi que je ſuis venu à bout de la quadrature aſſez remarquable de la courbe dont l'equation eſt $x^3 + y^3 \infty xyn$ [20]), que Mr. des Cartes, dans ſa lettre 65e du 3e volume [21]), et noſtre Mr. Hudde ont conſiderée pour autre choſe [22]) Mr. Des Cartes en parle comme ſi elle avoit pluſieurs feuilles [23]), quoy qu'elle n'en ait qu'une, comme dans cette figure eſt ABCH, ſon trait continuant en AK, AL, le long de l'aſymptote EFG, perpendiculaire au diametre CA, prolongé d'un tiers AF. Je trouve le contenu de la feuille ABCH égal à $\frac{1}{6}nn$ ou $\frac{1}{3}$ du quarré du diametre AC [24]); et l'eſpace infini des deux coſtez entre AK, AL et l'aſymptote, encore de la meſme grandeur [25]). On ne s'imagineroit pas que cette

---

connaît donc de même, à l'aide du théorème, l'intégrale $\int xy^2dy$, c'est-à-dire, en posant $u = a^{-2}xy^2$, la quadrature $\int udy$ d'une courbe dont l'abscisse est égale à u.

Or, si l'on cherche l'équation de cette dernière courbe, en substituant $x = a^2uy^{-2}$ dans celle de la courbe donnée, on arrive à l'équation $y^3 + u^3 - auy = 0$, qui représente le folium de Descartes. Seulement Fermat n'exécute pas les calculs nécessaires pour achever la quadrature du folium et se borne dans cet exemple, comme dans les autres, à des indications générales.

15) Voir l'Appendice IV à cette lettre, la pièce N°. 2781.

16) Voir la pièce N°. 2780, les § VII et VIII de la pièce N°. 2781 et la pièce N°. 2782.

17) Voir, pour un exemple, le dernier alinéa du § IX de la pièce N°. 2781.

18) C'est-à-dire la quadrature de l'aire FLM de la première figure de la présente lettre. Consultez sur cette quadrature la pièce N°. 2780, surtout la note 1 de cette pièce.

19) Il s'agit de la quadrature de la courbe $aaxx = aayy - y^4$ mentionnée par Leibniz dans sa lettre N°. 2664 (à la page 51) et par de l'Hospital dans sa lettre N°. 2775, où l'équation de la courbe est mise sous la forme analogue: $a^2y^2 - 2y^4 = 2a^2x^2$. Sur la dérivation de cette quadrature au moyen de la méthode de Fermat on peut consulter le § VII de la pièce N°. 2781.

20) Voir sur cette quadrature l'Appendice V à cette lettre, notre pièce N°. 2782.

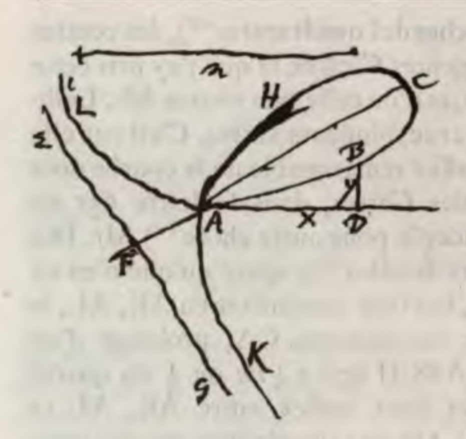
21) Il s'agit de sa lettre à Mersenne du 23 août 1638, reproduite par Charles Adam et Pau Tannery dans l'édition récente des „Œuvres de Descartes" sous le N°. CXXXVIII du Tome II (voir les pages 313—316). Descartes s'y occupe de la détermination de la tangente et de „la plus grande largeur" de la boucle dans la direction perpendiculaire à l'axe AC. (Voir la figure de la page suivante).

22) On rencontre les considérations de Hudde, qui se rapportent encore à la détermination de la plus grande largeur, aux pages 493 et 497—499 des „Exercitationes mathematicae" de van Schooten, ouvrage que nous avons cité dans la Lettre N°. 128, note 3.

23) On peut consulter sur cette circonstance une note que l'on rencontre à la page 341 du Tome II de l'édition des „Œuvres de Descartes" mentionnée dans la note 21.

24) Voir le § I de la pièce N°. 2782.

25) Voir le § III de la pièce N°. 2782.



courbe duſt avoir une quadrature ſi reguliere et ſi ſimple. Celle qui eſt generale pour les ſegments l'eſtant de meſme, qui s'exprime par un ſeul terme [26]).

La queſtion de la courbe de Mr. de Beaune [27]), que propoſe M. des Cartes dans ſa lettre 79e du 3e vol. ne tombe point dans la regle de M. Fatio ni dans celle dont m'a fait part Mr. Leibnits. C'eſt pourquoy je feray bien aiſe de voir quelle courbe vous avez trouvè pour la ſoutangente donnée $\frac{yy - xy}{a}$. Je crois de meſme bien difficiles à trouver celles qui ont les ſoutangentes que vous marquez $\frac{2y^3}{yy + 2yx - xx}$ et $\sqrt{ay + xx}$, qui ſont auſſi hors de ces regles. Mais ſur tout je ſouhaite de voir de quelle eſpece eſt la derniere des deux. Apparemment elle eſt tranſcendente, dont la conſtruction ſuppoſe quelque quadrature, comme celle qui a pour ſoutangente $\frac{aa}{\sqrt{aa - xx}}$ demande les quadratures du cercle et de l'hyperbole [28]). J'avoue que je ne vois pas encore par quelle adreſſe on pourra developper ces courbes qui reſpondent à vos ſoutangentes, ſi ce n'eſt peut eſtre par quelque converſe de la regle des tangentes de Mr. de Roberval [29]), dont l'uſage s'etend plus loin que peut-eſtre l'autheur n'a ſcu. Mais je ne veux pas me donner la peine de chercher, eſperant de l'apprendre de vous ou de Mr. Newton.

Voicy encore deux exemples de ſoutangentes, par ce que vous en demandez, ou les regles que je connois ne reuſſiſſent point; [a]) $\frac{aay + xyy}{ax - xy - ay}$ et

---

[26]) Voir, pour la valeur du segment, qui est égal à $\frac{1}{6}nx^2 : y$ pour $AD = x$, $BD = y$, $AC = \frac{1}{2}n\sqrt{2}$, les § II et III de la pièce N°. 2782.

[27]) Voir, sur ce problème, la Lettre N°. 2765.

[28]) Voir la Lettre N°. 2735, note 18.

[29]) Probablement la méthode bien connue de de Roberval, communiquée en 1668 à l'Académie des Sciences et publiée en 1693 dans les „Divers ouvrages de Mathématique et de Physique" (voir la Lettre N°. 2432, note 1) sous le titre: „Observations sur la composition des mouvements, et sur le moyen de trouver les touchantes des lignes courbes".

[b]) $\frac{x^3y}{3x^3+3aay-2xyy}$ [30]), qui femblent eftre du genre dont eft la premiere de vos deux precedentes et peut-eftre celle de la courbe de Mr. de Beaune.

Je vois que Mr. des Cartes fait mention [31]) de la folution [32]) qu'il auroit envoiée pour cette ligne, mais je doute fi elle aura eftè meilleure que celle qu'il donne pour la logarithmique [33]). S'il revenoit au monde il trouveroit la geometrie bien augmentée.

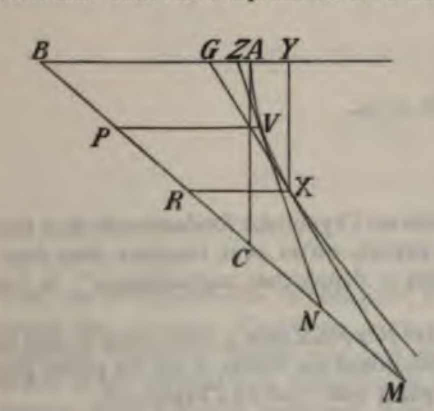
---

[30]) D'après la page 156 du livre H, cette dernière expression représente la soustangente $y\frac{dx}{dy}=\frac{x^2y-a^2y}{3x^2-2xy}$ de la courbe $x^3-x^2y+a^2y=0$ „déguisée" au moyen de la substitution $x^2=x^3y^{-1}+a^2$, appliquée au numérateur et au dénominateur; comparez la note *b*) de Huygens. De même la note *a*) indique l'hyperbole $aa=ax-xy$ comme la courbe dont la première expression a été déduite. On peut consulter d'ailleurs, sur la solution générale des équations différentielles auxquelles ces expressions pour la soustangente donnent lieu, une des notes de la lettre de de l'Hospital à Huygens du 12 mai 1693.

[31]) Dans sa lettre de 1645, citée dans la note 4 de la Lettre N°. 2765, où il s'exprime comme il suit: „Cette question [le problème de de Beaune] me fut proposée, il y a cinq ou six ans, par Monsieur de Beaune, qui la proposa aussi aux plus célèbres Mathematiciens de Paris et de Thoulouze; mais je ne sçache point qu'aucun d'eux luy en ait donné la solution, ny aussi qu'il leur ait fait voir celle que je luy ai envoyée".

[32]) La solution fut envoyée à de Beaune dans une lettre du 20 février 1639, qui constitue le N°. CLVI du Tome II de la correspondance de Descartes publiée par Adam et Tannery (voir les pages 514—517 et les annotations des éditeurs aux pages 520—523). Cette lettre était accessible à Huygens dans l'édition de Clerselier où elle paraît comme le N°. 71 du Tome III, et sans doute il en avait pris connaissance autrefois (voir encore la note suivante); mais il semble qu'il n'y ait pas reconnu alors une solution du problème de de Beaune, lequel problème, en effet, n'y est pas mentionné expressément.

[33]) Il est presque certain que Huygens a ici en vue la construction de la courbe elle-même, qui constituait la solution du problème de de Beaune, mentionnée dans la note précédente. Voici comment Descartes s'exprime sur la courbe en question :



„En la deuxième AVX [de vos trois lignes courbes], dont le sommet est A, au lieu de considerer l'axe AY avec son ordonnée XY, j'ay consideré l'asymptote BC, vers laquelle ayant mené des ordonnées paralleles à l'axe, comme PV, RX, &c., et des tangentes comme AC, ZVN, GXM, &c., j'ay trouvé que la partie de l'asymptote qui est entre l'ordonnée et la tangente d'un mesme point, comme PN, ou RM, &c. est tousiours égale à BC, ainsi que vous verrez facilement par le calcul". Après quoi il procède à donner une construction approchée de la courbe AVX.

Or Huygens aura reconnu sans doute qu'on n'avait qu'à „perpendiculariser" pour ainsi dire les ordonnées PV, RX pour transformer cette courbe dans la „logarithmique" à soustangente constante dont il s'était tant occupé.

Le probleme du Sr. Viviani [34]) n'avoit pas grande difficultè et il avoit auſſi eſtè reſolu d'abord par Mr. Leibnits, et en ſuite ſur le meſme fondement par Mr. Bernouilli, qui adjoute cette jolie remarque qu'en cheminant ſur la Terre en ſorte qu'on avance egalement en longitude et latitude, on decrit une ligne qui reſout ce probleme. Et c'eſt cette ligne qui eſt egale à celle d'une Ellipſe, comme on peut demontrer aſſez facilement [35]).

Un ſcavant Anglois vient de me dire que la ſeconde edition des Principes de Mr. Newton, de la quelle Mr. Fatio devoit avoir ſoin, ne ſe fera pas encore ſi-toſt. Il y a une infinité de fautes à corriger [36]) et quelques unès qui ſont de l'autheur, comme il reconnoit luy meſme [37]). J'eſtime beaucoup ſon ſcavoir et ſa ſubtilitè, mais il y en a bien de mal emploiè à mon avis, dans une grande partie de cet ouvrage lors que l'autheur recherche des choſes peu utiles, ou qu'il batit ſur le principe peu vraiſemblable de l'attraction [38]). Le meſme Anglois m'apprend, qu'on imprime, ou qu'on a deſia imprimè la methode de Mr. Newton pour le Probleme renverſè des Tangentes, qu'on l'a joint au livre de Wallis de Algebra, qu'il a donnè cy-devant en Anglois et qui eſt maintenant traduit en Latin et augmentè [39]). L'Hypotheſe de Mr. Fatio [40]) dans ſon traitè de la Peſanteur reſſembloit à celle de M. Varignon [41]), et ſouffroit la meſme difficultè, qui eſt l'accumulation neceſſaire de la matiere autour du centre vers lequel ſelon eux elle pouſſe les corps. Laquelle difficultè Mr. Varignon ne reſout point, et M. Fatio a beſoin pour cela d'une hypotheſe fort eſtrange et peu concevable. Lors qu'il partit d'icy pour l'Angleterre il ſe plaignoit qu'il avoit perdu ce traitè [42]). On trouve ſi peu d'occaſion d'appliquer la geometrie à la phyſique, que ſouvent je m'en eſtonne. Et quand on en trouve il eſt difficile de le faire avec juſteſſe. Cependant c'eſt ce qui merite le plus, avec les inventions de mechanique, qu'on s'y occupe, car autrement *calculis ludimus*, *in ſupervacuis ſubtilitas teritur*, comme dit quelque part Seneque.

[34]) Voir la Lettre N°. 2768, note 17, et la pièce N°. 2771.
[35]) Voir la pièce N°. 2771, vers la fin.
[36]) Voir la pièce N°. 2698.
[37]) Voir la Lettre N°. 2732, note 10.
[38]) Consultez, à propos de cette opinion de Huygens sur l'hypothèse fondamentale de la théorie de l'attraction, celle que „toutes les petites parties, qu'on peut imaginer dans deux ou plusieurs differents corps, s'attirent ou tendent à s'approcher mutuellement", la Lettre N°. 2558, note 6.
[39]) Voir, sur ces éditions du livre de Wallis, la Lettre N°. 2660, note 3. Sans doute il s'agit ici de l'exposé de la méthode de Newton des fluxions donné par Wallis, et qui fut publié pour la première fois dans l'édition latine de 1693 aux pages 390—396 du Chapitre 95.
[40]) Voir les Lettres Nos. 2570 et 2582.
[41]) Voir la Lettre N°. 2677, note 11.
[42]) Voir la Lettre N°. 2739.

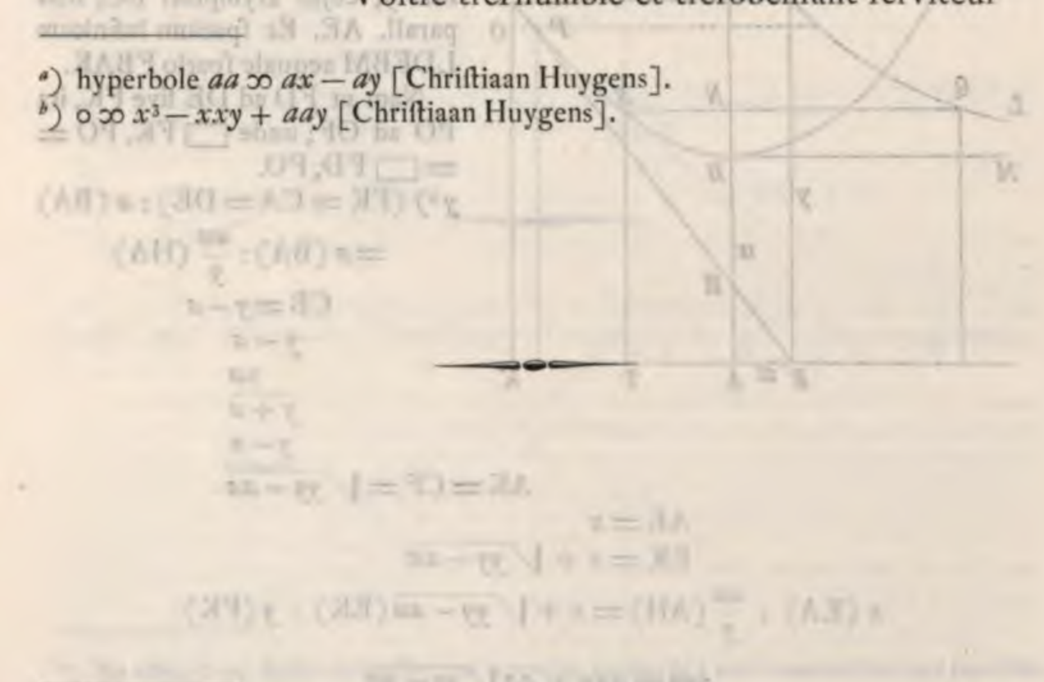
A propos de mechanique il a paſſé icy un François il y a quelque temps, qui montroit pour de l'argent une teſte, conſtruite en ſorte qu'elle prononçoit quelques paroles. Je n'en fus averti, qu'apres ſon depart; peut-eſtre, Monſieur, en ſcaurez vous quelque choſe. L'on m'a envoiè de Paris un certain imprimè, qui parle d'une invention du Sr. de Hautefeuille [43]), par la quelle il pretend que les pendules de poche ont receu une plus grande perfection. Il faudra voir ce que c'eſt, mais je connois a peu pres le talent et le genie du perſonnage. Il y a fort longtemps que je n'ay point ouy parler de Mr. le Duc de Roanes [44]). J'ay peur qu'il ne ſe ſouviene plus de moy. Si ce n'eſtoit pas prendre trop de libertè, je vous ſupplierois, Monſieur, de l'aſſurer de mes Reſpects et que je luy ſuis comme à vous etc.

MONSIEUR

Voſtre treſhumble et treſobeiſſant ſerviteur

[a]) hyperbole $aa \infty ax - ay$ [Chriſtiaan Huygens].

[b]) $0 \infty x^3 - xxy + aay$ [Chriſtiaan Huygens].



[43]) Voir, sur de Hautefeuille, la Lettre N°. 2023, note 3. Nous ne connaissons pas l'écrit mentionné dans la lettre. D'après un „Avis sur le privilège des horloges et des montres de la Nouvelle Invention" publié sans date chez la Veuve Daniel Horthemels (4 pages in-4°.), le Roi aurait accordé à de Hautefeuille, le 26 mars 1693, un privilège pour des horloges et montres d'une nouvelle invention. Il est cependant impossible de déduire du fatras, qui remplit cet avis, en quoi cette invention a consisté. Consultez encore la lettre de de l'Hospital à Huygens du 12 mai 1693 et celle de Huygens du 23 juillet 1693.

[44]) Consultez, sur Arthus Gouffier, duc de Roanez, la Lettre N°. 837, note 1.

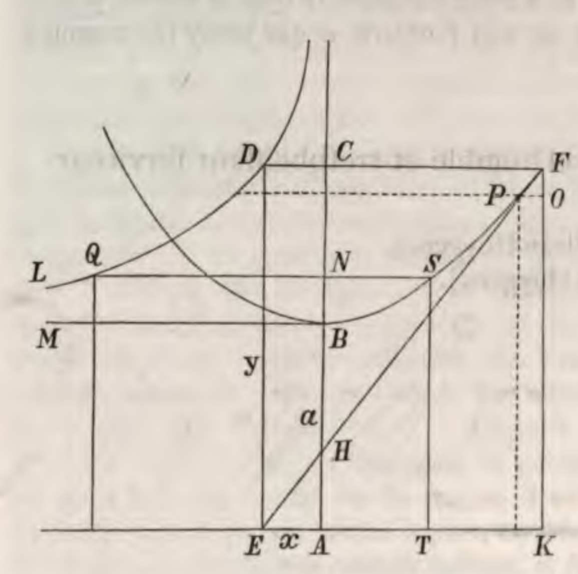
N° 2778.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[SEPTEMBRE OU OCTOBRE 1692].

Appendice I[1]) *au No.* 2777.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.



BF hyperbole aequilatera; centro A, axe ABC. FE tangens. KAE perp. BA. FK perp. EAK. KD eſt □; erit punctum D ad curvam DL[2]), cujus aſymptoti BC, BM parall. AE. Et ſpatium infinitum LDFBM aequale ſpatio FBAK.

Nam ut FD ad DE ſive FK, ita PO ad OF; unde □ FK, PO = = □ FD, FO.

y[3]) (FK = CA = DE) : a (BA) $= a$ (BA) : $\frac{aa}{y}$ (HA)

$$CB = y - a$$

$$\begin{array}{c} y - a \\ \underline{2a} \\ y + a \\ \underline{y - a} \end{array}$$

$$AK = CF = \sqrt{yy - aa}$$

$$AE = x$$

$$EK = x + \sqrt{yy - aa}$$

$$x\,(EA) : \frac{aa}{y}\,(AH) = x + \sqrt{yy - aa}\,(EK) : y\,(FK)$$

$$xyy = aax + aa\sqrt{yy - aa}$$

$$xyy - aax = aa\sqrt{yy - aa}$$

---

[1]) Cet appendice contient la réduction de la quadrature de la courbe $x^2y^2 - a^2x^2 = a^4$ à celle de l'hyperbole. Il est emprunté à la page 108 du livre H.

[2]) On doit considérer ce qui précède comme la définition de la courbe LD.

[3]) Ici commence la déduction de l'équation de la courbe LD.

per $yy - aa \dfrac{xxy^4 - 2xxaayy + a^4xx = a^4yy - a^6}{xxyy - aaxx = a^4}$, aequatio curvae DL, quae quadrabilis ex quadratura hyperbolae.

Etiam portionis cujuſvis CDQN menſura dabitur ex quadratura ſpatii hyperbolici FSTK; huic enim aequale eſt ſpatium FDQSF; datur autem et ſpatium FSNC ex dato FSTK. Ergo et CDQN quod nempe aequale erit FSTK—FCNS.

Haec [QD] eſt curva qua Jo. Bernoulius utitur in conſtructione Catenariae in fig. 1 [4]). Et ex qua etiam alteram invenit optimam quae fig. 2da. Itaque ſcivit hujus quadraturam pendere ex quadratura hyperbolae [5]). Sed nondum video quomodo ad hanc curvam devenerit in illo problemate [6]).

---

[4]) En effet, il est facile de vérifier que la courbe, employée à cette construction par Jean Bernoulli dans l'article cité dans la note 12 de la Lettre N°. 2664, possède cette même équation $x^2y^2 - a^2x^2 = a^4$.

[5]) Puisque Bernoulli faisait dépendre cette seconde construction de la rectification de la parabole, qu'on savait dépendre à son tour de la quadrature de l'hyperbole; tandis que la première construction dépendait de celle de la courbe mentionnée.

[6]) On peut retrouver la voie suivie par Bernoulli, laquelle intrigua si vivement Christiaan Huygens (comparez encore la Lettre N°. 2695), dans l'ouvrage cité dans la note 30 de la Lettre N°. 2693, où la même courbe est employée dans la construction de la chaînette. (Voir les „Lectiones" 36 et 12).

N° 2779.

CHRISTIAAN HUYGENS.

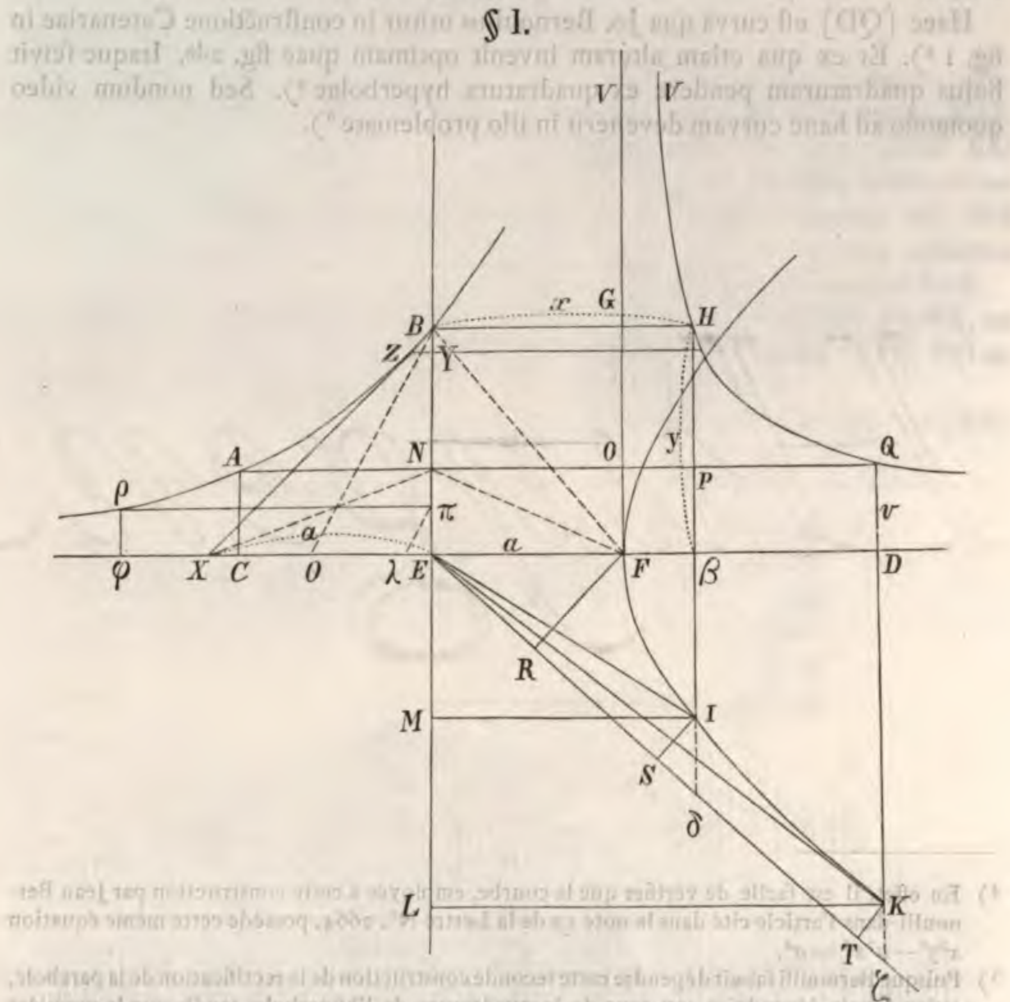
DÉCEMBRE 1692.

Appendice II[1]) *au No.* 2777.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Problema Hofpitalij fimpliciffima via refolvitur.

§ I.



BA Logarithmica. VHQ curva pag. 108 [2]); afymptoti hujus funt FD, FV.
Logarithmicae afymptotos DFC.
BA portio curvae aequanda rectae.

[1]) Cet Appendice contient la déduction de la solution définitive de Huygens du problème de

Si ut YB ad BZ, hoc eſt, ut EB ad BX ita ſit BG $= a$ ad BH cadit H in curvam VHQ [3]), et erit recta NB ad curvam BA ut $\square$ BGON ad ſpatium BHQN [4]).

Quaerendum eſt ſpatium BHQN.

§ II [5]).

Spatium VQKFV infinitum eſt aequale ſpatio FKLE (vid. pag. 108 [6]) poſita hyperbola aequilatera FK, centro E, ſemidiametro EF $= a =$ ſubtangente logarithmicae BA.

Si utrinque auferatur ſpatium FDK, erit ſpatium infinitum VFDQV aequale ſpatio FKLE — ſpatio FDK; hoc eſt $\square^{\circ}$ DL — 2 ſpatio FDK. Ergo ſumptis horum dimidiis, erit $\triangle$ EKD — ſpat.° FDK hoc eſt ſector hyperbolicus FEK aequalis $\frac{1}{2}$ ſpatii VFDQV.

Eadem ratione erit ſector hyperb. FEI aequalis $\frac{1}{2}$ ſpatii infiniti VFβHV.

Ergo ſpat. HβDQ $= 2$ ſector FEK — 2 ſector FEI; hoc eſt $= 2$ ſpat. FRTK — 2 ſpat. FRSI.

Ergo ſpat. HβDQ 2 ſpat. ISTK.

Sp. BHQN $= \square$ Bβ + ſp. HβDQ — $\square$ ND vel $\square$ Bβ + 2 ſp. ISTK — — $\square$ ND $= a\sqrt{yy+aa} - a\sqrt{vv+aa} + aq$ [7]).

$\square$ BO $= ay - av$.

Ergo curva AB $= \sqrt{yy+aa} - \sqrt{vv+aa} + q$ [8]) $=$ XB — XN $+ q$.

§ III [9]).

Si ſuper aſymptoto logarithmicae cujus ſubtangens eſſet $=$ ER $= \sqrt{\frac{1}{2}aa}$, applicarentur duae rectae in ratione SI ad TK, ſive Iδ ad Kζ, earum intervallum

la rectification de la logarithmique, telle qu'on la rencontre dans la Lettre N°. 2777, et dans la pièce N°. 2793, c'est-à-dire dans l'article publié dans l'„Histoire des ouvrages des Sçavans" de Février 1693. Nous l'avons emprunté à la page 160 du livre H et divisé en paragraphes. Le premier paragraphe contient la *réduction du problème à la quadrature de l'aire BHQN*.

2) Voir la pièce N°. 2778. On verra par la note suivante comment Huygens est parvenu ici à cette courbe, identique avec celle LQD de la pièce N°. 2778.

3) On peut considérer ce qui précède comme la définition de la courbe VHQ. Posant alors BH $= x$, Hβ $=$ BE $= y$, XE $=$ EF $= a$, on trouve facilement : $y : \sqrt{a^2+y^2} = a : x$, équation identique à celle de la pièce N°. 2778, pour la courbe DL, en échangeant les x et y.

4) Puisque d'après la construction indiquée : $\Sigma a \times$ BZ $= \Sigma$BH $\times$ BY.

5) *Réduction de la quadrature BHQN à celle d'un espace hyperbolique.*

6) C'est-à-dire la pièce N°. 2778. Voir le premier alinéa de cette pièce.

7) Ici $v =$ QD, tandis que q représente provisoirement une ligne dont la longueur dépend de la quadrature de l'aire ISTK.

8) On a d'après le § précédent : NB : arc. BA $= \square$ BGON : BHQN, c'est-à-dire $(y-v)$: arc. BA $= a\,(y-v) : a\left(\sqrt{yy+aa} - \sqrt{vv+aa} + q\right)$, d'où il suit facilement : arc. BA $= \sqrt{yy+aa} - \sqrt{vv+aa} + q$; tout va donc dépendre de la construction de la longueur q.

9) *Construction de la longueur auxiliaire q.*

ductum in fubtangentem faceret ▭ aequale fpatio ISTK [10]). Si vero in hac Logarithmica cujus fubtang. *a* applicentur duae in eadem ratione illa earum intervallum ductum in *a* faciet ▭ aequ. duplo fpatio ISTK hoc eft aequ. fpatio HQDβ [11]).

$$\mathrm{E}\beta \text{ vel } \beta\vartheta - \beta\mathrm{I} = \mathrm{I}\vartheta$$

$$x - \sqrt{xx - aa} = \mathrm{I}\vartheta$$

$$\text{vel } \frac{a\sqrt{yy + aa}}{y} - \frac{aa}{y} = \mathrm{I}\vartheta \text{ [12])}$$

$$\frac{a\sqrt{vv + aa}}{v} - \frac{aa}{v} = \mathrm{K}\zeta \text{ fi QD fit } v.$$

$$\mathrm{I}\vartheta : \mathrm{K}\zeta = \mathrm{IS} : \mathrm{KT} = \frac{a\sqrt{yy + aa}}{y} - \frac{aa}{y} : \frac{a\sqrt{vv + aa}}{v} - \frac{aa}{v}.$$

$$\text{ratio IS ad KT } \frac{\sqrt{yy + aa}}{y} - \frac{a}{y} : \frac{\sqrt{vv + aa}}{v} - \frac{a}{v}$$

$$\text{compofita } \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{yy + aa} - a : \sqrt{vv + aa} - a \\ \quad v \quad\quad : \quad\quad y \end{array} \right.$$

$$\sqrt{yy + aa} - a(\mathrm{E}\theta)\text{ [13])} : y(\mathrm{EB}) = \sqrt{vv + aa} - \acute{a}(\mathrm{E}\lambda) : \frac{y\sqrt{vv + aa} - ya}{\sqrt{yy + aa} - a}(\mathrm{E}\pi)$$

$$\mathrm{EN} : \mathrm{E}\pi = v : \frac{y\sqrt{vv + aa} - ya}{\sqrt{yy + aa} - a}$$

Eft enim haec ratio eadem ac compofita praecedens. Ergo ▭ φC in *a* eft = = fpat. HQDβ et $\varphi\mathrm{C} = q$.

[curva] AB = XB − XN (five $\lambda\theta$) + φC

Eadem igitur conftructio hic oritur quae ex Hofpitalij inveftigatione pag. 150 [14]).

EF eft fubtangens. Fθ = FB. Fλ = FN. $\lambda\pi$ parall. θB.

---

[10]) Huygens applique ici, sous une autre forme, la propriété 15 de la logarithmique, que l'on rencontre p. 179 de l'édition originale du „Discours de la cause de la pesanteur".

[11]) Dès ce moment il ne s'agit plus que de construire une ligne Eπ de telle manière qu'on ait EN : Eπ = IS : TK, puisque alors $a \times \varphi\mathrm{C}$ = spat. HQD$\beta = a \times q$, donc $q = \varphi\mathrm{C}$; mais, comme nous l'avons expliqué dans la note 7 de la Lettre N°. 2777, il est probable que Huygens connaissait déjà la construction de cette ligne φC, telle qu'on la rencontre dans le texte de la Lettre N°. 2777, obtenue par lui comme une simplification de celle de de l'Hospital. Il n'avait donc plus qu'à vérifier si le rapport EN : Eπ, tel qu'il résultait de cette construction, était le même que celui de IS à KT. C'est ce qu'on verra accompli dans ce qui va suivre.

[12]) Ici les expressions en x sont remplacées par celles en y en vertu de l'équation $x^2y^2 = a^2y^2 + a^4$ de la courbe VHQ.

[13]) Puisque, d'après la construction mentionnée, $\mathrm{F}\theta = \mathrm{FB} = \sqrt{a^2 + y^2}$, $\mathrm{F}\lambda = \mathrm{FN}$.

[14]) C'est-à-dire telle que Huygens l'avait simplifiée, simplification que l'on rencontre en effet à la page citée, où elle est précédée du titre: „Brevissima constructio problematis Hospitalij". Il serait inutile de la reproduire ici, parce qu'elle est identique avec la construction indiquée par Huygens, dans la Lettre N°. 2777 et dans l'article mentionné dans la note 1 de cette pièce.

N° 2780.

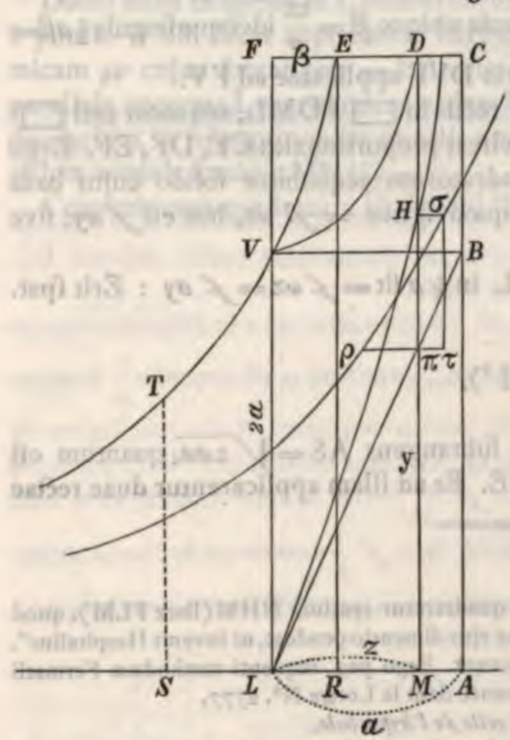
Christiaan Huygens.

18 décembre 1692.

Appendice III[1]) *au No.* 2777.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

§ I[2]).



$$\frac{2aaz}{aa-zz} = y, \text{ MH.}$$

Aequatio Curvae LH:

$$zzy + 2aaz = aay; \text{ ſit } \frac{\omega z}{a} = y$$

$$\frac{zzz\omega}{a} + 2aaz = a\omega z$$

$$zz\omega + 2a^3 = aa\omega$$

$$zz = \frac{aa\omega - 2a^3}{\omega}; \quad \frac{2a^3}{aa-zz} = \omega \; [\text{MD}]$$

Ergo ω ſunt erectae in ſpatio VDML, quod poteſt quoque ad quadraturam hyperbolae reduci[3]). Sed hic nihil opus eſt.

$$\text{Sit } zz = a\beta; \; \frac{zz}{a} = \beta, \text{ FE.}$$

$$a\beta = \frac{aa\omega - 2a^3}{\omega}$$

$$\omega\beta + 2aa = a\omega$$

$$2aa = a\omega - \beta\omega.$$

[1]) Cet Appendice, emprunté à la page 155 du livre H, où il est daté par Huygens du 18 décembre 1692, et que nous avons divisé en deux paragraphes, contient une construction simplifiée pour la quadrature de l'aire FLM de la figure 1 de la Lettre N°. 2777. Il est précédé à la page 154 de quelques recherches infructueuses pour arriver à cette quadrature par d'autres méthodes. Dans ces recherches préliminaires, Huygens commence par réduire le problème, au moyen du théorème de Barrow, à celui de trouver la courbe dont la soustangente $\left(y\frac{dx}{dy}\right)$ égale $\frac{y^2(a^2-x^2)}{2aax}$, c'est-à-dire à l'équation différentielle $2aaxdx - y(a^2-x^2)dy = 0$. Alors naturellement, la méthode de Leibniz de la séparation des variables ramène la quadrature qu'il s'agit de trouver, et celle de Fatio ne réussit pas non plus. „Hic vero nec Fatij methodus succedit, nec mirum, quia per eām non nisi geometrica inveniri posset curva LO (la courbe

β ergo eſt applicata in hyperbola ad perpend. aſymptoto, FL; $\omega z = ay$. Ergo ſi haberem $\int. \omega z$ [4]) haberem quoque $\int. ay$ [5]) unde et $\int. y$, hoc eſt quadraturam quaeſitam.

Haberem $\int. \omega z$ ſi haberem $\int. zz$ [6]) in ſpatio VDF. Quod ſic oſtenditur [7]) $\int. \omega z$ eſt ungula ſuper ſpatio VDML abſciſſa per LVF angulo ſemirecto; cui ungulae aequatur $\frac{1}{2}$ ſumma quadratorum ab rectis in rectangulo LFDM ad FL applicatis, minus $\frac{1}{2}$ ſumma quadratorum ab applicatis ad FV in ſpatio curvilinea VDF.

Porro haec poſterior $\frac{1}{2}$ ſumma aequatur ſolido cujus baſis eſt ſpatium hyperbolicum EVF altitudo $= \frac{1}{2}$ FC ſive $\frac{1}{2}a$; quia ubique $\beta = \frac{zz}{a}$ ideoque ſingula $\frac{1}{2}a\beta = \frac{1}{2}zz$, nempe earum z quae ſunt in ſpatio DVF applicatae ad FV.

Sed prior $\frac{1}{2}$ ſumma quadratorum ab rectis in □ FDML, aequatur toti □° EFLR ducto in altitudem $\frac{1}{2}a$, quia videlicet proportionales CF, DF, EF. Ergo differentia dictarum $\frac{1}{2}$ ſummarum quadratorum aequabitur ſolido cujus baſis ſpatium hyperb. EVLR, altitudo $\frac{1}{2}a$; quod igitur $= \int. \omega z$, hoc eſt $\int. ay$; ſive ſpatio LHM in a.

Itaque cum ſpat. hyperbolicum VERL in $\frac{1}{2}a$ ſit $= \int. \omega z = \int. ay$: Erit ſpat. LHM $= \frac{1}{2}$ ſp. VERL.

§ II [8]).

Si deſcriberetur Logarithmica cujus ſubtangens AS $= \sqrt{2aa}$, quantum eſt latus quadrati in angulo hyperbolae TVE. Et ad illam applicarentur duae rectae

---

à soustangente donnée), atque ita absolute quadraretur spatium NHM (lisez FLM); quod fieri non potest, cum a quadratura Hyperbolae ejus dimensio pendeat, ut invenit Hospitalius". Et Huygens ajoute „...haec omnia nihil juvant. Ergo pag. sequenti methodum Fermatii experiamur", c'est-à-dire la méthode mentionnée dans la Lettre N°. 2777.

[2]) *Réduction de la quadrature de l'aire LHM à celle de l'hyperbole.*

[3]) Consultez la pièce N°. 2661, où l'aire $\alpha\lambda\omega\gamma$ de la figure 1 de cette pièce est réduite successivement à la somme d'une série infinie (au § I), à une aire hyperbolique (aux §§ II et III) et aux logarithmes (au § V, voir la note 37).

Or l'équation de la courbe $\lambda\alpha$: $y = \eta\lambda = \frac{a^3}{a^2 - x^2}$ ne diffère pas essentiellement de celle: $\omega = \frac{2a^3}{a^2 - z^2}$ de la courbe VD.

[4]) Lisez : $\int \omega z dz$; $\omega =$ MD, $z =$ LM.

[5]) Lisez : $\int ay dz$; $y =$ MH.

[6]) Lisez : $\int zz d\omega$.

[7]) Le théorème qui précède constitue une application de la méthode de Fermat; mais Huygens fait suivre une démonstration indépendante.

[8]) *Déduction de la construction simplifiée à l'aide du résultat obtenu dans le paragraphe précédent.*

rationem habentes quam DM ad VL, hoc eſt quam ω ad $2a$, vel quam MH ad 2LM, hoc eſt quam y ad $2z$, iſtarum rectarum diſtantia in aſymptoto Logarithmicae ducta in AS ſubtangentem, faceret rectangulum = ſpatio hyperbolico VERL [9]) quod duplum eſſet ſpatii LHM. Si vero in logarithmica cujus ſubtangens LA ſive a duae rectae in eadem dicta proportione ſtatuantur ad aſymptoton, earum diſtantia ducta in ſubtangentem AL, faciet rectangulum dimidium prioris, quia alterum illud rectangulum erit ad hoc in duplicata ratione laterum. Ergo poſterius rectangulum fiet aequale ſpatio LHM. Hinc breviſſima conſtructio.

Ductu enim tangente in L puncto curvae LH (ſumpta nempe AB dupla LA [10])) à puncto π ubi ſecat applicatum MH ducatur aſymptoto parallela ad Logarithmicam $\rho\sigma$ cujus ſubtangens = LA, eique occurrat in ρ. Item à puncto H ſimilis parallela occurrat Logarithmicae eadem in σ. Jam diſtantia [$\rho\tau$] duarum perpendicularium in aſymptoton ex punctis ρ et σ ductarum cum recta LA faciet rectangulum aequale ſpatio LMH [11]).

Convenit cum quadratura Hoſpitalij [12]) ſed eſt brevior conſtructio.

---

9) Voir la note 10 de la pièce N°. 2779.

10) Comparez la Lettre N°. 2775, à l'endroit où il est renvoyé à la note 5.

11) D'après ce qui précède, cette aire égale $aa\,l\,\frac{MH}{2LM} = aa\,l\,\frac{MH}{M\pi}$, d'où la construction se déduit très facilement.

12) Voir la Lettre N° 2775, au lieu où se trouve la note 6.

N° 2781.

Christiaan Huygens.

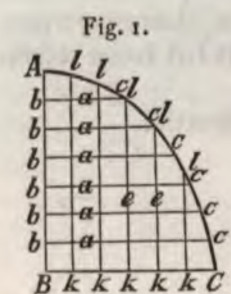
[octobre 1692].

Appendice IV[1]) *au No.* 2777.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

§ I[2]).

Fig. 1.



Particulae aequales in AB aequales ſunt ſingulis particulis aequalibus in BC. Singulae BC, *bc* vocentur *a*[3]); ſingulae LK, *lk* vocentur *e*; $\int$ ſignificat ſummam.

Conſtat jam ſummam omnium *a* aequari ſummae omnium *e*[4]); quia ductae in unam particulam rectae AB vel BC, faciunt aream figurae ABC.

Summa □orum *kl. k*B ſive rectarum *e* in diſtantias ſuas ab AB, aequaliter creſcentes, quae ſunt *a*, eſt aequalis $\frac{1}{2}$ ſummae quorum ab rectis *cb* quae dividunt AB in partes aequales. Ratio intelligitur ex ungula 45 gr. ſuper fig. ABC abſciſſa per AB, quia ungula haec ſecta planis ad figuram rectis, ſecundum lineas *lk* facit $\int$.^m □orum *kl. k*B. Eadem vero ſecta planis ad figuram rectis, ſecundum lineas *bc*, facit $\int$. $\frac{1}{2}$ quorum ex *bc* ſive *a* utrimque nempe omnia ducta intelligenda in unam particularum BC vel AB rectarum[5]).

Itaque $\int . ae = \frac{1}{2} \int . aa$.

---

[1]) Cet Appendice, emprunté aux pages 110, 111, 138—140 du livre H, contient les démonstrations des théorèmes qui servent de fondement à la méthode de Fermat, de laquelle il est question dans la Lettre N°. 2777, et en outre quelques applications de cette méthode. Il a été reproduit dans un autre arrangement par Uylenbroek, Exercitationes, Fasc. II, p. 145—154.

[2]) *Démonstration du théorème* $\int xy\,dx = \frac{1}{2}\int x^2 dy$ *(en valeur absolue), où les intégrations doivent être exécutées le long d'une courbe qui s'étend d'un point A sur l'axe des-y à un point C sur l'axe des-x.*

[3]) C'est la notation de Fermat, qui emploie les voyelles pour désigner les quantités variables et les consonnes pour les quantités constantes.

[4]) En notation moderne $\int x dy = \int y dx$.

[5]) C'est-à-dire en multipliant la première somme par une des particules *kk* et la seconde par *bb* où *kk* = *bb*.

§ II[6]).

a	e
$\frac{1}{2}a$ brachia rectarum a ſuper AB	a brachia rectarum b ſuper AB
$\frac{1}{2}aa$.	ae.

§ III[7]).

$\frac{1}{2}aa$ ſemiquadrata ſuper applicatis ſeu trianguli quorum anguli 45 gr. ſunt ad AB.	ae rectang. ae ſeu Bk, kl erectam ſuper lk.
$\frac{2}{3}a$ brachia iſtorum triangulorum ſuper AB.	a brachium rectangulorum ae ſuper AB.
$\frac{1}{3}a^3$.	aae.

$$\text{ſ.}\ \frac{1}{3}a^3 = \text{ſ.}\ aae.$$

§ IV[8]).

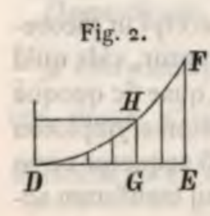


Fig. 2.

Hic ſuper omnibus applicatis BC ſive a reſidua parabolica ejuſdem omnia parabolae, qualia ſunt DEF, DGH, etc. intelligenda ſunt, quae ſunt inter ſe ut cubi rectarum a ſeu applicatarum[9]). Quae reſidua in ſua brachia ducta hoc eſt in $\frac{3}{4}a$, facient producta in ratione quadratoquadratorum ſuper a. Summa

[6]) *Autre démonstration du même théorème.* (Le moment de l'aire ABC sur AB est calculé de deux manières différentes).

[7]) *Démonstration du théorème* $\frac{1}{3}\int x^3dy=\int x^2ydx$. (Le moment, sur un plan vertical passant par AB, de l'„ungula" du § I est calculé de deux manières différentes).

[8]) *Démonstration du théorème* $\int x^4dy=4\int x^3ydx$. (Le moment sur un plan vertical passant par AB du volume engendré par les paraboles $z=y^2:r$ est calculé de deux manières différentes).

[9]) C'est-à-dire leurs aires DEF, DGH.

vero iſtorum productorum erit eadem ac eorum quae fiunt ex rectangulis HG in kl, ſeu l, ductis in ſua brachia a. Sunt autem HG $= \frac{aa}{r}$; reſidua ut DHG ſunt $\frac{1}{3} \square$ HD hoc eſt $\frac{1}{3}\frac{a^3}{r}$.

$\frac{1}{3}\frac{a^3}{r}$ [reſiduum HDG].	$\frac{aa}{r}$ [recta HG]
$\frac{3}{4}a$ [brachium ſuper AB].	e [recta kl]
$\frac{1}{4}\frac{a^4}{r}$	$\frac{aae}{r}$ [rectang. HG kl]
	a [brachium ſuper AB]
	$\frac{a^3e}{r}$

$$\int \frac{1}{4}\frac{a^4}{r} = \int \frac{a^3e}{r}\ ;\ \int a^4 = \int 4a^3e$$ [10]).

§ V [11]).

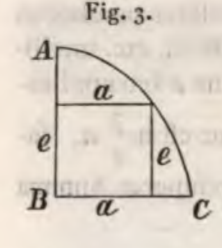


Fig. 3.

Oportet a vel e [fig. 3] ab angulo recto B accipi ut theoremata iſta locum habeant (cum vero aliter accipiuntur, vide quid eveniat in exemplo extremae paginae hujus [12]), quae ſic quoque vera ſunt ſi curva CA in infinitum abeat ſecundum aſymptoton BA, ſed ita ut ſpatium tamen infinitum CAB aequetur certo ſpatio, ſive ut quantumlibet prope ad certi ſpatij menſuram accedat.

---

[10]) Il est clair que le même procédé pourrait servir pour la formule générale $\int x^m dy = m\int x^{m-1} y dx$, les aires es les centres de gravité des paraboles $z = y^{m-2} : r^{m-3}$ étant connus.

[11]) *Quelques remarques supplémentaires.*

[12]) Voir le premier exemple du § VI.

Fig. 4. Fig. 5.

Poteſt quoque curva ſolum incipere in D, ut DC [fig. 4] ſit recta linea, DA curva, et tunc DC minima omnium a.

Poteſt etiam et infinita extenſio eſſe curvae DA [fig. 5], et ſimul DC recta linea.

Attamen e quae in aequatione ſunt tantum quae ex curva DA applicantur ad RA. Et e quae in ▭ DB vocantur E.

§ VI [13]).



Fig. 6.

BF [fig. 6] curva. BH $= e$; HK $= a$; BD ſive GF $=$ E maxima omnium e; DF $=$ A maxima omnium a.

Hic ſumma omnium eea, hoc eſt ſolidorum ex omnibus a in quadrata diſtantiarum ſuarum à BG, erit aequalis

$$\frac{1}{3}\int E^3 - \frac{1}{3}\int e^3.$$

BD et BG in particulas utrimque aequales diviſae intelliguntur; jamque in $\int eea$, e ſignificant diſtantias ipſarum HK ſeu a à BG aequaliter creſcentes; at in $\int e^3$, e ſignificat rectas à curva BF applicatas ad BG, eamque in dictas particulas aequales iis quae in BD, dividentes; denique in E^3, E ſignificat rectas quarum ſingulae aequales GF ſive BD, maximae omnium e, quaeque ſunt ipſae e uſque ad DF productae.

Demonſtratio. Quum $\int$ omnium KL in quadrata diſtantiae ſuae e^2, aequetur $\frac{1}{3}\int$ cuborum applicatarum e, quae BG in particulas aequales dividere intelliguntur, ſitque $\int$ omnium HL, ipſi DF ſeu maximae a aequalium, in quadrata diſtantiarum e^2, aequalis $\frac{1}{3}$ cuborum ex omnibus E, ſequitur $\int$ omnium HK in qu. diſtantiarum ſuarum ee aequari $\frac{1}{3}\int E^3 - \frac{1}{3}\int e^3$ [14]).

[13]) *Extension des théorèmes de Fermat à quelques cas où la courbe ne s'étend pas d'un point de l'axe des y à un point de l'axe des x* (c'est-à-dire où les termes $x_2y_2^m$ et $x_1y_1^m$ de l'équation mentionnée dans la note 14 de la Lettre N°. 2777 ne s'annulent pas).

[14]) Pour $\int E^3$ on pourra écrire : AE^3; pour $\int e^3$: $\int x^3dy$, si BH $= x$, HK $= y$. On a donc en langage moderne $\int xy^2dx = \frac{1}{3}AE^3 - \frac{1}{3}\int x^3dy$; relation correcte.

Fig. 7.

BF [fig. 7] curva NP = *e*; PK = *a*; NO = E; OF = A.

Rectae *a* sunt à curva BF applicatae ad NO, eamque in particulas aequales dividentes.

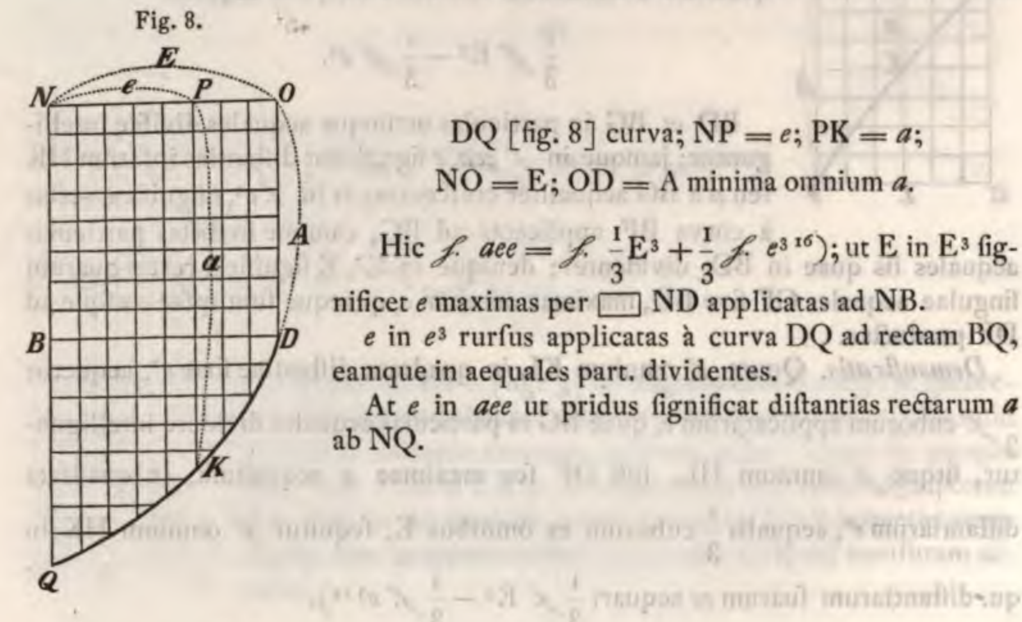
Etiam hic $\int. aee = \frac{1}{3} \int. E^3 - \frac{1}{3} \int. e^3$ [15]).

Sed E in E^3 significant *e* maximas per totum ▭NF applicatas ad NG, eamque in particulas aequales tum inter se, tum rectam NO dividentes.

e vero in e^3 rursus applicatas à curva BF ad BG, eamque in particulas dictis aequales dividentes.

Item *e* in *aee* significat rursus distantias linearum PK ab recta NG aequaliter per particulas crescentes.

Fig. 8.



DQ [fig. 8] curva; NP = *e*; PK = *a*; NO = E; OD = A minima omnium *a*.

Hic $\int. aee = \int. \frac{1}{3} E^3 + \frac{1}{3} \int. e^3$ [16]); ut E in E^3 significet *e* maximas per ▭ ND applicatas ad NB.

e in e^3 rursus applicatas à curva DQ ad rectam BQ, eamque in aequales part. dividentes.

At *e* in *aee* ut pridus significat distantias rectarum *a* ab NQ.

---

[15]) En posant NP = x, PK = y, on arrive à la relation de la note précédente.

[16]) En parcourant la courbe dans la direction de Q à D on a, en notation moderne, $\int x^2 y dx = \frac{1}{3} AE^3 - \frac{1}{3} \int x^3 dy$, mais, puisque les accroissements dy de PK sont alors négatifs, on doit remplacer $-\frac{1}{3} \int x^3 dy$ par $\frac{1}{3} \int e^3$, ce qui amène la relation obtenue par Huygens.

§ VII [17]).

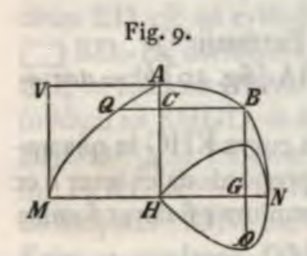


Fig. 9.

Confideretur primo AH [fig. 9] divifa in partes minimas aequales, tunc fingula quadrata ramorum BC applicata rectae AH vel ipfi aequali AV, vel alij lineae fi velimus, faciunt rectas CQ, quae hic cadunt in parabolam AM, cujus vertex M, axis MH. Haec ex calculo ad ℵ [18]).

Deinde confideretur HN divifa in partes aequales ijs in quas fecta fuit AH, nec referret fi non exacte explerent HN, uti nunc faciunt quia ABN ponitur quadrans circuli.

Jam omnia fimul rectangula ex BG in GH bis fumpta, aequari fcimus omnibus quadratis CB (vide pag. 110 [19]), ac proinde omnia fimul rectangula BG in GH erunt aequalia $\frac{1}{2}$ omnium quadratorum BC. Quare etiam omnia rectangula BG in GH fi applicentur ad eandem AH aut aliam rectam, ad quam applicata fuerunt quadrata BC (ex qua applicatione hic natae funt rectae GO, faciendo ut AH ad HG ita BG ad GO) erunt neceffario omnes fimul GO aequales dimidio omnium fimul CQ, quae ex applicatione totorum quadratorum BC ad AH ortae erant; atque ita figura HON hic $\frac{1}{2}$ parabolae AMH, five $\frac{1}{3}$ quadrati ex AH [20]).

Hoc eft fundamentum eorum quae habet Fermatius in libro de aequationum localium tranfmutatione pag. 51, 52 &c. [21]); quae ibi confufe perverfe et nulla addita demonftratione proponuntur, et plena praeterea funt fphalmatis typographicis.

---

[17]) *Première application. Quadrature de la courbe* $x^4 - a^2x^2 + a^2y^2 = 0$.

[18]) Il ne semble pas nécessaire de reproduire ce calcul puisqu'on trouve immédiatement $QC = BC^2 : AH = (AH^2 - HC^2) : AH = AH - HC^2 : AH$.

[19]) Voir le théorème du § I de la présente pièce.

[20]) Ainsi la quadrature est trouvée de la courbe $GO = y = HG \times BG : AH = x\sqrt{a^2 - x^2} : a$, ou bien: $x^4 - a^2x^2 + a^2y^2 = 0$, sur laquelle Huygens remarque encore: „quadrabilis, 5ta Huyghenij, vide pag. 19. (Voir la note 2 de la Lettre N°. 2735). Ejusdem generis cujus mea pag. 1 lib. G. [voir le § I de la pièce N°. 2612] nec tamen prorsus eadem. Ergo apud Fermatium potuit hujus quadraturam invenisse Leibn." On rencontre cette quadrature de Leibniz à la page 51 de la Lettre N°. 2664.

[21]) Voir la note 14 de la Lettre N°. 2777. Remarquons encore que plusieurs des erreurs typographiques assez embarrassantes qu'on rencontre dans l'édition originale ne se retrouvent plus dans l'édition récente de Tannery et Henry, où en outre la figure de la page 51 (page 271 de l'édition récente), a été améliorée par l'addition de la courbe HONH.

§ VIII [22]).

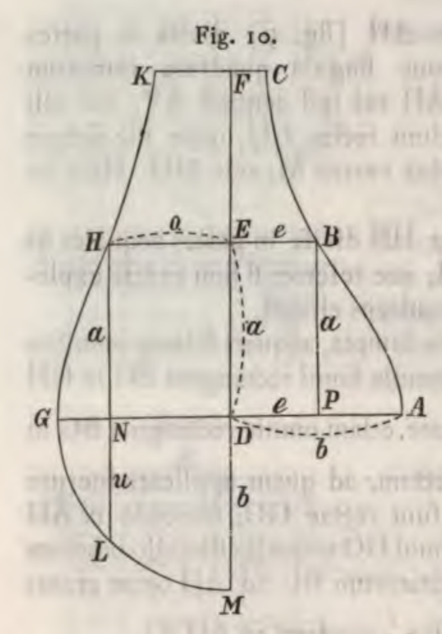


Fig. 10.

Ad pag. 54 operum Fermatij [23]).

Aequatio curvae CBA [fig. 10] $b^3 = aae + + bbe$.

Sit $oo = be$; fit nova curva KHG in qua applicatae o ſunt mediae proportionales inter b et e; dabiturque ſumma omnium e ſi detur ſumma quadratorum oo.

$\frac{oo}{b} = e$; fit $b^3 = \frac{aaoo}{b} + \frac{bboo}{b}$; $b^4 = aaoo + + bboo$ aequatio curvae KHG.

Sit jam $ao = bu$ [24]); fit $b^4 = bbuu + bboo$; $bb - oo = uu$ aequatio curvae GLM, quae eſt circ. circonf.ª Ergo omnia o habentur quadra circuli.

Nam ſummam quad.orum oo ſcimus aequari duplae ſummae rectangulorum oa [25]). Ergo et duplae ſummae rectang.orum bu, quia $bu = oa$. Si ergo applicentur omnia quª oo ad b, itemque applicentur omnia rectangula bu ad b, fient lineae quarum ſumma priorum $\frac{oo}{b}$ ſive e, erit dupla ſummae poſteriorum, quae ſunt u. Atqui omnes e faciunt ſpatium infinitum CBADEF, ſi nempe ductae intelligantur in unam particularum aequalium in quas DF infinita ſecta eſt a rectis e. Omnes item u faciunt quadrantem circuli DGM, ductae nempe in unam particularum aequalium in quas ſecta eſt DG à rectis u, quae particulae prioribus aequales ponuntur. Eſt ergo ſpatium infinitum CBADEF duplum quadrantis DGM. Adeoque quadratura ejus pendet a quadratura circuli.

---

22) *Deuxième application. Quadrature de la courbe* $xy^2 + a^2x - a^3 = 0$.

23) Ici, comme dans les autres exemples, Huygens a suivi les indications de Fermat; mais de manière à obtenir des résultats mieux précisés. La page 54 citée correspond à la page 279 de l'édition récente.

24) En guise d'explication Huygens ajoute „pono $ao = bu$ quia si inveniam omnia u habebo omnia ao, ideoque et omnia oo quia haec = bis omnia ao. Habebo autem omnia u poſità quadratura circuli".

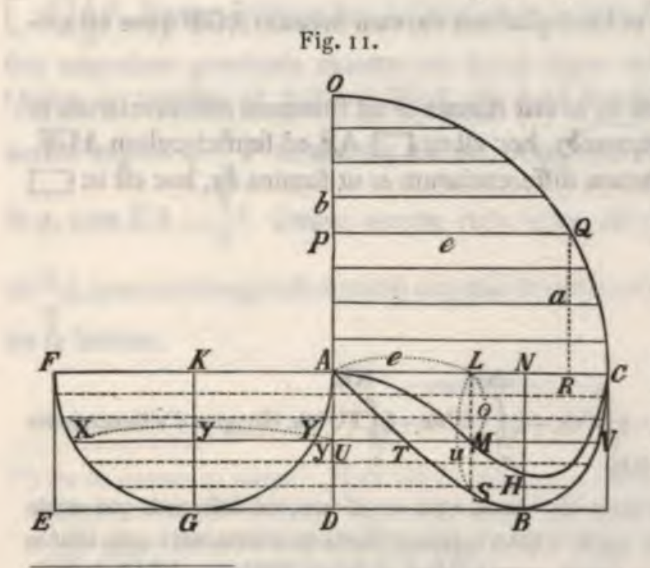
25) Par l'application du théorème du § I de cette pièce, la courbe GHK étant supposée s'étendre jusqu'à l'infini.

Dico et ſpatium BPA eſſe duplum ſpatii GNL. Sunt enim omnia qu.a *oo* ſolidi EHDG ad omnia quadrata partium *o* in rectangulo EN, ſicut omnes *e* in ſpatio BADE ad omnes partes linearum *e* in rectangulo BD. Itaque ſolidum ex EHGD circa ED eſt ad cylindrum ex ▭° EN circa eandem ED, ut ſpatium EBAD ad ▭ BD. Et dividendo, ſolidum ex EHGD ad ſolidum ex HNG circa eandem ED, ut ſpatium EBAD ad ſpatium BPA. Sed ſolidum infinitum ex KGDF eſt ad ſolidum ex EHGD, ut ſpatium inf.m FDAC ad ſpat. EBAD. Ergo ſolid. infin. ex EHGD [26]) ad ſolidum ex HGN ut ſpat. inf. FDAC ad ſpat. BPA. Sed ſolidum inf. ex KGDF eſt ad ſolid. ex HGN ut omnia *ao* in ſpatio inf.° KGDF ad omnia *ao* in ſpatio HGN, hoc eſt ut omnes *u* in ſpatio DMG ad omnes *u* in ſpatio LGN. Ergo ut quadrans DMG ad portionem LNG ita ſpat. inf. FDAC ad ſpat. BPA etc.

KHG curva eſt ea quae noſtra auxiliatrix ad conſtruendum catenariam [27]).

§ IX [28]).

Fig. 11.



Ad pag. 55 et 56, Fermatij [29]).

Aequatio curvae OC [fig. 11] datur $bb - aa = ee$, quae eſt circuli circonf.a PQ ſunt *e*, PA vel QR ſunt *a*. AO rad. $= b$. Quaeritur ſumma cuborum *e*.

Si haberem ſummam omnium *aee*, haberem et ſummam omnium e^3, quia $\int eea = \frac{1}{3} \int e^3$ [30]).

Sit $bbo = aee$, unde $\frac{bbo}{ee} =$

[26]) Liſez KGDF.

[27]) En effet, l'équation $b^4 = aaoo + bboo$ peut être identifiée avec celle de la courbe $xxyy = a^4 - aayy$, mentionnée entre autres dans la pièce N°. 2624.

[28]) *Quatrième application. Détermination de l'intégrale* $\int x^3 dy$, *étendue à un quart de cercle.* Pour une cinquième application, se rapportant à la quadrature du „folium" de Descartes, nous renvoyons à la pièce N°. 2782.

[29]) Voir les pages 281 et 282 de l'édition récente de Tannery et Henry.

[30]) Voir le § III de cette pièce.

$=a$ et $o=\frac{aee}{bb}$. Hinc curvam ſecundam conſtruo AHC, in qua AL ſunt e, LM ſunt o; cujus curvae aequatio fit, ſubſtituto in aequ.e valore a, $bb-\frac{b^4oo}{e^4}=ee$, ſive $bbe^4-b^4oo=e^6$.

In hac curva jam ſciri deberet ſumma omnium o.

Sit $eu=bo$. Si jam ſ. eu haberem, etiam ſ. bo haberem, ideoque ſ. o; fit autem nunc curva $bbe^4-e^6=bbeeuu$ ſive $bbee-e^4=bbuu$ quam conſtruo ex eo quod $u=\frac{bo}{e}$: ſumtis e ut ante in AC aequalibus. Eſt autem haec curva ABC ($\mathrm{LA}=e$, $\mathrm{LS}=u$) eadem quae in Exemplo pag. 138[31]); ut patet ex aequatione. In hac curva ſi haberem ſummam omnium e qu. (quae rectam AD aequaliter ſecare jam debent) in ſpatio ABD, itemque ſ. e qu. quae in ſpatio ADBC, haberem et eorum differentiam, quae aequalis eſt omnibus[32]) eu; unde ſ. bo haberem[33]).

Pono $ee=by$, unde $y=\frac{ee}{b}$ et hinc quartam curvam invenio AGF quae eſt circuli circonf.a [34]).

Ergo[35]) quia ſingula by ſunt $=ee$ erit ſumma ee ad ſummam differentiarum ee ut ſumma by ad ſ. differentiarum by, hoc eſt ut $\square$ AE ad ſemicirculum AGF. Et ſumma ee ad dimidiam ſummam differentiarum ee ut ſumma by, hoc eſt ut $\square$

---

31) Voir le § VII de cette pièce.

32) Lisez: „duplo omnium”.

33) On a en effet: $\int_{0}^{AC} eu\,de=-\frac{1}{2}\int_{0}^{NB} e^2du-\frac{1}{2}\int_{NB}^{0} e^2du=\frac{1}{2}\int_{0}^{NB}\mathrm{VU}^2du-\frac{1}{2}\int_{0}^{NB}\mathrm{TU}^2du$. Huygens d'ailleurs ajoute la justification qui suit: „Non enim hic omnia e qu. $=$ ſ. $2eu$, sed differentia quâ omnia quad.a rectarum e quae sunt in spatio CBDA superant omnia qu.a rectarum e quae sunt in spatio BAD, est aequalis 2 ſ. eu. Omnia eu est solidum ex figura ABC circa AD [il s'agit du cylindre sur ABC coupé par un plan partant de AD sous un angle de 45°]; hoc autem habetur aeq. dimidio ex omnibus e qu.is; hoc est ex solidis ex ABD et ACBD circa AD. Est enim horum differentia, hoc est summarum omnium dimidiorum quad.orum ee.”

34) Puisque, d'après un petit calcul en marge, la substitution de $ee=by$ dans l'équation $bbee-e^4=bbuu$ de la troisième courbe, amène l'équation $b^3y-bbyy=bbuu$ ou bien $by-yy=uu$.

35) Le raisonnement qui va suivre, semble embarrassant et compliqué plus que nécessaire, puisqu'il suffit de remarquer qu'on a, d'après ce qui précède, ſ. $eu=\frac{1}{2}$ ſ. $\mathrm{UV}^2-\frac{1}{2}$ ſ. $\mathrm{UT}^2=\frac{1}{2}b$ ſ. $\mathrm{XU}-\frac{1}{2}b$ ſ. $\mathrm{YU}=\frac{1}{2}b$ aire FGA $=b$ aire KGA; résultat consigné dans l'alinéa suivant.

AE in altitudinem b ad dimidiam ſummam differentiarum by, hoc eſt ad quadrantem KGA in altitudinem b [36]).

Ergo quadrans KGA in altitudinem b erit aequalis ſummae omnium e in u.

Ergo et ſummae omnium bo, quia aequalia poſuimus $eu = bo$.

Ergo ſpatium AHC = quadranti KGA; quod Notandum [37]).

Sed $[\int\cdot]\, bbo$ erat $= [\int\cdot]\, aee = \frac{1}{3}[\int\cdot]\, e^3$. Ergo quadrans KGA in altitudinem b, inſuper ductus denuo in b, aequabitur $\frac{1}{3}[\int\cdot]\, e^3$.

Hinc vero invenitur centrum gravitatis ungulae ſuper quadrante AOC abſciſſae per AO ang.° ſemirecto, oportet enim eam in brachium ſuum ſuper AO ductam aequari omnibus ſemiquadratis ſuper lineas e in ungula exiſtentibus ductis in ſua brachia ſuper AO, hoc eſt in $\frac{2}{3}e$, unde oritur $\frac{1}{3}[\int\cdot]\, e^3$ pro producto ungulae dictae in brachium ſuum. Erat autem et ſolidum ex quadrante KGA in b ductum $[\int\cdot]\, \frac{1}{3}e^3$. Itaque ſolidum hoc ſuſpenſum in puncto C brachij CA aequiponderat ſive aequalem gravitatis momentum habet ſuper recta AO, ac ungula ante dicta. Quare ut ungula ad ſolidum illud, ita b ad brachium ungulae ſuper AO. Eſt autem ungula $= \frac{1}{3}b^3$ ut aliunde notum, et ſolidum dictum $= \frac{1}{4}bbq$, ſi arcus GA ſit q: nam KA $= \frac{1}{2}b$. Itaque eorum ratio quae $4b$ ad $3q$. Ergo ut $4b$ ad $3q$ ita b ad $\frac{3}{4}q$, quae erit longitudo brachij ungulae in rectam OA, quod et aliunde ſcimus [38]) ita ſe habere.

---

[36]) On lit encore en marge: „Nota hic ad summam omnium ee inveniendam in curva ABC, debuisse duci istas e ita ut rectam AD in partes aequales dividerent; neque aliter ad curvam ABC alia statui poterat ad rectam AD, in qua y essent ut ee. Ex duabus autem e quae sunt UT, UV, fiunt duae y quae sunt UY, UX".

[37]) On connait donc de cette manière la quadrature de la boucle formée par la courbe $y^2 = (a^2 - x^2)x^4 : a^4$.

[38]) Sans doute à l'occasion de la détermination du centre d'oscillation d'un secteur de cercle. Comparez la Propositio XXI de l'„Horologium Oscillatorium", Pars Quarta, d'après laquelle la détermination du centre d'oscillation de la figure plane AOC, oscillant autour de l'axe OA, dépend de celle du centre de gravité de l'„ungula" en question, et consultez en particulier le sous-article de cette proposition intitulé: „Centrum oscillationis Sectoris circuli". En effet, la longueur $\frac{3}{4}q$ du „brachium ungulae" n'est autre que la distance du centre d'oscillation de la figure AOC à l'axe AO.

N° 2782.

CHRISTIAAN HUYGENS.

21 NOVEMBRE 1692.

Appendice V[1]) *au No.* 2777.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

21 Nov. 1692. hanc e tenebris erui quadraturam.

§ I[2]).

$e^3+u^3=eub$. Aequatio curvae a Cartesio, Huddenio et aliis multo examinatae[3]).

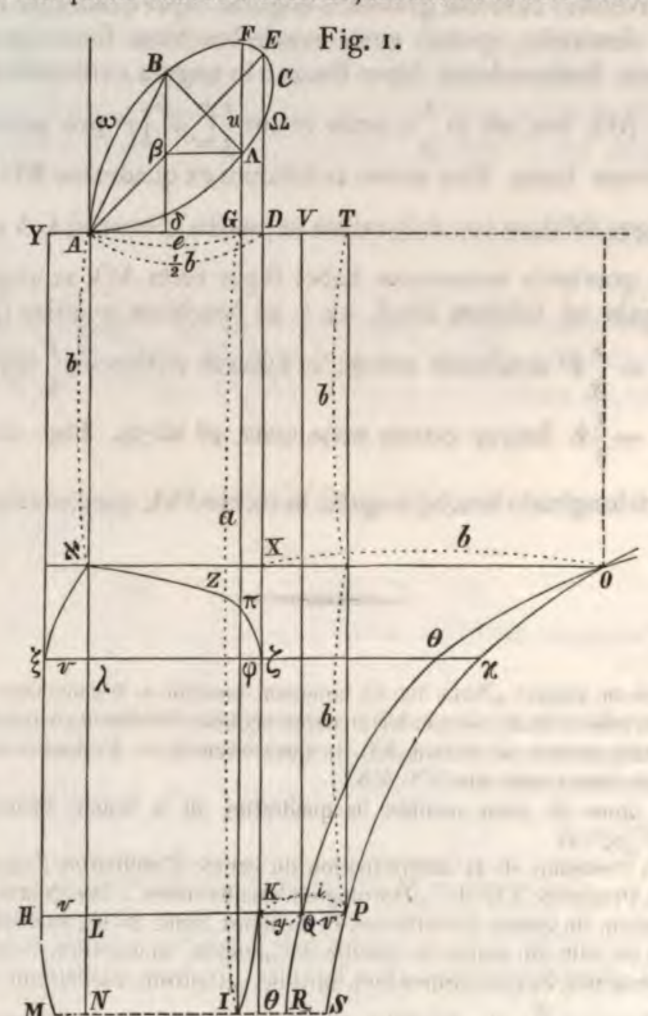


Fig. 1.

¹) Cet appendice, que nous avons emprunté aux pages 141—145 du livre H, contient la quadra-

Haberem quadraturam ſi cognoſcerem ſummam omnium u ſeu FG in ſpatio ABED, nam ablato triangulo EAD fiet ABE hoc eſt $\frac{1}{2}$ ſpatium folij ABCA.

Sit $bbu = aee$; unde $a = \frac{bbu}{ee}$ et hinc alia curva conſtruatur KI; cujus aequatio, ex priori data, erit $\frac{b^5a - b^6}{a^3} = e^3$.

Si haberem $\int aee$, haberem et $\int bbu$, et hinc $\int u$. Sed $\int aee$ eſt $\frac{1}{3} \int e^3$. Ergo opus habeo $\int e^3$ in nova curva.

Sit $e^3 = bbv$ vel $bbi - bby$.

$bbi = \frac{b^5a}{a^3}$; $aai = b^3$; Hyperboloides quadrabilis OPS; cujus ſpatium infin. KPSθ = ▭ PD; $bby = \frac{b^6}{a^3}$; $a^3y = b^4$; Hyperboloides quadrabilis OQR; cujus ſpat. infin. KQR$\theta = \frac{1}{2}$ ▭ QD.

Si tentaſſem [4]) quadrare portionem ut AΛG, tunc omnes a ad AD applic. terminatae fuiſſent in curva quadam ℵZζ, cui convenit ut $\int aee$ ſit $\frac{1}{3}\left[\int\right] E^3 - \frac{1}{3}\int e^3$ [5]), hoc eſt omnes a (Gπ) in quadrata diſtantiarum ſuarum ab Aλ, hoc eſt omnes Gφ minus omnibus $\pi\varphi$ in quadrata diſtantiarum iſtarum. Sed omnibus $\pi\varphi$ in quadrata iſta $= \frac{1}{3}\int$ cuborum ex e, quae in ſpatio ℵζλ...... Sed haec via impeditur [6]).

Sumpſi igitur quadrandum ſpatium ABED, ex quo inventae lineae GI, ſive a,

---

ture du folium de Descartes $x^3 + y^3 - bxy = 0$. Il a été reproduit par Uylenbroek, Excercitat. math., Fasc. II, p. 154—158, sous un arrangement un peu différent. Nous avons ajouté une division en paragraphes.

2) *Quadrature de la boucle entière.*

3) Voir les notes 21 et 22 de la Lettre N°. 2777.

4) C'est ici que commencent les recherches originales de Huygens; ce qui précède pouvant être considéré essentiellement comme un exposé sous une forme plus géométrique et en ordre inverti des indications données par Fermat comme devant mener à la quadrature du folium. Consultez encore la note 14 de la Lettre N°. 2777.

5) Voir le § IV de la pièce N°. 2781.

6) Ces mots sont précédés de quelques phrases biffées et illisibles. Remarquons d'ailleurs que le point ζ correspond au point Ω et non au point E. En prolongeant la courbe ℵζ elle atteindrait le point K pour y rejoindre la ligne KI qui appartient à la même courbe.

conſtituunt (quod mirum videri queat) ſpatium DKINA, in quo applicantur e ad rectam AN infinite protenſam, ſit vero DK $= 2b$[7]), ſed curva KI incipere cenſenda ab infinitâ diſtantia prope aſymptoton NA. In eo vero jam ſpatio omnes e aequantur omnibus a et omnes $eea = \frac{1}{3}$ omnium e^3 [8]).

Porro ex e inveniuntur v, ipſis e indirectum adjunctae [9]); deinde ſumma omnium v invenitur, in qua computantur primo omnes v in $\square$ YALH; deinde omnes MN; incipiendo ab LH, quia KD eſt prima ac minima omnium a; atque iſtae MN ſeu v aequantur porro ſingulae rectis RS, inter hyperboloides OPS, OQR interceptis ac ſibi reſpondentibus. Incipiunt autem hyperboloides a puncto O, angulo quadrati cujus latus b. Eſtque ſpatium infinitum inter eos interceptum PQRS = ſpatio infinito HLNM. Pro omnibus v igitur habemus omnes quae ſunt in $\square$ AH et in ſpatio infinito QPSR, quod aequale invenitur $\square$°TK $-$ $\square$QX [10]); ſed quia [$\int$] bbv eſt $=$ [$\int$] e^3, hoc eſt [$\int$] $3aee$, hoc eſt [$\int$] $3bbu$, erunt omnia $bbv =$ ter omnibus bbu et $\frac{1}{3}$ omnium $bbv =$ omnia bbu. Ergo $\frac{1}{3}$ omnium $v =$ omnibus u, quae facere inteliguntur ſpatium ABED, ductae nempe in unam aequalium partium in quas ipſae u dividunt rectam AD, ſicut omnes in infinitum v in aequalem priori particulam ductae in quas v vel e dividunt rectam infinitam ALN, faciunt ſpatium infinitum AYHMNA, hoc eſt $\square$ KT $-$ $\square$ QX una cum $\square$ AH. Itaque horum tertia pars hoc eſt $\square$ VX [11]) $+ \frac{1}{3}$ $\square$ AH ſive VK, hoc eſt $\frac{5}{6}$ $\square$ VK aequabuntur ſpatio ABED.

---

7) Puisque K est le point de la courbe KI ou $e^3 = b^5 \bar{a}^2 - b^6 \bar{a}^3$, pour lequel $e = \mathrm{AD} = \frac{1}{2} b$.

8) En notation moderne $\int e^2 a\, de = \frac{1}{3} \int e^3\, da$, en valeur absolue, où toutefois la seconde intégration doit être étendue aussi bien sur la droite KD que sur la courbe IK, ce qu'on ne devra pas perdre de vue dans ce qui va suivre. La relation est correcte puisque ici ae^3 s'approche de zéro pour $e = 0$, $a = \infty$.

9) Puisqu'on a $v = \mathrm{MN} = e^3 b^{-2}$, où e représente l'abscisse AG du point correspondant I de la courbe KI. Ainsi, pour $e = \mathrm{LK} = \frac{1}{2} b$, on trouve $v = \mathrm{HL} = \frac{1}{8} b$.

10) Puisque $\square$ QX $= \frac{1}{2}$ $\square$ QD.

11) On a en effet, pour KD $= 2b$, DV $= y = b^4 \bar{a}^3 = \frac{1}{8} b$, DT $= i = b^3 \bar{a}^2 = \frac{1}{4} b$; donc, puisque DX $= \frac{1}{2}$ DK, b $\square$ VX $= \frac{1}{8} b^2$, $\square$ KT $-$ $\square$ QX $= \frac{1}{2} b^2 - \frac{1}{8} b^2 = \frac{3}{8} b^2 = 3$ $\square$ VX.

Sed $\square$ VK $= \frac{1}{4} bb$. Ergo ſpat. ABED $= \frac{5}{24} bb$, et demto triangulo ADE $=$ $= \frac{1}{8}$ ſive $\frac{3}{24} bb$, fit ſp. ABE $= \frac{2}{24}$ ſive $\frac{1}{12} bb$.

Folium ABEΛA aequale $\frac{1}{3}$ quadrati ab AE diametro [12]).

§ II [13]).

Quaeritur quadratura univerſalis curvae pag. praecedentis.

KP $= \frac{e^4}{buu}$ [14]); DK $= a = \frac{bbu}{ee}$; ſpat. infin. KPSθ $=$ [$\square$ PD] $= \frac{bee}{u}$.

KQ $= \frac{e^6}{bbu^3}$; DK $= a = \frac{bbu}{ee}$; ſpat. infin. KQRθ $= \left[\frac{1}{2} \square \text{QD}\right] = \frac{e^4}{2uu}$.

AY $=$ [ν] $= \frac{e^3}{bb}$; DK $= a = \frac{bbu}{ee}$; $\square$ AH $= eu$.

$$\text{ſpat. A } [\omega] \text{ B}\partial = \frac{bee}{3u} - \frac{e^4}{6uu} + \frac{eu}{3} \text{ [15]).}$$

ſpat. B [ω] Aβ, ſi A∂ ſit e, ∂B $= u$, $=$ ſpat. A [ω] B$\partial - \Delta$ A$\beta\partial = \frac{bee}{3u} - \frac{e^4}{6uu} +$

$$+ \frac{eu}{3} - \frac{1}{2} ee.$$

ſpat. AβB [ω] $+$ A$\beta\Lambda = 2$ ſpat: B [ω] A$\beta = \frac{2bee}{3u} - \frac{e^4}{3uu} + \frac{2eu}{3} - ee$.

ſpat. A [ω] BΛA $=$ ſpat. AβB [ω] $+$ A$\beta\Lambda$ $+$ triang. B$\beta\Lambda = \frac{2bee}{3u} - \frac{e^4}{3uu} +$ $+ \frac{2eu}{3} - ee + \frac{1}{2} uu - eu + \frac{1}{2} ee = \frac{2}{3} \frac{bee}{u} - \frac{1}{3} \frac{e^4}{uu} + \frac{1}{2} uu - \frac{1}{3} eu - \frac{1}{2} ee$; quadratura univerſalis.

---

[12]) Huygens ajoute encore sur la figure présente : „Spat. $\aleph\xi\lambda = \theta O\varkappa$; $\frac{1}{3} \square$ Yλ $- \frac{1}{3}$ spat. $\aleph\xi\lambda =$ spat. ADΩ".

[13]) *Quadrature du segment AωB de la fig.* 1.

[14]) On doit considérer dans ce qui va suivre le point E comme un point indéfini de la courbe ABE. Alors KP $= i = b^3 a^{-2}$, où $a = bbue^{-2}$; donc KP $= e^4 b^{-1} u^{-2}$.

[15]) En effet, la relation spat. ABED $= \frac{1}{3}$ spat. infinit. KPSθ $- \frac{1}{3}$ spat. inf. KQRθ $+ \frac{1}{3} \square$ AH, qui se déduit facilement des données du paragraphe précédent, est encore valable pour un point quelconque B de la courbe ABE. D'ailleurs Huygens ajoute ici en marge: „In his e et u sumuntur pro maximis linearum e et u quae pag. praecedenti in calculo adhibentur; quae nimirum maximae portionem quamque datam definiunt".

(Si $u = e$: $\frac{2}{3}be - \frac{1}{3}ee - \frac{1}{3}ee$, fit $e = \frac{1}{2}b$, $\frac{1}{3}bb - \frac{1}{6}bb = \frac{1}{6}bb$, ſicut pag. praec. inveneram).

$$bue - e^3 = u^3;\ buee - e^4 = eu^3;\ \frac{bee}{u} - \frac{e^4}{uu} = eu;\ -\frac{1}{3}\frac{e^4}{uu} = \frac{1}{3}eu - \frac{1}{3}\frac{bee}{u}$$

ſpat. A [ω] BΛA $= \frac{1}{3}\frac{bee}{u} + \frac{1}{2}uu - \frac{1}{2}ee$; quadratura univerſalis brevior.

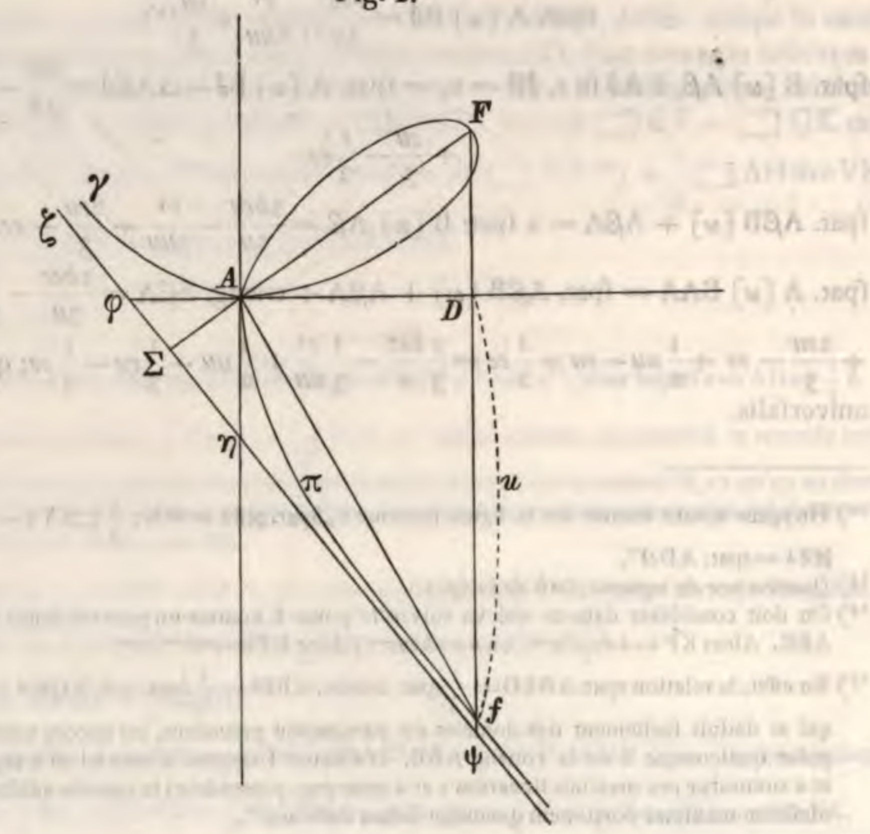
NB. Hic perpend. u, eſſe eam quae a ſuperiori ambitu folij ducitur.

Spat. A [ω] B$\partial = \frac{bee}{3u} - \frac{e^4}{6uu} + \frac{eu}{3}$; ſi hic reſtituatur valor $-\frac{e^4}{6uu}$ fit ſpat. A [ω] B $\partial = \frac{1}{6}\frac{bee}{u} + \frac{1}{2}eu$. Triangulum AB$\partial = \frac{1}{2}eu$. Spat. A$\omega$BA $= \frac{1}{6}\frac{bee}{u}$; ſegmentum.

§ III [16]).

Quaeritur ſpatium A[π] fD [fig. 2], cum Af eſt continuata curva EωA pag.ae

Fig. 2.



141 [17]). Proprietas hujus Af eſt ut differentia cuborum AD, Df ſit aequalis ſolido ex AD, Df et data b.

AD $= e$; D$f = u$; $u^3 - eub - e^3 = o$ [18]); $u^3 - eub = e^3$; $bbu = aee$; $a^3e^3 - ab^5 = b^6$; $e^3 = \frac{b^6 + ab^5}{a^3}$; $e^3 = bby = bbi + bby$; $bbi + bby = \frac{b^6}{a^3} + \frac{b^5}{aa}$

$$i + y = \frac{b^4}{a^3} + \frac{b^3}{aa}; i = \frac{b^3}{aa}; aai = b^3; y = \frac{b^4}{a^3}; a^3y = b^4.$$

Omnia erunt eadem ac pag. 142 [19]) praeter unum ſignum quod hic in + mutandum.

Ergo ſpat. A[π]fD $= \frac{bee}{3u} + \frac{e^4}{6uu} + \frac{eu}{3}$; reſtitue valorem $\frac{e^4}{6uu}$, hic $= \frac{eu}{6} - \frac{eeb}{6u}$ [20]); ſpat. A[π] fD $= \frac{1}{6}\frac{bee}{u} + \frac{1}{2}eu$; $\frac{1}{2}eu =$ triang. ADf; ſpat. AπfA $= \frac{1}{6}\frac{bee}{u}$; A$\varphi = \frac{1}{3}b$, nam A$\Sigma = \frac{1}{3}$ AE [21]), φD $= \frac{1}{3}b + e$; $\Delta\varphi$D$\psi = \frac{1}{18}bb + \frac{1}{3}be + \frac{1}{2}ee$; $\Delta\varphi$A$\eta = \frac{1}{18}bb$; ſp. A$\eta\psi$D $= \Delta\varphi$D$\psi - \Delta\varphi$A$\eta = \frac{1}{3}be + \frac{1}{2}ee$.

ſp. A$\eta\psi f$ finitum $=$ ſp. A$\eta\psi$D $-$ ſp. A[π]fD $= \frac{1}{3}be + \frac{1}{2}ee - \frac{1}{6}\frac{bee}{u} - \frac{1}{2}eu$; $e + \frac{1}{3}b = u$, cum e infinit.; $\frac{1}{2}eu = \frac{1}{2}ee + \frac{1}{6}eb$; ſp. A$\eta\psi f$ infinitum (reſtituto valore $-\frac{1}{2}eu$) $= \frac{1}{6}eb - \frac{1}{6}\frac{bee}{u} = \frac{1}{6}eb - \frac{1}{6}\frac{bee}{e + \frac{1}{3}b}$; hic uterque terminus infinitum efficit ſpatium extenſione, ex quibus differentia colligi nequit, neque putandi ſunt aequales eo quod $e + \frac{1}{3}b$ in diviſore facit idem quod e ut videri poſſet. Patet enim differentiam eorum eſſe $\frac{\frac{1}{18}ebb}{e + \frac{1}{3}b}$. Sed diviſor $e + \frac{1}{3}b$, cum e infinitum, idem valet

---

16) *Quadrature du segment Aπf et de l'espace infini γA$\pi f \varphi \Sigma \zeta$.*

17) Voir la figure 1 de cette pièce.

18) Cette équation est déduite de celle du § I par le changement du signe de la variable u.

19) Voir le § II de la présente pièce.

20) Elle est obtenue au moyen de l'équation $u^3 - eub - e^3 = 0$.

21) Lisez plutôt AF. La relation est indiquée aussi dans la Lettre N°. 2777, mais nous n'en avons pas rencontré la déduction dans le manuscrit de Huygens. On a de plus: AD $= \frac{1}{2}b$, d'où la valeur de Aφ se déduit facilement.

quod *e* folum, in hac determinata quantitate plani. Ergo $\frac{1}{18}bb$ = fpatium infinitum $A\eta\psi f$; $\frac{1}{36}bb$ = triang. $A\Sigma\eta$; $\frac{1}{12}bb$ fpat. infin. $A\Sigma\psi f$; $\frac{1}{6}bb$ fpat. infin. $\gamma Af\psi\Sigma\zeta\gamma$ aequale folio ABEΛA [fig. 1], quod erat $\frac{1}{6}bb$.

N° 2783.

CONSTANTYN HUYGENS, frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

30 DÉCEMBRE 1692.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.

Whitehall ce 30. de Dec. 1692.

J'ay receu la voftre du 23. décemb. et ayant confideré ce qu'il y aura à faire dans cette affaire de Zuylichem [1]) (je dis pour le Miniftere) je croy que le plus court et le meilleur fera de fuivre l'advis de Mr. Verbolt et de prefenter au nom de dieu ce van Holten, car de croire qu'on pourrait faire efcrire le Roy a la claffe je croy que ce feroit fe tromper et de la peine perdue de l'entreprendre. Je croy que cet homme la y eftant mis de la main de Verbolt fufdt. fe gouverneroit par fes confeils et felon ce qui eft de nos interefts et que d'autre cofté on pourroit eviter toutes ces fafcheufes difputes touchant le droit de Prefenter, etc. duquel droit eftant une fois eftant [fic] en poffeffion ils ne pourront pas bien nous le difputer à l'avenir.

Depuis noftre retour en cette ville, je n'aypoint eu de converfation avec Meff.rs de la Societé R., ny veu aucune de leurs Tranfactions [2]). Je m'informeray pourtant pour fcavoir fi lon en a imprimé depuis quelque temps, et fcauray par le moyen du d.r Stanley fi ces Meff.rs ont eu quelque relation particuliere touchant le σεισμὸς de Jamaicque [3]) pour vous en faire part.

Je n'ay rien appris non plus touchant ce qu'ils ont fait de mon verre [4]) dont je leur ay fait prefent n'ayant point veu d.r Flamftead, lequel je ne fcay fi je vous

[1]) Voir la Lettre N°. 2764.
[2]) En 1692 il n'en parut qu'un seul numéro, celui du 19 octobre. La publication régulière n'en fut reprise qu'avec le numéro de janvier 1693.
[3]) On ne rencontre rien à ce sujet, ni dans le numéro du 19 octobre, ni dans ceux de 1693.
[4]) Voir les Lettres Nos. 2725, 2729 et 2731.

ay mandé qu'il eſt marie icy apres le depart d'icy du Roy. Je croy que cela cauſera de l'interruption a ſes obſervations nocturnes.

Touchant les affaires de Zuylichem et s'il ſera a propos d'en venir a l'admodiation que l'on propopoſe [ſic] je m'en rapporte entierement a ce que vous avec les Freres trouverez bon de faire.

J'ay eſté l'autre jour chez ce Beverland [2]), qui a demeuré quelque temps avec Voſſius, et a eſcrit le livre que vous ſcaurez de Peccato Originali, pour lequel il fuſt banny de l'Hollande. A l'interceſſion de Monſieur Halewijn [3]) et autres il aura ſa grace du Roy. Il me fiſt voir ſa Bibliotheque qui eſt de livres choiſis, et un grand nombre de tailles douces parmy les quelles il y en a de belles. de deſſeins il n'en a point.

Pour Monſieur de Zeelhem.

---

[2]) Hadrianus Beverland, né à Middelburg en 1653 ou 1654, avocat et écrivain licencieux et satirique. Entre autres publications, ce fut surtout la suivante qui excita l'indignation des orthodoxes: „Peccatum originale κατ' ἐξοχὴν sic nuncupatum Philologice προβληματικῶσ nuncupatum a Themidis alumno. Vera redit facies, dissimulata fierit. Eleutheropoli, extra plateam obscuram, sine privilegio Authoris, absque ubi et quando" in-12. A la fin de l'ouvrage on lit: In Horte Hesperidum. typis Adami Evae Terrae filii 1678. Dans cet ouvrage il soutenait que le péché original d'Adam et Eve consistait dans l'union charnelle. A cause de cet écrit il fut cité devant le tribunal académique, condamné à retracter ses opinions, à une amende de 100 ducatons d'argent; de plus il fut rayé de la liste des étudiants et banni des provinces de Hollande et Zélande. Beverland s'établit ensuite à Utrecht, d'où le scandale de sa conduite et de ses pamphlets, dirigés contre les professeurs de Leide, le fit bannir encore. Il se rendit en Angleterre, où antérieurement il avait fait un stage à Oxford, et y fut accueilli par Isaac Vossius, qui lui procura des fonds de l'église un revenu modique. Beverland s'acquit une collection de livres, de tableaux et dessins, ainsi que d'objets d'histoire naturelle.

Dans un âge avancé il publia une „Admonitio de fornicatione cavenda, sive Adhortatio ad pudicitiam et castitatem", dans lequel il témoigna son repentir de sa conduite déréglée. Après la mort de Vossius il tomba dans la plus profonde misère. En 1712, errant en Angleterre, il se crut poursuivi par des ennemis attentant à sa vie. Il périt en quelque lieu inconnu.

[3]) Simon van Halewijn, seigneur d'Abbenbroek, né à Dordrecht, où il occupa plusieurs charges importantes, entre autres celle de bourgmestre. Il fut partisan zélé de Willem III, jusqu'à l'avènement de celui-ci au trône d'Angleterre. Depuis, il ne put approuver la politique belliqueuse du roi, et une mission politique l'ayant mis en relation avec un agent secret de la France, Robert de Piles, il crut pouvoir agir en faveur de la paix. Sa correspondance saisie par les autorités hollandaises lui attira un procès qui se termina en 1693 par sa condamnation à l'emprisonnement pour la vie. Il sut s'évader en 1696 du château de Loevestein, où il était détenu, et se rendit à Suriname, où il mourut.

N° 2784.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

30 DÉCEMBRE 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]) *et C. I. Gerhardt*[2]).
Elle fait suite au No. 2766.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2785.

MONSIEUR

Ma lettre affez prolixe vous aura efté rendue il y a quelques mois. La reponfe n'a point de preffe; Mais voicy de quoy je prends la liberté de vous fupplier: Une perfonne que je confidere, pouffée par un autre qui s'imagine d'auoir trouué le mouuement perpetuel, m'a demandé fi je ne pourrois pas apprendre fi les Eftats ont propofé un prix à celuy qui le trouueroit, et combien. J'ay eu beau dire que la chofe n'eft point poffible à mon avis, et que j'ay bien appris par les lettres de Grotius ad Gallos [3]) la quantité promife par les Eftats à celuy qui trouueroit les Longitudes, mais que je n'ay pas ouï parler d'un prix promis a l'inventeur du mouuement perpetuel. On a tousjours infifté et on m'a prié avec inftance de m'en informer. Comme vous ne pouués pas manquer de fcavoir la chofe, Monfieur, s'il y a quelque chofe de tel, je prends la liberté de m'adreffer à vous et de vous fupplier de me faire fcavoir un mot de reponfe à cette queftion, quelqu'inutile qu'elle foit en elle même et quoyque j'aye pres que honte de vous la propofer.

J'efpere que vous vous porterés bien et que nous aurons bientoft voftre importante Dioptrique [4]). On dit que Mons. Neuton donnera un nouuel ouvrage. Je vous avois prié de me communiquer vos remarques fur mes Animadverfiones ad Cartefium [5]). Ce n'eft pas pour entrer en difpute avec vous, mais pour en profiter. Mais ce fera a voftre loifir. Cependant je vous fupplie de renvoyer mes animaduerfions à Monfieur Beauval fi vous ne l'avés déja fait, c'eft afin qu'il les communique encor à d'autres comme je l'en ay prié, afin d'en tirer encor des

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 144.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 147 et Briefwechsel p. 705.
[3]) Hugonis Grotii Epistolae ad Gallos, Nunc primùm editae. Lugd. Batav. Ex officinâ Elzeviriorum. CIƆIƆCXLVIII. in-12°.
[4]) Voir la Lettre N°. 2759, à la page 296.
[5]) Voir la note 23 de la Lettre N°. 2759 et la Lettre N°. 2766, à la page 320.

remarques, quoyque je fcache bien qu'il n'en trouvera gueres qui puiffent valoir les voftres. Je fuis avec zéle

MONSIEUR

Voftre trefhumble et trefobeiffant ferviteur
LEIBNIZ.

P. S. Je fouhaitte une heureufe année avec une grande fuite de femblables.

Hanover $\frac{20}{30}$ December 1692.

A Monfieur
Monfieur HUGENS
Seigneur de Zuylichem
à la Haye.
franco Lingen.

N° 2785.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

12 JANVIER 1693.

Le lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.
La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La minute a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]), la lettre par C. I. Gerhardt[2]).
Elle est la réponse aux Nos. 2766 et 2784.
G. W. Leibniz y répondit par le No. 2797.

A la Haye ce 12 janvier 1693.

MONSIEUR

Il y a 6 jours que je reçus voftre lettre du 30 Dec. ayant encore à refpondre à celle du 26 Sept., de quoy je ne fcay pas bien quelles excufes j'allegueray, fi ce n'eft que je m'apperçois que les difputes par lettres ralentiroient noftre correfpondance, du moins de ma part, parce qu'il faut fe refoudre à recommencer

---

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae. Fasc. I, p. 145. La minute, publiée par Uylenbroek, ne diffère pas sensiblement de la lettre, à l'exception d'un seul passage, qui manque dans la lettre. Voir la note 7.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. II, p. 141, et Briefwechsel, p. 706.

de raiſonner chaque fois qu'on eſcrit, ſans eſperer de reſponſe qu'apres 5 ou 6 ſemaines, lors qu'on a derechef oublié où on en eſtoit. Je repaſſeray pourtant ſur les articles de vos reſponſes ſans m'etendre, et ſans pretendre meſme que vous m'envoiez des repliques. Mais auparavant je repondray à ce que vous m'avez demandè, et vous diray que aſſurement il n'y a point de prix propoſè par Mrs. les Eſtats à l'invention du mouvement perpetuel, quoyque je ſcache que pluſieurs l'ont creu, parce que des gens peu ſcavans en ces matieres ſe ſont imaginé que de cette invention s'enſuivoit celle des longitudes, qui eſt une conſequence ſans fondement. Du mouvement perpetuel ils eſperoient un mouvement egal et de là des horloges juſtes, mais je vois [3]) qu'avec des horloges tres juſtes, l'affaire des longitudes ſouffre encore trop de difficultè à cauſe des accidents, et du ſoin et de l'exactitude qu'il faut à les gouverner. Celuy pour qui eſt cette information ne doit pas entendre les principes de l'art, s'il croit pouvoir effectuer un tel mouvement *mechanice*, car pour *phyſico-mechanice* il ſemble touſjours qu'il y ait quelque eſperance, comme en emploiant la pierre d'aimant.

Je paſſe à voſtre premiere lettre, où j'ay eſtè bien aiſe de voir que vous eſtes aſſez de mon ſentiment en ce qui eſt de la cauſe de la Peſanteur. Mais quand vous dites que les efforts centrifuges de la matiere peuvent eſtre conſiderez comme des raions d'attraction qui partent du centre, à l'egard des corps qu'ils y font aller, je ne vois aucune raiſon de cette uniformitè, ni que par conſequent elle puiſſe ſervir à prouver la proportion des peſanteurs double, renverſée des diſtances du centre. La quelle d'ailleurs je tiens eſtre telle, tant à l'egard des planetes principales, qui peſent vers le ſoleil, qu'à l'egard des lunes qui peſent vers les planetes.

Pour ce cours particulier de la matiere dans le Tourbillon du Soleil, qui ſerviroit à conſerver le parallelíſme à l'axe de la Terre, je le trouve peu compatible avec le mouvement circulaire de la meſme matiere en tous ſens, qui fait la Peſanteur, et avec cela nullement néceſſaire. Par ce que le globe terreſtre eſtant de la grandeur qu'il eſt, l'axe de ſon mouvement doit naturellement garder le paralleliſme, et il eſt aſſez difficile d'expliquer pourquoy il ſe detourne encore tant qu'il fait, ſuivant ce qui paroit par la Preceſſion des Equinoxes. Car pour ce qui eſt de l'experience d'une boule qu'on jetteroit en l'air, je ne doute pas qu'elle ne fuſt contre vous, ſi on la pouroit jetter en ſorte qu'on ne imprimaſt pas de circulation à l'axe.

Ma raiſon pourquoy je crois que la rondeur de la goute d'eau eſt pluſtoſt cauſée par un mouvement au dedans, que par l'impulſion de la matiere autour, c'eſt que l'impulſion egale par dehors doit faire preciſement le meſme effect à enfoncer les

---

[3]) Voir, sur les premières impressions très défavorables des résultats du voyage de de Graaff, la Lettre N°. 2773, et consultez la correspondance qui va suivre sur le même sujet.

parties de la goute et à changer ſa figure, que feroit la preſſion egale d'une matiere qui l'environnerait de tout coſtè. Mais par les principes de Mechanique une telle preſſion ne doit point cauſer du changement à la figure de la goute ni la rendre ſpherique [4]), quoyque pluſieurs le croient fauſſement; donc ce n'eſt pas l'impulſion de la matiere par dehors qui la reduit à cette figure.

Je n'inſiſte plus à demander la conciliation du Tourbillon deferant avec les Elipſes de Mr. Newton, quoyque je ne la trouve point dans voſtre dernier raiſonnement. Pluſieurs avec moy la croient impoſſible. Il eſt vray que ces Tourbillons à la maniere de des Cartes feroient commodes pour expliquer quelques phenomenes, comme, entre autres, pourquoy les Planetes circulent toutes d'un meſme ſens; mais ils ſont incommodes pour d'autres, ſur tout pour l'excentricitè conſtante des meſmes Planetes et de leur acceleration et retardement veritable dans leurs orbes. Car, pour le premier, il ſemble que la matiere du tourbillon devroit il y a longtemps s'eſtre reduite à une converſion reguliere quant à la rondeur, et par conſequent auſſi les Planetes, puis qu'elles nagent dedans. Et pour le ſecond, en poſant que leur mouvement demeure excentrique, elles devroient dans leur aphelies et parelies s'accomoder à la viteſſe du Tourbillon, ce qu'elles ne font pas, ſelon ce que je l'ay examinè autrefois [5]). Outre qu'il feroit mal aiſè de dire comment les cometes peuvent paſſer ſi librement à travers un tourbillon capable d'emporter les Planetes, ce qui dans l'hypotheſe de Mr. Newton eſt ſans difficultè.

Croiez, je vous prie, Monſieur, que je ne me pique nullement de ſoutenir les opinions que j'ay une fois embraſſées, mais que je ne cherche uniquement que quelques raions de verité, ſi nos diſputes en pourroient mettre en evidence. J'ay fort conſiderè ce que vous dites au ſujet de mes atomes de duretè infinie, ſcavoir

[4]) La minute a encore en marge: la preſſion de l'air n'eſt autre choſe que l'impulſion continuelle de ſes parties tres agitées:

[5]) On rencontre la même remarque à la page 161 de l'édition originale du „Traité de la pesanteur" sous la forme suivante: „On voit maintenant comment [dans le système de Mr. Newton] ..... les mouvements des Planetes peuvent s'accelerer & se ralentir par les degrez qu'on y observe; qui malaisement pouvoient être tels, si elles nageoient dans un Tourbillon autour du Soleil". L'examen, dont il est question dans le texte de cette lettre, est probablement un calcul des mouvements des planètes entrepris par Huygens à l'occasion de la construction de sa machine planétaire (voir la Lettre N°. 2255, note 5). Ce calcul occupe les pages 3—11 du livre F des Adversaria et doit en conséquence être rapporté à 1680 ou 1681; on y rencontre entre autres cette remarque: „At Keplerus et Wardus (Seth Ward) in ipsa ratione contraria distantiarum faciunt celeritatem ejusdem planetae. Mercator in paulo majore. Mirum in his hypothesibus qui possit materia vorticis conferre motum planetae perihelio suo ipsius motu celeriorem". Plus tard, 14 déc. 1688, Huygens inscrivit la remarque suivante: „Hasce omnes difficultates abstulit Cl. v. Newtonus, simul cum vorticibus Cartesianis, docuitque planetas retineri in orbitis suis gravitatione versus solem".

que vous avouez bien, qu'il y auroit de l'abſurditè à donner à tous les corps primitifs un certain degré de fermetè ou reſiſtence à eſtre rompus, mais qu'il n'y a point d'abſurditè de propoſer differens degrez dans pluſieurs corps, ſcavoir primitifs, car c'eſt de quoy il s'agit. Il me ſemble pourtant qu'il eſt plus aiſè d'accorder la duretè parfaite et infinie pour tous, que cette varietè de forces pour differents corps. Car il eſt plus difficile de concevoir les raiſons de ces differentes duretez, que d'en admettre une ſeule infinie. Ce feroit imaginer pluſieurs eſpeces de matiere premiere au lieu que je n'en ay beſoin que d'une.

Vous alleguez apres cela, comme une difficultè contre les atomes, l'adheſion qui ſe feroit par leurs ſurfaces plattes. Je reſpons qu'elles devroient avoir eſtez faites expres ces ſurfaces, ce que je ne vois pas pourquoy il auroit pluſtoſt lieu là, que dans le ſable de la mer où l'on n'en trouve point. Et il ne me ſemble point du tout que ce ſoit un grand ***poſtulatum*** de vouloir qu'il n'y ait point d'atomes avec des ſurfaces plattes, mais qu'il le ſeroit d'avantage d'en ſuppoſer, puis qu'il faut une direction et intention expreſſe pour former une ſurface platte avec la derniere exactitude. Mais quand la dixieme partie des atomes ſeroient des cubes parfaits, l'application juſte de leurs ſurfaces conſiſtant ***in indiviſibili***, et ces corps eſtant en grand mouvement, je n'apprehenderois pas encore qu'ils s'allaſſent joindre à compoſer des maſſes.

Vous trouvez encore un inconvenient en ce que les atomes ne ſeroient pas ſuſceptibles des loix du mouvement, parce que deux egaux concourant directement avec forces egales, devroient perdre leur mouuement, puiſqu'il n'y a que le reſſort, dites vous, qui faſſe rejailler les corps. Mais c'eſt ce que je ne crois nullement pour des raiſons que je publieray un jour[6]); et quelque explication que vous vouliez donner de la cauſe du reſſort, vous ſeriez bien embaraſſè en poſant que les derniers petits corps (car ceux qui ſont reſſort ſont compoſez) ne rejaliſſent point en ſe rencontrant, mais qu'ils demeurent joints, car de la s'en ſuivroit la perte de tout mouvement relatif dans la matiere de l'univers[7]). ***Ce qui me fait a moy le plus de peine dans la ſuppoſition des atomes, c'eſt que je ſuis obligè de leur attribuer à chacun quelque figure et qu'elle ſera la cauſe de la varietè infinie de ces figures. mais quelle eſt la cauſe des differentes figures du ſable de la mer, lequel j'admire toutes les fois que j'en regarde avec le microſcope, chaque grain eſtant un caillou de criſtal, qui ne croit ni ne diminue et a eſtè tel qui ſcait par combien de ſiecles. C'eſt que le Createur les a fait une fois naitre telles, et de***

---

[6]) Ce qui n'a pas eu lieu. Nous doutons même, si Huygens a mis par écrit les raisons, autres que celles qui suivent, qui l'ont porté à admettre que même sans ressort des corps qui se rencontrent doivent rejaillir.

[7]) Les phrases suivantes, imprimées en italiques, manquent dans la lettre envoyée à Leibniz et conservée à Hannover.

mefmes pour les atomes. Au refte vous ne deviez pas m'attribuer que je conçois que le feul attouchement fait l'office d'un *gluten*, à rendre les corps compofez fermes et durs, puifque j'avois ecrit dans ma lettre precedente que j'expliquois la cohefion des corps par une preffion de dehors et par quelque autre chofe. Laquelle preffion je vois que vous emploiez de mefme. Ce que vous adjoutez du mouvement confpirant m'eft tout à fait inintelligible.

J'ay rendu à Mr. de Beauval vos notes fur des Cartes. Je pourray une autre fois vous parler des endroits ou je ne fuis pas d'accord avec vous. Paffons maintenant à la Geometrie, où il n'y a rien à contefter. J'ay renouvellè depuis quelques mois [8]) la correfpondance avec Mr. le marquis de l'Hofpital, à l'occafion d'un joli Probleme qu'il m'envoia [9]), qui eftoit de trouver une ligne droite egale à la portion donnée de la ligne Logarithmique, fans autre aide que de la ligne mefme. Il avoit pris un detour pour cela, où il y avoit bien de fubtilitè [10]), et quoyque j'aye trouvè du depuis un autre chemin plus court [11]), je compte pour beaucoup qu'il ait inventè et tentè le premier ce probleme. Mais il eft capable d'en refoudre de plus difficiles, et fe fert adroitement de voftre nouveau Calcul. Il m'a envoiè [12]) les folutions de toutes les queftions que cy devant je vous ay propofées touchant les quadratures et les foutangentes, me les ayant demandées expres [13]). Et il en a fouhaitè apres cela de plus difficiles [14]). En quoy je n'ay pas manquè de le contenter, luy ayant envoiè depuis peu [15]) ces 2 foutangentes pour trouver leurs courbes: $\frac{aay+yyx}{ax-yx-ay}$ et $\frac{yx^3}{3x^3+3aay-2xyy}$. Il m'a demandè fi j'avois quelque methode pour quand les foutangentes font $\sqrt{ay+xx}$ ou $\frac{2y^3}{yy+2yx-xx}$ [16]) ou $\frac{yy-xy}{a}$, qui eft celle de la courbe de Mr. de Beaune [17]), dont Mr. des Cartes fait mention dans fa 79.e lettre du 3.e volume. J'ay avouè que je n'en avois point [18]), et je tiens ces queftions tres difficiles, dont je fouhaite fort d'avoir voftre fentiment. Pour moy je ne veux pas me donner la peine de les chercher, parce que je crois que toute la difficultè eft defia furmontée, foit par Mr. le Marquis luy mefme, foit par Mr. Newton, (dont on m'affure [19]),

[8]) L'initiative de ce renouvellement avait été prise par de l'Hospital avec sa Lettre N°. 2760, du 26 juillet 1692, à laquelle Huygens répondit par la Lettre N°. 2762.

[9]) Voir la Lettre N°. 2760.

[10]) Consultez la Lettre N°. 2775.

[11]) Voir la pièce N°. 2779.

[12]) Voir la Lettre N°. 2775.

[13]) Par la Lettre N°. 2765.

[14]) Voir la conclusion de la Lettre N°. 2775.

[15]) Par la Lettre N°. 2777.

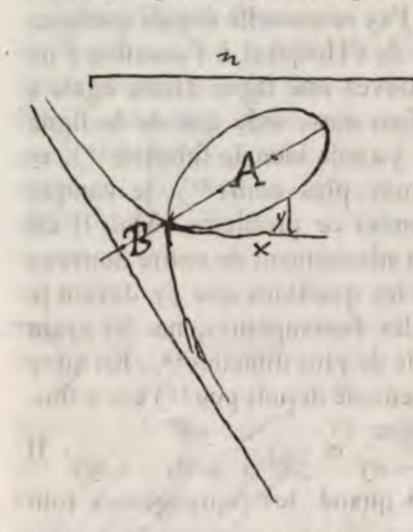
[16]) Voir la Lettre N°. 2775.

[17]) Voir la Lettre N°. 2765.

[18]) Dans la Lettre N°. 2777 à la page 352.

[19]) Voir la note 39 de la Lettre N°. 2777.

que le Traitè la deſſus eſt imprimè depuis peu dans le Traitè d'Algebre de Mr. Wallis), ou par vous, Monſieur, qui avez extrèmement approfondi cette matiere, où je ne ſuis que novice. J'ay pourtant rencontrè depuis quelque temps une ſource peu connue [20]) mais que vous n'ignorez pas ſans doute, d'où l'on peut tirer la ſolution de beaucoup de Problemes, qui regardent les Tangentes renverſées, quadratures, centres de gravité etc. Elle donne ſans peine [21]) la quadrature que je vous ay propoſée cy devant et celle de la courbe $xxy - aay \infty 2aax$ [22]), qui me l'a eſtè par Mr. le Marquis [23]), avec pluſieurs autres. Entre les quelles eſt auſſi la quadrature aſſez remarquable de la courbe dont l'equation eſt $x^3 + y^3 \infty xyn$ [24]), que Mr. des Cartes raporte dans ſa lettre 65 du 3.e vol., et qu'il a conſiderée, auſſi bien que Mr. Hudde, pour autre choſe. Je trouve que le contenu de la feuille A dans cette figure eſt $\frac{1}{6}$ *nn* ou $\frac{1}{3}$ du quarré de ſon diametre. Que l'eſpace infini B entre les continuations de la courbe et ſon aſymptote, eſt encore de la meſme grandeur. Et qu'enfin la dimenſion generale des ſegments eſt auſſi fort ſimple, qui s'exprime par un ſeul terme.



Je vous entretiendray une autre fois d'une quadrature phyſico-mathematique de l'Hyperbole [25]) que j'ay rencontrée il n'y a guere, dont la ſpeculation a quelque choſe de plaiſant. Ainſi vous voiez, Monſieur, que je ne ceſſe de mediter et d'apprendre touſjours quelque choſe.

J'ay lu avec plaiſir vos lettres à Mr. Peliſſon [26]), dans l'une deſquelles vous dites aſſez fortement leurs veritez à Mrs. les Catholiques. On voit dans ſes reponſes comment ils emploient les douceurs, les louanges et tout ce qui peut ſervir pour taſcher de vous attirer à leur parti, ſans que je croie que cela vous tente le

[20]) Consultez, sur la methode à laquelle Huygens fait ici allusion, la Lettre N°. 2777 et la pièce N°. 2781.

[21]) Voir le § VII de la pièce N°. 2781, et surtout la note 20 de cette pièce.

[22]) Lisez: $aay - xxy \infty 2aax$ et consultez la pièce N°. 2780.

[23]) Dans la Lettre N°. 2775 à la page 344.

[24]) Consultez, sur ce qui a rapport à la quadrature du folium de Descartes, la Lettre N°. 2777 et la pièce N°. 2782.

[25]) Il s'agit de la quadrature de l'Hyperbole au moyen de la „tractrice" ou „courbe aux tangentes égales" pour laquelle nous renvoyons aux pièces N°. 2793 et N°. 2794.

[26]) Voir la Lettre N°. 2759, note 37.

moins du monde, ne pouvant m'imaginer comment une perfonne d'efprit peut fe foumettre à croire des abfurditez et les niaiferies qu'enfeigne cette Religion, ni comment un homme de bien peut approuver la cruautè dont elle ufe à contraindre et forcer les confciences. Je fuis avec paffion.

N° 2786.

Christiaan Huygens à J. de Graaff.

10 février 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
J. de Graaff y répondit par le No. 2789.

Haghe den 10 feb. 1693.

Monfieur De Graef

Hebbende federt eenighen tijdt mijn werck gemaeckt van UE Journalen te examineren, waer in ick heel iet anders vinde als UE felfs gemeent heeft [1]), te weten dat van S. Jago tot de Caep de Lengde feer perfect is afgemeten door 't horologie volgens de nieuwfte Caerten en Globen, gelijck UE felf fult bekennen, en fonder twijffel fich verblijden dat al UE getrouwe arbeijdt en menighvuldige obfervatien niet vruchteloos fijn aengewendt. Hier dan mede befigh fijnde en om de Heeren Bewindhebberen van alles te onderrechten foo is defen om UE te verfoeken dat mij wilt doen weten of in 't examineren van den loop der horologien gedurende UE verblijf aen de Caep, defelve op de felfde manier opgehangen waeren in een diergelycke hockjen als op de weerreys. Gelijck dit buijten twijffel veel gecontribueert heeft tot haer irreguliere gangh onder weghen, foo foude het van gelijcken de ongelyckheydt aen de Caep geobferveert excuferen konnen, daerom wenfche ick hier de rechte waerheydt van te weten. 'T geen UE quaelijck gerekent hadde in 't Journael van S.e Jago tot de Caep, was dat de correctie van wegen d'ongelycke loop des Pendulums nae maten der Breedte, overal geaddeert is daer gefubtraheert moft werden et contra 't welck niet feer te verwonderen is in defe nieuwe Rekening, alwaer apparentlijck UE voor een generalen regel fult genomen hebben 't geen ick in mijn Raport [2]) van de Proef van 't jaer 1687 in d'Explicatie van de 7de Colomne gefeght hebben [3]) 't welck nochtans maer op het voorval aldaer is paffende.

[1]) Voir, sur l'opinion de de Graaff, la Lettre N°. 2773.
[2]) Voir la pièce N°. 2519.
[3]) A la page 284 de la pièce citée. Voir surtout la phrase en italiques et la note *a* de Huygens. Probablement la phrase a été soulignée et la note ajoutée à l'occasion même de l'examen des journaux de de Graaff, dont il est question dans la présente lettre.

Voorts heb ick niet konnen vinden waerom UE de voorſz. Correctien wel en nae behooren geſtelt hebbende in de 9 Colom van de Tafel de ſelve doorgaens heel anders in 't Journael begroot hebt. Ick ſal dan hiermede eenigh bericht op verwachten blijvend

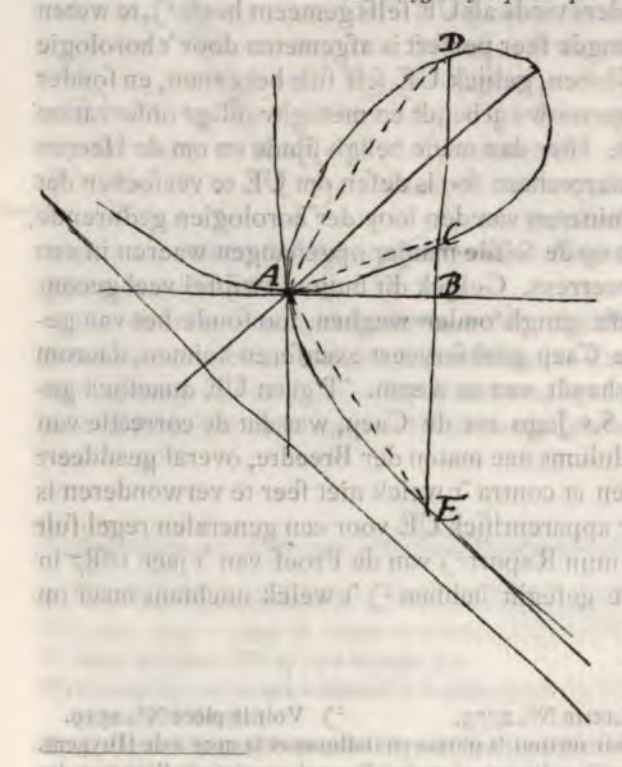
UE dienſtw. dienaer

Nº 2787.

Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens.

12 février 1693.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
Elle est la réponse au No. 2777.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2801.



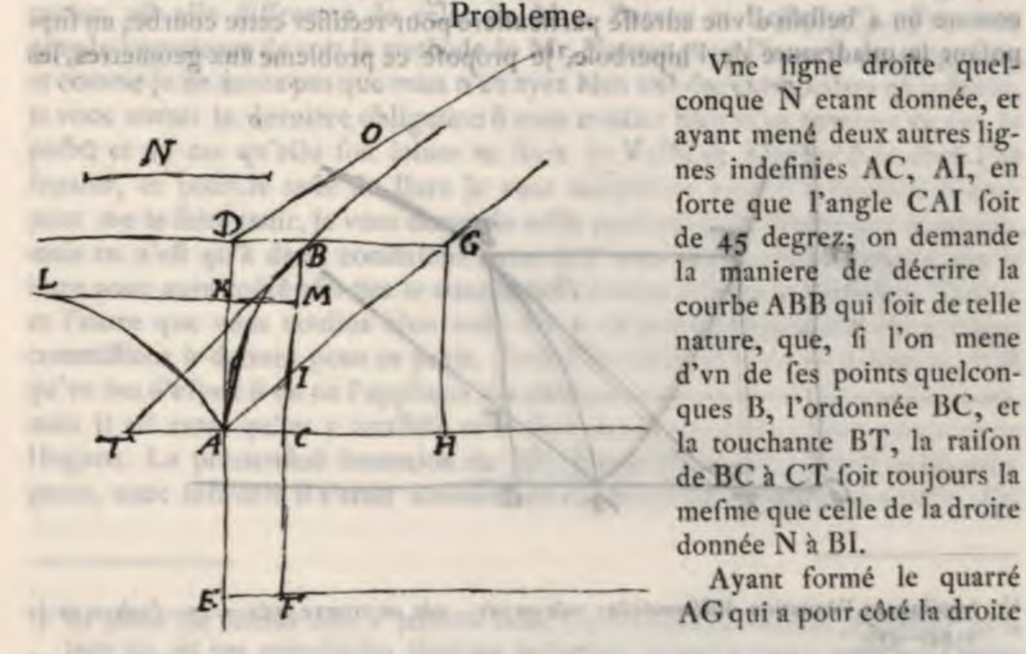
J'ay receu, Monſieur, la lettre que vous m'auez fait l'honneur de m'écrire du 29 décembre. Vous auez rendu la conſtruction du probleme de la logarithmique beaucoup plus ſimple et elle me paroit maintenant dans ſa perfection. J'ai uerifié toutes les proprietés que vous me marquez de la courbe qui a pour equation $y^3 - axy + x^3 = 0$, ($AB = x$, BC ou BD ou $BE = y$) que Mrs. Deſcartes et Hudde ont conſiderée, il ne faut, pour eſtre conuaincu qu'elle na pas pluſieurs feüilles, qu'examiner la nature de l'egalité du 3e degré $y^3 - axy + x^3 = 0$ dont le ſecond terme eſt evanoüi, car l'on uoit d'abord qu'elle a trois racines réelles lorſque x ou AB eſt moindre

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 248.

que $\frac{a\sqrt[3]{4}}{3}$ sauoir deux urayes BC, BD, et vne fausse BE egale aux deux vrayes; que les deux racines urayes deuiennent egales entr'elles lorsque $x = \frac{a\sqrt[3]{4}}{3}$; et qu'enfin elles deuiennent imaginaires, et que la fausse seule demeure réelle lorsque x surpasse $\frac{a\sqrt[3]{4}}{3}$. La quadrature generale que vous me marquez s'exprimer par vn terme est celle-ci, le segment AD ou AE $= \frac{axx}{6y}$ (AB $= x$, BD ou BE $= y$) et le segment AC $= \frac{ayy}{6x}$ (BC $= y$). J'y suis paruenu par trois differentes manieres, et ie serois bien aise que vous me proposassiez quelques courbes dont vôtre methode donne la quadrature pour essayer si les miennes sont aussi generales que la vôtre.

Je vous enuoye la solution du probleme que Mr. de Beaune proposa autre fois à Mr. Descartes, et qu'on trouue dans la 79e de ses lettres tome 3, telle que ie l'ai faite inserer dans le 34e journal de l'année derniere [2]).

Probleme.



Vne ligne droite quelconque N etant donnée, et ayant mené deux autres lignes indefinies AC, AI, en sorte que l'angle CAI soit de 45 degrez; on demande la maniere de décrire la courbe ABB qui soit de telle nature, que, si l'on mene d'vn de ses points quelconques B, l'ordonnée BC, et la touchante BT, la raison de BC à CT soit toujours la mesme que celle de la droite donnée N à BI.

Ayant formé le quarré AG qui a pour côté la droite

[2]) Voir l'article publié par de l'Hospital dans le Journal des Sçavans du 1er septembre 1692, sous le titre: Solution du Probleme que Monsr. de Beaune proposa autrefois à Mr. Descartes, & que l'on trouve dans le 79e de ses lettres, tom. 3. Par Mr. G***

AH egale à la ligne donnée N, on décrira entre les asymptotes GD, GH, par le point A l'hiperbole ALL, et ayant prolongé DA en E, en sorte que AE soit egale à AH, on prendra le rectangle EC egal à l'espace hiperbolique AKL, on prolongera les droites LK, FC, jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en vn point M, et on prendra enfin IB egale à CM, je dis que le point B sera à la courbe qu'il falloit décrire [a]).

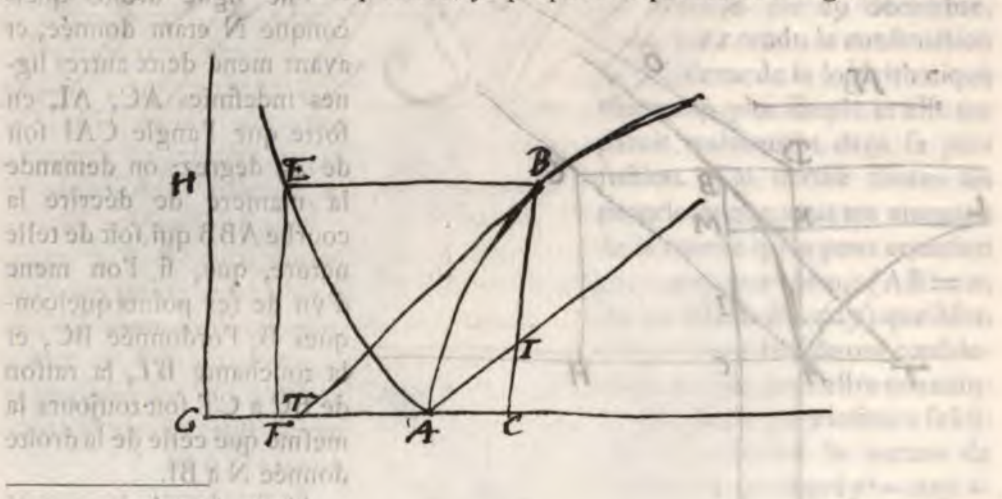
Il est euident que la nature de cette ligne courbe ABB depend de la quadrature de l'hiperbole, et qu'ainsi elle est mecanique dans le sens de Descartes. Voici maintenant quelques vnes de ses proprietez.

1°. Elle a pour asymptote la ligne DO parallele à AI.

2°. Si l'on nomme AC, x, BC, y, l'espace ABC compris par les droites AC, CB et par la portion AB de la courbe $= xy - \frac{1}{2} yy + nx$ [3]).

3°. La distance du centre de grauité de l'espace ABC de la droite AC $= n + \frac{3xyy - 2y^3}{6xy - 3yy + 6nx}$ et de AK $= \frac{1}{2} n + \frac{3xxy - y^3}{6xy - 3yy + 6nx}$ [4]), et on a par consequent les solides, demi-solides &c. formez par la reuolution de cet espace, tant autour de AC que de AK ou BC.

4°. Jl est facile de determiner les centres de grauité de ces demi-solides. Mais comme on a besoin d'vne adresse particuliere pour rectifier cette courbe; en supposant la quadrature de l'hiperbole, je propose ce probleme aux geometres, les



[3]) Appliquant l'équation différentielle: $ndx = ydy - xdy$, on trouve $\int ydx = xy - \int xdy = xy + nx - \frac{1}{2}y^2$.

[4]) Lisez: $\frac{1}{2} n + \frac{3xxy - y^3 + \frac{3}{2} nxx}{6xy - 3yy + 6nx}$. En effet, la valeur de $\int xydx$, dont ce résultat dépend, s'obtient aisément comme il suit: $\int xydx = \frac{1}{2} x^2y - \frac{1}{2}\int x^2dy = \frac{1}{2} x^2y + \frac{1}{4} nx^2 - \frac{1}{2}\int xydy = \frac{1}{2} x^2y + \frac{1}{4} nx^2 - \frac{1}{6} y^3 + \frac{1}{2} n\int ydx$.

aſſurant qu'il merite leur recherche [5]). Je vous envoirai, ſi vous ſouhaitez, le chemin que j'ai tenu pour arriuer à cette conſtruction. Mais j'en ai trouue depuis vne autre qui me plait davantage et dont vous iugerez.

Ayant pris ſur CA prolongée du côté de A, la partie AG egale à la droite donnée N, et mené GH parallele à BC, on decrira par le point A la logarithmique AE, qui ait pour aſymptote la droite indefinie GH, et pour ſoutangente vne ligne egale à AG. On menera enſuite par vn point quelconque E de la logarithmique les droites EF, EB paralleles à GH, GA, et ayant pris EB egale à EF, je dis que le point B ſera à la courbe requiſe. Jl eſt facile de rendre cette conſtruction generale quelque puiſſe eſtre l'angle donné CAI.

Pour ce qui eſt de la courbe qui a pour ſoutangente $\sqrt{ay + xx}$ j'etois dans la penſée lorſque ie vous ecriuis la derniere fois qu'elle tomboit dans ma regle, mais ayant voulu acheuer le calcul pour vous l'enuoyer j'ai trouué que ie me trompois, je ne deſeſpere pas cependant d'en uenir à bout car cette regle ſe perfectionne tous les jours, je puis trouuer par ſon moyen les courbes qui ont pour ſoutangente $\frac{a^3y + axxy}{axy + aax + x^3}$ et $\frac{yy + xy}{y}$, dont je vous feray part ſi vous ſouhaités.

Je ne connois point la regle des tangentes de Mr. de Roberual dont vous me parlez, eſt elle differente de celle de Mrs. Barrou et Leibnits [6]). J'ay vne grande impatience de voir la methode de Mr. Neuton pour l'inverſe des tangentes, et comme je ne doute pas que vous n'en ayez bien toſt des exemplaires en holande, je vous aurois la derniere obligation ſi vous uouliez bien m'en enuoyer vn par la poſte, et au cas qu'elle ſoit iointe au liure de Vallis de Algebra il faudroit l'en ſeparer, et pour le reſte du liure je vous manderois a qui il le faudroit donner pour me le faire tenir, je vous demande mille pardons de la liberté que ie prends, mais ce n'eſt qu'à deux conditions l'vne que vous me mandiez l'argent que le liure vous aura coûté afin que ie vous le faſſe rendre comme cela eſt dans l'ordre, et l'autre que vous uouliez bien vous ſeruir de moi lorſque vous aurez quelque commiſſions à donner pour ce payis. Je ſuis de voſtre auis que la geometrie n'eſt qu'vn ieu d'eſprit ſi on ne l'applique à la phiſique et aux inuentions de mecaniques, mais il eſt rare, qu'on y reuſſiſſe et il faut des ſiecles entiers pour produire vn Hugens. La prettenduë inuention de Mr. Hautefeüille eſt tombée et les orlogeurs, auec leſquels il s'etoit accommodé diſent qu'elle ne peut pas reuſſir. J'ai

[5]) La partie qui précède dans la présente lettre, à commencer par l'en-tête „Probleme" de la page 391, est une reproduction identique de l'article cité dans la note 2; après quoi l'article fait suivre encore: „Je ne mets point ici la démonstration, parce que ceux qui entendent ces matières, la trouveront aisément, & qu'il faudroit trop de discours pour la faire comprendre aux autres".

[6]) Consultez, sur ces méthodes, la note 6 de la Lettre N°. 2765.

vû il y a enuiron deux ans à la foire St. Germain vn homme qui montroit vne tefte d'airain qui contrefaifoit Democrite et qui prononçoit quelques mots mais fi c'eft celle dont vous me parlez vous n'auez guere perdu à ne la point uoir car ayant approfondi la chofe je reconnus que ce n'etoit qu'vne tromperie et que c'etoit vn homme qui etoit caché et qui parloit au trauers de quelques tuyaux qui conduifoient la uoix à la tefte, et mefme l'artifice étoit groffier.

J'ai uû il y a quelques jours Mr. le Duc de Roanez [7]), à qui j'ai fait vos complimens, il m'a paru fort furpris de ce que vous n'auiez point eu de fes nouuelles et il m'a affuré, qu'il auoit prié Mr. de la Hire et quelques autres, qu'il croioit auoir commerce de lettre auec vous de vous marquer fa reconnoiffance de ce que vous lui auiez enuoyé vôtre traitté de la lumiere qu'il m'a dit trouuer parfaitement beau. Jl eft fort aife d'auoir trouué vne voye fure pour renoüer commerce, et pour vous en donner des marques voici vn papier qu'il enuoye qui contient les auantages d'vne nouuelle inuention d'vne porte d'eclufe et il me femble qu'il fouhaite que vous mettiez au bas de ce memoire en le renuoyant que fuppofé que ce qu'il contient foit urai vous trouuez l'inuention nouvelle, &c. Il uous enuoira auffi toft que nous aurons vôtre reponce, le modelle de cette porte et la maniere dont on la fait. Je fuis auec beaucoup d'eftime

Monsieur

Voftre trefhumble et trefobeiffant feruiteur
Le Marquis de lHospital.

A Paris le 12e feurier 1693.

a) Mr. Jo. Bernoulli dans les Acta de Leipfick du mois de Maj. 1693 dit que c'eft luy qui a donnè cette conftruction dans le Journal des Scavants 34e de 1692 [Chriftiaan Huygens] [8]).

7) Comparez, sur les relations de de l'Hospital avec Artus Gouffier, duc de Roanez, la Lettre N°. 2600.

8) Consultez sur cette remarque, qui doit avoir été ajoutée quelques mois après la réception de la lettre, une lettre de Huygens au marquis de l'Hospital du 5 août 1693.

N° 2788.

Artus Gouffier, duc de Roanez à Christiaan Huygens.

FÉVRIER 1693.

Appendice au No. 2787.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

On a trouué vne porte d'Eclufe d'vne nouuelle Inuention et qui n'a nul rapport a aucune autre qu'on ait veu jufqu'a prefent elle eft plus forte et plus folide incomparablement que toutes les autres et il ni peut jamais arriuer d'accident. On luy donne 20 pieds de large et on pouroit luij en donner dauantage s'il eftoit neceffaire. mais comme on veut que les batteaux n'ayent que 18 pieds de large cela fuffit.

La Riuiere qu'on veut rendre nauigable par le moyen de ces portes a de demie lieuë en demie lieuë des moulins et vne digue qui trauerfe la Riuiere pour auoir 3 pieds de fault au moulin. L'on fait a cofté de chaque moulin vn canal de 150 toifes et l'on met cette porte dans le milieu on l'a effayée dans vn endroit ou elle fe trouuoit chargée de 6 pieds d'vn cofté fans qu'il y ait rien de l'autre, et vn homme l'a ouuerte et fermée auec facilité en 4 tours de cabeftan c'eft qui eft difficile acroire. Car en cet Etat elle eft chargée de 29 milliers, le plancher de deuant de la porte et celuy de derrier ne font pas plus hault l'un que l'autre et il ny a aucun feuil quj les fepare en forte que quand cette porte eft ouuerte il fe fait vn glaffis par l'eau quj n'a dans 150 toizes de long que 3 pieds de pente. Ainfy les batteaux remonteront aifement et deffendront de mefme.

Vn des grands auantages de cette porte eft qu'il faut creufer de 14 pouces moins qu'aux autres fi bien qu'on n'a jamais plus de 3 pieds et demy d'eau a mettre a fec pour fonder le plancher ce qui eft vn auantage tres confiderable car a vne Eclufe qu'on a fait de l'antienne maniere fi l'on auoit peu creufer de 14 pouces moins qu'on a fait on auroit efpargné 10000 ₶.

Vn autre tres grand auantage eft que comme il y apres [fic] de 100 digues fur cette riuiere fi l'on faifoit des Efclufes ou des pertuis a l'ordinaire cela arrefteroit pres des trois quarts d'heure, chaquun mais jcy il ny aura jamais d'arreft car quand vn batteau fera a 60 toizes de la porte le battelier n'aura qu'a donner vn coup de chifflet et il trouuera la porte toute ouuerte.

Jl y a encore vn auantage a cette porte c'eft que deux hommes la mettroit hors de l'eau en vn quart d'heure s'il y pouuoit auoir quelque chofe a racommoder et la remettroient dans vn jnftant, et quoy que l'Eclufe et la porte foient beaucoup plus feures que toutes les autres Elle couftera beaucoup moins, jamais il ne peut fy amaffer de fable quy l'empechent de l'ouurir par ce moyen il ny a plus de

riuiere pourueue quelle ait 3 ou 4000 pouces d'eau qu'on ne rende nauigable et a beaucoup moins de frais et de temps qu'on n'a fait jusqu'a present.

Monsieur Heuguens est tres humblem.t supplié de vouloir mettre son auis au bas de ce memoire.

N° 2789.

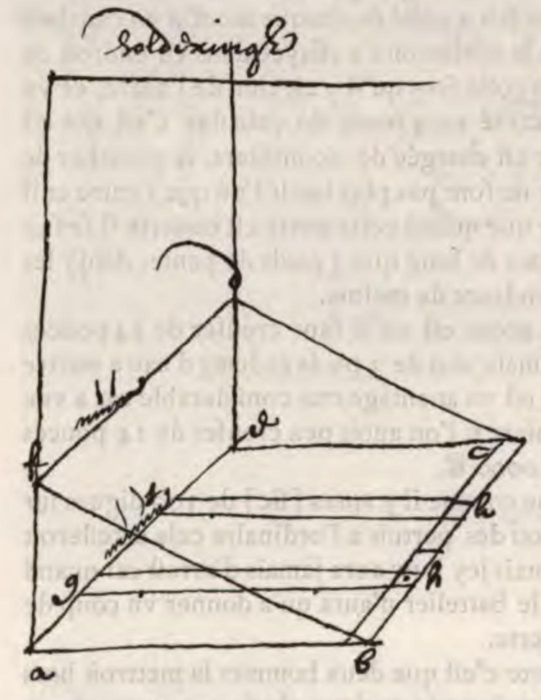
J. De Graaff à Christiaan Huygens.

14 FÉVRIER 1693.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse au No. 2786.

Actum Amstelodami den 14. february A°. 1693.

Ed^le h.r Cristiaan Huijgens &.a



UEd.le missive van den 10e deser Lopende maand, is myn behoorlyck ter hand gekomen, daar op gisteren UEd.le achtb. al zoude een antwoord toegevoeght hebben, maar de post was Juijstem vertrocken, daar door my de gelegentheit voortgekomen is omse noch eens uijt te schrijven.

't Eerste dan, 'twelk in UE.le achtb. zeer g.Eerde Letteren gebleken is, was of de horologien zoodanigh aan de Caap opgehangen zijnd geweest alse wel op het Rethour schip de Hoop off ook daar na in de weerreys op het retour schip Spierdyck &.a zyn opgehangen geworden [1]), daar op UEd.le achtb. int welnemen moet antwoorden (gelyck den horologiemaker Meybos en pieter van Laar [2]) niet onbewust connen zijn) dat aan de kaap het hockie

[1]) Consultez, sur la manière d'installer les horloges à bord des vaisseaux, les §§ I—IV de la pièce N°. 2423, et les Lettres Nos. 2602, 2621 et 2646.

[2]) Consultez, sur Meybos et van Laar, la note 1 de la Lettre N°. 2638.

aldus gemaakt zijnde te weten *aedfa* de muur daar het hockie tegen aangemaakt is, en *abcda* is de fupervlackte van ditto hokie, zijnde wel waar, dat defe plancken zoo hoogh niet opgetrocken zijn tot de folderingh toe die hier wel 14 a 15 voet van de grond af te rekenen hoog worden gemaakt, gelijck wel in de fchepen die ontrent 6 a 7 voet in de cajuijt verdiepingh alleen hebbende, is gefchiet, daar men het hockie romme en tom tot tegen de folderingh heeft afgefchoten en fchoon genomen daar waren aan de caap zodanige langen plancken geweeft om fulx te doen, hoe wel daarvan geen blijk heb.e gefien; men foude wederom verlegen hebben geweeft omze telkens op te winden, omdat men der immers niet can bij-rijken en darom vond ik alleen goet het hockie zoo hoog te betrecken dat mender bequaam kon in en uijt komen om het geener aan verricht moeft werden te konnen uytvoeren en heb het toen met dubbelt zijldoek de oppervlackten *bfdcb* bekleet; ook zoo was ditto hockie pal en vaft genoegh met crammen en weerhaken aan de muur vaft gehecht; doen heb ik twee balkies *gh*, *ik* eens deels op de Rand *bc* met fpijkers in geheit, anders deels aan de Eyndens *g*, *f* wel ter degen in de muur *ae* vaft gehecht, niet vergetende alvoorens te Letten offze wel horizontaal waren vaft gemaakt, toen de beugels daar onder aan gefchroefft en opgehangen als UEd.le inftructie [3]) is Luijdende en ook wel in mijn Journaal veeltijts aangehaalt is.

De ongelijcke Loop die ze aan de caap en op de werom Reyze gehad hebbe daar van meen ik dat UEd.le achtb. veele beweijzen in de Journalen te zijn; als UEd.le maar de felfde gelieft in te zien in de *Toevallen der Horologien*, aldaar fult UEd.le connen zien, hoe dickmaals defelve hebben ftil geftaan, dan hier door dan door die oorzaaken Ja ze hebben zodickwils ftilgeftaan dat ik zomtyts onnodigh geacht hebbe om int Journaal aan te teijkenen; vraaght men na de Reden en warom heb je niet eens te deegh Laaten verftellen dat het daar geen noot van mochten hebben; ik zal het UEd.le achtb. in't welnemen feggen hoe wel ik niet en twijffel off het ftaat vrij wat breder int Journaal geannoteert, de veer van het eene horologie is twee a 3e maal een Entie affgebroken geworden, te kort geworden zijnde aan ftuckent gebroken, hier op ftaat er wel int Journaal dat men Een andere heeft gemaakt, maar het werk was evenwel niet zooals 't hoorden twelk naderhand gebleken is, gelijck UEd.le a. breder, naakter en klaarder uijt de voorfch.r Journalen fult gelieven te konnen beoogen ten Laafte wegens het adderen en fubftraheren en Contra, dat by my averechts is gedaan daar weet ik niets op antwoorden, ende de verkleijningh der Tafelen ontrent Journaal, dat heb ik niet verandert, omdat haar verfchil niet groot was, want doen ik die tafel daarop maakte, zoo hebbe defelfde de novo uijtgerekent, en zagh toe dat haar uijt rekeningh iets verfchilde heb het toen onverandert Laten ftaan het zoude onder Correctie beter zijn UEd.le achtb. van defe mondelingh te fpreken alzoo ik meen dat UEd.le beter van alles onder-

[3]) Voir, sur cette instruction, la note 2 de la Lettre N°. 2774.

recht zouden werden, en daar op de E: H.ren bewinthebberen verzoeken mijn dien aangaanden te moeten fpreken.

Hier Mede wenfch UEd.le een geluckzaligh jaar en blijven vorders

UEd.le Gehoorzaamfte dienaar
JOAN: DE GRAAFF.

N° 2790.

CHRISTIAAN HUYGENS à P. BAYLE.

26 FÉVRIER 1693.

La minute et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

a Mr. Bayle a Rotterdam 26 fev. 93.

Mon neveu Huygens [1]) m'envoya Monfieur ces jours paffez le billet, dans lequel vous le priez de vous faire avoir quelque memoire touchant la vie et les efcrits de mon Pere, a qui vous vouliez faire l'honneur d'en faire mention dans voftre Dictionaire Critique [2]). Vous ne pouvez pas douter que je ne prenne tres volontiers ce foin, fi vous continuez dans le mefme deffein apres avoir confiderè ce que je vay dire, c'eft que Mr. le Clerc [3]), par Mr. Moetjens le libraire, m'a fait demander un pareil memoire, pour faire entrer mon Pere dans le Dictionaire de Moreri [4]) dont il a entrepris une nouvelle Edition, et ou il doit parler de plufieurs

[1]) Constantyn, fils de Lodewijk Huygens et de Jacoba Teding van Berkhout, voir la Lettre N°. 2018, note 3.

[2]) Dictionaire Historique et Critique par Monsieur Bayle. A Rotterdam, Chez Reinier Leers. MDCXCVII. Deux forts volumes in-f°. Il ne contient aucun article sur un des Huygens.

[3]) Jean le Clerc, né à Genève en 1657. Ayant séjourné quelque temps à Saumur, puis à Londres, il se fixa en 1683 à Amsterdam, où il se lia avec Philippus van Limborch, célèbre pro fesseur au collège des Remonstrants. Après un court séjour dans sa ville natale, où ses parents l'avaient rappelé, il retourna à Amsterdam. Il y fut nommé professeur de philosophie, de belles lettres et d'hébreu, charge qu'il conserva jusqu'à sa mort, arrivée le 8 janvier 1736. Il a laissé plusieurs ouvrages et rédigea une septième édition en trois Tomes (deux volumes) de l'ouvrage cité dans la note suivante. Cette édition, parue en 1694 chez Boom et van Someren, et chez Pierre Mortier à Amsterdam, chez Guillaume van de Water à Utrecht et chez Adriaan Moetjens à la Haye, ne contient aucune notice sur un des Huygens.

[4]) Le grand Dictionaire historique etc. Par M.re Moreri, Prêtre, Docteur en Theologie etc., dont le titre, contenant l'énumération des différents sujets, occupe une page in-f°. entière, parut pour la première fois à Lyon en 1675. Une seconde édition, en deux volumes, préparée par l'auteur, ne fut achevée qu'en 1681, après sa mort. L'ouvrage s'est considérablement étendu dans les nombreuses éditions subséquentes. Celle de Drouet, qui parut en 1759, compte dix volumes. Dans la dernière édition, que nous avons pu consulter, celle de 1740, se trouve un article sur Constantyn Huygens, père, qui certainement n'a pas été inspiré par Christiaan.

perfonnes de marque de notre pays ce qui m'a fait penfer s'il ne fembleroit pas qu'il y euft de l'affectation et de la fuperfluitè lors qu'on verroit a peu pres les mefmes chofes touchant cette vie paroiftre en mefme temps dans ces deux dictionaires. J'avois fongè apres cela fi en reprenant les fautes de Mr. Baillet dans fa vie de Mr. Des Cartes, ou il me confond perpetuellement avec mon pere, et me fait Curateur de l'Academie de Breda lors que j'y eftudiay et que je n'avois que 17 ans, fi disje a l'occafion de cette critique, vous ne pourriez pas raporter quelques particularitez de fa vie. Mais voila Mr. Baillet luy mefme qui par Mr. de Beauval m'a priè que je luy fiffe un memoire des fautes qu'on luy avoit dit que j'avois trouvè dans fon ouvrage [5]); dans l'intention, comme il femble de les redreffer dans quelque nouvelle edition ou autrement, et d'echaper peut eftre par la a voftre cenfure. En quoy m'eftant trouvè obligè de le fatisfaire c'eft a vous Mr. à juger, s'il ne vous ofte pas, par cette diligence tout fujet de rien dire a fon defavantage, dans l'endroit ou vous parleriez de mon Pere et qu'ainfi cet article ne pourroit pas avoir ce pretexte [6]). S'il vous plaift de me mander voftre fentiment fur ces raifons de douter, j'y foufcriray volontiers et feray tout ce que vous fouhaiterez eftant entierement

MONSIEUR — Voftre

N° 2791.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[1693].

Appendice au No. 2790.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens [1]).
Elle a été imprimée par V. Cousin [2]).

De la vie de M. DES CARTES par BAILLET.

2 vol.[3])

Page 485. C'eft Wilkins qui a donnè des effais d'une langue univerfelle [4]) et non pas Wren. C'eft un livre in-fol°.

---

5) Voir, sur Baillet et son ouvrage: „La vie de Monsieur Descartes", la Lettre N°. 2696, note 1.
6) Nous faisons suivre, dans l'Appendice à cette lettre, les notes concernant l'ouvrage de Baillet, que Chr. Huygens inscrivit sur les pages blanches d'un „Comptoir Almanach op 't Jaar ons Heeren Jesu Christi M.DC.LXXXVI."

---

1) Voir la Lettre N°. 2790, note 5.
2) Page 155, Tome II, de l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2675, note 1. La remarque de cette note sur la différence d'orthographe entre le texte, publié par Cousin, et l'original, s'applique encore à la pièce qui suit.
3) Cette suscription doit indiquer que les citations qui suivent s'appliquent au Vol. II.
4) Dans l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 1721, note 9.

P. 526. L'autheur du livre de l'ufage des orgues [5]) eftoit M. de Zuylichem mon père.

P. 537. Il femble croire que l'opinion de des Cartes touchant l'ame des beftes eft quelque chofe de beau, qui me paroit à moy un paradoxe ridicule.

380. Il prend mon Pere pour moy. Je ne fçavois pas encore fi bien efcrire en François, et j'ay ecrit très peu de lettres au P. Merfenne [6]). J'eftudiois à Breda du temps que cette lettre eft datée, fçavoir en avr. 1648. J'avois 19 ans.

P. 374. Ce n'eftoit pas Schotenius l'ancien, mais fon fils Fr. Schotenius, qui a traduit et commentè la geometrie de Mr. des Cartes [7]). Les vers fur le portrait [8]) de des Cartes eftoient de mon frère aifnè, aujourd'huy fecretaire du roy de la Grande Bretagne. Le portrait eftoit bien mal fait.

P. 297. Je ne fçay qui a pu fi mal informer l'autheur que de dire que Mr. Pollot [9]) auroit eftè profeffeur à Breda. Rien n'eft plus faux. M. Pollot n'y a jamais fongè. Il eftoit gentilhomme de M. le prince d'Orange Fr. Henry. Je doute s'il fcavoit le Latin. Il allègue le tome 2 des lettres de des Cartes, p. 308. Il faut le voir [10]).

P. eadem. Un autre auffi grand abus, en ce qu'il dit que j'ay eftè un des trois curateurs de l'Académie de Breda, fondée en 1646. C'eftoit mon Père. Je n'avois alors que 17 ans. Il prend la lettre de mon Pere, efcrite du camp au païs de Waes, pour la mienne [11]). Je ne fus jamais au camp.

P. 298. Il veut derechef que Mr. Pollot ait eftè profeffeur à Breda, et qu'il ait rendu cette univerfitè Cartefienne: ce qui eft faux. Il allegue le tome 3 des lettres de des Cartes, p. 622, M. des Cartes y dit qu'on luy mande que M. Pollot eft appelè à la profeffion, mais je crois qu'il y a un nom pour un autre [12]).

---

[5]) Gebruyck of ongebruyck van 't Orghel in de Kercken der Vereenigde Nederlanden. Beschreeven door Constantyn Huygens. Leyden, 1641. in-8°.

[6]) Voir les Lettres Nos. 14 et 20 du Tome I, et 23^b, 47^b et 57^b de l'Appendice au Tome II.

[7]) Voir l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 150, note 1.

[8]) Le portrait qui se trouve en tête de l'ouvrage de la note précédente.

[9]) Alphonse de Pollot, capitaine d'infanterie au service des Etats généraux, premier gentilhomme de la chambre du Prince, puis Maréchal de la Cour de la Princesse douairière. Il mourut à Genève, le 8 octobre 1668 en sa 65e année.

[10]) On n'y trouve rien qui puisse expliquer cette méprise.

[11]) Baillet dit, à la page citée, en parlant de l'Ecole illustre de Breda: „Le grand Veneur de Hollande, M. Rivet Aumônier & Théologien du Prince, & M. Huyghens second fils de M. de Zuylichem avoient été établis Curateurs de cette nouvelle Université, dont l'ouverture se fit avec solemnité le XVI du mois du septembre. C'est ce que nous apprenons d'une lettre que M. Huyghens écrivit au P. Mersenne le XII du même mois du Camp de S. Gilles au pays de Waes etc.". La lettre dont parle Baillet est évidemment celle que nous avons publiée sous le N°. 11^a, au Supplément du Tome II, p. 547 et suiv.

[12]) Il s'agit de la lettre de Descartes à le Leu de Wilhem du 15 juin 1646, pp. 435—438 du

Ibidem. Je ne sçache point auſſi qu'il y ait eu un Profeſſeur du nom de Jonſſon [13]), du moins en 1647 quand je vins à Breda, il n'y eſtoit point ni du depuis.

Ibidem. Il me fait derechef curateur de l'univerſitè de Breda. J'avois 17 ans ſeulement. Il eſt vray que j'avois eſtudiè la Geometrie, et l'analyſe de Mr. des Cartes ſous Schooten pendant un an à Leijden. Mais je n'avois point eu M. Pel pour maitre, ſinon que j'entendis 2 ou 3 de ſes leçons publiques à Breda. Il allegue Lipſtorpii ſpecim.[14]) p. 13, 14, 15 Lipſt. ne dit pas la ce que j'aye appris de Pel.

P. 299. Ce n'eſt pas moy, mais ce doit avoir eſtè mon pere, qui a rendu teſmoignage de mon frere ainè et de moy et non pas de mon cadet. Ce frere ainè eſtoit aupres de mon Pere à l'armée [15]). Jl avoit appris conjointement avec moy à Leyden de Fr. Schooten; mais ſes emplois ou il entra jeune ne luy permirent pas de continuer l'eſtude des mathematiques. Et mon cadet n'y ſçut jamais rien n'ayant point d'inclination pour cela de ſorte que c'eſt un abus de dire que nous ſommes tous devenus grands mathematiciens et c'eſt faire trop d'honneur à moy auſſi bien qu'a mes freres. Tous les eloges qui ſuivent ici de M. des Cartes ſont ſans doute de mon pere et non pas de moy.

P. 292. Je doute fort ſi la lettre qu'il m'attribue, adreſſée au P. Merſenne, n'eſt pas de mon Pere. Je ne crois pas qu'en 1646 j'euſſe encore lu le Livre de Regius [16]), ni ne me ſouviens pas de l'avoir trouvè fort à mon grè. Il allegue pourtant une lettre de Chr. Huyghens au P. Merſenne, de 1646, 21 aouſt [17]).

P. 157. Ce ſera encore une lettre de mon Pere au P. Merſenne, en avr. 1642 je n'avois que 13 ans et je n'avois nul commerce encore avec le P. Merſenne.

P. 46. Mon pere ne fit jamais travailler aux verres de Mr. des Cartes, mais un habille tourneur qu'il connoiſſoit l'entreprit à Amſterdam, qui y perdit ſes peines et bien de l'argent [18]).

Tome IV de l'édition récente de C. Adam et P. Tannery. Dans cette lettre Descartes écrivit „Pell" et non pas „Pollot". Les éditeurs remarquent, que l'erreur est due à Clersellier qui, à l'initiale P de la minute, substitua „Pollot".

[13]) Cousin imprime Joorson, mais le manuscrit a: Jonsson. Il s'agit de Samuel Jonsson, ministre de la reine de Bohême, au sujet duquel Descartes, dans sa lettre à Mersenne du 7 septembre 1646, écrivit qu'il était alors „Professeur en l'Eschole Illustre". Voir la nouvelle édition des Œuvres de Descartes, au Tome IV, p. 497.

[14]) Voir, sur D. Lipstorp, la Lettre N°. 92, note 2, et sur ses Specimina Philosophiae Cartesianae, la Lettre N°. 154, note 1. A l'endroit cité Lipstorp loue le premier ouvrage de Huygens (voir la Lettre N°. 95, note 1).

[15]) Baillet cite ici en marge la lettre du 12 septembre 1646, mentionnée dans la note 11, estimant mal à propos que c'est une lettre de Christiaan et non pas du père Constantyn.

[16]) L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 13, note 5. Sur Regius (Henri de Roy), voir la Lettre N°. 12, note 2.

[17]) Elle n'a probablement pas existé. Nous ne la connaissons pas.

[18]) On peut consulter à ce sujet, dans la nouvelle édition des Œuvres de Descartes, les Lettres LXII—LXV, LXVIII, LXXXIV, LXXXIX, CII et CVI appartenant à la correspondance de Constantyn Huygens avec Descartes, et la lettre CXLIV de Descartes à Ferrier.

P. 266. Ce ne ſont pas les poeſies Latines de mon pere qui avoient paru auparavant l'annee 1645, mais les Flamandes. Leur titre eſtoit Otia [19]), ou heures de loiſir. Elles avoient paru des l'an 1621, et luy avoient fait plus d'honneur que les Latines [20]).

I volume.

P. 267. Je ne ſçay pourquoy il y a partout dans les lettres de des Cartes Zuitlichem. Mon Pere ecrivoit Zuylichem. Il fait icy beaucoup d'honneur à mon pere.

P. 268. J'ay le Traitè de méchanique dont il parle, de la main de Mr. des Cartes [21]).

P. 317. Il parle du meſme Traitè. Il ne comprend qu'une telle quelle demonſtration des cinq puiſſances mechaniques.

P. 318. Il fait bien de l'honneur icy à ma Mere et à nous tous. Il eſt vray qu'elle avoit beaucoup d'inclination aux ſciences, mais elle ne ſçavoit pas le Latin, et ces vers à Barleus dont il parle eſtoient de mon Pere qui les donna comme d'elle en plaiſantant.

On connaitra les lettres de mon Pere a ſon ſceau, ſi on a les originaux. il eſtoit a peu pres tel Huygens

P. 207. touchant les vibrations ou centres d'agitation. Roberval y trouva tres peu, ſçavoir le centre de vibration du ſecteur de cercle [22]). Mr. des Cartes rien [23]). J'ay achevè tout ce qui regarde cette matiere, et j'ay donnè des demonſtrations. dans mon traitè de l'Horloge [24]).

P. 134. Il mepriſe avec raiſon l'explication des parelies de M. Gaſſendi qui eſt mal entendue, mais celle que luy meſme donne dans ſes Meteores eſt ridicule et tres aiſée à refuter.

Mr. des Cartes n'a pas connu quel ſeroit l'effet de ſes Lunettes hyperboliques, et en a preſumè incomparablement plus qu'il ne devoit. n'entendant pas aſſez

---

[19]) L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 421, note 4. Cette édition de 1625, comprenant des poésies latines, françaises, italiennes et hollandaises est, en effet, la plus ancienne des Otia.
Les poésies hollandaises parues avant 1625 portaient d'autres titres.

[20]) Elles furent publiées par Caspar van Baerle dans l'ouvrage cité dans la Lettre 3[d] (Supplément du Tome I, p. 555), note 1.

[21]) Dans la nouvelle édition des Œuvres de Descartes cette pièce occupe les pages 435—447 du Tome I.

[22]) Voir les notes 4 et 5 de la Lettre N°. 1317. La pièce envoyée par Roberval à Cavendish et qui contient ses recherches sur le centre de „percussion" ou d'„agitation", a été reproduite dans la nouvelle édition des Œuvres de Descartes, Tome IV, pp. 420—428.

[23]) Voir la remarque de la page 428 de la pièce citée dans la note précédente.

[24]) L'ouvrage mentionné dans la Lettre N°. 1925, note 1.

cette Theorie de la dioptrique, ce qui paroit par sa demonstration très mal bastie des Telescopes [25]).

Il ne sçavoit pas le defaut des refractions remarquè par Newton. Nous serions heureux s'il n'y avoit que le defaut de la figure spherique.

Ne seroit-ce pas plus d'honneur à Mr. des Cartes si on avoit omis un grand nombre de petites particularitez sur sa vie? Ou faut il croire que c'est un avantage et une chose à souhaiter, d'estre ainsi connu a la posteritè par des particularitez et des circonstances, qui n'ont rien de grand ni de fort extraordinaire? Il me semble que si on nous avoit laissè de tels memoires de la vie d'Epicure ou de Platon, elles n'adjouteroient rien à l'estime que je fais de ces grands hommes. Outre que ces petites choses ne meritent pas d'occuper un lecteur.

Cet endroit où il raconte comment il avoit le cerveau trop echauffè et capable de visions, et son vœu à N. dame de Lorette marque une grande foiblesse, et je crois qu'elle paroit telle mesme aux catholiques qui se sont defait de la bigoterie.

Mr. des Cartes avoit trouvè la maniere de faire prendre ses conjectures et fictions pour des veritez. Et il arrivoit a ceux qui lisoient ses Principes de Philosophie quelque chose de semblable qu'a ceux qui lisent des Romans qui plaisent et font la mesme impression que des histoires veritables. La nouveautè des figures de ses petites particules et des tourbillons y font un grand agrement. Il me sembloit lorsque je lus ce livre des Principes la premiere fois que tout alloit le mieux du monde, et je croiois, quand j'y trouvois quelque difficultè, que c'etoit ma faute de ne pas bien comprendre sa pensée. Je n'avois que 15 à 16 ans. Mais y ayant du depuis decouvert de temps en temps des choses visiblement fausses, et d'autres tres peu vraisemblables je suis fort revenu de la preoccupation ou j'avois estè, et à l'heure qu'il est je ne trouve presque rien que je puisse approuver comme vray dans toute la physique ni metaphysique, ni meteores.

Ce qui a fort plu dans le commencement quand cette philosophie à commencè de paroitre, c'est qu'on entendoit ce que disoit M. des Cartes, au lieu que les autres philosophes nous donnoient des paroles qui ne faisoient rien comprendre, comme ces qualitez, formes substantielles, especes intentionnelles, etc. Il a rejettè plus universellement que personne auparavant cet impertinent fatras. Mais ce qui a surtout recommandè sa philosophie, c'est qu'il n'est pas demeurè à donner du degout pour l'ancienne, mais qu'il a osè substituer des causes qu'on peut comprendre de tout ce qu'il y a dans la nature. Car Democrite, Epicure et plusieurs autres des philosophes anciens, quoiqu'ils fussent persuadez que tout se doit expliquer par la figure et le mouvement des corps et par le vuide, ils n'expliquoient aucun phenomene en sorte qu'on en restoit satisfait. Comme il paroit par les chimeres touchant la vision, où ils vouloient qu'il se detache continuellement des pellicules

[25]) Au Discours Septième de la Dioptrique.

tres deliees des corps lesquelles vont frapper nos yeux. Ils retenoient la pesanteur pour une qualitè interne des corps. Ils soutenoient que le soleil n'avoit effectivement qu'un pied ou deux de diametre, et qu'il se refesoit la nuit pour renaitre le lendemain. Enfin ils ne penetroient rien de ce qu'on souhaitoit de sçavoir.

Les modernes comme Telesius [26]), Campanella [27]), Gilbert [28]), retenoient de mesme que les Aristoteliciens plusieurs qualitez occultes, et n'avoient pas assez d'invention ni de mathematiques pour faire un systeme entier; Gassendi non plus, quoy qu'il ait reconnu et decouvert les inepties des Aristoteliciens. Verulamius a vu de mesme l'insuffisance de cette philosophie Peripateticienne, et de plus a enseignè de tres bonnes methodes pour en bastir une meilleure à faire des experiences et a s'en bien servir. Il en a donnè un exemple avec succes qui regarde la chaleur dans les corps, qu'il conclud n'estre qu'un mouvement des particules qui les composent. Mais au reste il n'entendoit point les Mathematiques et manquoit de penetration pour les choses de physique, n'ayant pas pu concevoir seulement la possibilitè du mouvement de la Terre, dont il se moque comme d'une chose absurde. Galilee avoit du costè de l'esprit, et de la connoissance des Mathematiques tout ce qu'il faut pour faire des progres dans la Physique, et il faut avouer qu'il a estè le premier à faire de belles decouvertes touchant la nature du mouvement, quoy qu'il en ait laissè de tres considerables à faire. Il n'a pas eu tant de hardiesse ni de presomption que de vouloir entrepretendre d'expliquer toutes les causes naturelles, ni la vanitè de vouloir estre chef de secte. Il estoit modeste et aimoit trop la veritè; il croioit d'ailleurs avoir acquis assez de reputation et qui devoit durer à jamais par ses nouvelles decouvertes.

Mais M. des Cartes qui me paroit avoir estè fort jaloux de la renommee de Galilee avoit cette grande envie de passer pour autheur d'une nouvelle philosophie. Ce qui paroit par ses efforts et ses esperances de la faire enseigner aux academies à la place de celle d'Aristote; de ce qu'il souhaitoit que la societè des Jesuites l'embrassast: et en fin parce qu'il soutenoit a tort et a travers les choses qu'il avoit une fois avancees, quoyque souvent tres fausses. Il respondoit à toutes les objections, quoyque je voye rarement qu'il ait satisfait á ceux qui les faisoient, si non comme les soutenants font aux disputes publiques dans les Academies, où on leur laisse toujours le dernier mot. Cela auroit estè autrement, s'il eust pu expliquer

---

[26]) Bernardino Telesio, né en 1509 à Cosenza, mort en 1588 à Naples. On a de lui plusieurs écrits: De rerum natura juxta propria principia, 1565; De his quae in aëre fiunt et de terrae motibus; De colorum generatione, 1570; dont quelques-uns ont été rassemblés en 1590 dans une nouvelle édition, publiée à Venise, sous le titre: Varii de naturalibus rebus libelli.

[27]) Tommaso Campanella, dominicain, né à Stilo, le 5 septembre 1568, mort à Paris, le 21 mai 1639. Il écrivit plusieurs ouvrages de philosophie, entre autres: Philosophia Sensibus demonstrata, 1591; Prodromus philosophiae instaurandae, 1617; De sensu rerum et magia, 1620.

[28]) Sur William Gilbert, voir, au Tome IV, p. 514, la note 4 de la Lettre N°. 455[a].

clairement la veritè de ſes dogmes; et il l'auroit pu, ſi la veritè s'y fuſt rencontrée. J'ay dit qu'il donnoit ſes conjectures pour des veritez, ce qui paroiſt dans les particules canelees qu'il emploie á l'explication de l'aimant [29]) au cercle de glace ſuſpendu en l'air qu'il emploie aux parelies de Rome [30]), et a cent autres choſes, ſans qu'il ſe ſoit arreſtè a quantitè d'abſurditez que ces hypotheſes trainoient avec elles. Il aſſuroit de certaines choſes ſans demonſtration, comme ces loix du mouvement dans les corps qui ſe rencontrent [31]); qu'il croioit faire accepter pour vraies en permettant de croire que toute ſa phyſique fuſt fauſſe ſi ces lois l'eſtoient. C'eſt a peu pres comme s'il vouloit les prouver en faiſant ferment. Cependant il n'y a qu'une ſeule de ces loix de veritable [32]), et il me ſera fort aiſè de le prouver.

Il devoit nous propoſer ſon ſyſteme de phyſique comme un eſſay de ce qu'on pouvoit dire de vraiſemblable dans cette ſcience en n'admettant que les principes de mechanique et inviter les bons eſprits a chercher de leur coſtè. Cela euſt eſtè fort louable. Mais en voulant faire croire qu'il a trouvè la veritè, comme il le fait par tout, en ſe fondant et ſe glorifiant en la ſuite et en la belle liaiſon de ſes expoſitions, il a fait une choſe qui eſt de grand prejudice au progrès de la philoſophie. car ceux qui le croient et qui ſont devenus ſes ſectateurs, s'imaginent de poſſeder la connoiſſance des cauſes de tout, autant qu'il eſt poſſible de les ſçavoir; ainſi ils perdent ſouvent le temps a ſoutenir la doctrine de leur maitre, et ne s'etudient point a penetrer les raiſons veritables de ce grand nombre de phenomenes naturels, dont des Cartes n'a debitè que des chimeres.

La plus belle choſe qu'il ait trouvè en matiere de phyſique et dans la quelle ſeule peut-eſtre il a bien rencontrè, c'eſt la raiſon du double arc en ciel [33]), c'eſt a dire pour ce qui eſt de la determination de leurs angles ou diametres apparents, car pour la cauſe des couleurs il n'y a rien de moins probable a mon avis. Les ecrits des autres philoſophes juſqu'a luy, eſtoient pitoiables ſur ce ſujet, pour n'avoir pas ſçu aſſez de geometrie, n'avoir connu les veritables loix de la refraction, ni s'etre eſclaircis par des experiences. Il eſt vray que ces loix de la refraction ne ſont pas de l'invention de Mr. des Cartes ſelon toutes les apparences, car il eſt certain qu'il a vu le livre manuſcrit de Snellius [34]), que j'ay vu auſſi; qui eſtoit ecrit exprès touchant la nature de la refraction et qui finiſſoit par cette regle dont il remer-

---

[29]) Voir la note 10 de la Lettre N°. 2454.

[30]) Consultez le „Discours Dixième" des „Météores".

[31]) Voir les §§ 46—52 de la seconde partie des „Principes".

[32]) Celle d'après laquelle „deux corps... exactement égaux... retourneroient chacun vers le côté d'où il seroit venu, sans perdre rien de leur vitesse".

[33]) Voir le „Discours Huitième" des „Météores".

[34]) On peut consulter à ce sujet un article de M. D. J. Korteweg, paru dans la „Revue de Métaphysique et de Morale", 4me année, juillet 1896, pp. 489—501, et dans le „Nieuw Archief voor Wiskunde", 2e série, T. III, pp. 57—71, sous le titre: „Descartes et les manuscrits de Snellius, d'après quelques documents nouveaux"

cioit Dieu, quoyqu'au lieu de confiderer les finus, il prenoit ce qui revient a la mefme chofe, les coftez d'un triangle, et qu'il fe trompoit, en voulant que le rayon qui tombe perpendiculairement fur la furface de l'eau fe raccourcit, et que cela fait paroiftre le fond d'un vaiffeau elevè plus qu'il n'eft.

Nonobftant ce peu de veritè que je trouve dans le livre des Principes de Mr. des Cartes, je ne difconviens pas qu'il ait fait paroitre bien de l'efprit à fabriquer, comme il a fait, tout ce fyfteme nouveau, et a luy donner ce tour de vraifemblance qu'une infinitè de gens s'en contentent et s'y plaifent. On peut encore dire qu'en donnant ces dogmes avec beaucoup d'affurance, et eftant devenu autheur tres celebre, il a excitè d'autant plus ceux qui efcrivoient apres luy a le reprendre et tacher de trouver quelque chofe de meilleur. Ce n'eft pas auffi fans l'avoir bien meritè, qu'il s'eft acquis beaucoup d'eftime; car a confiderer feulement ce qu'il a efcrit et trouvè en matiere de Geometrie et d'algebre, il doit eftre reputè un grand efprit.

N° 2792.

Christiaan Huygens à Lodewijk Huygens.

26 février 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

26 feb. 93.

Je vous envoie Mon frere cet argent pour voftre contingent de la premiere de 3 annees de ferme du Ruyterfweerd a Zuylichem, dont nous avons trouvè bon de traiter en particulier fans intervention du Receveur [1]) pour d'autant mieux le faire fonger a fon devoir. il y a 66 fr.[2]). Nous avions cru vous voir habitant de la Haye au mois de Maj et en aurions eftè fort aifes. Mais j'apprends que vous avez quitè ce deffein, apparemment par des raifons que vous aurez cru devoir prevaloir.

Je vous prie d'envoier a Mr. Bayle la lettre que j'enferme icy [3]).

---

[1]) D'après une note du livre H des Adversaria, il s'appelait Willem Matthijsse van Maere.

[2]) A ce sujet on trouve noté dans les Adversaria: 1692. 31 Dec. Aen Gijfbert Jans Zuijl en Jacob Swart tot Zuylichem geaccordeert over de pacht van de Ruyterfwaerdt voor 265 's jaers eens gelt, voor den tydt van 3 jaeren, te betaelen yder jaer op St. Pieterfdagh 18 Jan. te beginnen St. Pieter 1693. Dit eerfte jaer is betaelt.

[3]) La Lettre N°. 2790.

N° 2793.

Christiaan Huygens à H. Basnage de Beauval.

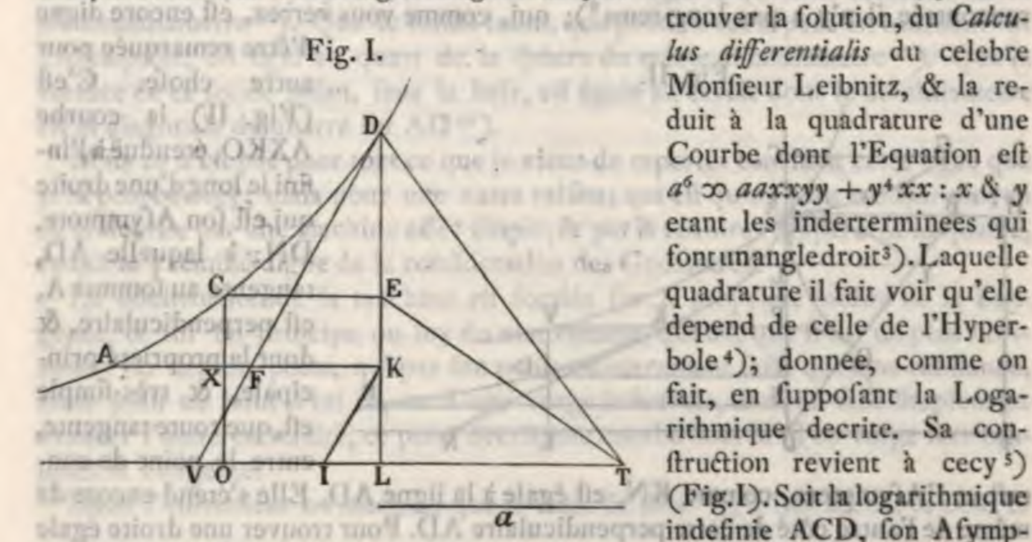
[février] 1693.

La pièce a été imprimée dans l'Histoire des Ouvrages des Sçavans [1].

Je vous envoye Monſieur la conſtruction d'un Probleme, qui ſans doute plaira aux Geometres, ſi vous prenez la peine de la leur communiquer, étant fort belle, & ayant quelque choſe de ſingulier. Elle m'a été envoyee par Monſieur le Marquis de l'Hoſpital [2]), qui fait honneur à ces ſciences, & qui me fait juger par cet échantillon, & par quelques autres que j'ay vus de luy, qu'il ne cede en rien aux plus ſavants Geometres de ce tems. Je vous envoye auſſi à cette occaſion quelques unes de me dernieres ſpeculations en des matieres aſſez ſemblables.

Le Probleme de Monſieur le Marquis eſt de trouver une ligne droite egale à une partie donnée de la ligne Logarithmique. Il ſe ſert avec adreſſe, pour en trouver la ſolution, du *Calculus differentialis* du celebre Monſieur Leibnitz, & la reduit à la quadrature d'une Courbe dont l'Equation eſt $a^6 \infty aaxxyy + y^4 xx : x$ & y etant les indertermineés qui font un angle droit [3]). Laquelle quadrature il fait voir qu'elle depend de celle de l'Hyperbole [4]); donneé, comme on fait, en ſuppoſant la Logarithmique decrite. Sa conſtruction revient à cecy [5]) (Fig. I). Soit la logarithmique indefinie ACD, ſon Aſymp-

Fig. I.



[1]) Dans le fascicule de décembre 1692, janvier et février 1693, p. 244—257 au „Mois de Février". 's Gravesande en a donné une traduction latine dans ses „Chr. Hugenii Opera Varia", p. 507.

[2]) Voir les Lettres Nos. 2760, 2765 et 2775.

[3]) Consultez la Lettre N°. 2765 à la page 315, où le problème est réduit à la sommation des $a^2dy : y\sqrt{a^2+y^2}$, c'est-à-dire, dans la conception de Huygens, à la quadrature de la courbe $x = a^3 : y\sqrt{a^2+y^2}$.

[4]) Voir la Lettre N°. 2775.

[5]) Ce qui va suivre est identique avec la construction simplifiée, communiquée par Huygens à de l'Hospital dans sa Lettre N°. 2777.

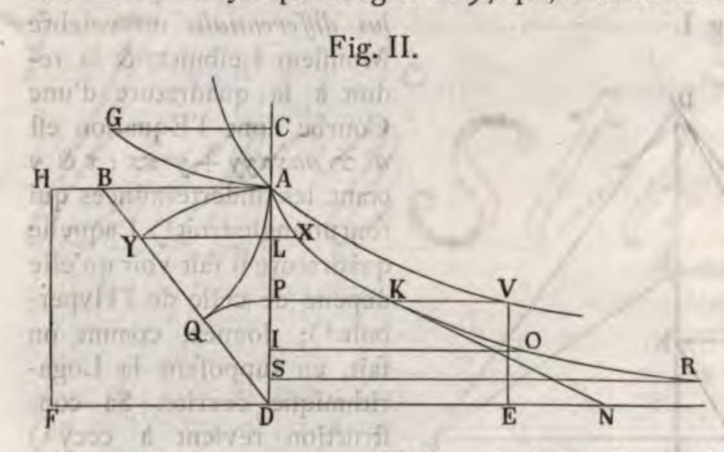
tote LO, ſa ſoutangente perpetuelle donnee a Et la portion de la courbe ſoit CD, a laquelle il faille trouver une ligne droite egale.

Il faut mener DL, CO perpendiculaires à l'Aſymptote, CE perpendiculaire a DL, & prenant LT dans l'Aſymptote, égale à la ſoutangente a, & joignant les droites TD, TE, faire TV égale à TD, & TI égale à TE. Puis ayant joint VD, luy mener parallele IK, & de K, où elle rencontre DL, mener KA parallele à l'Aſymptote, coupant DV en F, CO en X, & la logarithmique en A. Alors les droites AX & FK, priſes enſemble ſeront égales à la courbe CD.

La ſolution du même Probleme, à ce que je trouve, ſe peut auſſi reduire à la quadrature d'une courbe, dont l'Equation eſt $a^4 \infty xxyy - aayy$[6]), laquelle dépend, comme l'autre, de la quadrature de l'Hyperbole, comme je pourrois le prouver par une demonſtration aſſez aiſée[7]). Mais la conſtruction aboutit à la même que je viens de raporter.

Je ne ſay s'il y a beaucoup de lignes courbes qui ayent cette propriété, que leur longueur ſe puiſſe meſurer par elles mêmes. Cependant en voicy une que j'ay rencontrée il n'y a pas long-tems[8]); qui, comme vous verrez, eſt encore digne d'être remarquée pour autre choſe. C'eſt (Fig. II) la courbe AXKO, étenduë à l'infini le long d'une droite qui eſt ſon Aſymptote, DN; à laquelle AD, tangente au ſommet A, eſt perpendiculaire, & dont la proprieté principale, & très-ſimple eſt, que toute tangente, entre le point de contact et l'Aſymptote, comme KN, eſt égale à la ligne AD. Elle s'étend encore de même de l'autre côté de cette perpendiculaire AD. Pour trouver une droite égale à une portion donnée de cette courbe depuis le ſommet A, comme AK, (car par là on l'aura auſſi pour toute autre portion) il faut mener KP perpendiculaire ſur AD, & ayant decrit un arc de cercle PQ, ayant D pour centre, & pour demidiametre DP, trouver en AB parallele à l'Aſymptote, le point B, qui ſoit centre de la circonference qui paſſe par A, & touche l'arc PQ, ce qui eſt aiſé. En ſuite ayant

Fig. II.



[6]) Voir la Lettre N°. 2777 à la page 349.

[7]) Voir la pièce N°. 2778.

[8]) Le 29 octobre 1692; voir le § I de l'Appendice N°. 2794 à la présente lettre.

mené la droite BD, il faut prendre fur elle DY, egale à DA, & du point Y mener une parallele à l'Afymptote, jufques á la courbe en X. alors cette YX fera égale à la courbe AK [9]). Et la nature de cette ligne eft telle, que quand on prend des proportionelles autant qu'on veut dans la droite AD depuis D, comme DS, DI, DP, & qu'on mene les appliquées SR, IO, PK; les parties interceptées de la courbe, comme RO, OK, font toutes égales.

Elle fert encore à la quadrature de l'Hyperbole. Car la même droite YX fait avec AD un rectangle égal à un efpace hyperbolique ADEV, terminé par AD, VE, perpendiculaires fur FDE, une des Afymptotes, lefquelles perpendiculaires font dans la raifon de AD à DP; l'Hyperbole AV étant Equilatere, & fon quarré à l'angle des Afymptotes étant ADFH. D'où l'on voit reciproquement comment on peut trouver les points de cette courbe, en fuppofant la quadrature de l'Hyperbole.

Elle a encore d'autres proprietez remarquables, comme font que l'efpace infini entre la courbe, l'Afymptote, & la droite AD, eft égal au quart du cercle dont AD eft demidiametre [10]). Que le folide infini, que produit cet efpace en tournant fur l'Afymptote, eft égal au quart de la fphere du même demidiametre [11]). Que la furface de ce folide infini, fans la bafe, eft égale au cercle dont le demidiametre eft la diagonale du quarré fur AD [12]).

Mais ce n'eft pas pour tout ce que je viens de raporter touchant cette ligne que je la propofe icy; mais pour une autre raifon; qui eft qu'on peut trouver moyen de la decrire par une machine affez fimple, & par là reduire l'Hyperbole au quarré, ce qui m'a femblé digne de la confideration des Geometres.

La conftruction de la machine eft fondée fur la proprieté fufdite de la Tangente, & fur un principe ou loy du mouvement, qui eft, que fi fur un plan horizontal on tire un point, qui par fon poids ou autrement faffe quelque refiftance, étant joint au bout d'un fil, ou d'une verge inflexible, dont on faffe fimplement avancer l'autre extremité, ce point decrit une courbe dont le fil ou verge fera toûjours la Tangente.

Dans l'inftrument ou machine que je viens de dire [13]), il faut mener le bout D

[9]) Malheureusement les manuscrits de Huygens ne contiennent que très peu de renseignements sur la manière par laquelle cette construction, dont il est d'ailleurs facile de constater l'exactitude par les procédés modernes, a été obtenue. Seulement le § II de l'Appendice N°. 2694 nous apprend comment Huygens avait pu conclure à la possibilité d'une telle construction, la tractrice étant considérée comme tracée.

[10]) Voir le § IV de la pièce N°. 2694. Ce theorème est le seul, parmi tous ceux que se rapportent ici à la tractrice, dont les manuscrits nous fassent connaître la déduction.

[11]) Voir le § V de la pièce N°. 2794.

[12]) Voir le § VI de la pièce N°. 2794.

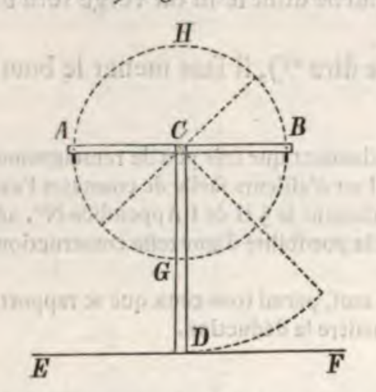
[13]) Dès la page 117, datée du 29 octobre 1692, d'où nous avons emprunté le § I de la pièce N°. 2694 et qui contient aussi les premières recherches géométriques sur la tractrice, jusqu'à

du fil ou de la verge DA dans la ligne droite DN, & trouver moyen que la pointe A, qui eſt à l'autre bout, ſe tienne droite, & qu'elle preſſe contre le plan horizon-

la page 137, le livre H est rempli de divers projets d'instruments propres à décrire la tractrice. C'est d'abord sur le poids de la pièce qui porte le stylet traçant que Huygens compte pour obtenir la pression nécessaire contre la plaque sur laquelle la courbe sera tracée, et dont la situation horizontale est obtenue à l'aide d'un niveau. De cette manière il a réussi, comme il le dit sous la date du 10 novembre 1692, à décrire exactement sa Tractoria ou quadratrice de l'Hyperbole à l'aide d'un instrument qui consiste simplement en une règle reposant sur deux pointes dont l'une constitue le stylet traçant, tandis que l'autre peut tourner librement dans une cavité d'un curseur glissant le long du bord de la plaque. La règle y est lestée par un poids attaché à une lame recourbée, soudée à la règle et contournant le bord opposé de la table, de sorte que le poids se trouve sous la table, juste au-dessous du stylet traçant.

Toutefois Huygens, considérant qu'un manque d'horizontalité de la plaque aurait trop d'influence sur le tracé de la courbe, ne s'est pas arrêté définitivement à ce projet. Pour obvier à ce défaut, il cherche à obtenir une pression supplémentaire sur la pointe traçante, indépendante de la gravité. A cet effet, il imagine même un appareil dans lequel il emploie la pression de l'atmosphère. C'est une fiole renversée, telle qu'il l'employait sur le plateau de sa machine pneumatique, et dont l'embouchure armée d'un anneau métallique reposait sur une rondelle de cuir ou de papier mouillé, donnant au centre libre passage au style traçant solidement attaché à l'anneau métallique, dont il occupait le centre. A cet anneau était fixée la tige qui devait entraîner l'appareil. Un vide partiel était produit dans la fiole en chauffant préalablement l'air intérieur au moyen d'une flamme.

Cette disposition ne pouvait réussir, parce que la friction, résultant de la pression sur la rondelle, s'opposerait aussi bien au mouvement *tournant* de la fiole, qui est une conséquence de l'attachement rigide de la tige à l'anneau métallique, qu'au mouvement en avant dans la direction de la tige; et le passage suivant, que nous empruntons à la page 135 du manuscrit cité, montre comment Huygens s'était rendu compte que cette circonstance fausserait nécessairement le résultat obtenu: „Quidsi baculo AB (voir la figure de cette note) angulis rectis affixus sit CD; sint autem cuspides planum radentes in A et B, ac trahatur extremum D secundum regulam EF. Sic punctum C non describet tractoriam nostram ut experientia docet, ac tanto minus quanto brevior CD ad AB comparata. Hinc satis apparet, nec tunc tractoriam a puncto C descriptum iri, si AHBG sit orbis cujus C centrum. Ergo nec cucurbita nec orbis planus, aut cimbula... ad hanc descriptionem conducent".



Huygens, pour remédier à cet inconvénient, imagine d'abord de remplacer la fiole par un cylindre creux de peu de hauteur, dont le couvercle est muni en dehors d'une pointe qui passe par un petit trou dans le bras CD; mais bientôt il a recours à un autre projet qu'il désigne comme „optimus modus describendae quadraticis nostrae" et qui consiste en une poulie reposant horizontalement sur son axe dont l'extrémité inférieure forme le stylet. Les deux bouts d'une corde appliquée dans la gorge de la poulie sont fixés à un point du curseur. La

tal, plûtôt par reffort que par poids; parce qu'ainfi la courbe AK fe decrit fans faute qui foit fenfible, quoy que le plan ne foit pas exactement de niveau. Et l'on peut favoir fi elle a fa veritable figure, en repouffant le bout N de la verge par la même droite ND, parce qu'il faut que la pointe repaffe de K en A fur la même trace qu'elle vient de marquer [14]).

Si cette defcription, qui par les loix de la Mechanique doit être exacte, pouvoit paffer pour Geometrique, de même que celles des fections de Cone qui fe font par les inftrumens l'on auroit par elle, avec la quadrature de l'Hyperbole, la conftruction parfaite des Problemes qui fe reduifent à cette quadrature [15]); comme

poulie, revêtue des deux côtés d'une ou deux rondelles de laine, est fortement pressée par une planche parallèle à la plaque horizontale, sur laquelle elle repose, et retenue à distance fixe d'elle par quatre petits pieds. Mais avec cet arrangement Huygens prévoyait encore des difficultés pour obtenir un tracé exact, surtout près du sommet de la courbe, par suite de l'impossibilité d'éviter quelque allongement de la corde à l'origine du mouvement. C'est ce qui l'amène à remplacer la corde par une tige reliant l'axe de la poulie au curseur et pouvant tourner librement par un angle droit dans une cavité de la poulie.

Ajoutons qu'incidentellement Huygens s'occupe encore d'autres dispositions; c'est une fois une charrette à deux roues, ayant un long timon dont l'extrémité est poussée le long d'une droite horizontale. A l'autre bout, au milieu entre les deux roues, le timon porte un cilindre vertical dans lequel peut glisser le stylet, qui doit tracer sur le plan horizontal la courbe en question.

Une autre fois c'est une petite nacelle en forme de portion de sphère assez plate, qu'on fait nager sur l'eau ou sur du sirop, et chargée d'un bâton qu'on pose dessus en équilibre et dont on traîne l'un des bouts en ligne droite, ou tirée par une pointe fixée au centre de la nacelle. Il est vrai qu'il serait difficile d'obtenir de cette manière un tracé de la tractrice, mais, comme Huygens le remarque, „l'aissieu de la nacelle, prolongé en haut et rencontrant un fil tendu sur le baquet... resoudra le problème de la quadrature hyperbolique".

14) Dans le manuscrit cité, Huygens insiste beaucoup sur ce point. On y lit entre autres à la page 120: „Palmarium quod reversione pedis secundum canonem cognoscere licet ut curva recta descripta sit an secus. Hinc enim fit ut falli non possimus" et encore à la page 121 „sed praesto est examen reversionis per idem vestigium, quod hic ante exposui. Hinc enim fit ut decipi nequeamus; certiusque colligatur recte prescriptam esse curvam hanc nostram quam circino ductu circuli circumferentiam".

15) A la page 123 du livre H on trouve encore à ce propos les remarques suivantes: „On ne dira jamais que les constructions des problèmes qui se font par la règle et par le compas sont imparfaites par ce qu'on y suppose un plan parfait, une règle parfaite et que d'un point à un autre on puisse tirer une ligne droite, quoyque la derniere perfection soit impossible aux hommes en ces choses; mais on se contente de scavoir que estant supposées parfaites, il n'y manqueroit rien à la justesse de la construction, et qu'on peut approcher assez pres à fabriquer une règle parfaitement droite et un plan juste, pour tirer l'utilité qu'on desire dans ce travail. Il en est de mesme dans ma construction de la quadr.re de l'hyperbole ou je suppose un plan parfait et qui soit exactement parallele à l'horizon, car ce qui entre de plus, scavoir qu'en tirant simplement par un fil on une regle un point pesant attache a leur autre bout le long d'un plan

ſont entre autres la determination des points de la *Catenaria*, ou Chainette, & les Logarithmes.

Car quand BY eſt égale à AC, qu'on prend dans l'axe de la Chainette, c'eſt-a-dire DB égale à DC, ſon appliquée CG ſera égale à YX [16]). Et la même YX [17]) eſt encore le Logarithme de la raiſon de AD à PD. C'eſt-à-dire, qu'elle eſt égale à la diſtance des deux lignes AD, PD, ou de quelques deux autres qui ayent la même raiſon, appliquées á l'Aſymptote de la ligne Logarithmique, qui a DA pour tangente univerſelle; d'ou l'on peut trouver les Logarithmes des Tables, ſuivant ce que j'ay montré dans l'Addition au Diſcours de la cauſe de la Peſanteur [18]). Mr. Leibnitz, qui a commencé le premier [19]) à reduire la courbe de la Chainette aux loix de la Geometrie, vouloit que cette ligne formée par le moyen d'une chaine effective, & fort deliée, put ſervir à l'invention des Logarithmes [20]), ou

---

ce point suivra tousjours la direction de la ligne qui le tire, et descrira une courbe que cette ligne touchera toujours en allant, ce n'est pas une demande mais un theoreme veritable en mechanique et qu'on peut facilement demontrer. Il n'y a donc proprement que la demande d'un plan horizontal dont j'ay besoin pour la dimension de l'hyperbole. On n'y peut obtenir la derniere perfection; aussi ne peut on faire une regle droite, mais on peut faire comme à la regle ainsi à ce plan horizontal; qu'il y manque si peu, que quand il seroit tres parfait la construction ne seroit pas differente au sens de nostre vue de ce qu'elle est; ce qui s'en suit de la certitude que donne l'epreuve de retour par la courbe decrite dont j'ay parle cy-devant.

„On doit avouer que ma courbe estant supposée ou donnée, on a la quadrature de l'Hyperbole. Si je trouve donc quelque moien de la decrire aussi exactement qu'avec un compas ordinaire on decrit un cercle, n'auray je pas trouvé cette quadrature? Qu'y a-t-il plus a dire a ma construction qu'a celle d'une ligne moienne proportionelle entre deux droites donnees? Il est vray que j'ay besoin du parallelisme d'un plan a l'horizon; mais cela est possible, non pas dans la derniere justesse, mais comme la droiture d'une regle. Pour le reste je decris ma courbe presque aussi facilement qu'un cercle et la machine que j'emploie approche fort de la simplicité du compas.

„On dira que dans ma description de la courbe il peut bien plus facilement arriver de l'erreur, et beaucoup plus grande, qu'a la description d'une circonference de cercle; aussi y a-t-il plus de choses a ajuster pour decrire une Ellipse ou hyperbole, qu'il n'en faut pour le cercle".

[16]) En effet, posant $AD = a$, $DP = z$, $CG = x$, $CD = BD = y$, on a, d'après ce qui précède, $ax =$ aire hyp. $ADEV = a^2 \, l \frac{a}{z}$, donc $z = ae^{-\frac{x}{a}}$; mais puisque $BD^2 = y^2 = AD^2 + BA^2 = a^2 + (y - z)^2$, on trouve facilement $y = (a^2 + z^2) : 2z = \frac{1}{2} a \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}\right)$, équation bien connue de la chaînette. Les manuscrits, d'ailleurs, ne donnent, cette fois encore, aucun renseignement précis sur la manière dont cette construction a été obtenue par Huygens.

[17]) On ajouterait aujourd'hui: divisée par AD.

[18]) Consultez les dernières pages de ce discours, qui traitent des propriétés de la logarithmique.

[19]) Voir la note 1 de la pièce N°. 2681.

[20]) Voir la Lettre N°. 2688 à la page 111 et la solution de Leibniz citée dans la note 5 de cette Lettre N°. 2688.

pour la quadrature de l'Hyperbole; quoy qu'il faille connoître pour cela, (comme il l'a bien ſçu)[21]) la longueur de la droite qu'il nomme le Parametre de la courbe, laquelle il n'enſeigne pas comment elle ſe peut trouver. De ſorte que nôtte quadratrice paroît preferable pour cet uſage, en ce qu'apres la deſcription ſon Parametre, qui eſt ſa Tangente univerſelle, eſt donné.

Mais puis que le ſujet m'a mené à la conſidération de la Chainette, qui a donné occaſion à une des jolies recherches Geometriques de ce tems, je veux ajoûter icy une maniere aſſez ſinguliere que j'ay trouvée, pour parvenir à la conſtruction de cette courbe; qui eſt ce qu'il y avoit de plus difficile dans ce qu'on s'eſt propoſé d'en chercher.

Parmi ce que j'ay contribué pour être inferé dans les *Acta* de Leipſich[22]), avec les belles & ſavantes decouvertes de Meſſieurs Leibnits & Bernoully, j'ay dit que j'avois reduit la conſtruction, ou l'invention des points de cette Ligne, à la quadrature d'une courbe dont l'Equation eſt $a^4 \infty aaxx + yyxx$; & que j'avois reconnu que cette quadrature dependoit de la connoiſſance de la ſomme des Secantes des arcs de cercle qui croiſſent également *per minima*; laquelle ſomme avoit été reduite il y a long-tems à la quadrature de l'Hyperbole par Jac. Gregorius dans ſes Exercitations Geometriques, où il en deduit la meſure de la Ligne Loxodromique[23]); de quoy je ne me reſouvenois pas alors.

Mrs. Leibnits & Bernoully, à ce que je puis juger, ſont parvenus à cette conſtruction par le moyen de la courbe que ce dernier repreſente dans la premiere Figure, qu'il donne pour reſoudre ce Problême[24]); car Mr. Leibnitz m'a écrit qu'il l'avoit rencontrée auſſi[25]). Et je trouve que c'eſt la même que celle que j'ay raportée cy-devant[26]) dont l'Equation eſt $a^4 \infty xxyy - aayy$; ayant ſa quadrature dependante, comme j'ay dit, de celle de l'Hyperbole: quoyque je n'aye encore

---

[21]) En effet la construction des logarithmes telle qu'on la rencontre dans l'article de Leibniz, cité dans la note précédente, présuppose expressément, avec la connaissance de la chaînette elle-même, celle de son „parametrum", c'est-à-dire la ligne OA de la figure de la Lettre N°. 2688.

[22]) Voir la pièce N°. 2681.

[23]) Voir la Lettre N°. 2709 aux pages 185 et 186. Toutefois il ne s'agit pas chez Gregory, dans le chapitre cité dans la note 12 de cette Lettre, de la rectification de la Loxodromique, mais bien du calcul de la Longitude d'un point de cette courbe quand le point de départ, l'angle loxodromique et la Latitude sont données. Plus tard Huygens s'est aperçu de cette méprise, puisqu'on lit à la page 17 du livre I l'annotation suivante: „a Mr. de l'Hospital. Que je me suis abusé au Journal en disant que Greg. a donné la dimension de la Loxodromique. C'est le Problème Loxodr.que". Cette remarque d'ailleurs n'a jamais été transmise à de l'Hospital.

[24]) Voir l'article de Jean Bernoulli cité dans la note 1 de la pièce N°. 2681. Il s'agit de la courbe LKF mentionnée dans la „Constructio I" de cet article. Consultez encore la pièce N°. 2778, qui traite de la même courbe, et surtout le dernier alinéa de cette pièce.

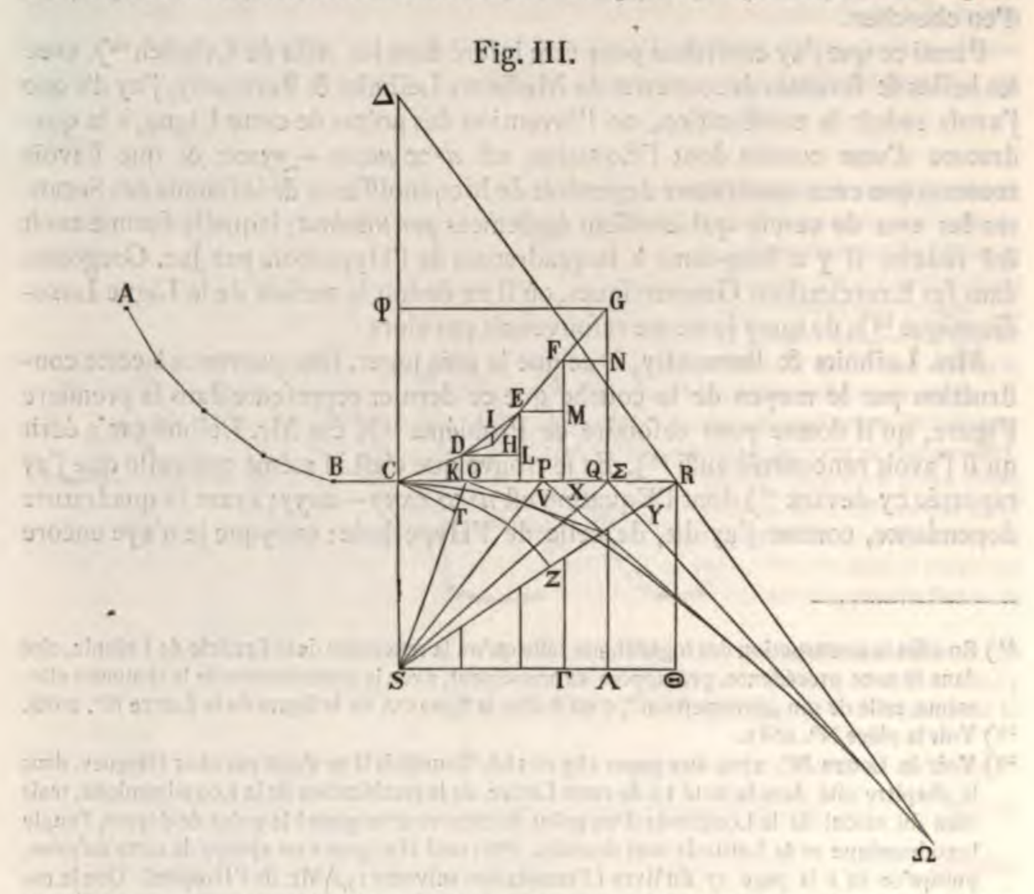
[25]) Voir la Lettre N°. 2627 à la page 518 et le postcriptum de la Lettre N°. 2659.

[26]) A la page 408 de la présente pièce.

pu m'imaginer, comment le calcul les a conduits à cette ligne. Mais je paſſe à ma conſtruction, qui ſans conſiderer d'autre ligne courbe, fait trouver les points de la chainette par la dimenſion de la ligne Parabolique [27]).

Le premier fondement de toute recherche à l'égard de cette ligne eſt (Fig. III) que s'il y a une chaine compoſée de poids égaux, attachez à un fil comme ſont BCDEF, il arrive toûjours. que de trois interſtices qui ſe ſuivent, les deux lignes extrêmes, comme CD, FE, étant continuées ſe rencontrent dans la ligne IH perpendic. à l'horiſon, qui coupe l'interſtice du milieu ED en deux parties égales [28]). Conſiderant maintenant une chaine ainſi compoſée de poids nouëz à égales

Fig. III.



diſtances, qu'on doit imaginer infiniment petites, & diſpoſée en ſorte que l'interſtice le plus bas BC ſoit parallele à l'horiſon: ſi ſur chacun des autres interſtices,

[27]) Consultez, sur la première découverte de cette construction, la note 3 de la Lettre N°. 2695.
[28]) Consultez, sur ce théorème, la pièce N°. 2724, vers la fin.

comme hypotenufe, on conçoit des triangles rectangles CDK, DEL &c. defquels un côté foit horifontal; on trouvera que depuis le plus bas les angles DCK, EDL, FEM &c. font tels que leurs Tangentes croiffent également comme les nombres 1, 2, 3, 4, &c. ce qui eft aifé à demonftrer par le dit principe [29]), quoy que peut-être on ne s'en feroit pas avifé fans le calcul d'Algebre.

Que fi on s'imagine en fuite les parties égales de la chaine CDEFG, étenduës fur la droite horifontale en COPQR, et que de la premiere divifion O on mene OS, qui concoure avec la perpendiculaire CS, en forte que l'angle COS foit égal à CDO, & qu'on tire les autres droites SP, SQ, SR: les triangles SCO, SCP, SCQ, SCR, feront neceffairement femblables à chacun des COD, DLE, EMF, FNG, puis que SCO eft femblable à COD par la conftruction, & que les autres SCP, SCQ, &c. ont leur tangentes qui croiffent également.

Si de plus on mene CT, OV, PX, &c. perpendiculaires fur SO, SP, SQ, &c. il eft évident que les triangles CTO, OVP, PXQ &c. feront égaux & femblables aux triangles COD, DLE, EMF &c. en prenant les mêmes en ordre. D'où l'on conclud, que fi les infterftices CD, DE &c. font infiniment petits, & de même les parties CO, OP, &c. c'eft-à-dire fi CG eft la courbe de chaine, et CR égale à fa longueur; alors la fomme des TO, VP, XQ &c. fera égale à la fomme des perpendiculaires KD, LE, MF &c. c'eft-à-dire à la droite GΣ, ou à l'axe ΦC, (car l'infterftice BC eft alors compté pour rien) & que la fomme des CT, OV, PX, &c. fera égale à la fomme des CK, DL, EM &c. c'eft-à-dire à l'appliquée GΦ.

Or en decrivant du centre S l'arc CZ jufques fur la derniere des Secantes SR, il eft aifé de voir que la fomme des infiniment petites TO, VP, XQ &c. eft égale à la droite retranchée ZR. Par confequent, fi on fuppofe que CSΦ eft l'axe de la chaine, & la ligne CS de certaine longueur, & que l'on prenne CΦ égale à ZR, excés de quelque fecante SR fur le rayon SC; & l'appliquée ΦG égale à la fomme de toutes les CT, OV, PX &c. jufques à celle qui tombe fur SR; le point G fera dans la courbe de la chaine, dont la longueur CG fera égale à la droite CR. Mais il eft queftion de trouver cette fomme des infinies CT, OV, PX &c. laquelle j'obtiens par cette confideration, que les angles SOV, SPX, SQY peuvent être cenfez droits, comme en approchant infiniment pres; & qu'alors les lignes OV, PX &c. étant prolongées des deux côtez, comme auffi RΩ perpendiculaire fur SR, elles deviennent les tangentes de la Parabole CΩ, dont le fommet eft C, l'axe CS, le foyer S, faifant SC un quart du Parametre; & que chacune eft coupée en deux également par la droite CR; l'une moitié étant jufqu'a l'axe, l'autre jufqu'au point d'attouchement, comme ΩΔ eft coupée en R: ce qui fe demontre facilement. D'icy j'apprens en fuite, par l'Evolution des lignes courbes, dont j'ay

[29]) Voir le § I de la pièce N°. 2625.

traité au livre de *Horologio Oſcillatorio* [30]), que la ſomme de toutes les QY, PX, OV, CT, doit être égale à l'excés de la courbe parabolique ΩC ſur la droite ΩR. Ce que les Geometres compendront aſſez facilement [31]), ſans que je m'arrête à le prouver plus au long; n'ayant pas deſſein d'écrire icy des demonſtrations, mais d'indiquer ſeulement les voyes de l'invention.

Etant donc donné le Parametre SC de la chainette, ſi on prend dans l'axe quelque point Φ, & qu'on decrive du centre S avec le demidiametre Sφ un arc de cercle qui coupe CR, tangente au ſommet, en R; la tangente RΩ menée à la dite parabole du point R, étant ôtée de la longueur de ſa courbe CΩ, qu'on ſuppoſe pouvoir être meſurée, le reſte ſera pour la droite à appliquer, φG; et ainſi par la même Parabole on trouvera tant de points qu'on veut dans cette courbe. J'ay envoyé cette conſtruction à Mr. Leibnits des le commencement de Sept. en 1691 [32]).

On peut au reſte remarquer en paſſant, que la courbe CG, (en prenant toûjours le nombre des interſtices infini, & par là le point C comme dans l'axe, & pour ſommet) ſera égale à la droite CR [33]). Et que la dimenſion de l'eſpace de la courbe ſe demontre encore d'icy ſans peine, en achevant le rectangle RCSΘ, & en prolongeant les perpend. GN, FM &c. juſques ſur SΘ, en Λ, Γ &c. parce qu'il paroit que le triangle SQY eſt la moitié du rectangle FΛ, ayant la baſe & la hauteur de même. Et pareillement le triangle SPX la moitié du rectangle EΓ. & ainſi les autres en ſuite. Et par conſequent le triangle SCR égal à la moitié de l'eſpace SCGΛ [34]). Je pourrois montrer de même, en abregé, les fondemens de tout ce qui a été trouvé touchant cette Ligne courbe. Mais j'eſtime que cela appartient plûtôt à Meſſieurs Leibnits & Bernoulli, qui y ont plus de part que moy; & il faut les prier pour l'utilité du public de vouloir prendre cette peine.

J'aurois fini icy, ſans une lettre que je viens de recevoir de Monsr. le Marquis de l'Hoſpital [35]); ou ayant trouvé deux choſes remarquables en ces matieres, je ne puis m'empêcher d'en dire quelque mot. L'une eſt la conſtruction, aveç pluſieurs proprietez de la Ligne Courbe de Mr. de Beaune, que Mr. Deſcartes dans ſa lettre 79 du 3 vol. dit luy avoir été propoſée à trouver par la proprieté donnée

---

30) Voir la „Pars Tertia: De linearum curvarum evolutione et dimensione".

31) C'est-à-dire en se représentant comme tracées les développantes successives passant par les points C, O, P, etc. La même méthode fut employée par Huygens dans la pièce N°. 2671.

32) Voir la Lettre N°. 2695.

33) C'est la rectification indiquée par Leibniz dans sa Lettre N°. 2688 à la page 111 et dans sa solution du problème de la chaînette, citée dans la note 1 de la pièce N°. 2681. Huygens la retrouva dans le § I de la pièce N°. 2694, où il démontre, d'une manière moins directe que dans la pièce présente, l'égalité des lignes RS et Sφ de la présente figure. Elle diffère de celle que Huygens avait annoncée dans la pièce N°. 2681 et démontrée au § III de la pièce N°. 2625.

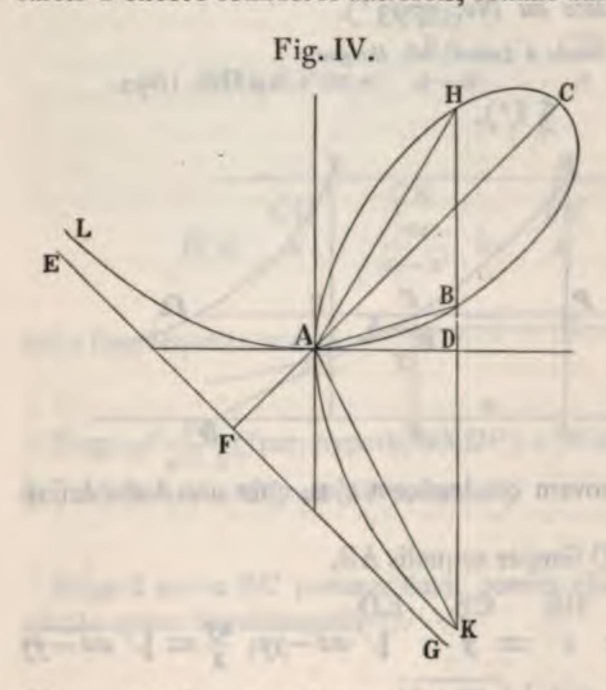
34) Comparez le § I de la pièce N°. 2694.

35) La Lettre N°. 2787.

de ſa Tangente: Probleme qui m'a paru très-difficile. On en trouvera la ſolution de Mr. le Marquis dans le 34. *Journal des Sçavans* de l'année derniere [36]); c'eſt pourquoy je ne la raporte point.

L'autre eſt ſa reponſe touchant une autre Courbe fort connuë, & que Mr. Descartes a encore conſiderée autrefois, comme auſſi Mr. Hudde [37]), du tems que ſes emplois dans la Repub. ne l'empêchoient pas de vaquer à ces études. C'eſt celle dont vous voyez icy la Figure, (Fig. IV) enfermant la feuille ABCH, & continuant ſon trait de part & d'autre le long de l'Aſymptote EFG. Son équation eſt $x^3 + y^3 \infty xyn$, quand AD eſt x priſe dans la droite qui fait un angle de 45. degr. avec le diametre CA; la perpendiculaire DB, ou DH, ou DK, y, & n une ligne droite donnée. Luy ayant mandé [38]) que j'avois trouvé la quadrature de cette Courbe, & que le contenu de la feuille ABCH étoit egal à $\frac{1}{6}$ nn, c'eſt-a-dire à un tiers du quarré du diametre AC; que l'eſpace infini entre l'Aſymptote et les deux continuations etoit encore de même grandeur; & que la quadrature generale des ſegments s'exprimoit par un ſeul terme; il n'a pas manqué de trouver au vray cette quadrature generale. Savoir que le contenu des ſegments AH, ou AK, s'exprime par $\frac{nxx}{6y}$, & du ſegment AB par $\frac{nyy}{6x}$. Mais de plus il m'aſſûre d'y être parvenu par trois voyes differentes. Ce que j'admire, croyant avoir fait quelque choſe d'en avoir trouve une. Je ſuis, &c.

Fig. IV.



36) Voir l'article cité dans la note 2 de la Lettre N°. 2787.
37) Voir les notes 21 et 22 de la Lettre N°. 2777.
38) Dans la Lettre N°. 2777.

N° 2794.

CHRISTIAAN HUYGENS.

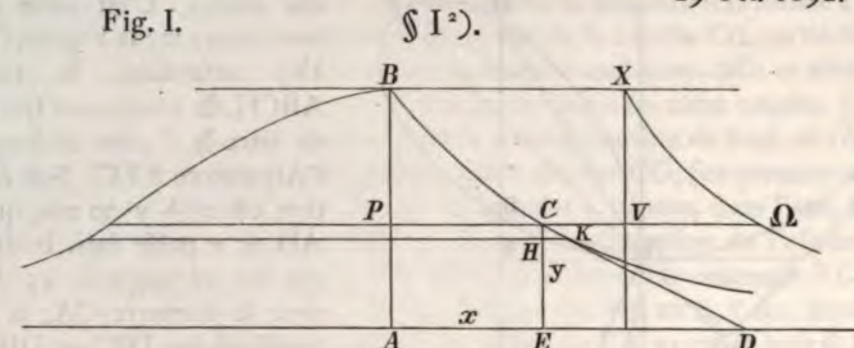
[OCTOBRE—DÉCEMBRE 1692].

Appendice au No. 2793 [1]).

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

29 Oct. 1692.

Fig. I. § I [2]).



Quadratura Hyperbolae per novam quadraticem ejus, quae uno ductu describitur.

BA, AD normales; tangens CD semper aequalis AB.

$$\overset{CH}{\lambda} : \overset{HK}{\varkappa} = \overset{CE}{y} : \overset{ED}{\sqrt{aa-yy}}; \quad \frac{\varkappa y}{\lambda} = \sqrt{aa-yy}$$

$$\varkappa y = \lambda \sqrt{aa-yy}$$

$$a\varkappa = \lambda a \frac{\sqrt{aa-yy}}{y}$$, rejice $\varkappa$ et λ. Vel poterant mutari ante in a, omissa multiplicatione per a.

$$\frac{a\sqrt{aa-yy}}{y} = \theta$$

$$a^4 - aayy = yy\theta\theta$$

$a^4 = yy\theta\theta + yyaa$; nostra Catenariae auxiliatrix cujus dimensionem ad quadraturam hyperbolae reduxi in lib. G [3]).

1) Cet appendice contient, sur la découverte de la tractrice comme quadratrice de l'hyperbole, et de ses propriétés, les renseignements que nous avons pu recueillir dans les manuscrits de Huygens. Il est emprunté aux pages 117, 118, 128 et 166 du livre H. Nous l'avons divisé en paragraphes.

2) *Première découverte de la tractrice comme quadratrice de l'hyperbole.*

3) En notation moderne le raisonnement de Huygens peut se rendre comme il suit: On a

§ II [4]).

$$\text{Hic BP} = x.\quad \overset{\text{CE}}{\overset{\text{PA}}{a-x}} : \overset{\text{CD}}{a} = \overset{\text{CH}}{z} : \overset{\text{CK}}{\frac{az}{a-x}}$$

$$\text{ſit ut}\quad \overset{\text{CH}}{z} : \overset{\text{CK}}{\frac{az}{a-x}}\quad \text{ita}\quad \overset{\text{PV}}{a} : \overset{\text{P}\Omega}{\frac{aa}{a-x}} = y \text{ hyperb.}$$

sed z ſunt aequalia ut et a.

Ergo $\int \frac{aa}{a-x}$(ſpat. hyperb. BXΩP) : $\int a$ ($\square$ VB) $= \int \frac{az}{a-x} : \int z$, hoc eſt ut curva CB ad BP rectam.

Ergo ſi curva BC ponatur data, poterit ejus opera inveniri partium ejus longitudo rectae lineae aequalis [5]).

$adx = -\frac{a\sqrt{aa-yy}}{y}dy$, donc $ax = -\int \frac{a\sqrt{aa-yy}}{y}dy$; posant alors $\frac{a\sqrt{aa-yy}}{y} = \theta$, on obtient une courbe (celle tracée dans la figure à gauche de la ligne BA) dont la quadrature dépend de celle de l'hyperbole. Réciproquement on peut donc faire dépendre la quadrature de cette dernière courbe de la construction du rectangle ax, qui est égal à $\int \theta dy$. Mais cette construction est possible, pour une valeur donnée de y, aussitôt qu'on sait tracer la courbe BCD, qui, par conséquent, peut servir à la quadrature de l'hyperbole.

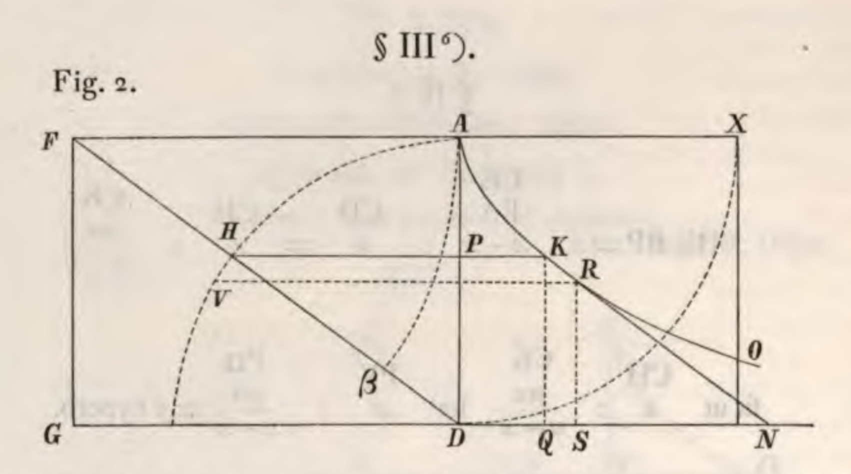
Le lieu cité du lib. G se trouve à la page 127 de ce livre et nous en avons fait mention dans la note 13 de la Lettre N°. 2709.

4) *Découverte de la propriété de la tractrice de se laisser mesurer par elle-même.* La notation de ce paragraphe a été modifiée pour la conformer avec celle de la figure du § I, à laquelle nous avons ajouté à cet effet la courbe XΩ et quelques lettres.

5) Puisqu'en effet la rectification de la tractrice paraît dépendre de la quadrature de l'hyperbole, laquelle à son tour peut être obtenue au moyen de la tractrice comme on l'a vu au § I de cette pièce.

§ III[6]).

Fig. 2.



ad experiendam veritatem curvae per logarithmos, ſumatur quaelibet DP. sit PH parall. DG, ſecans arcum quadr.is in H. ducatur recta DHF. fiat Fβ = FA. quaeratur logarithmus rationis AD ad Dβ, hoc eſt diff.a logar.orum AD et Dβ in tabulis; et ut 43420 ad dictam diff.m ita ſit AD ad aliam, cui aequalis ſumatur HK ea debebit incidere in punctum curvae.

§ IV[7]).

Fig. 3.

AC Tractoria. aſympt. BE.
CL tangens.
CK = DL.
HF = CK. $\sqrt{aa-yy}=x; aa-yy=xx.$
F eſt in circumferentia circ.
Spat. HFGB = ſpat.° infinito DCME[8]).

---

[6]) *Construction de la tractrice au moyen des logarithmes, équivalant à la connaissance de son équation analytique.* Pour montrer la connexion qui existe entre cette construction et l'équation analytique de la tractrice nous commençons par remarquer que la division de (log. AD — log. Dβ) par 43420 ne sert qu'à réduire les logarithmes tabulaires aux logarithmes Népériens. Posant donc AD $= a$, DP $= y$, PK $= x$, on a par construction HK $= x +$ HP $= a\,\mathrm{l}\,\frac{a}{\mathrm{D}\beta}$; mais HP $= \sqrt{a^2-y^2}$; Dβ = DF — AF $= a^2 y^{-1} - a y^{-1}\sqrt{a^2-y^2}$; donc $x = -\sqrt{a^2-y^2} + a\,\mathrm{l}\,\frac{y}{a-\sqrt{a^2-y^2}} = -\sqrt{a^2-y^2} + a\,\mathrm{l}\,\frac{a+\sqrt{a^2-y^2}}{y}$; équation bien connue de la tractrice.

[7]) *Quadrature de la tractrice.*

[8]) Huygens applique ici un théorème général, que l'on rencontre au § I du N°. 2763 et d'après

§ V [9]).

Solidum ex converſione ejus ſpatij circum aſymptoton erit aequale ſphaerae quartae parti, cujus AD [voir la fig. 2] ſemidiameter. hinc et centri gravitatis diſtantia ejusdem ſpatij ab aſymptoto habebitur, pendens a circuli quadratura. triangula quadrantis ADX circa AX revoluta conſiderantur quibus reſpondent ſingula Δla in ſpatio curvae et aſymptoti converſa circa hanc ipſam [10]).

§ VI [11]).

Superficies iſtius ſolidi infiniti, praeter baſin, aequatur circulo cujus ſemidiameter duplum poteſt lateris AD [voir la fig. 2]. Suntque ſuperficies ex portionibus circa aſymptoton ſicut abſciſſae ipſis reſpondentes ad verticem A [12]).

Quia igitur portionum longitudo invenitur ipſius curvae opera Ergo et centra gravitatis ipſarum reſpectu aſymptoti, et hinc ſuperficies portionum ex converſione circa AX ad circulos redigentur.

---

lequel, pour toute courbe ACM, les aires décrites par les lignes CD et CK=DL sont égales. Or l'aire décrite par CK est encore égale à celle décrite par FH, où $FH=x=CK=DL=\sqrt{a^2-y^2}$.

Ajoutons ici que le théorème en question, mentionné déjà en 1662 par de Sluse dans la Lettre N°. 1068 et communiqué à Huygens dans sa Lettre N°. 1091, est dû à de Roberval, et qu'il fut publié dans l'ouvrage cité dans la note 1 de la Lettre N°. 2432, dans une des dernières pages du „Traité des indivisibles".

9) *Cubature du solide de révolution décrit par l'aire comprise entre la tractrice et son asymptote. Centre de gravité de cette aire.*

10) La dernière phrase a été ajoutée après coup. Nous n'en avons pu pénétrer le sens et il nous semble même probable qu'elle est erronée. Nous croyons plutôt que le résultat correct, formulé dans ce paragraphe, doit avoir été acquis par la comparaison des solides obtenus par la rotation des petits rectangles KS et PV, que nous avons ajoutés à la figure 2, autour de l'asymptote DN, et dont les volumes s'expriment respectivement par $y^2\pi dx = -\pi y\sqrt{a^2-y^2}\,dy$ et par le double de cette expression.

11) *Quadrature des surfaces de révolution décrites par la tractrice autour de son asymptote, comme aussi autour de la ligne* AX. *Centre de gravité de la courbe.*

12) C'est-à-dire: les surfaces décrites par les arcs comme AK sont proportionnelles aux AP, et la surface entière égale $2\,AD^2\pi$.

§ VII [13]).

Fig. 4.

Talis quaepiam infinita ſpiralis deſcriberetur ſi pes ductor per circuli circumferentiam iret, ſequente cuſpide ab A puncto; ductore in C.
Et ſimilis alia ducendo verſus D [14]).

Nº 2795.

Christiaan Huygens à S. van de Blocquery.

6 mars 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Aen de Heer van de Blocquery.

6 Mart 1693.

WelEd. geſtrenghe Heer

Niet tegenſtaende de quaede opinie die UEd. geſtr. en ſoo ick geloof oock de Heeren Bewinthebbers in 't generael hebben opgevat aengaende het gebruyck van mijne horologien ter zee, ſoo heb ick niet konnen naelaeten 't geene daer on-

[13]) *Tracé du cas particulier de la tractrice circulaire où la longueur du fil est égale au rayon du cercle directeur.* Comme on le remarquera, Huygens a deviné sans calcul la propriété de cette courbe spirale de s'approcher asymptotiquement du centre du cercle directeur.

[14]) Pour ne pas embarrasser la figure, nous avons supprimé cette partie de la courbe qui ne manque pas, dans le dessin de Huygens, de couper la première partie dans les points situés sur l'axe AB.

trent fich toegedraghen heeft op de laetfte reyfe nae de Caep forghvuldigh te examineeren; en is dit examen heel anders en beter uyt gevallen als ick gedacht hadde. foo heb ick dan noodigh en van mijn devoir geacht van 't geen ick bevonden hebbe aen welgemelte Heeren rekenfchap te geven gelijck ick doe bij defe nevens gaende miffive [1]) die ick gedienftigh verfoecke aen haer Ed. moghe behandight werden. Men fal fien dat defe laetfte proeve niet fonder vrucht is geweeft, alhoewel op het grootfte gedeelte der reyfe door mifverftandt veel te kort gedaen is aen de Horologien, en dat Mr. de Graef door eenighe verkeerde rekeningh fich felf geabufeert heeft en geignoreert het goede effect 't geen fij gedaen hebben. Ick fal UEd. geftr. niet langher ophouden maer mij gedraegende aen 't geene mij d'eer gegeven heb aen de Heeren Bewinthebberen te fchrijven blijven met refpect

UE. geftr. feer ootmoedigen d.r

N° 2796.

CHRISTIAAN HUYGENS AUX DIRECTEURS DE LA COMPAGNIE DES INDES ORIENTALES.

6 MARS 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Haghe 6 Mart 1693.

Edel Grootachtbare Heeren

Het gheen de Heer van de Blocquerij mij heeft gelieven te doen weten bij fijn Ed. fchrijvens van den 16 Novembr. [1]) des voorleden jaers, aengaende het weynigh fucces van mijne Horologien in de laetfte proeve naer de Caep de B. Efp.ce laet mij niet toe te twijffelen of UEd. G. achb. fullen feer geperfuadeert fijn van de onvolmaecktheydt defer Lenghdevindingh en niet fonder reden, dewijl de Perfoon felfs die het bewint daer van gehadt heeft van die opinie is. Ick was mede hier door geprevenieert en hadde felfs niet veel luft om te onderfoecken al 't geene in 't nemen van defe 2de proef gepaffeert was. Doch fiende evenwel dat het noodigh was foo tot UEd. Gr. Achtb.re als mijn eyghen fatisfactie, foo hebbe nae het mondelingh raport gehoort te hebben van Mr. de Graef, voorts fijn Journael, op

[1]) La Lettre N°. 2796.

[1]) La Lettre N° 2773.

den 19 Nov. [2]) mij toegefonden, met aendacht geexamineert. 'T welck beyde mij geheel andere gedachten ontrent het fucces defer proeve gegeven heeft. Alfoo bevonden hebbe dat daer het effect der horologien bij onvermijdelijcke toevallen of mifverftandt niet en is beter geworden, of door mifrekeningh verkeert verftaen, fij feer wel en precijs de Lengdemetingh hebben volbracht: Te weten op de uyt reyfe van het Eylandt S.t Jago af tot aen de Caep de B. Efp.ce daer de horologien alleen hebben konnen dienen: accorderende perfect met de nieuwfte Caerten en Globen die de Lengde tuffchen defe twee plaetfen ftellen van ontrent 48 graden. Het welck ick dan klaerlijck uijt de obfervatien van de Graef, die hij feer wel en forghvuldigh heeft waergenomen, bewefen hebbe, naer dat eenighe cijfferfauten, en een notoire mifrekeningh [3]) daer ontrent hebbe gecorrigeert. Doch om UEd. Gr. Achtb. te minder moeyte te geven, foo heb ick dit bewijs, als mede de redenen hoe door een abuys in 't ophangen der Horologien op de Weerreijs, haer gangh foo valfch en irrugulier geweeft is, in handen van de Heer Profeffor de Volder geftelt, beneffens de Journalen van de Graef en mijn gepointeert Caertjen van Africa: hem verfoeckende alles fonder preventie nae te fien, ende dan aen UEd. Groot Achtb. gemelte fchriften en Caerte te famen met fijn gevoelen en advis te laeten toekomen. Waer uijt ick vertrouw dat blijcken fal het geene ick tot hier toe gefeght hebbe waer te fijn. Ick en twijffel dan oock niet of men foude defe inventie verder konnen perfectioneren met beter en folider horologien van defe foort te maecken en voorts te beforghen 't geen ick in mijn Rapport aengaende de reijs van 't jaer 1687 aengèwefen hebbe [4]). Doch ick en fal nu niet aenhouden bij UEd. Gr. Achtb. dat fulx moghe bij der handt genomen werden, ofte defe horologien verder geemploieert, dewijl ick iets geheel anders en ongelijck beters bij defe occafie uytgevonden en tegenwoordigh onder hande hebbe, waer door al 't geene eenighe difficulteyt geeft in 't gebruijck defer inventie, t'eenemael werdt weghgenomen. Waer van 't fijner tijd naerder openingh aen UEd. Gr. Achtb. hoopende te doen, fal blijven

Ootmoedige dienaer [5])

---

[2]) Avec la Lettre N°. 2774.

[3]) Voir la Lettre N°. 2786.

[4]) La pièce N°. 2519.

[5]) A la fin de la minute on rencontre la note suivante de la main de Huygens:

T'Amfterdam fynde offereeren aen de Heeren Bewinthebbers dat ick aen de Hr. Hudde mijn nieuwe Inventie fal bekent maecken fub fide filentij, en indien hij oordeelt die van apparent fucces te fijn en ongelijck beter als de horologien met Pendula, dat fij dan ordonneren fullen om 't geen noodigh is te doen maecken en in 't werck ftellen. Doch dat gemelt Heer die apparentie niet fiende, dat dan daer niet in gedaen werde, en alleen mijn Inventie gefecreteert blijve. Voorts foo vraegh ick wat premie van de Ed. Compagnie te verwachten hebbe. Item wanneer ick geoordeelt fal werden die verdient te hebben.

N° 2797.

G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.

20 MARS 1693.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]) et C. I. Gerhardt[2]).
Elle est la réponse au No. 2785.
Chr. Huygens y répondit le 17 septembre 1693.

Hanover ce $\frac{10}{20}$ de Mars 1693.

[a]) Monsieur

Je commence par le remerciment que je vous dois de ce que vous avés bien voulu me ſatisfaire ſi promtement ſur mes demandes, touchant le prix pretendu propoſé par Meſſieurs les Eſtats, qu'un amy me prioit fort de luy faire ſçavoir, bien que je luy euſſe aſſez temoigné mon ſentiment.

J'avois remarqué moy même dans ma precedente, que je trouvois de la difficulté dans la comparaiſon de la force centrifuge avec les rayons d'attraction que j'avois propoſée, et même j'avois marqué en particulier, en quoy conſiſtoit cette difficulté. Mais je ne croyois pas, qu'on diroit, qu'il n'y a aucune raiſon de conformité; puiſque l'un et l'autre produit une attraction, l'un et l'autre tend du centre à la circonference, l'un et l'autre opere en ligne droite.

Vous dites, Monſieur, que vous trouvés le cours particulier de la matiere dans le tourbillon du ſoleil, propre à conſerver le parallelisme de l'axe de la terre, peu compatible avec le mouvement circulaire en tout ſens, qui ſemble faire la peſanteur vers le ſoleil. A quoy je reponds, que deux mouvemens ſemblables à ceux là ſe trouvent fort compatibles dans le ſyſteme du globe de la terre, ou l'un eſt la cauſe de la peſanteur, l'autre celle de la direction magnetique; et cette analogie favoriſe fort mon hypotheſe. Et comme il y a une declinaiſon de l'aimant, dont les cauſes particulieres nous ſont encor inconnues, qui ne ſçauroient pourtant ſe

---

Of het niet genoegh is dat men de proef op een reys nae Spanje neme, en dat geleerde luyden daer toe geſtelt oordeelen de inventie op ſeeckere grondt te ſteunen. want de reijſen nae Indien af te wachten voor mijn jaeren te langh uytſtel vereyſcht.

Consultez, au sujet de la nouvelle invention de Huygens, dont il est question ici, la fin de l'article de Huygens: „De Problemate Bernoulliano" (Acta Lips. 1693, p. 495), que nous reproduisons comme Appendice à sa lettre à Leibniz du 17 septembre 1693, ainsi que la note explicative que nous y avons ajoutée.

---

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae. Fasc. I, p. 152.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 154, et Briefwechsel, p. 711.

trouver, que dans le cours de quelque matiere, il ſemble encor, que le detour de l'axe de la terre ne ſçauroit venir, que de quelque raiſon ſemblable[b]). Il eſt vray, que la terre eſt un grand corps, dont il n'eſt pas aiſé de changer le mouvement ou la ſituation; mais comme tous les corps de la nature agiſſent les uns ſur les autres, et qu'il y a pluſieurs grands courans particuliers, elle ne ſemble pas exemte d'accidens; et je ne ſçay, s'il ſeroit conforme à la couſtume de la nature, d'abandonner ces grands ſyſtemes à ces rencontres. Il ſemble pluſtoſt, que les ſyſtemes ſont tellement formés et eſtablis par une conſpiration de toutes les parties arrangées et aſſervies de longue main, que les deſordres ſe redreſſent d'eux mêmes, comme dans le corps d'un animal; ce qui ſe fait par le cours des corps fluides, qui entretient les ſolides dans leurs fonctions. Ainſi je m'imagine, que ſi quelque cauſe extraordinaire detournoit l'axe de la terre, il reprendroit bien toſt ſa veritable ſituation[c]); comme fait un aimant; au lieu que, ſelon l'hypotheſe de Mons. Neuton la terre vogue dans l'ether, comme feroit une iſle flottante, que rien ne dirige, que ſa propre tendence déja priſe.

Ce que vous dites, Monſieur, qu'une preſſion uniforme par dehors ne change point la figure d'un corps, et par conſequent n'eſt pas capable d'arrondir une goutte, merite conſideration. Mons. des Cartes n'eſtoit pas de ce ſentiment, et en cela j'avois eſté du ſien; mais je me rendray volontiers, quand je verray comment vous jugés que cela eſt contraire aux principes de mecanique[d]).

Vous jugés auſſi, Monſieur, que les tourbillons deferans, ne ſont pas conciliables avec les Ellipſes de Kepler. Cependant il me ſemble, que les raiſons priſes de l'excentricité conſtante des Planetes, auſſi bien que de leurs viſteſſes dans les aphelies et perihelies[e]) ne ſont pas ſans replique, ou pluſtoſt que les tourbillons ſe peuvent expliquer en ſorte, qu'ils favoriſent ces choſes, bien loin d'y eſtre contraires. L'objection du paſſage des Cometes paroiſt difficile, mais peut-eſtre, que leur force eſt telle que le mouvement d'une matiere auſſi ſubtile, que l'eſt celle du tourbillon ne les detourne pas conſiderablement; il eſt bien vray que cette même matiere a aſſés de force pour conſerver le mouvement des Planetes, mais ſi la Planete eſtoit reduite en repos dans le tourbillon, le tourbillon ne luy rendroit ſon mouvement, que peu à peu. Comme dans vos pendules peu de force eſt capable d'entretenir le mouvement, mais il eſt plus difficile de le produire.

Je viens à noſtre controverſe des Atomes, elle eſt ſi ancienne, et les eſprits y ſont ſi partagés, que je m'etonne nullement, ſi nous ne tombons pas d'accord là deſſus. Cependant comme je croy, que parmy tous ceux, qui ont jamais ſouſtenu les atomes, perſonne l'a fait avec plus de connoiſſance de cauſe, et y a apporté plus de lumieres, que vous, Monſieur, et que de mon coſté j'ay taché d'y joindre des conſiderations aſſez particulieres, je continue de profiter de vos eclairciſſemens. Si l'on devoit ſuppoſer des conſiſtences primitives, la queſtion eſt, s'il ſeroit plus raiſonnable d'aller d'abord à une dureté parfaite et infinie, que d'admettre toute ſorte de degrés de fermeté[f]) mais tousjours meſlés de quelque fluidité, ou molleſſe;

en ſorte que la matiere ait par tout quelque union ou connexion, et que neantmoins elle ſoit encor diviſible par tout. Et qu'ainſi le même corps puiſſe eſtre appellé ferme, roide, dur; et encor fluide, mol, flexible, diverſo reſpectu et comparativement, ſelon l'action qui tache de le flechir ou de le diviſer. Vous jugés, Monſieur, qu'il ſeroit plus difficile de concevoir les raiſons de ces differentes fermetés; mais ſi les fermetés ſont primitives, on n'en doit pas chercher la raiſon. J'avoue que la matiere ſeroit heterogene en quelque façon, ou pluſtoſt dans une varieté perpetuelle, en ſorte qu'on ne trouveroit pas la moindre particelle uniforme dans ſes parties, au lieu que les Atomes ſont homogenes. Mais en recompenſe la matiere ſelon mon hypotheſe ſeroit diviſible par tout, et plus ou moins facilement, avec une variation, qui ſeroit inſenſible dans le paſſage d'un endroit à un autre endroit voiſin [g]), au lieu que ſelon les Atomes on fait un ſaut d'une extremité à l'autre et d'une parfaite incohaeſion, qui eſt dans l'endroict de l'attouchement, on paſſe à une dureté infinie dans tous les autres endroits. Et ces ſauts ſont ſans exemple dans la nature [h]). D'où il s'enſuit auſſi, que ſelon moy la ſubtilité et varieté va à l'infini dans les Creatures, ce qui eſt conforme à la raiſon et à l'ordre (car je ſuis pour un axiome tout oppoſé à cet axiome vulgaire, qui dit, naturam abhorrere ab infinito). Mais ſelon les Atomes le progres de la ſubtilité et la variation ſe borne à la grandeur de l'atome [i]), ce qui eſt auſſi peu raiſonnable que cette autre maniere de borner les choſes par des extremités en enfermant le monde dans une boule. Quant à la difficulté des ſurfaces plattes, par leſquelles les Atomes s'attacheroient, vous repondés, Monſieur, qu'il ſeroit pluſtoſt un grand poſtulatum de vouloir qu'il y en ait, que de vouloir qu'il n'y en ait point; puiſqu'il faut bien de l'exactitude pour en former. Je reponds qu'il faudra tousjours une entiere exactitude pour former quelque ſurface que ce ſoit. Quelque qu'elle puiſſe eſtre, elle ſera exacte [j]). Or la ſurface platte eſtant des plus ſimples, il ſemble que ce qui eſt cauſe de l'exiſtence des atomes, ſeroit encor cauſe de l'exiſtence des plus ſimples atomes, à moins que cette cauſe n'ait eu des raiſons particulieres de les eviter, qui ne ſçauroient eſtre priſes qu'à fine pour eviter la coheſion. Mais ce ſeroit aſſez poſtuler, que de raiſonner ainſi. Vous adjoutés, Monſieur, quand même on admettroit un grand nombre d'Atomes cubiques, qu'ils ne s'attacheroient pas aiſement enſemble pour compoſer des nouveaux corps inſeparables, par ce que le plus ſouvent ils ne repoſeroient pas durant quelque temps dans l'attouchement et ne demeureroient qu'un moment dans le même eſtat, car c'eſt ainſi que j'entends ce que vous dites, que leur application juſte conſiſteroit in indiviſibili [k]). Mais je croy qu'il eſt aſſez eſtrange, que cela ſe peut faire quelques fois, ſçavoir qu'ils s'attachent en ſorte qu'ils deviennent Atomes, et qu'ils ſoyent deſormais inſeparables à toute eternité.

J'avois crû, que ma raiſon contre les Atomes priſe des loix du mouvement eſtoit une des plus fortes. Cependant puiſque vous promettés d'expliquer un jour comment un corps inflexible peut rejallir [l]), je ne doute point que vous n'ayés à dire

la deſſus des choſes tres conſiderables à voſtre ordinaire. Vous trouvés auſſi, que la difficulté pourroit eſtre retorquée contre moy, puiſque les corps à reſſort ſont compoſés, et que par conſequent les derniers petits corps eſtans ſans reſſort seront auſſi incapables de rejalliſſement. Mais je reponds qu'il n'y a point de dernier petit corps [m]) et je conçois qu'une particelle de la matiere, quelque petite qu'elle ſoit, eſt comme un monde entier, plein d'une infinité de creatures encor plus petites; et cela à proportion d'un autre corps fut il auſſi grand, que le globe de la terre.

Comme il ſemble qu'on ne ſçauroit rendre aucune raiſon, pourquoy les parties d'un atome ſont inſeparables, que parce quelles ſe touchent une fois parfaitement par leur ſurfaces durant quelque temps; c'eſt pour cela que, j'ay dit, que dans l'Hypotheſe des Atomes l'attouchement fait l'office d'un gluten [n]). Il ſemble auſſi que ſi l'attouchement par ſurfaces fait une connexion infiniment forte; l'attouchement par lignes et par points deuroit auſſi faire des connexions, mais ſurmontables [o]) en ſorte que deux corps ſe touchant par des lignes plus grandes ſeroient plus [3]) aiſés à ſeparer, et des corps ſe touchant par plus de points auroient plus de connexion que ceux qui ſe toucheroient par moins de poincts caeteris paribus. Et mêmes, point contre point, et ligne contre ligne, il ſemble que contactus oſculi deuroit donner plus de connexion que ſimplex contactus. De plus, ſi un attouchement ſuperficiel durable faict un attachement inſurmontable, il ſemble qu'un attouchement momentanée feroit une connexion ſurmontable [p]), mais plus forte, ſelon que le corps, qui raſe l'autre en le touchant, a moins de viſteſſe. Enfin quoy que j'aye parlé cy deſſus des fermetés ou conſiſtences primitives, j'ay tousjours du panchant à croire, qu'il n'y en a aucune primitive, et que le ſeul mouvement fait de la diverſité dans la matiere [q]) et par conſequent la coheſion. Et tant que le contraire n'eſt pas encor demonstré, il me ſemble, qu'on doit eviter la ſuppoſition d'une telle nouvelle qualité inexplicable, laquelle eſtant accordée, on paſſeroit bientoſt à d'autres ſuppoſitions ſemblables, comme à la peſanteur d'Ariſtote, à l'attraction de Mons. Neuton, à des ſympathies ou antipathies et à mille autres attributs ſemblables.

Mr. le Marquis de l'Hoſpital m'a fait l'honneur de me communiquer ſa belle invention de la rectification de la Courbe Logarithmique [4]) [r]). Cela fait voir qu'il a fait des tres grands progrés dans cette Analyſe ſuperieure [s]). Et j'eſpere de luy des lumieres conſiderables, je voy le moyen de trouver tousjours la ligne ex data

---

[3]) Il faut évidemment lire: moins.

[4]) Il l'a fait dans une lettre du 14 décembre 1692, publiée par C. J. Gerhardt dans „Leibnizens Mathematische Schriften", Band II, p. 216. L'exposé du „problème" et de la „solution" y correspond presque littéralement avec celui qu'on rencontre dans la Lettre N°. 2775, jusqu'aux mots: „2°. Si l'on prent TR".

quantitate ſubtangentis, lorſque cette ligne eſt ordinaire [4]). Mais je n'ay pas encore le loiſir et la patience neceſſaire pour mettre en eſtat tout ce qu'il faut pour practiquer cette methode, et en attendant je ſuis reduit à me ſervir de quantité d'adreſſes particulieres, à peu prés comme on faict pour reſoudre des problemes ſemblables à ceux de Diophante.

Quant à la courbe de M. de Beaune, dont la ſoutangentielle ſeroit $yy - xy : a$, je l'ay voulu conſiderer preſentement, parce qu'elle eſt ſimple et je trouve, qu'elle depend de la courbe des Logarithmes en telle façon, que le logarithme eſtant y, x ſera la difference entre le logarithme et la ſubnumerale. J'appelle icy la ſouſnumerale z, ſuppoſé que le nombre du logarithme eſt le quotient d'a diviſé par $a - z$ [5]).

Il faut avouer, Monſieur, que vos decouvertes ſur la quadrature de la galande de Mr. de Roberval ſont extremement belles, j'entends la ligne dont l'equation eſt $x^3 + y^3 = nxy$. Comme cette ligne eſt d'une nature ſimple, et que les coordonnées y ſont homoeoptotes comme dans le cercle, j'ay auſſi voulu tacher, ſi j'en pourray trouver la quadrature, et j'en ay enfin trouvé cette conſtruction generale [u]) que le triligne ABCDA eſt à $\frac{2}{3} ny - \frac{1}{2} xx$ comme le quarré de l'abſciſſe x, ou AB, eſt au quarré de l'ordonnée y ou BC [6]).

Je n'ay garde de m'attribuer par avance la connoiſſance de cette ſource nouvelle, que vous avés trouvée pour quantité de problemes des quadratures et des ſubtangentes. Il ſe pourroit que j'en ſçuſſe quelque choſe, mais je craindray pluſtoſt que non; car je voy qu'on peut employer quantité d'adreſſes particulieres, et je ne doute point, qu'il n'y en ait beaucoup, qui me ſont inconnues, quoy qu'il y en ait auſſi beaucoup que j'ay employées en temps et lieu. Je me ſers quelques fois avec ſucces des ſeries infinies, Car toutes les fois qu'on donne un probleme tan-

---

[5]) C'est-à-dire $x = y - z$; $y = a \, l \frac{a}{a - z}$; solution correcte.

[6]) On aurait donc, d'après Leibniz, aire ADCBA $= \frac{2}{3} nx^2y^{-1} - \frac{1}{2} x^4y^{-2}$, c'est-à-dire, après substitution dans le second terme de la valeur $x^3 = nxy - y^3$, aire ADCBA $= \frac{1}{6} nx^2y^{-1} + \frac{1}{2} xy$, ce qui est faux évidemment puisque cet aire ne peut pas excéder celle du triangle ABC. Huygens n'a pas manqué de remarquer cette méprise, comme on le voit par le contenu du lambeau de papier que nous avons reproduit dans la dernière note de la présente lettre. Huygens y substitue, dans la proportion indiquée par Leibniz, la valeur véritable $\frac{1}{2} xy - \frac{1}{6} \frac{nyy}{x}$ de l'aire du triligne, telle qu'il pouvait la déduire facilement au moyen du résultat mentionné dans les dernières lignes de la pièce N°. 2793, ce qui conduit à une absurdité. Ce n'est que plus tard (voir sa lettre à de l'Hospital 10 septembre 1693 et celle à Leibniz du 17 septembre 1693) qu'il découvrit que la formule de Leibniz devenait correcte si on l'applique au mixtiligne AEBA, en posant EB $= y$. Voir encore la figure de la note 13.

gentiel, je puis trouver la courbe demandée per feriem infinitam. Ce qui eſt au moins de grand uſage pour la practique [v]). Car je ſuppoſe $y = a + bx + cx^2 + + dx^3 + ex^4$ etc. et par conſequent j'ay auſſi yy, y^3 etc. item xyy, xy^3, x^2y^2 etc. j'ay auſſi dy. Car dy eſt égal à dx multiplié par $b + 2cx + 3dx^2 + 4ex^3$ etc. et ddy eſt égal à $1.2c + 2.3dx + 3.4.ex^2$ etc. multiplié par dx^2 et ainſi de ſuite. Ayant donc mon equation differentielle delivrée des fractions, racines et ſommes, et ordonnée en ſorte, qu'elle ſoit egale à rien, et ayant expliqué les termes où entre y ou dy, en ſorte, qu'il ne reſte d'autre indeterminée que x, ce qui fait evanouir dx, j'explique les arbitraires, a, b, c, etc. en ſorte que tous les termes ſe detruiſent, et par ce moyen je trouve leur valeur, et par conſequent celle d'y. Cette methode eſt la plus generale qu'on puiſſe imaginer, car elle reuſſit pour tous ces problemes et encor pour ceux, dont la difficulté eſt d'une tranſcendance du ſecond, troiſiême ou autre degré, c'eſt à dire, qui va aux differentio-differentielles et au delà. En un mot eſt ſupplementum Generale Geometriae practicae pro Tranſcendentibus; pour ne dire (ce qui paroiſt aſſez) qu'elle ſert à donner les racines des equations, mais auſſi elle ſert ſouvent à trouver des valeurs finies [w]). J'eſpere le plaiſir d'apprendre un jour voſtre maniere phyſico-mathematique pour la quadrature de l'Hyperbole [x]). Ces applications donnent ſouvent des nouvelles vues.

Voicy quelque choſe de tout autre nature, que je joins icy. J'ay eu en main quantité de pieces curieuſes qui ſervent à l'Hiſtoire et aux affaires, dont je feray imprimer le recueil. Celuy des plus anciennes avant l'an 1500, paroiſtra ce printemps dans un volume in fol [7]). Mais pour les modernes, particulierement de noſtre ſiecle, je ſouhaitterois encor bien des choſes.

Monſieur voſtre frere et quelques autres habiles hommes de voſtre pays, employés dans les affaires publiques, me pourroient favoriſer en ce deſſein à voſtre recommandation, en communiquant quelques pieces curieuſes, qui ſerviroient à inſtruire le public, ſans faire prejudice à qui que ce ſoit.

C'eſt dommage que Mons. van Beuninguen n'eſt pas en eſtat d'y contribuer [8]).

---

[7]) Il s'agit de l'ouvrage:

Codex Juris Gentium Diplomaticus, In quo Tabulae Authenticae Actorum Publicorum Tractatuum, aliarumque rerum majoris momenti per Europam gestarum, *pleraeque ineditae vel selectae*, ipso verborum tenore expressae ac temporum serie digestae, continentur; A fine seculi undecimi ad nostra usque tempora aliquot Tomis comprehensus: Quem ex Manuscriptis praesertim Bibliothecae Guelfebytanae Codicibus, Et Monumentis Regiorum aliorumque Archivorum, ac propriis denique Collectoreis Edidit G. G. L. Hanoverae, Literis & Impensis Samuelis Ammonii. M DC XCIII, in-f°.

La publication de ce livre paraît avoir été hâtée par l'éditeur. Après la mention faite des titres de deux documents dont la teneur n'est pas donnée, l'ouvrage se termine par la remarque: „Haec aliaque imminentes Nundinae Typographum festinantem in sequentia differre coegerunt."

[8]) Voir la Lettre N°. 2766, note 6.

Mais vous ne manqués pas d'habiles miniſtres, et ſouuent les heritiers de ceux qui ont eſté employés autrefois ne ſont pas chiches de telles choſes.

Je vous demande pardon de la liberté que je prends de vous parler d'une choſe de cette nature. C'eſt à condition que cela ne vous importune nullement et que vous ne faſſiés que ce que vous pourrés commodement, par le moyen de quelques amis, un mot de voſtre part valant mieux, que les grandes ſollicitations de beaucoup d'autres. Je ſuis avec zele etc.

MONSIEUR

Voſtre treſhumble et tres obeiſſant ſeruiteur
LEIBNIZ.

---

a) Rec. le 31 mars [Chriſtiaan Huygens] [9]).
b) Voici ce que j'ai dit: Tous les axes devroient eſtre paralleles [Chr. Huygens].
c) l'axe de la Terre change peu a peu de poſition [Chriſtiaan Huygens].
d) Je l'expliqueray [Chriſtiaan Huygens].
e) il y a encore les declinaiſons conſtantes [Chriſtiaan Huygens].
f) s'il y a toute ſorte de fermetè cela empeſchera la viteſſe de la lumiere [Chriſtiaan Huygens].
g) Mon hypotheſe eſt plus ſimple [Chriſtiaan Huygens].
h) ce n'eſt pas un ſaut [Chriſtiaan Huygens].
i) cette borne eſtoit neceſſaire ou il faloit un progres continuel [Chr. Huygens].
j) il eſt bien plus facile de former quelque ſurface indeterminee comme en caſſant un corps, que d'en former une exactement platte [Chriſtiaan Huygens].
k) je dis que la poſition de deux ſurfaces plattes pour eſtre appliquées l'une à l'autre conſiſte in indiviſibili. ils ne s'attachent pas pour devenir atomes [Chr. Huygens].
l) voir nos lettres ſur cecy [en crayon, Chriſtiaan Huygens].
m) mais qu'eſt ce que le reſſort a voſtre opinion? [Chriſtiaan Huygens].
n) cet attouchement fait l'unité; rien n'eſtant entre deux [Chriſtiaan Huygens].
o) conſequence ſans fondement [Chriſtiaan Huygens].
p) pluſtoſt point de connexion [Chriſtiaan Huygens].
q) je ne comprens point cette idée [Chriſtiaan Huygens].
r) Bernoulli ſe l'attribue [10]) [Chriſtiaan Huygens].

---

9) Les notes qui suivent ont été écrites d'abord au crayon, la plupart ont été retracées à l'encre, deux ont été effacées au point de devenir illisibles. Plusieurs de ces notes, nommément les notes *r*, *u*, *v* et *x* doivent avoir été écrites quelques mois après la réception de cette lettre.

10) Consultez, sur cette note, les lettres de Huygens à de l'Hospital du 5 et celle de l'Hospital à Huygens du 10 août 1693.

s) touchant notre correſpondance [en crayon, Chriſtiaan Huygens].
t) Donnez luy une ſouſtangente deguiſee [11]) [Chriſtiaan Huygens].
u) Cette conſtruction n'eſt pas vraie que lors que EB ſe prend pour x, et AB pour y [Chriſtiaan Huygens].
v) Je n'eſtime guere les ſeries que quand elles ſe terminent comme de Greg. Newton Hoſpital [12]) [Chriſtiaan Huygens].
w) Ce ferait le plus beau [Chriſtiaan Huygens].
x) Vous l'aurez vue. Elle a donné occaſion a Bernoulli pour d'autres [13]) [Chriſtiaan Huygens] [14]).

---

[11]) Huygens en a proposé dans sa réponse du 17 septembre 1693.
[12]) Voir, à propos de cette remarque, la lettre de Huygens à de l'Hospital du 23 juillet 1693 et la réponse de de l'Hospital du 10 août 1693.
[13]) Consultez la Lettre à de l'Hospital du 3 septembre 1693.
[14]) A cette lettre de Leibniz se trouve joint un lambeau de papier sur lequel Huygens a noté ce qui suit:

„Selon Mr. Leibnitz il y auroit cette proportion veritable.
Triligne ABCDA

qu. AB qu. BC

$$\frac{1}{2}xy - \frac{1}{6}\frac{nyy}{x} \text{ — } \frac{2}{3}ny - \frac{1}{2}xx \text{ — } xx \text{ — } yy$$

$$\frac{1}{2}xy^3 - \frac{1}{6}\frac{ny^4}{x} \infty \frac{2}{3}nyxx - \frac{1}{2}x^4 \qquad \text{Aeq.° curvae } x^3 + y^3 \infty nxy$$

$$\frac{1}{2}xxy^3 - \frac{1}{6}ny^4 \infty \frac{2}{3}nyx^3 - \frac{1}{2}x^5 \qquad y^3 \infty nxy - x^3$$

$$\frac{1}{2}nx^3y - \frac{1}{2}x^5 - \frac{1}{6}ny^4 \infty \frac{2}{3}nyx^3 - \frac{1}{2}x^5 \qquad \frac{1}{2}xx \qquad \frac{1}{2}xx$$

$$-\frac{1}{6}ny^4 \infty \frac{1}{6}nyx^3 \text{ absurdum.} \qquad \frac{1}{2}xxy^3 \infty \frac{1}{2}nx^3y - \frac{1}{2}x^5$$

Mr. Leibnitz se trompe donc. Il devoit mettre $\frac{2}{3}ny - \frac{1}{2}xx - \frac{1}{6}\frac{nnyy}{xx}$ [voir la Lettre N°. 2801]. Il dira qu'il l'a oubliè ou son copiste.

Il ne se trompe point si AB est x, EB y.

Le logarithme estant y, x sera la difference entre le logarithme et $a - \frac{aa}{n}$ l'excès de la soutangente sur aa divisè par le nombre du logarithme. C'est ainsi qu'il devoit dire suivant ce que montre la construction seconde du Marquis de l'Hospital, ou bien le logarithme estant y, x sera la difference entre le logarithme et z (qui est FA, je ne scay pourquoy il l'appelle sounumerale) si le nombre du logarithme est $\infty \frac{aa}{a-z}$, et non $\frac{a}{a-z}$. Il aura vu la solution de M. le Marquis de l'Hospital dans le Journal de Scav. de Sept. 1. 92". [Voir la note 2 de la Lettre N°. 2787 et la Lettre 2801].

N° 2798.

CHRISTIAAN HUYGENS à B. DE VOLDER.

24 MARS 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
De Volder y répondit par le No. 2800.

Aen de Hr. Professor DE VOLDER den 24 Mart 1693.

Mijnheer

Ick send UE hier neffens weder het Journael van M. de Graef met mijne aenmerkingen ende gepointeert de Caert van Africa [1]) nae dat ick volgens UE goede advisen [2]) verbetert hebbe 't geen ik bij abuis anders gestelt hadde als mijn eygen raisonnement mede bracht. Waer voor UE nochmaels bedancke. Hier door, gelijck UE wel geremarqueert hadde wordt die vreemde gewaende kromte der Cours wegh genomen, en blijft evenwel de Lengde tusschen St. Jago en de Caep bij 't horologie afgemeten, de selfde, en met de Caert accorderende. Het is waer dat, in de herstelde plaetsen de berekende Cours nu seer Westelyck loopt van de gegiste Cours der Stierluyden, afwijckende tot $8\frac{3}{4}$ graden. en bij nae maer 2 graden van de Cust van Brasilien afblijvenden. Maer het is wel moghelijck dat de generalen vloedt van Oost nae Westen het schip aldus vervoert hebbe, konnende de Stierluyden 't selve nergens aen gewaer werden. ten waer men seyde dat se van 30 duytsche mijlen distantie de Brasiliaensche Cust souden konnen vernomen hebben, 't welck ick niet en geloof; behalven dat men oock niet seecker en weet hoe nae dese Cust in de Caert op haere waere Lengde leght.

Ick hebbe, gelyck UE bekent is, de daghelycksе verachtering van 't horologie, van S. Jago af, genomen soo die bij de Graef gebruyckt is van 1'. 58". Aengaende nu 't geen UE seer wel aengemerckt heeft, dat in dese verachtering te definieren eenighe veranderlyckheydt geweest is, 't zij door schult van 't horologie, of bij faute in 't observeren, soo segh ick dat dit laetste verre het waerschynelijckste is want anders soude het horologie in de 24 uren tusschen den 31 Mart, ende 1 April, ontrent $1\frac{1}{2}$ minuten te veel verachtert hebben, naer advenant van dat het de 5 voorgaende daghen gedaen hadde, welcke al te groote ongelyckheydt niet en is te

[1]) Le Journal de De Graaff et la carte pointée de l'Afrique ne se trouvent pas dans notre collection. Quant aux „Aanmerkingen", une pièce intitulée „Verklaeringh en aenmerckingen op het Journael van J. de Graaff", écrite de la main de Huygens, ainsi que quelques pages de calcul détachées se rapportent au journal de De Graaff et y renvoient en plusieurs endroits. Comme les résultats auxquels arriva Huygens se trouvent résumés dans ses lettres à De Volder et que les détails, pour être compris, exigent la consultation du journal et de la carte qui nous manquent, nous avons cru devoir passer ici cette pièce.

[2]) Nous ne les connaissons pas.

prefumeren, aengefien de naegenoegh getroffen Lengde tuffchen St. Jago ende Caep door middel van 't felve horologie. De oorfaeck van de veranderlijcke begrooting der verachtering kan geweeft fijn dat in de laetfte obfervatie van den 1 Apr. de minutwyfer op 49 fal geftaen hebben als gemeent wierdt op 48 ftondt, gelijck daer in licht konde gedwaelt werden, door de ongeoeffende obfervateurs. Waer door dan de verachtering van 't horologie in de 6 daghen geweeft foude fijn van 10′ 51 fec. en in een dagh, van 1′ 48½ fec. 't welck met de voorighe obfervaties veel beter accordeert als de 1′ 58½″. Ick hebbe dit aldus een[s] willen fupponeren, en daer op de geftipte Coers in de bijgaende Caerte geformeert welcke men fiet dat wat verder afblijft van de Americaenfche Cuft, als de andere nae 't horologie getrocken. Maer even wel niet veel, foo dat ick voor vaft houde, dat het fchip, ontrent defe daghen van den 23 en 24en Apr. door de vloedt uijt den Ooften feer verre vervoert is geweeft. Ick weet wel dat volgens defe geftipte Cours de Lengde tuffchen St. Jago en de Caep ontrent 2½ gr. meerder foude komen als de 48 gr. die ick te vooren, met de caert accorderende, bevonden hebbe, en ick beken dat het horologie voor foo veel kan gemanqueert hebben, maer het kan oock de faut van de Caert fijn, daer men niet vaft op gaen kan, foo langh men door onfeilbare obfervatien, gelijck die aan de omloopers van Jupiter de voorfz. lengde niet perfect heeft gedetermineert [3]). En het waer te wenfchen dat de O. Indifche Comp.ie tot redres der Caerten en bevorderingh der Lengdemetingh al fulcke obfervatien dede in 't werck ftellen; waer toe foo goede gelegentheydt heeft.

UE gelieve 't geen hier nevens gaet aen de Hr. van de Blocquerij toe te fenden, als mede UE opinie aengaende defe Proeve want ick aen Sijn Ed. en aen de Heeren Bewinth.s gefchreven hebbe dat ick UE hier toe verfoecken foude [4]). Daer is aen gelegen dat haer Ed. fien dat dit laetfte Experiment niet te vergeefs aengeftelt is, en beter uyt gevallen als fij op het raport van Mr. de Graef gelooft hadden [5]). Waer nae oock haer Ed. foo ick geloof, niet onmoghelijck fullen oordeelen met de Lengde Metingh te reuffieren; en te meer om dat ick haer Ed. verfeeckert hebbe van iets beters als de horologien met Pendula daer toe geinventeert te hebben [6]). Ick blijve

Mijn Heer

UE. ootmoedige dienaer

[3]) La différence en longitude entre Santiago, îles du Cap-Vert, et le Cap n'est en réalité que de 42 degrés.

[4]) Voir la Lettre N°. 2796.

[5]) Voir, sur ce rapport peu favorable, la Lettre N°. 2773.

[6]) Voir la fin de la note 5 de la Lettre N°. 2796, à la page 425.

N° 2799.

CHRISTIAAN HUYGENS à B. DE VOLDER.

24 MARS 1693.

Appendice au No. 2798.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

in een briefje apart.

UE. kan dezen brief of copije der zelve neven voorgemelte ſtucken overzenden. waar door miſſchien UE. moeyte in geven van zijn advis zal konnen vermindert werden en oock blycken dat ick de correctie bij UE. gedaan, noodigh geacht en gevolght hebbe.

N° 2800.

B. DE VOLDER à CHRISTIAAN HUYGENS.

6 AVRIL 1693.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse aux Nos. 2798 et 2799.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2802.

Wel Edele Heer,

Ick hebbe UEdts aangename van den 24ste maart nevens de bijlagen wel ontfangen, maar door indiſpoſitie niet konnen examineren als heden, en giſteren. Nu de ſaack inſiende, weet ick bijna niet wat concluſie te formeren. Want onſeecker ſijnde hoe groot de dagelyxſe vertragingh van 't Horologie is geweeſt op St. Jago, en wel ſodanigh onſeecker, dat het een verſchil van 2½ of oock wel meer graden op deſe wijs ſoude komen te importeren, hoe kan men met eenige ſeeckerheijd van de reſt concluderen? T'is wel waarſchijnelyck, gelijck UEdt dit aanmerckt, dat in de obſervatie van den 1ste April een miſſlagh is begaan, en misſchien is 't oock wel ſoodanigh een, als UEdt. bybrengt, maar dit ſchijnen mij ten minſten altijdt het laatſte, alleen giſſingen. Tis oock waar, dat de lengde van de Caap, die de caart aanwijſt ſoo vaſt niet is, dat men deſe 2½ graden verſchil, ſeeckerlyk tot een fout aan de Horologien ſoude konnen toeſchrijven; maar aan de andere kant is 't oock waar, dat de caart ſoo wel kan miſſen met de Caap ooſtelijcker te leggen, als Weſtelijcker alſt behoort. Twelck ſoo waar mocht ſijn, en dat de Caap inderdaat minder ten ooſten van St. Jago verſcheelde, als de caart van Viſſer [1]) medebrengt ſou dit de fout der Horologien noch grooter maacken.

[1]) Africae accurata Tabula ex officina Nic. Visscher. Elle fait partie d'une série de cartes publiée sans titre général par Visscher et Van Waesberge à Amsterdam.

Waarbij komt, dat de obſervatie van de Franſe Jeſuiten gaande naar Siam[2]), die miſſchien de ſeeckerſte is, die wij omtrent des Caaps lengde hebben, den Horologien ganſch niet ſchijnt te favoriſeren. Want die determineren de lengde van de Caap naar de meridiaan gaande door l'iſle de fer op 40½ gr. dat is, naar de meridiaan van onſe caarten gaande door Tenariffe, wat meer als 38 gr. waarmede de caarten van de Compagnie ſchijnen overeen te komen. So dat na deſe obſervatien het Horologie een verſchil van lengde tuſſchen St. Jago en de Caap ſoude hebben aangeweſen, 'tgeen van het waare over de 5 gr. ſoude verſchillen, ten minſten altydt incas dat St. Jago, te recht 7 gr. weſtelijcker geſtelt wert als de meridiaan van Tenariffe.

Uyt welck alles ick dan niet anders ſie te concluderen, als dat deſe proeve ten beſten genomen de ſaacke laat genoechſaam in deſelfde ſtaat als voorheen, als hebbende de obſervateur door de daaghelyxſe vertragingh vant Horologie niet accuraat genoech geobſerveert te hebben, ons buijten poſtuur geſtelt, om met eenige ſeeckerheijt vant qualyck of wel uijtvallen der Horologien, uijt deſe proeve te konnen oordelen.

Ick hebbe gemeent van mijn plicht te ſijn, eer ick iets aan de H.ren van de Compagnie ſchreef, UEdt van deſe mijne gedachten communicatie te geven. Waar op UEdts antwoort te gemoet ſiende, ſal ick eyndigen met UEdt te verſeeckeren, dat ick met alle reſpect blijve

Wel Edele Heer

UEdts ootmoedige Dienaar
B. DE VOLDER.

Leyden, den 6 April 1693.

Hiernevens gaat de quitantie van mons.r VAN DER AA[3]).

Aan de WelEdele Heer
Mijn Heer CHRISTIAAN HUIJGENS Heer van Zelúm etc. etc.
int Noortende in de Crabbe
in den Haagh.

---

[2]) Consultez la Lettre N°. 2455, note 10, et la pièce N°. 2519 à la page 274.
[3]) Très probablement, le libraire cité dans la note 3 de la Lettre N°. 2534.

N° 2801.

Christiaan Huygens au Marquis de l'Hospital.

9 avril 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]).
La lettre est la réponse au No. 2787.
De l'Hospital y répondit par le No. 2805.

Sommaire: Qu'il verra ce que j'ay fait imprimer.
Ce qu'il appelle manieres diff.
Leibnitz point reuſſi. Rien d'approchant. Sa ſolution apres 2 mois.
L'autre pour la courbe de M. de Beaune, il aura vu la voſtre.
Vous n'avez rien dit ſur mes ſoutangentes. Je feray bien aiſe de voir comment vous avez trouvè celle de M. de Beaune. la 2de conſtr. meilleure.
Leibnitz de la chaine, ſe vante mal a propos. j'ay de grands doutes s'il a trouvè la conſtruction.
Nous n'avons encore pu avoir le traité de Newton. Series. On reſoudra ce qui tombe dans certaines formules?
Methode de Roberval par le mouvement. Quadratrice.
Homme de la baguette teſte parlante.
Ecluſe du Duc de Roanes.
Voile de Bernouilli. Contraire a ce que ſon frere avoit dit [2]).

A la Haye ce 9 Avril 1693.

Vous ne pouvez douter, Monſieur, que voſtre quadrature generale de la Feuille de Mr. Deſcartes ne ſoit vraie, et qu'elle ne s'accorde avec ce que j'en avois trouvé [3]). Il paroit que cette invention avoit quelque difficultè puis que Mr. Leibnitz n'a ſcu en venir à bout, car luy aiant ecrit la meſme choſe qu'à vous [4]), touchant la quadrature particuliere, il ne m'a fait reſponſe qu'apres deux mois [5]) et d'avantage, contre ce qu'il a accoutumè, et en fin il m'envoie une Quadrature, qui n'a rien d'approchant de la veritable, ce qui m'a paru bien etrange. *Comme cette ligne* (dit il) *eſt d'une nature ſimple, et que les coordonnees y ſont homoeoptotes comme dans le cercle, j'ay auſſi voulu taſcher ſi j'en pourrois trouver*

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, pag. 254.

[2]) Ainsi qu'il résulte d'une annotation que l'on rencontrera dans l'Appendice à la Lettre de Huygens à de l'Hospital du 5 novembre 1693, il s'agit ici d'une allusion à un article de Jean Bernoulli, paru dans le Journal des Sçavans du 28 avril 1692, sous le titre: „Solution du problême de la courbure que fait une voile enflée par le vent. Par Monsieur Bernoulli, frére du professeur à Bâle". Dans cet article, Jean Bernoulli annonçait avoir trouvé que la courbure de la voile est celle de la chaînette, sans y apporter la distinction pour les différentes parties de la voile, mentionnée dans la note 33 de la Lettre N°. 2693.

[3]) Voir la pièce N°. 2782.

[4]) Voir la Lettre N°. 2785 à Leibniz vers la fin et la Lettre N°. 2777 à de l'Hospital à la page 351.

[5]) Voir la Lettre N°. 2797 et consulter, pour ce qui va suivre, la petite figure de la page 429, reproduite par Huygens dans sa lettre.

la quadrature, et j'en ay enfin trouvè cette conſtruction generale: que le triligne ABCDA eſt à $\frac{2}{3}$ *ny* — $\frac{1}{2}$ *xx comme le quarrè de l'abſciſſe x ou AB eſt au quarrè de l'ordonnée y ou BC.* Ce qui eſt faux [6]). Je vois pourtant, pendant que j'ecris cecy, que s'il avoit mis $\frac{2}{3}ny - \frac{1}{2}xx - \frac{1}{6}\frac{n^2y^2}{x^2}$ [7]), il aurait dit vray, et qu'il pourra dire que le dernier terme a eſtè oubliè par megarde. Mais s'il n'y a pas eu d'erreur de ſon coſtè, comment n'a-t-il pas rencontrè la ſimple expreſſion de ce triligne $\frac{1}{2}xy - \frac{nyy}{6x}$, ou bien $\frac{nyy}{6x}$ pour le ſegment ADC, puis que je lui avois mandè que les ſegmens s'exprimoient par un ſeul terme? Il trouvera ce qui en eſt dans le journal de Mr. de Beauval [8]), qui a paru le mois dernier, ou j'ay fait inſerer cette quadrature, en adjoutant que vous l'aiez trouvée de meſme. J'y ay auſſi fait mettre voſtre conſtruction pour la dimenſion de la Ligne Logarithmique et la miene pour la Chainette, avec les proprietez d'une certaine quadrature de l'hyperbole. Je ſcay que ces livrets de Mr. de Beauval ſont d'abord envoiez à Paris, autrement j'enfermerois icy les feuillets que ces choſes y occupent.

Je ne doute point, que vous n'aiez la meſme methode dont je me ſuis ſervi pour la dimenſion de la Feuille, mais je ſouhaiterois de ſcavoir ſi ce que vous appelez trois manieres differentes ſont autant de differentes methodes. Voicy encore ce que m'eſcrit Mr. Leibnitz [9]): *Quant à la Courbe de Mr. de Beaune, dont la ſoutangentielle eſt* $\frac{yy - xy}{a}$, *je l'ay voulu conſiderer preſentement, parce qu'elle eſt ſimple, et je trouve qu'elle depend de la Courbe des Logarithmes en telle façon que le Logarithme eſtant y, x ſera la difference entre le logarithme et la ſubnumerale. J'appelle ici ſouſnumerale z, ſuppoſè que le nombre du Logarithme eſt le quotient d'a diviſè par a*—*z.* Cela eſt exprimè aſſez obſcurement. Il devoit dire *aa* diviſé par *a*—*z*, alors je trouve que ſa conſtruction s'accorderoit avec voſtre ſeconde [10]), et FA ſeroit ſa ſubnumerale [11]), que je ne ſcay pas pourquoy il

---

[6]) Voir la note 6 de la Lettre N°. 2797.

[7]) La page 1 du Livre J nous renseigne sur la manière dont cette expression a été obtenue par Huygens. Partant de la formule correcte $\frac{1}{2}xy - \frac{1}{6}ny^2x^{-1}$ pour l'aire ADCB, il trouve $\frac{1}{2}x^{-1}y^3 - \frac{1}{6}ny^4x^{-3}$ pour la valeur de l'expression qui doit remplacer le terme $\frac{2}{3}ny - \frac{1}{2}x^2$ de la proportion indiquée par Leibniz. Ecrivant cette expression sous la forme $\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}ny\right)y^3 : x^3$, Huygens y remplace ensuite y^3 par sa valeur $xyn - x^3$, obtenue à l'aide de l'équation de la courbe et arrive ainsi facilement à l'expression mentionnée dans le texte.

[8]) Voir la pièce N°. 2793.

[9]) Voir la Lettre N°. 2797.

[10]) Voir la Lettre N°. 2787 à la page 393. Huygens reproduit ici la figure de la page 392, se rapportant à cette construction.

nomme ainſi, mais on peut douter s'il n'a pas formè cette conſtruction ſur voſtre premiere, qui eſt depuis le mois de Sept. de l'année paſſée dans le Journal des Scavans [12]).

Mons.r Leibnitz eſt aſſurement tres habile, mais il a avec cela une envie immoderée de paroiſtre, comme cela ſe voit encore dans le 13e Journal de la meſme annee [13]) lorſqu'il parle de ſon Analyſe des infinis; du Probleme des Loxodromies, que Jac. Gregorius avoit reſolu longtemps devant luy dans ſes Exercitations Geometriques [14]): des loix Harmoniques des mouvements Planetaires, ou il a ſuivi l'invention de Mr. Newton, mais en y meſlant ſes penſees qui la gaſtent [15]): de ſa conſtruction de la Chainette qu'il veut preferer à celle de Mr. Bernouilly [16]), comme ſi ce n'eſtoit pas la meſme choſe de reduire cette conſtruction à la dimenſion de la ligne Parabolique, ou à la quadrature de l'hyperbole, ou à la deſcription de la Logarithmique. Et encor ſuis je fort en doute pour des

---

[11]) En effet, posant dans la figure de de l'Hospital, mentionnée dans la note précédente, $GA=a$, $AC=x$, $BC=y$, $AF=z$, on a par construction: $x=FC-z=EB-z=EF-z=y-z$, et de même, d'aprés la propriété principale de la Logarithmique, $y=EF=AG\,l\frac{AG}{GF}=a\,l\frac{a}{a-z}$; équations identiques avec celles de la note 5 de la Lettre N°. 2797.

[12]) Voir l'article cité dans la note 2 de la Lettre N°. 2787.

[13]) Voir l'article de Leibniz qui parut dans le Journal des Scavans du Lundi 31 mars 1692 sous le titre: „De la chainette: ou solution d'un problême fameux proposé par Galilei, pour servir d'essai d'une nouvelle analise des infinis, avec son usage pour les logarithmes, & une application à l'avancement de la Navigation. Par Mr. de Leibniz".

[14]) Consultez la Lettre N°. 2709, note 12.

[15]) Consultez, dans les Lettres Nos. 2561, 2751, 2759, 2766, 2785, et 2797, les discussions entre Huygens et Leibniz au sujet des tourbillons Cartésiens.

[16]) Voici comment Leibniz s'exprime, dans l'article cité dans la note 13, sur les solutions diverses du problème de la chaînette mentionnées dans la note 1 de la pièce N°. 2681: „De ceux qui ont employé d'autres methodes [que la nouvelle analyse des infinis], on ne connoit que Monsieur Huygens qui ait réussi. Il est vrai qu'il suppose la quadrature d'une certaine figure. Du reste en ce qui estoit commun aux solutions ou remarques sur cette ligne, il s'est trouvé un parfait accord, quoy qu'il n'y ait eu aucune communication entres les Auteurs des solutions; ce qui est une marque de la vérité, propre à persuader ceux qui ne peuvent ou ne veulent pas, examiner la chose à fonds.

„Par la methode nouvelle le problême a reçu une parfaite solution, Mr. de Leibniz qui a esté le premier à résoudre ce problême, l'ayant réduit à la quadrature de l'hyperbole; ce que Mr. Bernoulli a fait aussi ensuite: mais la construction de Monsr. de Leibniz donne enfin le moyen, de marquer autant de points qu'on voudra de la ligne demandée, en supposant une seule proportion une fois pour toutes, & n'employant du reste aucune quadrature ni extension de courbe, mais les seules moyennes, ou troisièmes proportionelles. Et comme c'est tout ce qu'on peut souhaiter pour les problèmes transcendans, il sera bon de donner ici cette construction".

Après quoi Leibniz fait suivre, sans y ajouter quelque chose de nouveau, sa solution du problème de la chaînette avec la description de ses propriétés, telle qu'on la rencontre dans les Acta de Juin 1691, et, en abrégé, dans la Lettre N°. 2688.

raiſons que je pourrois alleguer [17]) s'il n'a pas tirè ſa conſtruction de celle de Mr. Bernoully. Mais je vous prie de ne teſmoigner rien de cecy.

Vous m'obligerez fort, en me communiquant la maniere dont vous eſtes parvenu à la conſtruction de cette Courbe de Mr. de Beaune, où je m'attens de voir quelque choſe de fort beau.

Vous ne m'avez rien reſpondu touchant les 2 ſoutangentes [18]) que je vous avois propoſées; eſt ce que vous trouvez l'invention de leur courbes trop aiſée ou trop difficile?

La methode des Tangentes de M. de Roberval, eſtoit fondée ſur les mouvements et les interſections d'autres lignes, dont on concevoit que les courbes eſtoient produites, par où je me ſouviens d'avoir trouvè autrefois la tangente de la Quadratrice de Dinoſtrate [19]) et de pluſieurs autres courbes, et cela ſans calcul.

Nous n'avons pas encore pu avoir icy le Traitè de Mr. Newton, que vous ſouhaitez tant de voir. Mais a ce qu'un de ſes amis m'a fait entendre de ſa methode [20]), on n'y trouvera la ſolution du Probleme renverſè des Tangentes ni de celuy des quadratures que quand l'expreſſion de la ſoutangente ou l'Equation de la Courbe ſe reduiſent à de certaines formules. Il s'y ſert des ſeries infinies qui vienent par diviſion, et en tire pourtant la quadrature determinée, quand elle eſt poſſible. Mr. Leibnitz me mande [21]) qu'il ſe ſert auſſi quelquefois de ces ſeries, mais ſeulement pour aller à des approximations, ce que je n'eſtime pas beaucoup. Toutefois pour trouver la courbe ex data quantitate ſubtangentis, il dit [22]) qu'il voit le moyen d'y

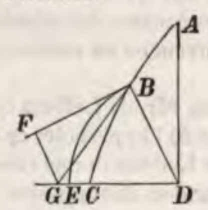
---

[17]) Consultez sur ces raisons le postscriptum de la Lettre N°. 2695, la réponse de Leibniz, notre N°. 2699, et la Lettre N°. 2729 à la page 184.

[18]) Voir, dans la Lettre N°. 2777, les deux expressions dont il est traité dans la note 30 de cette lettre.

[19]) La courbe $2a\theta = \pi r \sin\theta$ (en coordonnées polaires), dont l'ordonnée $r \sin\theta$ est proportionelle à l'angle polaire.

Dans le livre A des Adversaria, on trouve, sous la date du 6 novembre 1659 la construction suivante:



ABC est quadratrice linea. B punctum in ea datum. Oportet ducere tangentem in B. Centro D scribatur arcus BE et ducatur quae eam tangat recta BF, in qua sumatur BF aequalis arcui BE; potest autem hujus longitudo ope quadratricis facile inveniri; deinde ex F ducatur FG quae sit super FB perpendicularis, et occurrat rectae DE in G: unde ducatur GB. Dico hanc esse tangentem quadratricis quaesitam.

Il est clair, en effet, que cette construction se déduit facilement par la méthode de de Roberval, puisque d'après celle-ci les projections de la vitesse du point B sur AD et sur BF doivent être dans la proportion de l'ordonnée à l'arc BE.

[20]) Sans doute Fatio de Duillier, par des entretiens pendant son séjour à la Haye de février à septembre 1691, ainsi que par ses Lettres Nos. 2739 et 2745.

[21]) Voir la Lettre N°. 2797 à la page 430.

[22]) Voir la même Lettre N°. 2797 à commencer par les dernières lignes de la page 428.

reuffir tousjours, quand la Ligne eft ordinaire, mais qu'il n'a pas encore la patience ni le loifir de meftre en eftat tout ce qu'il faut pour pratiquer cette methode. Une de vos deux foutangentes eft marquée $\frac{yy+xy}{y}$, je crois que vous avez voulu efcrire $\frac{yy+xy}{a}$.

Je fuis bien aife d'eftre defabufè touchant la tefte parlante. J'efpere de l'eftre de mefme pour ce qui eft de l'homme a la baguette, dont j'apprens qu'on commence de decouvrir la fineffe. Vous me ferez grand plaifir, Monfieur, de me mander ce que vous en fcavez. Cette impofture fera bien remarquable apres tant d'atteftations et de pretendues epreuves.

Il y a deux ans ou d'avantage qu'un Ingenieur m'a parlè d'une invention de porte d'Eclufe, qu'on ouvroit en la couchant au fond de l'eau; c'eft-à-dire qui tournoit aiant fon coftè immobile dans ce fond et couchè horizontalement, ce que je trouvay bien imaginè pour plus d'une raifon. Il me dit qu'elle luy avoit eftè propofée par un François qui paffoit par icy. Peut-eftre c'eft celle dont le memoire de Mr. le Duc de Roanés raporte les avantages. J'avoue pourtant que j'y trouve quelques chofes que je ne comprens pas. Je n'ay jamais oui dire qu'on fift des eclufes qui ne fuffent pas doubles avec un baffin entre deux, comme font celles entre Bruxelles et Anvers, et par tout icy en noftre pais. Et il me femble que fans cela il doit y avoir une grande perte d'eau pour chaque batteau qui paffe feul, et beaucoup de peine à tirer les bateaux contre le courant, qui ne laifera pas d'eftre fort vifte avec les 3 pieds de pente fur 150 toifes. Je n'entens pas auffi ce qui eft dit de la facilitè d'ouvrir et fermer cette Eclufe, quand il y a 6 pieds d'eau d'un coftè et rien de l'autre, fi ce n'eft qu'on hauffe premierement un panneau perpendiculaire, qui en faifant une ouverture dans la porte, donne moien à l'eau de baiffer beaucoup, pour ouurir en fuite la porte entiere en la couchant à travers l'eau qui refte en beaucoup moindre hauteur. Je fupplie tres humblement Mr. le Duc de me donner quelque eclairciffement fur çes chofes et qu'il me faffe à peu pres comprendre l'invention devant que d'exiger mon approbation.

C'eft beaucoup d'en avoir fait quelque effay, car on ne fcauroit croire comment l'experience fait fouvent decouvrir d'inconvenients que l'on n'a pu prevoir. Je vous demande pardon de la longueur de mes lettres et demeure avec refpect, etc.

N° 2802.

CHRISTIAAN HUYGENS à B. DE VOLDER.

19 AVRIL 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2800.

De Prof. DE VOLDER.

Haghe den 19 Apr. 1693.

Mijn Heer

Uijt UE. ſchrijvens van den 6 deſer hebbe met leetweſen verſtaen UE Indispoſitie, en ben ſedert het ontvangen deſſelfs mede vrij quaelyck daer aen geweeſt, hebbende eenighe daghen plat te bedde gelegen van een fluxie op de heup met veel pijn. Sonder 't welck niet ſoo langh ſoude geweeſt ſijn ſonder UE te antwoorden. UE heeft mij vriendſchap gedaen, van ſijn dubia voor te ſtellen aengaende de concluſie in ſijn advis aen de Hr. Bewinthebberen te nemen. En ick hadde oock bij mij ſelfs al gedacht nae 't afsenden van mijn brief dat UE in eenighe twijffelingh daer ontrent ſoude weſen, om dat ick ſcheen te willen ſuſtineren dat door deſe laetſte proef meerder geavanceert was in 't bewijs mijner Lenghtevindingh als UE miſſchien konde konnen toe ſtaen. Daer om hebbe ick nu mijn pretenſie naerder geexpliceert en ſoo mij dunckt niet te hoogh geſtelt, in den brief hier ingeſloten [1]) dewelcke UE in plaets van de voorgaende [2]) ſal konnen aen de H. Bew. overſenden, nevens UE advis en de verdere ſtucken op dat haer Ed. ſien mogen dat ick UE cenſure en aenmerckingen geenſins tegen en ſpreecke. Ick bidde UE dat ſulx hoe eer hoe liever moghe geſchieden, dewijl het nu al langh is dat ick aen de H. Bew. 't ſelve hebbe doen verwachten. Ick blijve naer excuſe van al de moeyte die UE. geve

Mijn Heer

UE. ootmoedige dr.

[1]) Voir l'Appendice N°. 2803. [2]) Voir la Lettre N°. 2798.

N° 2803.

CHRISTIAAN HUYGENS à B. DE VOLDER.

[19] AVRIL 1693.

Appendice au No. 2802.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Haghe den ... Apr. 1693.

Mijn Heer

Ick bedanck UE. nochmaels van UE gedaene Correctie in mijn Rekening, en UE vorderene aenmerckingen die in dat tegenwoordigh Examen der genomene Proeve van Lengdemetingh feer confiderabel fijn [1]).

Evenwel foo blijft dit feecker dat volgens de Obfervatien van M. de Graaf (fijn mifrekeningen verbetert fijnde [2]), en mijne Inftructie fimpelijck naegekomen) de Lengde tuffchen S. Jago en de Caep de B. Efp.e van feer nae 48 gr. door het horologie is afgemeten, en dat dit met de Caerten van Viffcher en Blaeuw [3]) feer wel overeenkomt. Mijn abuijs in 't pointeren van eenighe Lenghdens van 't fchip en beletten niet, gelijck UE weet, dat die conclufie waer zij, alhoewel dit abuijs bij mij geredrefleert fijnde in de nevens gaende Caert, de cours nu veel naeder aen de Cuft van Brafilien komt te vallen dan ick gemeent hadde. Dit tot hier toe kan UE. foo ick geloof aen de Heeren Bewinthebberen verfeeckeren waer te fijn.

Dat men nu hier uijt foude konnen befluyten de perfectie defer Lengde metingh genoegfaem gedemonftreert te fijn, of naerder als door de voorgaende proef van A°. 1687 [4]) wil ick niet pretenderen want niet alleen UE remarque ontrent de veranderlycke daghelyckfche verachtering van t horologie van S. Jago waergenomen, en laet fulx niet toe, maer oock de onfekerheijdt der ftellinge van Lengden in de Caerten foude fulk befluyt twijffelachtigh maecken al hadde het horologie noch foo wel gegaen. en fal altydt foo doen behalven als men gelegentheijdt heeft om de Lengde van 2 felfde plaetfen, op de heen en weerreys te meten, of dat het Lengde-verfchil door feeckere obfervatie aen de omloopers van Jupiter geobferveert zij.

Het is mij genoegh dat men fien fal uyt UE en mijne aenmerckingen dat, (felfs niet tegenftaende de voorsz. onfekerheden) het horologie veel beter effect gedaen heeft op de reys van S. Jago naer de Caep als het volgens de verkeerde rekening van de Graef fcheen gedaen te hebben: En dat het voorts onfchuldigh is aan de groote buytenfpoorigheijdt die hij op de weerreys bevonden heeft. welcke twee

---

[1]) Comparez la Lettre N°. 2798. [2]) Voir la Lettre N°. 2786.
[3]) La carte „Africae nova descriptio auct. Guil. Blaeuw" du célèbre Atlas de Blaeuw.
[4]) Voir, sur les résultats de cette expérience de 1687, la pièce N°. 2519.

pointen aen de Heeren Bewinth.en geconfirmeert ſijnde, haer Ed. min quaede opinie ſullen doen hebben als het raport van gemelte de Graef [5]) haer gegeven hadde aengaende het meten der Lengde door duſdanigh middel, voornaementlijck als men iets veel beters als de Pendulen aen haer Ed. ſal voordraegen [6]).

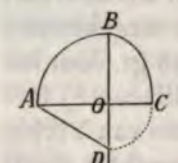
Ick blijve nae hartelijcke groetenis

N° 2804.

J. G. Steigerthal à Christiaan Huygens.

[Avril 1693] [1]).

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Chr. Huygens y répondit par une lettre datée du 19 novembre 1693.



[a]) p. 6 [2]) ſit $a\,\psi \infty \dfrac{a^3y}{bb+by}$ area trilinei OBC, BO ſuppoſito $\infty\, y$ AO $\infty\, \zeta$ OC ∞ OD $\infty\, x$.

Per Theor. Barov. AO□ ∞ duplo area BOC $\zeta\zeta \infty \dfrac{2a^3y}{bb+by}$ quae aequatio curvam exprimit BA, cum BO communis intercepta tam curvae BC quam curvae AB. AO autem ſuppoſita applicata $\infty\, \zeta$.

5) Voir, sur ce rapport, la Lettre N°. 2773.
6) Voir la Lettre N°. 2796, note 5, à la page 425.

1) Cette pièce contient des remarques de Steigerthal à propos de l'ouvrage de Hubertus Huighens, intitulé: „Adversiones quaedam circa proportionem quam ad rectilineas habent figurae curvilineae" et dont il est question dans la note 1 de la Lettre N°. 2730. Elle doit avoir été accompagnée d'une lettre de Steigerthal, qui nous manque, et qui a été reçue par Huygens le 15 mai 1693, comme il paraît si l'on combine la réponse de Huygens avec une annotation que l'on rencontre sous cette date dans le livre J des Adversaria et qui commence par la phrase: „D. Alberti medecin de l'Electeur de Hannover m'apporta des lettres de Mr. Steigerthal, de Venise".

2) Cette première remarque de Steigerthal se rapporte à l'exemple 1 de Hubertus Huighens, que l'on trouve dans la note 2 de la Lettre N°. 2735. Pour le montrer, il suffira de rappeler que dans la note citée la notation de Christiaan Huygens a été suivie. Ainsi, pour se conformer à celle de Hubertus, employée ici par Steigerthal, on doit remplacer respectivement les x et z de la note par y et x.

Le problème, résolu ici par Steigerthal, consiste donc à trouver la courbe OBC dont l'aire est exprimée par $a\psi = a^3y : (b^2 + by)$. A cet effet, il commence par construire la courbe AB, pour laquelle $\frac{1}{2}\,\mathrm{AO}^2 = \frac{1}{2}\,\zeta^2 = a\psi = a^3y : (b^2+by)$; puis il calcule la sousnormale de cette courbe, qui, d'après le théorème de Barrow, sur lequel on peut consulter la note 8 de la Lettre N°. 2721, doit être égale à l'ordonnée OC $= x$ de la courbe cherchée. Comme on le voit, sa méthode est identique avec celle de Huygens, exposée dans le § I de la pièce N°. 2736.

Quapropter facile per methodum Slusii tangens et subnormalis OD inquiritur, quae cum aequalis sit OC, expuncto $\zeta\zeta$ aequationem subministrat ad curvam BC velut requirebatur.

Subnormalis $\infty \frac{a^3 - \frac{1}{2}b\zeta\zeta}{bb + by}$ [3]) $\infty\ x$ unde $a^3 - \frac{1}{2}b\zeta\zeta \infty bbx + byx$ vel quia $\zeta\zeta \infty \frac{2a^3y}{bb + by}$: $a^3 - \frac{a^3by}{bb + by} \infty bbx + byx$, factaq. reductione, omnibusque divisis per bb : $a^3 \infty bbx + 2byx + yyx$.

Ita m. p. 9. [4]) loco $y^3 + ay\psi$ etc. [5]) scribo $a\psi \infty \frac{ay^3}{-ay + b\psi - \psi^2} \infty \frac{\zeta\zeta}{2}$ unde $2ay^3 \infty - ay\zeta\zeta + b\psi\zeta\zeta - \psi^2\zeta\zeta$ et ad tangentem inquirendam $6ay^2t + at\zeta\zeta \infty \infty 2b\psi\zeta\zeta - 2ay\zeta\zeta - 2\psi^2\zeta\zeta$[6]); $t \infty$ subtangenti posito subnormalis itaq. OD erit $\frac{6ay^2 + a\zeta\zeta}{2b\psi - 2ay - 2\psi^2}$ vel quia $\zeta\zeta \infty 2a\psi$. $3ay^2 + aa\psi \infty b\psi x - ayx - \psi^2 x$[b]).

---

[a]) Steigerthalii [Christiaan Huygens].

[b]) dicebat [7]) hunc calculum suum non in omnibus consentire cum eo quem tradit Huyghenius Zelandus [8]) [Christiaan Huygens].

---

[3]) La sousnormale OD $= \zeta \frac{d\zeta}{dy}$ s'obtient facilement sous cette forme par la différentiation de l'équation $b^2\zeta^2 + by\zeta^2 - 2a^3y = 0$ de la courbe BA.

[4]) Comparez, sur ce qui va suivre et qui constitue la seconde remarque de Steigerthal, la pièce N°. 2737, qui contient les remarques de Huygens sur la même page 9 du livre de Hubertus Huighens.

[5]) C'est-à-dire $y^3 + ay\psi = b\psi\psi - \psi^3$. Voir le commencement de la pièce citée dans la note précédente.

[6]) Formule fautive. Steigerthal doit l'avoir obtenue par un procédé quelconque revenant à différentier l'équation qui précède, et à remplacer ensuite $\zeta \frac{dy}{d\zeta}$ par t; mais, ce faisant, il a traité ψ comme une constante, tandis qu'il est clair qu'il aurait dû introduire $d\psi = xdy : a$, auquel cas il aurait obtenu l'équation finale de la présente pièce sous la forme correcte: $3ay^2 + ayx = - aa\psi + 2bx\psi - 3x\psi\psi$, trouvée par Hubertus Huighens, et déduite à sa manière par Christiaan Huygens dans la pièce N°. 2737.

[7]) Dans la Lettre que nous ne connaissons pas et qui doit avoir accompagné la présente pièce.

[8]) C'était, on le voit par la note 6, la faute de Steigerthal, comme Huygens le supposait dans sa réponse du 19 novembre 1693.

N° 2805.

LE MARQUIS DE L'HOSPITAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

12 MAI 1693.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
Elle est la réponse au No. 2801.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2806.

Je crois que vous ne ferez pas faché, Monſieur, de voir ici la regle dont je me ſuis ſerui pour reſoudre les queſtions, que vous m'auez propoſées [2]) qui regardent la methode inuerſe des tangentes, et d'autant plus que vous m'auez marqué en auoir quelque curioſité.

1e. queſtion. On demande la nature de la courbe, dont la ſoutangente eſt $2x - \frac{yy}{2x}$, c'eſt-à-dire en termes differentiels $ydx = 2xdy - \frac{yydy}{2x}$. Toute la difficulté ſe reduit maintenant à diminuer le nombre des termes de cette equation afin de paruenir à vne qui n'en ait que deux, et que l'on poura par conſequent conſtruire ſoit en prenant les ſommes, ſoit en ſuppoſant les quadratures. Je ſuppoſe donc pour reduire les deux termes ydx et $2xdy$ en vn ſeul, $x = my^2$, ce qui donne $dx = 2mydy + yydm$, et mettant à la place de x et de dx leurs valeurs dans la 1re. equation on trouue $2myydy + y^3\,dm = 2myydy - \frac{yydy}{2myy}$, qui ſe reduit à $2mdm = -\frac{dy}{y^3}$, et prenant de part et d'autre les ſommes il vient $mm = \frac{1}{2}y^{-2} \mp a$ (ou l'on doit remarquer que j'aioutte ou retranche vne quantité conſtante a, parce qu'autrement la courbe deuiendroit vne ligne droite) c'eſt a dire en mettant pour mm ſa valeur xxy^{-4}, et ordonnant l'egalité $2aaxx = aayy \mp 2y^{4a}$), qui eſt l'equation qui exprime la nature de la courbe cherchée. La quadrature de l'eſpace curviligne ſe trouve ainſi, on a $xx = \frac{aayy \mp 2y^4}{2aa}$, et partant $xdy = \frac{ydy\sqrt{aa \mp 2yy}}{a\sqrt{2}}$ dont la ſomme $\frac{(aa \mp 2yy)\sqrt{aa \mp 2yy}}{\mp 6a\sqrt{2}}$ donne la quadrature du complement de l'eſpace curuiligne [3]).

[1]) Chr. Hugenii Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 259.

[2]) Voir, sur ces questions, la Lettre N°. 2768 à la page 328 et la réponse de de l'Hospital notre N°. 2775 à la page 345.

[3]) C'est-à-dire, du moins au cas $-2y^4$, de l'aire ECD dont il est question dans la Lettre N°. 2775 à la page 345. Pour le cas $+2y^4$ consultez la note 12 de la même Lettre N°. 2775. Dans ce cas il n'y pas d'„espace" qu'on saurait considérer comme un „complement".

2e. queſtion. On demande la courbe qui a pour ſoutangente $2x + \frac{x^3}{yy}$ cette queſtion ſe reſout de la meſme maniere que la precedente.

3e. queſtion. Il faut trouuer la courbe qui a pour equation differentielle $aaxdy = 3aaydx - 2xyydx + 2xxydy$, ou diviſant par aa, afin de donner vne forme conuenable, $xdy = 3ydx - \frac{2xyydx + 2xxydy}{aa}$[4]. Je ſuppoſe $y = mx^3$, pour reduire les deux termes xdy et $3ydx$ en vn ſeul, et j'ay $dy = 3mxxdx + x^3\,dm$ ce qui donne, en ſubſtituant ces deux valeurs, $3mx^3dx + x^4dm = 3mx^3dx - \frac{2mmx^7dx + 6mmx^7dx + 2mx^8dm}{aa}$[5], qui ſe reduit à $mdx = -\frac{1}{2}\,xdm + \frac{aadm}{4mx^3}$, et ainſi l'equation propoſée, qui etoit de quatre termes ſe trouue reduite à vne de trois ſur laquelle j'applique de nouueau la regle en ſuppoſant $x = nm^{-\frac{1}{2}}$ et partant $dx = -\frac{1}{2}\,nm^{-\frac{3}{2}}\,dm + m^{-\frac{1}{2}}\,dn$, ce qui donne par la ſubſtitution $4n^3dn = aadm$, et prenant les ſommes $n^4 = aam$ ou bien en aiouttant ou retranchant vne quantité conſtante, $n^4 = aam \mp a$, ſubſtituant enfin dans ces deux dernieres equations à la place de n et de m leurs valeurs $xm^{\frac{1}{2}}$ et yx^{-3}, on trouve $xy = aa$, et $yyx - aay \mp x^3 = 0$, qui ſont les equations qui expriment la nature des courbes cherchées.

Jl arriue quelque fois que l'equation differentielle ne peut eſtre reduite à vn moindre nombre de termes par cette regle, ſoit parce qu'elle n'a pas vne forme conuenable, ſoit parce qu'en diminuant le nombre des termes d'vn coté on l'augmente de l'autre, de ſorte qu'on n'eſt pas plus auancé qu'auparauant. Il faut auoir recours alors à quelque adreſſe particuliere ce qui ſe comprendra mieux par un exemple. Soit propoſée l'equation differentielle[6] $axydx + aaxdx + x^3dx = = a^3dy + axxdy$[b]. Si l'on diuiſoit par ax, on pouroit reduire les termes ydx et xdy en vn ſeul, mais parce que la meſme ſuppoſition augmente d'vn terme les autres, je prends pluſieurs termes pour vn ſeul en ſuppoſant $aa + xx = am$, ce

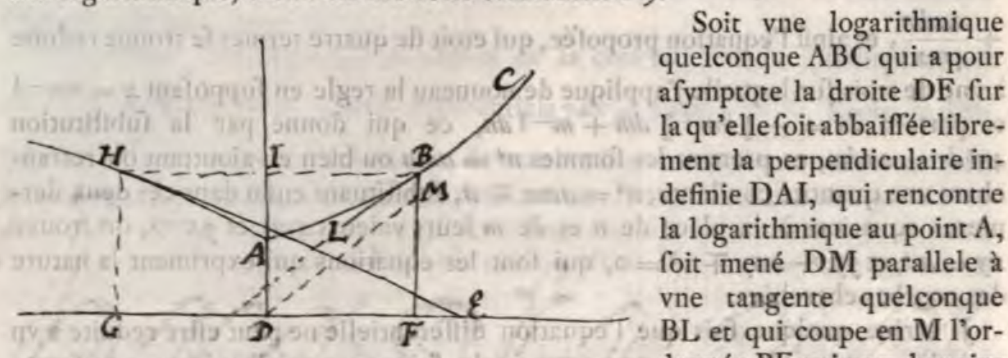
---

[4]) Lisez $-2xxydy$.

[5]) Lisez : $-(2mmx^7dx - 6mmx^7dx - 2mx^8dm) : aa$.

[6]) A la page 17 du livre J Huygens essaie d'appliquer la méthode de Fatio à l'équation différentielle qui suit dans le texte. Il trouve $x^{-3-h}y^h$ pour le „transformateur" (voir, sur ce mot, sa Lettre à de l'Hospital du 23 juillet 1693) des „termes correspondants" $axydx$ et $-ax^2dy$; mais la multiplication de l'équation par ce transformateur rend „impur" l'un ou l'autre des termes „purs" a^2xdx, x^3dx et $-a^3dy$, quelle que soit la valeur qu'on assigne à l'exposant h, et Huygens en conclut: „Ergo haec aequ°. differentialis non solvitur methodo Fatii. Hoc est hujus subtangentis non invenitur per eam curva. Quam Hospitalius invenit esse vel $ay = ax + xx$ quae est parabola, vel $ay = aa + xx \mp a\sqrt{aa + xx}$, quae est composita ex parabolae et hyperbolae applicatis".

qui change l'equation en celle-ci $mdy = \frac{1}{2} ydm + \frac{1}{2} mdm$ qui n'a que trois termes, et ſur laqu'elle s'applique la regle en ſuppoſant $y = nm^{\frac{1}{2}}$ ce qui la reduit a $dn = \frac{1}{2} m^{-\frac{1}{2}} dm$, dont les ſommes ſont $n = m^{\frac{1}{2}}$ ou $n = m^{\frac{1}{2}} \mp a$, ſubſtituant enfin a la place de n et de m leurs valeurs $ym^{-\frac{1}{2}}$ et $\frac{aa + xx}{a}$ je trouue $ay = aa + xx$ et $ay = aa + xx \mp a\sqrt{aa + xx}$, d'ou je connois que la courbe peut eſtre vne parabole ou vne ligne plus compoſée. Cette regle peut auſſi ſeruir lorſque les courbes ſont mecaniques. Soit propoſée par exemple de decrire la courbe qui a pour ſoutangente $x + y$. L'equation differentielle ſera $ydx = xdy + ydy$, et ſuppoſant $x = my$[7]), on aura, apres les ſubſtitutions faites, $ady = ydm$, qui eſt vne equation a la logarithmique, d'ou l'on tire cette conſtruction[c]).



Soit vne logarithmique quelconque ABC qui a pour aſymptote la droite DF ſur la qu'elle ſoit abbaiſſée librement la perpendiculaire indefinie DAI, qui rencontre la logarithmique au point A, ſoit mené DM parallele à vne tangente quelconque BL et qui coupe en M l'ordonnée BF qui part du point touchant B, et ayant pris DG = FM, ſoit acheué le rectangle FH, je dis que le point H ſera à la courbe requiſe[8]). Car ayant mené la touchante HE on aura DE = GH. Pour auoir la quadrature de cette courbe $ydx = xdy + ydy$, on aiouſtera de part et d'autre ydx et on aura $2ydx = xdy + ydx + ydy$, d'ou il ſuit que la ſomme des $2ydx$, c'eſt a dire le double de l'eſpace ADGH[9]) $= xy + \frac{1}{2} yy$[d]).

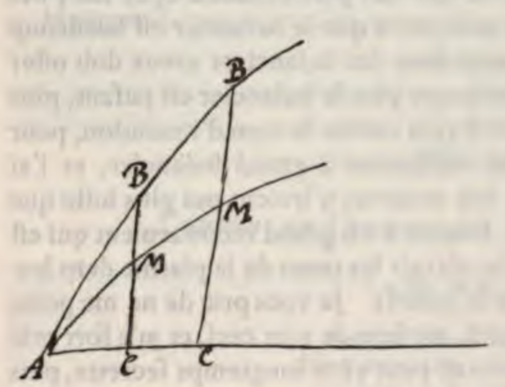
[7]) Lisez plûtot : $ax = my$.

[8]) En effet, posant GD $= x$, GH $= y$, DF $= m$ et a pour la soustangente de la logarithmique, on a par la propriété bien connue de la logarithmique : $y\frac{dm}{dy} = a$, donc $ady = ydm$; de même, par construction, x = GD = MF = BF × DF : $a = my : a$, d'où il suit que la courbe des points H satisfait aux équations mentionnées dans l'alinéa précédent.

On remarquera que la ligne AD, laissée indéterminée par de l'Hospital, et non pas la soustangente constante a de la logarithmique, fonctionne comme constante d'intégration, puisqu'on trouvera pour l'équation de la courbe $x = y\,\mathrm{l}\frac{y}{\mathrm{AD}}$, d'où cette soustangente a disparu.

[9]) Puisque cet espace doit s'annuler pour $x = 0$, y = AD, on doit remplacer l'expression qui va suivre par $xy + \frac{1}{2} y^2 - \frac{1}{2}\mathrm{AD}^2$.

On demande la courbe qui a pour soutangente $\frac{yy-xy}{a}$, qui est celle de Mr. de Beaune. L'equation differentielle sera $adx = ydy - xdy$, et supposant $y - x = z$, on trouue apres les substitutions faites $adx = \frac{azdz}{a-z}$, d'ou l'on voit que la courbe AMM dont les appliquées MC sont exprimées par z, et les coupées AC par x, depend de la quadrature de l'hyperbole, mais comme on a supposé $y = z + x$, il faut prolonger CM en B, en sorte que MB = AC, et le point B sera à la courbe cherchée[10]). Je referue à la 1re fois à vous enuoyer la rectification d'vne portion quelconque de cette courbe [11]) qui est assurement plus difficile que celle de la logarithmique comme vous l'eprouuerez, si vous vous donnez la peine d'y penser. Vous me ferez plaisir de me faire part des regles que vous auez pour l'inuerse des tangentes. Au reste je n'ay pû resoudre vos deux courbes et il y a apparence qu'elles se reduisent à des quadratures fort composées [12]), si vous en sauez la resolution, mandez le moi et ie m'y appliquerai avec plus de soin.



---

[10]) A la page 15 du livre J cette solution du problème de de Beaune est interprétée par Huygens à sa manière géométrique. Il y construit l'hyperbole $\theta = az : (a-z)$ et indique l'aire hyperbolique à laquelle on doit égaler le rectangle ax, ou $a \times$ AC, pour obtenir un point M de la courbe AMM, pour laquelle MC $= z$; ce qui conduit à la première des deux constructions communiquées par de l'Hospital dans la Lettre N°. 2787.

[11]) Il n'en est plus question dans la suite de la correspondance.

[12]) Comme MM. W. Kapteyn, *Besouclein* et H. Brocard, l'ont fait remarquer dans l'„Intermédiaire des mathématiciens" du mois de juillet 1903, T. X, p. 198, la première des deux équations différentielles dont il s'agit ici et dont il est traité dans la note 30 de la Lettre N°. 2777, n'est pas inaccessible même à une analyse assez élémentaire, admettant une intégrale générale relativement simple; tandis que celle de la seconde, quoiqu'elle soit réductible aux quadratures, est bien plus compliquée.

Ainsi, dans la première, qui peut s'écrire: $(xy + a^2)dy + (xy - ax + ay)dx = 0$, la substitution $xy + a^2 = ux$ aboutit à la séparation des nouvelles variables u et x; après quoi il est facile d'obtenir l'intégrale générale sous la forme:

$$x + y = a \,\mathrm{l}\, \frac{C}{xy - ax + a^2}.$$

Quant à la seconde, qui s'écrit: $x^3dy + (2xy^2 - 3a^2y - 3x^3)dx = 0$, on y reconnaît fa-

J'ai enfin trouué vn horlogeur appellé l'anglois qui demeure à la place Dauphine, et qui eſt le ſeul que ie ſcache qui faſſe des montres de l'inuention de Mr. Hautefeüille, quoi qu'elle ne merite en nulle maniere le nom d'inuention puis qu'elle ne conſiſte qu'à faire les balanciers pleins, mettre le reſſort ſpiral au deſſus qui eſt plus fort qu'à l'ordinaire et qui fait plus de tours, et de faire des palettes au balancier plus grandes, tout cela parce que le balancier eſt beaucoup plus peſant. Jl pretend que l'air qui entre dans les balanciers creux doit oſter quelque choſe de leur juſteſſe, et d'ailleurs que plus le balancier eſt peſant, plus la montre ira iuſte. Je vous laiſſe à penſer ſi cela merite le nom d'inuention, pour moi j'eſtime beaucoup plus nos montres ordinaires à grand balancier, et i'ai meſme fait auouer à cet horlogeur que ces montres n'iroient pas plus iuſte que les autres. Jl me paroit qu'elles ſeront ſuiettes à vn grand inconuenient qui eſt que la peſanteur du balancier poura faire elargir les trous de la platine dans lesquels entre ſon piuot ce qui oſteroit toute la juſteſſe. Je vous prie de ne me point nommer car l'horlogeur m'a fait vn grand myſtere de tout ceci, et m'a fort prié de n'en point parler, cependant la choſe ne peut eſtre longtemps ſecrette, puis qu'il uendra, ſelon les apparences, inceſſamment de ces ſortes de montres.

Je ne vous puis faire de reponce ſur le ſuiet de Mr. le Duc de Roanez car il eſt à la campagne depuis quelque temps, et ie ne manquerai pas à ſon retour de lui dire ce que vous me mandez [11]). La longueur de cette lettre m'empeſche de vous entretenir ſur la baguette, pluſieurs de nos philoſophes ſe ſont empreſſez d'en rendre raiſon ſans beaucoup aprofondir la uerité du fait, je crois qu'il en ſera comme de la dent d'or d'allemagne. Je ſuis tres veritablement

MONSIEUR

Vôtre tres humble et tres obeiſſant ſeruiteur
le M. DE L'HOSPITAL.

A Paris ce 12e mai.

Nous n'auons point ici les liurets du Sieur de beauval depuis la guerre ainſi vous me ferez plaiſir Monſieur de m'enuoyer les feuilles que vous me marquez.

---

cilement une équation de Riccati et on peut donc la réduire à une équation linéaire, aussitôt que l'on connaît une solution particulière. Profitant ici de celle de Huygens, indiquée dans la Lettre N°. 2777, note 30, on peut donc poser $y = x^3(x^2-a^2)^{-1} + a^2z^{-1}$, après quoi on arrive à l'équation linéaire:

$$dz + [3a^2x^{-3} - 4x(x^2-a^2)^{-1}]\,z\,dx - 2a^2x^{-3}\,dx = 0$$

que l'on sait ramener aux quadratures.

a) Mihi eſt $2aaxx \propto aayy \mp y^4$ [13]) [Chriſtiaan Huygens].

b) Cette courbe et la ſuivante ſont celles dont il fait mention dans ſa lettre précedente du 12 fevr. 93 [14]) [Chriſtiaan Huygens].

c) DG eſt x, GH eſt y, AD $\propto a$ [Chriſtiaan Huygens].

d) Imo eſt $xy + \frac{1}{2}yy - \frac{1}{2}aa$, quod miror ipſum non advertiſſe [15]) [Chriſtiaan Huygens].

N° 2806.

Christiaan Huygens au Marquis de l'Hospital.

20 MAI 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
La lettre est la réponse au No. 2805.
De l'Hospital y répondit par le No. 2807.

A la Haye ce 20 May 1693.

Je ne ſuis pas encore bien guery, Monſieur d'une maladie, qui m'a fort maltraitè pendant 3 ſemaines par des douleurs du coſtè du foie et de la bile. Ce qui fait que je n'oſe pas encore examiner tout ce que vous avez eu la bontè de m'expliquer dans voſtre lettre que je reçus avant hier. Cependant je n'ay pas voulu manquer de vous envoier ces feuilles de noſtre Journal [2]), puis que vous ne les

[13]) Voir la Lettre N°. 2643 à la page 569. A la page 18 du livre J, Huygens examine encore une fois ses deux solutions et celles de de l'Hospital, qu'il y a marquées A, B, C et D, et s'étonne évidemment du fait que tant de courbes diverses satisfont à la même équation différentielle, puisqu'il ajoute: „Ex 4 aequationibus curvarum A, B, C, D fit eadem subtangens".

[14]) Voir la Lettre N°. 2787. On trouve en effet pour la soustangente $y\frac{dx}{dy}$ de la première courbe $(a^3y + ax^2y):(axy + a^2x + x^3)$ et pour celle de la suivante $y + x$, ou, si l'on veut, $(y^2 + xy):y$.

[15]) Voir la note 9 de la présente lettre. Huygens suppose $AD = LF = a$. Comparez encore le § I de l'Appendice à la Lettre N°. 2813.

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 263.

[2]) Il s'agit de la pièce N°. 2793.

avez pas encore vues. Quant aux deux lignes courbes dont je vous avois proposè les soutangentes $\frac{aay + xyy}{ax - xy - ay}$ et $\frac{x^3y}{3x^3 + 3aay - 2xyy}$ la premiere est l'hyperbole, et son aequation $aa \infty ax - xy$, l'autre a $x^3 - xxy + aay \infty 0$ pour aequation. Ces soutangentes sont deguisées [3]) d'une maniere qu'elles ne tombent point sous les regles que j'ay, et je puis tousjours les deguiser ainsi. Pour les deguisements traitables je vous communiqueray avec plaisir ce que je sçay pour les demesler [4]). J'ay admirè que l'invention de la Courbe de Mr. de Beaune, qui ne tombe point dans mes regles, vous a estè plus aisée que celle des courbes que je vous ay proposées cy-devant. Tout cela augmente la haute estime avec la quelle je suis

MONSIEUR etc.

J'ay songè depuis ma derniere que les 3 manieres differentes [5]), dont vous avez trouvè la quadrature de la Feuille, estoient peut estre 3 applications d'une mesme methode selon les differentes valeurs de *y* parce qu'il y a quelque difference à chacune.

N° 2807.

LE MARQUIS DE L'HOSPITAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

2 JUILLET 1693.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
Elle est la réponse au No. 2806.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2810.

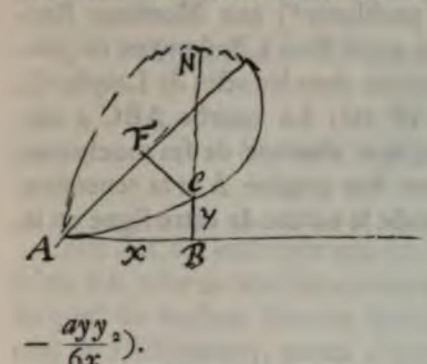
MONSIEUR

C'est avec bien du chagrin Monsieur que j'ai appris votre indisposition. J'espere qu'elle n'aura eu aucune suite et que vous en serez à present parfaitement gueri. Je vous envoye les trois differentes voyes qui m'ont conduit à la quadrature de

3) Voir la note 30 de la Lettre N°. 2777.
4) Voir, dans la Lettre N°. 2810, la description de la méthode de Fatio.
5) Voir la Lettre N°. 2787, à la page 391.

1) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I. p. 264.

la feuille de Mr. Defcartes, parce que vous me paroiffez en auoir quelque enuie.



1.re maniere. L'équation à la courbe eft $x^3 + y^3 = axy$, la differentielle eft $3xxdx + 3yydy = axdy + aydx$, et multipliant par y, et mettant a la place de y^3 fa valeur $axy - x^3$, on trouue $\frac{ayydx - 2axydy}{6xx} + \frac{1}{2}xdy + \frac{1}{2}ydx = ydx$, et prenant de part et d'autre les fommes on aura la fomme des ydx, c'eft à dire l'efpace ABC $= \frac{1}{2}xy - \frac{ayy}{6x}$ [2]).

2.e maniere, on fuppofera $y = \frac{zxx}{aa}$, d'ou l'on tire par la fubftitution $x^3 = \frac{a^5z - a^6}{z^3}$, et prenant les differences $3xxdx = \frac{-2a^5zdz + 3a^6dz}{z^4}$, et partant $\frac{zxxdx}{aa}$, c'eft-à-dire $ydx = \frac{-2a^3dz}{3zz} + \frac{a^4dz}{z^3}$ et prenant les fommes, celle des ydx, c'eft-à-dire l'efpace ABC $= \frac{2axx}{3y} - \frac{x^4}{2yy}$ [2]).

3e maniere, on change l'equation qui exprime la relation de AB a BC, en vne autre qui exprime celle de AF a FC, et on prend enfuite les fommes. ce que je vous expliqueray plus au long fi vous le fouhoitez. Vous voyez que ces trois manieres dependent d'une mefme methode qui confifte à donner à l'equation une forme telle qu'il y ait d'une part ydx ou xdy et de l'autre des quantités dont on puiffe prendre les fommes.

Au refte Monfieur j'ai mille remercimens à vous faire de la maniere obligeante dont vous parlez de moi dans uos journaux [3]). C'eft vn pur effet de vôtre honneftetè que je reconnais ne meriter en aucune façon. Je vous prie de vous reffouuenir de m'enuoyer les regles que vous avez pour l'inuerfe des tangentes et de me croire tres veritablement

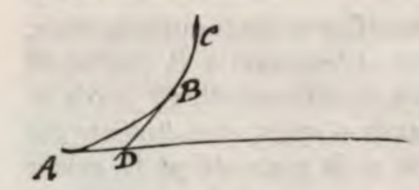
Monsieur

Voftre trefhumble et trefobeiffant ferviteur
Le M. de l'Hospital.

---

[2]) Résultat correct.

[3]) Voir la pièce N°. 2793, aux pages 407, 416 et 417.



J'oubliois à vous mander que j'ay trouvé la ſolution d'un probleme[b]) que Monſieur Bernoulli frere du profeſſeur à Baſle vient de propoſer publiquement dans les actes de Leipſic[4]). Ce probleme eſt tel: La courbe ABC a une proprieté telle, que chacune de ſes touchantes BD eſt toujours à la partie AD de l'axe priſe entre ſon origine A et la rencontre D de la touchante, en raiſon de p à q. On demande la nature de cette ligne ou la maniere de la décrire.

A paris ce 2 juillet.

---

[a]) Il a voulu entendre l'eſpace NAB et que BN eſt y [5]) [Chriſtiaan Huygens].
[b]) quelle courbe en vient il? [Chriſtiaan Huygens].

---

[4]) Le problème fut posé par Bernoulli à l'occasion de l'article qui parut dans les Acta de mai 1693 sous le titre: „Solutio problematis Cartesio propositi Dn. de Beaune, exhibita a Joh. Bernoulli Basileensi", où le problème fut formulé à peu près comme dans le texte de la présente lettre. Seulement au lieu du rapport p à q, on y trouve N : M. Ensuite Bernoulli ajoute: „Problema hoc solutu dignum est, & facile Mathematicorum applicationem meretur. In quacunque enim ratione sit M ad N, curva ABC semper eadem facilitate motu quodam continuo describi potest, non obstante, quod curva pro ratione M ad N magis vel minus composita evadat; in casu quippe rationis aequilitatis illico patet, curvam ABC esse circulum: in reliquis si M ad N est ut numerus ad numerum, erit quidem curva geometrica, secus autem transcendentalis est. Quaeritur generalis determinatio puncti in curva".

[5]) En effet, la formule de de l'Hospital est incorrecte quand on l'applique à l'aire ABC et la cause en est que la valeur de z, c'est-à-dire de $a^2y:x^2$, ne s'annule pas avec l'aire ABC quand l'origine A est approchée par la branche CA, puisque par suite de la relation: $ay:x^2=1+y^3:x^3$ elle y atteint alors la valeur a. On trouve donc en réalité pour la somme des ydx, qui constitue cette aire: $\frac{2}{3}a^3z^{-1}-\frac{1}{2}a^4z^{-2}-\frac{1}{6}a^2=2ax^2:3y-x^4:2y^2-\frac{1}{6}a^2$. Mais il en est autrement avec l'aire ABN à laquelle, comme Huygens le remarque à la page 39 du livre J, la méthode de de l'Hospital est également applicable, et mène ici à un résultat correct. Après avoir vérifié ce résultat, Huygens ajoute: „Ergo recte se habet ipsius quadratura. Sed non convenit si B[C] est y. Quaeritur cur hoc? Est enim tunc calculus idem. Superat autem $\frac{1}{6}aa$, hoc est toto folio. Fiunt quaedam in hac computatione differentiali quorum ratio occulta est, sed quae cognoscenda esset, quia alias periculum erit ut decipiamur, neque etiam pro demonstrationem haberi poterit. Aliquid latet in collectione summarum, nam in casu B[C] est y, deberet esse summa $-x^4:2yy+2axx:3y-\frac{1}{6}aa$".

Consultez encore une note de la Lettre à de l'Hospital du 3 septembre 1693, où l'on verra comment Huygens, par des considérations géométriques, s'est rendu compte enfin de la raison, pourquoi l'addition du terme $-\frac{1}{6}aa$ devient nécessaire dans le cas B[C] $=y$.

N° 2808.

CHRISTIAAN HUYGENS, à CONSTANTYN HUYGENS, frère.

16 JUILLET 1693.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

A Hofwijck le 16 Jul. [16]93.

Ceux qui ont entrepris une nouvelle Edition du grand Dictionaire de Moreri m'ont fait prier de leur faire avoir quelque memoire touchant la vie de mon Pere [1]) du quel ils veulent faire un Article dans le volume d'Additions dont ils augmentent ce Dictionnaire, parmi d'autres perſonnes Illuſtres de noſtre pays. J'ay cru qu'il faloit les ſatisfaire, parce que cela nous fait honneur, et qu'il vaut mieux que nous reglions cet article, que de permettre qu'ils le dreſſent ſelon leur fantaiſie ou ſur des informations peu fidelles. J'ay donc conceu la deſſus ce que vous verrez dans le papier icy enfermè [2]) que j'ay voulu vous communiquer parce que la choſe vous regarde comme a nous autres. Le frere de S.te Annelant [3]) le trouve bien ainſi. Vous verrez ſi vous l'approuvez, ou ſi quid habes rectius illis. Monſieur Baile a Rotterdam travaillant auſſi a un grand Dictionaire m'a encore demandé un pareil memoire a qui j'ay remontrè qu'il y paroiſtroit de l'affectation et de la ſuperfluitè de publier preſque en meſme temps ce qui regarde noſtre famille dans deux dictionnaires differents [1]). Mais il ne laiſſe pas d'inſiſter, ſouhaitant ce memoire pour s'en ſervir dans l'occaſion.

Je ne ſcay ſi vous avez lu le livre de Burnet [4]), qui a le titre de Archæologia. On me l'a fait voir, et j'y ay trouvè, qu'il ſoutient bien ouvertement que Moïſe a donnè l'hiſtoire de la creation du monde non pas ſelon la veritè, mais ſelon la capacitè des Juifs de ſon temps. Je vois que le Cardinal de Cuſe [5]), de qui j'ay les œuvres et qui vivoit quelque temps devant Copernicus, eſtoit du meſme ſentiment (ſans s'en expliquer ſi clairement pourtant) et qu'il tenoit que la Terre ſe

---

[1]) Voir la Lettre N°. 2790. [2]) Voir la pièce N°. 2809.

[3]) Philips Doublet.

[4]) Thomas Burnet, né en 1635 à Croft en Yorkshire, voyagea dans les Pays-Bas, en France, en Italie et en Allemagne, devint docteur en médecine et médecin du roi Charles II. Après la révolution il fut créé prédicateur de la Cour. Il mourut le 27 septembre 1715.

Huygens parle de son ouvrage: Archaeologiae Philosophicae: sive doctrina antiqua de rerum originibus. libri duo. Londini Typis R. N. Impensis Gualt. Kettilby, ad Insigne Capitis Episcopi in Cœmeterio Paulino, MDCXCII. in-4°. L'épître dédicatoire est signée: „T. Burnetius".

[5]) Nicolaus de Cusa, ainsi nommé d'après un village sur la Moselle, où il était né en 1401. Il fut créé cardinal en 1448 et mourut le 11 août 1464. Il a laissé plusieurs ouvrages, dont la collection a été publiée d'abord en 1514 à Paris, puis en 1565 à Bâle, en trois in-folio.

mouvoit, et que les planetes avoient des habitans, fans que je fafche qu'il en ait eftè repris. Cependant je m'eftonne de la hardieffe de Burnet, qui a dediè fon livre au Roy, à qui il fe dit eftre *a facris*.

Je ne fcay pas comment je fairay pour avoir raifon de mon receveur de Zeelhem Adr. Cools, qui contre ce qu'il m'avoit promis l'annee paffée par fes lettres, ne m'envoie point d'argent, ni ne vient point pour compter. Mons.r Feron m'avoit promis de me fervir en cette affaire par le moien de fon frere, qui a quelque employ dans ce quartier de Dieft; c'eft pourquoy je vous prie de luy en dire un mot, a fin qu'il ait la bontè de faire parler à Cools et luy faire entendre que s'il ne fait ce qu'il doit je l'iray trouver pour y mettre ordre. Il n'a pas comptè il y a 6 ans, et le S.r van Aften eftant mort, qui faifoit mes affaires[6]), il ne fe foucie de rien. Il eft fafcheux de voir qu'un fripon jouiffe de mon revenu pendant que je fuis obligè de vendre mes obligations.

N° 2809.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. LE CLERC[1]).

16 JUILLET 1693.

Appendice au N°. 2808.

Conftantin Huijgens, Seigneur de Zuylichem, Zeelhem &c. naquit à la Haye en Hollande le 4e Sept. 1596. Son pere Chriftian Huygens, eftoit d'une famille noble en Brabant, et fut dés le commencement de la Republique des Provinces Unies aupres du Prince Guillaume d'Orange en qualitè de Secretaire de fes commandemens. Apres la mort du quel il fut fait Secretaire du Confeil d'Eftat. Dans les Hiftoires des Pays bas de Reydanus[2]) et de Hooft[3]) eft raporté un exploit qu'il executa heureufement en Angleterre eftant envoiè par le Prince[4]). Conftantin

[6]) Voir la Lettre N°. 2715.

[1]) Voir la Lettre N°. 2790, note 3.

[2]) Voir, au Supplément du Tome I, la Lettre 3a, note 1, page 551.

[3]) Nederlandsche Historien, sedert de overdraght der heerschappije van Keizer Karel den Vijfden op Koning Philips zijn zoon, Amsterdam, Elzevier in-f°. Il existe plusieurs éditions de cet ouvrage. Sur P. C. Hooft, voir la Lettre N°. 73, note 6.

[4]) Le coup audacieux de ravir du palais de l'ambassadeur espagnol à Londres le fils du commandant de vaisseau Hoorn. L'enfant y était retenu comme ôtage pour garantir l'exécution d'une entreprise des Espagnols contre Flessingue, à laquelle son père, de connivence avec le Stadhouder, avait feint de se laisser gagner. Le jour même où Hoorn devait conduire dans l'embûche l'ennemi de sa patrie, l'enfant, dont le Prince Guillaume avait garanti la sécurité, fut enlevé par Christiaan Huygens, l'ancien, défendu à main armée contre les gens de Mendoza, et conduit en lieu sûr.

a eftè Confeiller et Secretaire du Prince Frederic Henry d'Orange, et enfuite, de fon fucceffeur au Gouvernement le Prince Guillaume, pere du Roy de la Grande Bretagne aujourdhuy regnant; aupres de qui fon fils aifnè Conftantin Seigneur de Zuylichem a prefentement le mefme employ. Il a eftè un des plus eftimez poetes en la Langue du pays, et a laiffè un gros volume de fes œuvres en cette langue, comme auffi des poefies Latines, fous le titre de Momenta Defultoria [5]). Il aimoit et entendoit tous les beaux Arts, et entretenoit commerce avec les perfonnes illuftres de fon temps, Heinfius, pere et fils [6]), Saumaife, Voffius, Puteanus, Balzac, Corneille, et particulierement avec Mons. des Cartes et le Pere Merfenne. Il fut envoiè a la cour de France en 1661 pour folliciter la reftitution de la Principautè d'Orange de la quelle le Roy Louis XIV s'eftoit mis en poffeffion, et l'obtint a la fin. Il mourut en 1687, à l'age de 90 ans 6 mois, eftant Prefident du Confeil du Prince au fervice du quel et de fes predeceffeurs il avoit eftè pendant 62 ans, et ayant confervè l'efprit entier dans une fi grande vieilleffe.

N° 2810.

CHRISTIAAN HUYGENS au MARQUIS DE L'HOSPITAL.

23 JUILLET 1693.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
Elle est la réponse au No. 2807.
De l'Hospital y répondit par le No. 2815.

A. Mr. le Marq. DE L'HOSPITAL.

[A la Haye ce] 23 juillet 1693.

Je fuis demeurè longtemps, Monfieur, fans me donner l'honneur de vous ecrire, voiant que voftre lettre du 12 Maj. demandoit de l'application pour eftre entendue, et ayant befoin de m'en abftenir pour retablir ma fantè. J'avois donnè 2 ou 3 matinees à examiner cette lettre, quand je reçus l'autre du 2e de ce mois, qui m'a encore de nouveau taillè de la befoigne [2]).

[5]) Conftantini Hvgenii, Equit. Toparchae Zulichemii etc. Principi Auriaco à Confil. et Secretis Momenta Defultoria. Poematum Libri XI. Edenti Cafpare Barlaeo. Lvgd. Batav. Typis Bonaventurae et Abrahami Elzevirii. CIƆIƆCXLIV. in-8°.

[6]) Sur Daniel et Nicolaas Heinsius, voir la Lettre N°. 1[d], note 4 (au Supplément du Tome I, p. 544) et N°. 278, note 6.

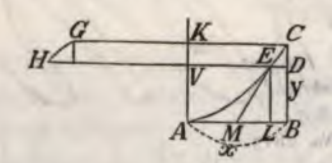
[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 266.

[2]) On trouve les traces de ces examens des Lettres Nos. 2805 et 2807 aux pages 15 à 28 du

Il y a tout plein de belles chofes dans ces 2 lettres, mais de la maniere que vous les expliquez, vous m'avez laiffè bien des chofes à dechifrer; comme de trouver la valeur de dm quand on a pofè $x \infty myy$, ou my, ou autre quantitè. Et puis de trouver ces mefmes pofitions artificieufes qui diminuent les termes de l'Equation differentielle. Je fuis pourtant à la fin venu à bout, ou peu s'en faut, de l'un [3]) et de l'autre [4]), et j'ay achevè [5]) l'exemple de la foutangente $2x + \frac{x^3}{yy}$ en pofant $x \infty my^2$, d'ou vient $dx \infty yydm + 2mydy$, comme dans l'exemple de la foutangente $2x - \frac{yy}{2x}$, et, après les fubftitutions, $ydy \infty \frac{dm}{m^3}$, et la ligne courbe $xxyy + y^4 -$

livre J des Adversaria, dont la page 20 est datée 6 juillet 1692. C'est à ces pages que nous avons déjà emprunté les notes 6, 10 et 13 de la Lettre N°. 2805. Nous les utiliserons encore pour quelques notes de la présente Lettre et pour l'Appendice N°. 2811, où l'on aperçoit de quelle manière Huygens s'est rendu compte des sommations que l'on rencontre dans les lettres mentionnées de de l'Hospital.

[3]) Voici la manière assez détournée par laquelle, à la page 20 du livre J, Huygens arrive à la formule : $dx = 2mydy + y^2\,dm$ comme résultat de la différentiation de l'équation $x = my^2$, qui se trouve au début de la Lettre N°. 2805.



Après avoir remplacé l'équation $x = my^2$ par $bbx = = my^2$, il pose (voir la figure de cette note) : $AK = y$; $KC = x$; $CG = m$; $AV = y - dy$; $VE = x - dx$; d'où il suit : $yy : bb = x : \frac{bbx}{yy}$ (CG).

On a donc de même (si DH représente la nouvelle valeur de m), en négligeant $dy \times dy$: $yy - 2ydy : bb = x - dx : \frac{bbx - bbdx}{yy - 2ydy}$ (DH).

Puis on trouve à la page 25, où le calcul est repris en remplaçant toutefois le b par l'unité :

$$\frac{x - dx}{yy - 2ydy}, \text{ ut pag. 20, ex } \frac{x}{yy} \text{ sive } m : \frac{\frac{-2xdy}{y} + dx}{yy} = -\frac{2xdy}{y^3} + \frac{dx}{yy} = dm;$$

$dx = yydm + 2xdy : y$; sed x est my^2; $dx = yydm + 2mydy$.

[4]) A ce propos, la page 27 du livre J contient l'annotation suivante : „Positions du M. de l'Hospital pour diminuer les termes d'une Equation differentielle, et comment il forme ces positions; ydx et xdy sont chacun d'un costè de l'Equation. Voiez sa lettre du 12 mai 1693.

ydx et $+ 2xdy$; $x = my^2$ — mdy et $\frac{1}{2}ydm$; $y = nm^{\frac{1}{2}}$

xdy et $+ 3ydx$; $y = mx^3$ — ydx et $+ xdy$; $x = my$

mdx et $- \frac{1}{2}xdm$; $x = nm^{-\frac{1}{2}}$"

[5]) On rencontre cet „achèvement" à la page 25 du Livre J sous le titre : „Trouver la courbe de M. Sluse ou Gutschoven par sa soutangente donnée par la meth. de M. de l'Hospital". Voir, sur la „Gutschovienne", la note 15 de la Lettre N°. 2735.

$-bbxx \infty 0$. Je me ſuis encore propoſé la ſoutangente $\frac{xx - aa}{x}$ [6]), qui fait l'Equation diffe.le $xxdy - aady \infty xydx$, ou j'ay ſuppoſé $x \infty my$ [7]), ce qui donne $dx \infty \frac{ydm + mdy}{a}$, et apres les ſubſtitutions, $-\frac{a^4dy}{y^3} \infty mdm$. Et la courbe $aa \mp$ $\mp yy \infty xx$. Dans voſtre exemple où l'Equation differ.le eſt $axydx +$ $+ aaxdx + x^3dx \infty a^3dy + axxdy$, en ſuppoſant $aa + xx \infty am$ je trouve bien comme vous Monſieur $mdy \infty \frac{1}{2}ydm + \frac{1}{2}mdm$; mais en ſuppoſant en ſuite ſelon la regle, $y \infty nm^{\frac{1}{2}}$, je ne ſcay pas comment vous en tirez $dn \infty \frac{1}{2}m^{-\frac{1}{2}}\,dm$ ou $\frac{\frac{1}{2}dm}{\sqrt{m}}$. C'eſt pourquoy permettez que je vous demande icy quelque eclairciſſement.

Dans ce que vous avez touchant la quadrature de la courbe $xx \infty \frac{aayy \mp 2y^4}{2aa}$, je n'entens pas comment vous trouvez $xdy \infty \frac{ydy\sqrt{aa \mp 2yy}}{a\sqrt{2}}$. Il ſemble que de l'Equation $x - y\frac{\sqrt{aa \mp 2yy}}{a\sqrt{2}} \infty 0$ vous trouviez la ſoutangente $y\frac{\sqrt{aa \mp 2yy}}{a\sqrt{2}}$ ce qui ne ſuit pas par la regle ordinaire des ſoutangentes. Je ne vois pas non plus par ou vous trouvez la ſomme des $ydy\frac{\sqrt{aa \mp 2yy}}{a\sqrt{2}}$; et cela n'eſt pas moins difficile peut-eſtre que de trouver ſimplement et ſans calcul differentiel la quadra-

[6]) Ce problème fut posé et résolu par Huygens à la page 28 du livre J. L'expression de la soustangente se rapporte à l'hyperbole $aa + yy = xx$, à laquelle la méthode devra donc le conduire. Pour y réussir, Huygens commence par écrire l'équation différentielle du texte sous la forme: $xdy - a^2x^{-1}dy = ydx$; après quoi le dernier cas de la note 4 lui suggère la substitution $ax = my$, qui amène l'équation $-a^4y^{-3}\,dy = mdm$ du texte. Exécutant alors les sommations, il trouve d'abord $\frac{1}{2}a^4y^{-2} = \frac{1}{2}mm = \frac{1}{2}a^2x^2y^{-2}$, puis, ajoutant la constante $\pm\frac{1}{2}aa$, il arrive aisément aux équations $aa + yy = xx$ et $aa - yy = xx$ du cercle et de l'hyperbole. Enfin il vérifie encore, pour le cas du cercle, géométriquement et algébriquement, la justesse de l'expression $(xx - aa) : x$, „subtg. circ. sed in contrariam partem ac in hyp.".

Remarquons que l'addition d'une constante est motivée à la page 20, à propos d'un exemple analogue, dans les termes suivants: „Scio apponi posse $\mp bb$ quia novi subtangenti lineae cujus aequatio $\frac{1}{2}b^4y^{-2} - b^4x^2y^{-2}$ eandem fore subtangentem curvae $\frac{1}{2}b^4y^{-2} - b^4x^2y^{-4}$ $\mp bb = 0$, ex natura regulae subtangentium", où la règle citée est celle indiquée dans la note 3 de la pièce N°. 2612. En effet, l'expression algébrique, obtenue pour la soustangente par l'application de cette règle, est indépendante de la présence d'une constante. Ainsi, dans le cas de l'équation $a^4y^{-2} - a^2x^2y^{-2}\,[\mp aa] = 0$ elle mène toujours (si l'on tient compte du changement dans le signe du numérateur dont il est question dans la note citée) à l'expression: $(2a^4y^{-2} - 2a^2x^2y^{-2}) : -2a^2xy^{-2} = (xx - aa) : x$.

[7]) Lisez: $ax \infty my$.

ture de cette courbe; à quoy j'ay 2 methodes [8]), qui, quand la courbe eſt $xx \infty \frac{aayy - 2y^4}{aa}$ [9]) me donnent le complement AHD $\infty \frac{1}{6} aa \sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{(aa + 2yy)\sqrt{aa - 2yy}}{6a\sqrt{2}}$ [10]).

J'ay tres bien compris vos exemples de la Courbe de Mr. de Beaune [11]) et de celle à la ſoutangente $x + y$, qui ſont deux problemes tres beaux et heureuſement reſolus. J'ax eſſaiè de chercher la courbe de la ſoutangente $x - y$ [12]), mais ſans y reuſſir, et je feray bien aiſe de voir ſi et comment elle ſe trouve par voſtre methode.

Pour la courbe de Mr. Bernouilly le medecin, j'admire extremement comment vous l'avez pu attraper puis que la ſoutangente en eſt ſi compliquee. Je ne veux pas encore vous demander le ſecret de cette invention, mais ſeulement quelle ſorte de courbe c'eſt et ſi elle ſe peut conſtruire par la quadrature de l'hyperbole.

En fin Monſieur voſtre methode eſt un chemin nouveau pour les belles decouvertes en Geometrie, et où je conçois un progres et une ſpeculation infinie à cauſe de la varietè des Poſitions [13]), touchant les quelles il reſte à ſcavoir ſi on en peut trouver d'utiles dans toute rencontre. Mr. Bernoulli peut-eſtre a quelque choſe de ſemblable, puis qu'apparemment il ſait reſoudre le Probleme qu'il a propoſè. Je n'ay pas encore vu ces Acta de Leipſic, où vous l'avez trouvè, par la faute de nos libraires.

---

[8]) On trouve dans les manuscrits de Huygens plusieurs méthodes menant à la quadrature des courbes $x^2 = (a^2y^2 \mp 2y^4) : 2a^2$. En premier lieu, pour le cas $x^2 = (a^2y^2 - 2y^4) : 2a^2$, celle mentionnée dans la note 13 de la Lettre N°. 2643, qui commence ici par la réduction à la forme : $y = [\sqrt{a^2 + 4ax} + \sqrt{a^2 - 4ax}] : 2\sqrt{2}$.

En second lieu, les deux quadratures pouvaient être empruntées aux 4e et 5e exemples de la table des quadratures de Hubertus Huighens (voir la note 2 de Lettre N°. 2735), dont le quatrième avait été vérifié par Christiaan Huygens au § I de la pièce N°. 2736.

En troisième lieu, la méthode de Fermat, exposée dans la note 14 de la Lettre N°. 2777, était applicable aux deux cas. Et Huygens avait même exécuté cette application dans tous ses détails au § VII de la pièce N°. 2781 pour la courbe $a^2y^2 = a^2x^2 - x^4$, et à la page 11 du livre J, que nous n'avons pas cru nécessaire de reproduire, à la courbe $a^2y^2 = a^2x^2 + x^4$, courbes équivalentes avec celles du texte.

En quatrième lieu, la méthode de Gregory, dont il sera question dans la suite de la présente lettre, pouvait être appliquée, et Huygens l'avait même fait expressément pour la courbe $b^2x^2 + x^4 = b^2y^2$, empruntée au quatrième exemple de Hubertus Huighens. Voir la note 19.

[9]) Lisez au dénominateur : $2aa$.

[10]) Au lieu de $aa + 2yy$, lisez $aa - 2yy$ et remarquez que, dans la figure, le point H représente l'origine des coordonnées.

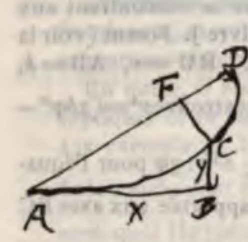
[11]) Voir la note 10 de la Lettre N°. 2805.

[12]) La construction de cette dernière courbe a été vérifiée par Huygens à la page 23 du Livre J

[13]) Voir la note 4.

Vous dites que vous m'envoiez les 3 differentes voies [14]) pour la quadrature de la Feuille, et il ſemble cependant que vous ne m'en envoiez pas une. Car dans la premiere vous n'expliquez point comment on connoit que la ſomme des $\frac{ayydx - 2axydy}{6xx}$ eſt $-\frac{ayy}{6x}$, ce que je doute fort ſi je pourray trouver par voſtre methode de cy-deſſus.

Dans la 2e maniere, où vous ſuppoſez $y \infty \frac{zxx}{aa}$, j'ay fait tout le calcul [15]) qui confirme le voſtre et toutefois $\frac{2axx}{3y} - \frac{x^4}{2yy}$ n'eſt pas la valeur du triligne ABC, mais l'excede de $\frac{1}{6}$ aa, c'eſt-à-dire de toute la Feuille. De quoy il faloit bien avertir, et faire voir (ce qui me paroit aſſez difficile) que cela arrive neceſſairement, parce qu'autrement on s'abuſeroit en ſuivant cette maniere. Je me ſuis ſervi en cherchant la quadrature de cette courbe de la meſme ſuppoſition $y \infty \frac{zxx}{aa}$ [16]), mais je pourſuis autrement, ſans calcul differentiel, ou je trouve la veritable grandeur de l'eſpace ABC $\infty \frac{1}{2} xy - \frac{ayy}{6x}$.



La 3e maniere, où vous vous ſervez de la relation entre AF et l'appliquée CF, vous avez voulu la reſerver pour une autre fois. Ayez la bontè je vous prie de vous en ſouvenir, et de rendre les choſes un peu plus claires. J'ay conſiderè cy devant la relation de ces lignes AF, FC pour chercher le ſolide par la converſion de la demie feuille ACD ſur ſon axe AD, et ſes parties, que je trouve dependre

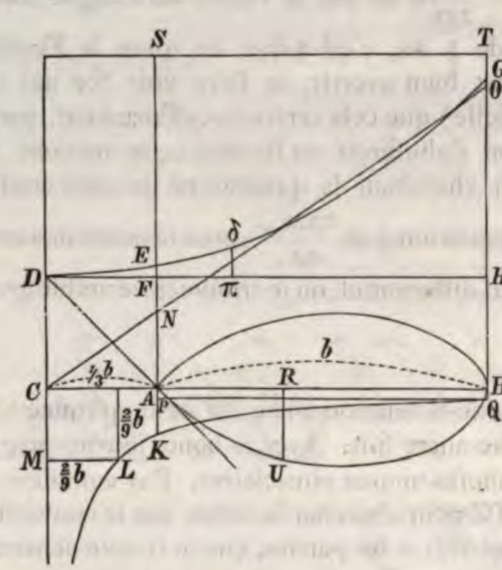
[14]) Voir la Lettre N°. 2807.

[15]) Ce calcul est écrit sur une feuille séparée, portant la suscription: „Examen de la 2e manière de quadrer la Feuille". Suivant la voie indiquée par de l'Hospital, Huygens arrive comme lui à l'expression $2ax^2 : 3y - x^4 : 2y^2$ qu'il égale à celle $\frac{1}{2}xy - ay^2 : 6x$ dont il connaît la justesse. Appliquant encore l'équation $x^3 + y^3 - axy = 0$ de la feuille, cette égalité mène à l'absurdité $-ay^3 = ax^3$. Diminuant alors l'expression fausse d'une quantité inconnue („aufero ignotum ψ^2, ut videam quantum sit auferendum"), il pose: $\frac{1}{2}xy - ay^2 : 6x = 2ax^2 : 3y - x^4 : 2y^2 - \psi^2$, d'où il déduit par la substitution $x^3 = axy - y^3$ dans le second terme du second membre: $-ay^3 = ax^3 - 6xy\psi^2$; donc $6xy\psi^2 : a = x^3 + y^3 = axy$; donc $\psi^2 = \frac{1}{6} a^2$ („quod est totum folium"). Consultez encore, sur le même sujet, la note 5 de la Lettre N°. 2807.

[16]) En effet, cette supposition est identique au fond avec celle $bbu = aee$ employée dans la pièce N°. 2782, à la page 375.

de la quadrature de l'hyperbole, et dans le folide entier feulement du logarithme de 2 [17]).

Mr. Gregory Profeffeur à Oxford [18]) eft venu faire un tour en ce pais, et a bien voulu me communiquer fa Regle pour les quadratures, qui eft pour certain ordre de lignes courbes dont les equations font comprifes de cette formule $y \infty bx^r \,\overline{x^n + a}|^m$, ou a et b font des quantitez connues, y eft l'appliquée, x l'abciffe, r, n, m des exponants indeterminez et qui peuvent eftre affirmatifs ou negatifs, comme auffi les fignes devant les quantitez bx^r, x^n et a [19]). Il a fait une



[17]) Ces recherches se rencontrent aux pages 2 et 3 du livre J. Posant (voir la figure) $CR = \varphi$, $RU = v$, $AB = b$, $AC = \frac{1}{3}b$, Huygens trouve $v^2 = (2b\varphi^2 - b^2\varphi - \varphi^3 + \frac{4}{27}b^3) : 3\varphi$ pour l'équation du folium rapportée aux axes BC et CM.

Ecrivant le second membre sous la forme $by - bi - bo + b\eta$, Huygens trace les droites CO ($y = \frac{2}{3}b\varphi$); DH ($i = \frac{1}{3}b$); la parabole DG ($bo = \frac{1}{3}\varphi^2$, où $\delta\pi = o$) et l'hyperbole QKL ($\eta\varphi = \frac{4}{81}b^2$).

Après cela il lui est facile de trouver géométriquement les sommes des by, bi et bo, prises depuis $\varphi = CA = \frac{1}{3}b$, jusqu'à $\varphi = CB = \frac{4}{3}b$. Ayant obtenu de cette manière pour la somme des v^2 l'expression $b \times$(aire hyperbol. ABQK $- \frac{1}{27}b^2$), il fait la remarque que le terme $\frac{1}{27}b^2$ est précisément égal à l'aire du rectangle APQB, ce qui lui permet de présenter le résultat obtenu sous la forme suivante: „Est ergo solidum ex conversione semifolii AUB circa axem AB, ad cylindrum ex conversione quadrati ABTS circa eandem AB ut spatium hyperbolicum KPQ ad qu. ABTS", où il est clair d'ailleurs que la quadrature de cet espace hyperbolique ne dépend que de $l(AK : BQ) = l(BC : AB) = l4 = 2l2$.

[18]) Voir, sur David Gregory, la Lettre N°. 1709, note 6.

[19]) A la page 7 du livre J, qui porte la suscription: „Viri Cl. Dav. Gregorij Regula ad inveniendas Curvarum certi generis quadraturas ex data Aequatione earum", on trouve la règle en question sous la forme suivante:

„Si aequatio curvae sit $y = bx^r \times (x^n + a)^m$ ubi y applicatam significat, x abscissam; r, n et m exponentes indeterminatos. Erit Area:

$$\frac{(x^n + a)^{m+1} \times bx^{r+1-n}}{mn + r + 1} + \frac{(n - r - 1) \times x^{r+1-2n}}{(mn + r + 1) \times (mn + r + 1 - n)}\, ba +$$

recherche merveilleuſe par les ſeries pour venir à cette Regle [20]). Il dit que Mr. Newton l'a auſſi trouvée par un autre chemin et encore quelque choſe de plus;

$$+\frac{(n-r-1)(2n-r-1)\times x^{r+1-3n}}{(mn+r+1)\times(mn+r+1-n)\times(mn+r+1-2n)}ba^2+\&c.$$

ubi, sicut primus terminus, ita caeteri omnes intelligantur ducti in $(x^n+a)^{m+1}$."

„Patet vero hanc seriem semper abrumpi cum $r+1=n$ vel $2n$ vel $=3n$ &c., hoc est cum $(r+1):n$ aequatur numero integro et positivo; quilibet enim terminus ductus est in $n-r-1$. Quamobrem si $r+1=n$ sive $n-r-1=0$ solus remanet primus terminus, inque eo fit $x^{r+1-n}=1$, quia scimus x^0 esse $=1$. Itaque tunc Area fit $(x^n+a)^{m+1}:(mn+n)$; nam $mn+n=mn+r+1$.

„Secundum autem exponentum m in Aequatione data esse vel numerum integrum vel fractionem, et vel cum signo $+$ vel $-$. Ideoque tenendum de exponentibus r et n. Item in aequatione quantitates x^n et a posse habere signa $+$ vel $-$".

En outre, il résulte de cette page et des suivantes que Huygens a cherché sans tarder à appliquer cette règle à quelques quadratures qui lui étaient connues. Commençant par le 15e exemple de Hubertus Huighens (voir la note 2, de la Lettre N°. 2735), où l'équation de la courbe peut être écrite sous la forme : $y=x^3(x^4+a^4)^{-\frac{1}{2}}$, la règle mène à $\frac{1}{2}(x^4+a^4)^{\frac{1}{2}}$; aprèsquoi Huygens remarque que cette expression ne représente que la „quadratura curtata" (voir la note 8 de la pièce N°. 2736), tandis que la quadrature complète, donnée par Hubertus, s'exprime par $\frac{1}{2}(x^4+a^4)^{\frac{1}{2}}-\frac{1}{2}a^2$.

Ayant essayé de même le 4e et le 16e exemple, c'est toujours à la quadrature „curtata" qu'il arrive. Au 7e exemple, pour lequel il choisit la forme un peu simplifiée : $y=a^4x(x^2+a^2)^{-2}$, la règle semble faillir, puisqu'elle amène $-\frac{1}{2}a^4(x^2+a^2)^{-1}$ au lieu de : $+\frac{1}{2}a^2x^2(x^2+a^2)^{-1}$; mais ici encore il trouve que l'addition d'une constante suffit pour obtenir l'expression correcte.

Dans tous ces exemples c'est au premier terme que la série de Grégory s'arrête. Mais il en est autrement avec le 13e exemple de Hubertus, où l'on a $y=a^{-1}x^3(x^2+b^2)^{-\frac{1}{2}}$. Ici les deux premiers termes mènent à la quadrature $\frac{1}{3}a^{-1}x^2(x^2+b^2)^{\frac{1}{2}}-\frac{2}{3}b^2a^{-1}(x^2+b^2)^{\frac{1}{2}}$, qui ne diffère encore que par un terme constant d'avec celle de Hubertus.

Outre ces exemples, empruntés à Hubertus, Huygens en a traité encore quelques-uns, parmi lesquels nous signalerons les deux suivants, à propos desquels Huygens a annoté: „Has duas dedi examinandas D. Gregorio 30 Jun. 93"; 1°. la courbe $y=4a^4x(x^4-a^4)^{-1}$ à laquelle la règle n'est pas applicable, puisque $(r+1):n=\frac{1}{2}$; toutefois Huygens croit savoir que la courbe est carrable algébriquement; mais cette opinion, pour laquelle il renvoie à la page 148 du livre H, repose sur une erreur de calcul, erreurs qui dans les derniers manuscrits de Huygens, cessent d'être rares; 2°. la courbe $y=a^2x^3(x^4-a^4)^{-1}$, pour laquelle $(r+1):n=1$; la règle y serait donc applicable, mais elle amène, comme Huygens le remarque : $\frac{a^2(x^4-a^4)^0}{0}$ „sive $\frac{a^2}{0}$ quod absurdum aut aequale nihilo; imo infinito potius, ut in spatio asymptotico hyperbolae".

[20]) Voir l'Appendice N°. 1812.

ce que vous verrez, ou l'avez defia vu, dans ce qu'on a publiè de lui dans le livre de Wallis [21]); c'eft pourquoi il n'eft pas befoin que je vous explique icy la regle de Mr. Gregory. On m'a promis ces inventions de Newton copiées du dit livre, mais je n'ay encore rien receu.

Apres ce que vous m'avez appris touchant les horloges de Mr. Hautefeuille, je ne doute point qu'elles ne reuffiffent mal, puis que les mienes avoi[en]t du commencement de ces balanciers pefants [22]) qui eftoient fujets à s'arrefter et ufoient les trous des pivots. Le meilleur eft de faire leur cercles grands et legers, parce que la grandeur fait qu'ils reglent mieux le mouvement de la montre que s'ils eftoient moins etendus avec le mefme poids. Pour le charme de la baguette, j'en fuis fort en repos depuis les relations que j'en ay vues dans nos journaux et la decifion de Mr. le Prince.

Voicy la Regle inverfe des Tangentes de Mr. Fatio [23]), que vous n'aurez pas de peine a comprendre, mais j'en auray un peu a la rediger en forme, parce que ni l'autheur ni moy ne nous en fommes jamais donnè la peine.

Vous fcavez Monfieur comment d'une equation de courbe donnée, on forme l'equation differ.le fcavoir en multipliant chaque terme par l'expofant de x et en changeant un x en dx, et en multipliant chaque terme par l'expofant de y et changeant un y en dy, et negligeant les termes qui n'ont que des quantitez connues. Ainfi de l'équation de courbe $x^3yy + \frac{a^6}{y} - a^5 \infty 0$, il vient la differ.le

$$3yy\underset{\wedge}{x}xdx + 2x^3\underset{\wedge}{y}dy - \frac{a^6dy}{y^2} \infty 0.$$

Vous fcavez auffi comment l'equation differentielle de la courbe fe trouve lors que la foutangente eft donnée. Et vous ne pouvez ignorer comment d'une Equation differ.le fimple, on revient à l'Equation fimple de la courbe, dont elle eft produite. J'appelle Equation fimple de la courbe, celle qui n'a point de fractions ou il y ait y, ou x, ou tous les deux, dans le denominateur. Car, par exemple vous voiez dans l'Equation differ.le $yy\underset{\wedge}{d}x + 2x\underset{\wedge}{y}dy - aady + 3x^2dx \infty 0$, qu'il y a deux termes correfpondants marquez $\wedge$, c'eft a dire qui, exceptè les nombres prefigez,

[21]) En effet, la règle de Gregory, telle qu'on la rencontre dans sa forme la plus générale vers la fin de la pièce N°. 1812, est identique (et non pas seulement „ejusdem generis" comme Wallis semble prétendre au lieu cité) avec le „Theorema primum" de Newton, publié par Wallis au Cap. 95 (voir les pages 390 et 391) de l'ouvrage cité dans la note 39 de la Lettre N°. 2777. D'ailleurs, comme Wallis le remarque, le même théorème se retrouve dans la Lettre de Newton à Oldenburg du 24 octobre 1676. (Voir p. e. la page 209 du „Briefwechsel von Gottfried Wilhelm Leibniz" publié par C. I. Gerhardt).

[22]) Voir, entre autres, la pièce N°. 2004.

[23]) Celle mentionnée pour la première fois dans la Lettre N°. 2465 du 24 juin 1687.

ont toutes les meſmes lettres, en comptant dx pour x et dy pour y. Et que de l'un ou de l'autre de ces termes on peut d'abord trouver leur generateur commun xyy [24]) en changeant dans l'un dx en x, et diviſant apres par l'expoſant de x qui eſt icy 1, ou en changeant dans l'autre dy en y et diviſant alors par l'expoſant de y. Et que de chacun des deux autres termes non correſpondants, et qui n'ont que x ou y, on en tire leurs termes generateurs $-aay+x^3$, de ſorte que l'Equation de la courbe eſt $xyy-aay+x^3 \infty 0$. On connaitra donc que la ſoutangente et l'Equation differ.le qui en eſt formée, ſont ſimples, lors qu'on verra, ou que tous les termes de cette Equation ſont purs, c'eſt a dire qu'ils ne contienent point x et y enſemble, ou que chaque paire de termes correſpondans peut venir d'un meſme terme generateur. Or la Regle de Fatio ne fait autre choſe que de trouver l'Equation de la courbe lors que la ſoutangente ou l'Equation differentielle eſt formée d'une Equation de courbe qui n'eſt pas ſimple, mais deguiſée, c'eſt-à-dire qui a une ou pluſieurs fractions ou il y a x ou y, ou tous les deux, dans le denominateur, au quel cas il n'eſt pas ſi aiſè de demeſler quels ſont les termes generateurs qui compoſent l'Equation de la courbe. Et il faut ſcavoir que tres ſouvent les ſoutangentes ou deguiſées expres ou ſimplement données, et auſſi l'équation differentielle, qui en eſt formée, ſont telles, comme ſi l'une et l'autre avoient eſte formées d'une Equation deguiſée de ligne courbe.

Par ex. de l'Equation ſimple $xyy-aay+x^3 \infty 0$, on a, par la regle connuë des tangentes, la ſoutangente ſimple $\frac{-2xyy+aay}{yy+3xx}$ ou, mettant pour $3xx$ ſa valeur $\frac{3aay-3xyy}{x}$, on aura la ſoutangente deguiſée $\frac{-2xxy+aax}{3aa-2xy}$, une de celles que je vous avois propoſées [25]). Et l'Equation differ.le $-\underset{\wedge}{2xxydy}+\underset{\wp}{aaxdy}-\underset{\wp}{3aaydx}+\underset{\wedge}{2xyydx} \infty 0$, la quelle provient auſſi de l'equation $\frac{y^2}{x^2}-\frac{aay}{x^3}+1 \infty 0$, qui eſt la premiere deguiſée par la multiplication par $\frac{1}{x^3}$.

Voicy donc comme j'explique la Regle de Mr. Fatio.

Eſtant donnè quelque ſoutangente, on en formera l'Equation differ.le. Et apres qu'on aura reconnu, comme il a eſtè montrè, qu'elle eſt deguiſée, on verra s'il y a une ou pluſieurs paires de termes correſpondants, tels que je les ay definis, quoy qu'ils ne puiſſent pas provenir d'un meſme terme generateur.

Ainſi dans l'equation differentielle, qu'on vient de voir, il y a deux paires de termes correſpondans marquez $\wedge$ et $\wp$. Que s'il y a, outre les termes correſpondants,

---

24) Les lettres xyy, imprimées par Uylenbroek, manquent dans l'état actuel du manuscrit par suite d'une déchirure.

25) Voir la Lettre N°. 2768 à la page 328.

il y a [ſic] des termes, qui n'aient point de correſp.s ou que tous ſoient tels, et que dans ce nombre il y en ait meſlez de x et y, il faut voir ſi, en multipliant l'Equation par quelque puiſſance de x ou de y, ou de tous les deux, on peut rendre tous ces termes purs. Si non, l'Equation eſt intraitable et la Regle ne peut point ſervir. Ainſi dans l'Equation differ.le $y^3dx - 2xyydx - x^3dy \infty 0$, outre les termes

$$\qquad\wp\qquad\quad\wp$$

marquez ℘, qui ſont correſpondants, il y a le terme meſlè x^3dy, qui deviendra pur en multipliant l'equation par $\frac{1}{x^3}$. Et apres cette multiplication, qui fera $\frac{y^3dx}{x^3} - \frac{2yydy}{xx} - dy \infty 0$, les termes correſpondants demeureront neceſſairement tels.

Mais ſi l'Equation deguiſée conſiſte toute en termes correſpondants, ou qu'outre ceux-cy elle en contiene de purs ſans la dite multiplication, ou qu'après cette multiplication les termes correſp.s ne puiſſent pas encore venir deux à deux d'un meſme terme generateur, alors il faut chercher ce qu'on appellera le Transformateur de cette Equation, compoſè de quelques puiſſances de x et y enſemble, ou de l'un des deux, qui multipliant l'Equation, rende tels les termes correſpondants, que 2 à 2 ils puiſſent venir d'un meſme terme generateur, et en ſorte que les autres purs ne deviennent meſlez de x et y.

Soit par ex. pour l'Eq.on differ.le de cy-deſſus

$$-2xxydy + aaxdy - 3aaydx + 2xyydx \infty 0$$
$$\wedge \qquad\quad \wp \qquad\quad \wp \qquad\quad \wedge$$

le Transformateur $x^g y^h$, ou g et h ſont ces puiſſances de x et y que l'on cherche. Je ſcay que dans le terme generateur, d'ou je veux que les termes marquez ∧ puiſſent eſtre produits les expoſants de x et de y doivent eſtre entr'eux comme les nombres prefigez $+2$ à -2, comme il s'enſuit de la maniere ſuſdite de former les equations differentielles. Mais l'expoſant de x, apres la transformation, ſera $g+2$, parce que dans ces termes il y a deſia xdx ou x^2. Et l'expoſant de y ſera $h+2$ parce qu'il y a deſia dans ces termes ydy ou y^2. Donc $g+2$ ſera à $h+2$, comme $+2$ à -2, d'ou h eſt $\infty -g-4$ [26]).

Je ſcay de meſme que dans le terme generateur, d'ou les termes correſpondants $aaxdy$ et $-3aaydx$ doivent naitre, les expoſants de x et de y doivent eſtre comme les nombres prefigez -3 à $+1$. Mais l'expoſant de x après la transform.on ſera $g+1$, parce qu'il y a deſia x ou dx, et l'expoſant de y ſera $h+1$, parce qu'il y a deſia dy ou y. Donc $g+1$ à $h+1$ comme -3 à $+1$; d'où vient

[26]) Ici Christiaan Huygens nota en marge:

$$g+2.\ h+2\ \ 2.\ -2$$
$$-2g-4 \infty 2h+4$$
$$-g-4 \infty h$$

$3h \infty -g-4$ [27]). Mais on avoit $h \infty -g-4$, donc $h \infty 3h$ et $h \infty o$. et $g \infty -4$, c'eſt à dire que le transformateur $x^g y^h$ ſera $\frac{1}{x^4}$. Multipliant maintenant l'equation par ce $\frac{1}{x^4}$ on aura: $-\underset{\wedge}{\frac{2ydy}{xx}} + \underset{\wp}{\frac{aady}{x^3}} - \underset{\wp}{\frac{3aaydx}{x^4}} + \underset{\wedge}{\frac{2yydx}{x^3}} \infty o.$

Ou l'on voit que les deux termes correſp.s marquez $\wedge$ ont un meſme generateur $\frac{-yy}{xx}$ et que les deux marquez $\wp$ ont un meſme generateur $\frac{aay}{x^3}$, de ſorte que l'equation deguiſée de la courbe eſt $-\frac{yy}{xx} + \frac{aay}{x^3} \frac{o}{\mp} \infty o$ et la ſimple: $-xy + aa \infty o$, ou $-xyy + aay \mp x^3 \infty o$.

Dans l'Equation differentielle de cy deſſus $y^3dx - 2xyydy - x^3dy \infty o$, qui eſtant multipliée par $\frac{1}{x^3}$, eſtoit devenue $\underset{\wedge}{\frac{y^3dx}{x^3}} - \underset{\wedge}{\frac{2yydy}{xx}} - dy \infty o$, les deux termes correſpondants ne peuvent pas encore venir d'un meſme generateur, de ſorte qu'il faut chercher un Transformateur $x^g y^h$. Or on trouve $g-2$ à $h+3$ comme 1 à -2, et partant $-2g+1 \infty h$, mais g doit eſtre ∞o, parce qu'autrement en transformant l'Equation, le terme pur $-dy$ deviendroit meſlé. Donc h eſt ∞ 1 et le Transformateur eſt y, l'Equation transformée $\underset{\wedge}{\frac{y^4dx}{x^3}} - \underset{\wedge}{\frac{2y^3dy}{xx}} - ydy \infty o$. Et icy le terme generateur des deux correſpondants eſt $\frac{-y^4}{2xx}$; et le generateur du terme pur ſera $\frac{-yy}{2}$. L'Equation deguiſée de la courbe eſt donc $\frac{-y^4}{2xx} - \frac{yy}{2} + aa \infty o$, et l'Equation ſimple $-y^4 - xxyy + 2aax^2$ [28]).

Dans l'Equation $-\underset{\frown}{3ax^3dy} + \underset{\wedge}{2by^3dx} + \underset{\wedge}{bxy^2dy} - \underset{\frown}{2y^4dx} \infty o$, les termes marquez $\wedge$ ſont correſpondants; les autres marquez $\frown$ ſont point correſpondants, ni purs, mais meſlez. Mais on voit d'abord qu'ils peuvent devenir purs en multipliant l'Equ.on par $\frac{1}{x^3y^4}$, et point autrement; après quoy on aura

$$-\frac{3ady}{y^4} + \underset{\wedge}{\frac{2bdx}{x^3y}} + \underset{\wedge}{\frac{bdy}{x^2y^2}} - \frac{2dx}{x^3} \infty o$$

---

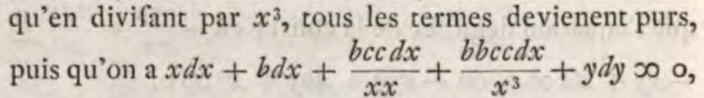
[27]) Le manuscrit a encore en marge:

$$g+1.\ h+1.\ -3.\ 1$$
$$g+1 \infty -3h-3$$
$$3h \infty -g-4$$

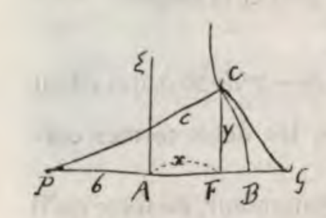
[28]) Ajoutez ∞ o.

et en mesme temps on voit que les termes correspondants ont un commun generateur $\frac{-b}{xxy}$; que si cela n'eust point estè ainsi, l'Equation estoit intraitable. Maintenant l'Equation deguisée de la courbe sera $\frac{a}{y^3} - \frac{b}{x^2y} + \frac{1}{x^2} \infty\ 0$, et la simple $axx - byy + y^3 \infty\ 0$.

Dans l'Equation $x^4dx + bx^3dx + bccdx$[29]) $+ bbccdx + x^3ydy \infty\ 0$, qui vient de la soutangente de la Conchoide, et qui ne reçoit point de forme convenable pour la preparer à vostre methode, il n'y a aucuns termes correspondants; mais on voit qu'en divisant par x^3, tous les termes devienent purs, puis qu'on a



$xdx + bdx + \frac{bccdx}{xx} + \frac{bbccdx}{x^3} + ydy \infty\ 0$,



de sorte qu'il ne faut que tirer de chacun de ces termes son generateur, et en adjoutant à tous ces generateurs la quantité connue $\frac{1}{2}bb - \frac{1}{2}cc$, on aura l'equation de la Conchoide[30]). Et ce sera une autre courbe, dont la soutangente s'exprime de mesme, si on n'y adjoute ni n'oste aucune quantité connue.

Dans tous les exemples precedents et dans plusieurs autres que j'ay examinez, j'ay vu que les Equations differentielles admettoient la forme convenable pour vostre methode; mais par ce dernier il semble que celle de Mr. Fatio peut servir ou la vostre n'a point lieu, comme par vostre exemple[31]) où vous posez $xx + aa \infty\ am$, il paroit que vostre methode peut servir mesme dans des courbes geometriques ou la siene demeure court, outre le grand usage de la vostre dans les Courbes Transcendantes. Cependant il manque encore à toutes les deux methodes, qu'elles ne servent pas pour les soutangentes deguisées de certaine maniere, comme sont les deux que je vous avois proposées[32]); mais il n'y a rien que je n'attende de vous Monsieur, après tout ce que j'ay vu. Je vous prie très humblement de me faire response sur les doutes que j'ay marqués et de me croire avec beaucoup de respect &c.

a la Haye ce 23 Jul. 1693.

---

[29]) Lisez: $bccxdx$.

[30]) Prenant, en effet, l'asymptote pour l'axe des y, cette équation peut s'écrire $x^2y^2 + (x^2 - c^2) \times (x+b)^2 = 0$, ou bien : $\frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}x^2 + bx + \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}c^2 - bc^2x^{-1} - \frac{1}{2}b^2c^2x^{-2} = 0$.

[31]) Consultez sur cet exemple la Lettre N°. 2805 à la page 447.

[32]) Voir la Lettre N°. 2777 aux pages 352 et 353 et la note 12 de la Lettre N°. 2805.

N° 2811.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[JUILLET 1693].

Appendice I [1]) *au No.* 2810.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Ad colligendas summas.

$$2m\,dm = \frac{dy}{y^3} \text{ sive } dy.y^{-3}\,{}^2).$$

$$\text{Summae sunt } mm = \frac{1}{2}\,y^{-2} \text{ sive } \frac{1}{2yy}.$$

Regula universalis est ut pro *dm* vel *dy* vel qualibet alia differentia, ponatur ipsa *m* vel ipsa *y*, ac porro divisio fiat per exponentem incognitae qualisque tunc erit.

Fig. 1.

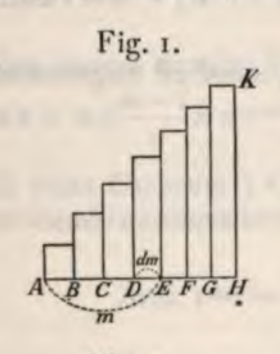
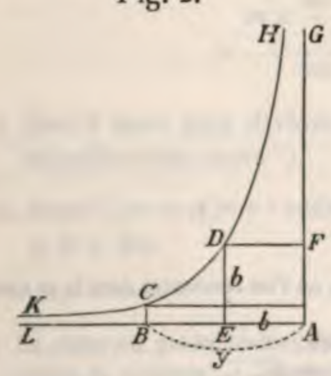


Fig. 2.



Singulae AB, AC, AD etc. sunt *m*, et AH maxima ipsarum. Singulae particulae aequales AB, BC, CD etc. sunt *dm*. Jam apparet summam omnium *mdm* esse triangulum AHK $= \frac{1}{2}$ qu. ex AH, hoc est $\frac{1}{2}$ *mm*, ut nempe *m* hic intelligatur esse maxima omnium *m*.

Itaque summa omnium $2mdm$ erat $= mm$.

Sed $\frac{dy}{y^3}$ idem quod $\frac{b^4dy}{y^3}$, adscito b^4, ut fiat homogeneum του $2mdm$.

Et summa omnium $\frac{dy}{y^3} = -\frac{1}{2}\,y^{-2}$ sive $-\frac{1}{2yy}$ idem quod $-\frac{b^4}{2yy}$ [3]).

Si enim HDC sit hyperboloides cujus asymptoti GA, AB. AEDF quadr.m cujus latus AE $= b$. AB $= y$. BC $= \theta = \frac{b^4}{y^3}$ ex natura hyperboloidis hujus. Erit ▭ CA =

[1]) Cet appendice est emprunté à la page 21 du Livre J des Adversaria.

$= \theta y = \frac{b^4}{yy}$. Cujus dimidium $\frac{b^4}{2yy}$ erit aequale ſpatio infinite extenſo BCKL [4]). Hic nempe AB eſt minima omnium y, quae creſcunt aequalibus particulis dy.

Si BC ſive θ fuiſſet ex natura curvae $= \frac{b^3}{y^2}$, fuiſſet $\square$ AC hoc eſt $\frac{b^3}{y^2}$ in y, hoc eſt $\frac{b^3}{y} =$ ſpatio infinite extenſo BCKL nempe $=$ ſummae omnium $\frac{dy}{yy}$ ſive $dy\, y^{-2}$, ubi addita unitate ad exponentem fit -1, tumque diviſio facienda per -1. Itaque $-\frac{1}{y}$ hoc eſt $-\frac{b^3}{y}$ erit ſumma.

Si BC ſive $\theta = \frac{bb}{y}$ fuiſſet $\square$ AC $= bb$, idque diviſum per o qui hic eſt exponens y, fit $\frac{bb}{o} =$ ſpat. hyperb. infinitum BCKL, quod eſt magnitudine infinitum [5]).

---

[2]) Comparez la Lettre N°. 2805, de de l'Hospital à Huygens, où l'on rencontre dans la 1e question l'équation $2mdm = -dy : y^3$.

[3]) Dans ces expressions les signes — ont été intercalés plus tard.

[4]) La quadrature de ces aires hyperboloïdes était alors bien connue.

[5]) A la même page la règle est appliquée encore sans démonstration aux équations $4n^3dn = aadm$ et $dn = \frac{1}{3} m^{-\frac{2}{3}} dm$ que l'on rencontre plus loin dans la même lettre de de l'Hospital à Huygens.

N° 2812.

David Gregory à Christiaan Huygens.

[Juin ou juillet 1693].

Appendice II au No. 2810.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens [1]).

1. Nota eſſe ſemper $(x + a)^m = 1\,x^m + m \times x^{m-1} \times a + m \times \frac{m-1}{2} \times x^{m-2} \times$ $\times\, a^2 + m \times \frac{m-1}{2} \times \frac{m-2}{3} \times x^{m-3} \times a^3 + m \times \frac{m-1}{2} \times \frac{m-2}{3} \times \frac{m-3}{4} \times$ $\times\, x^{m-4} \times a^4 + \&c.$

2. Ergo ſi ſit l applicata et x abſciſſa curvae, et b, c et a quantitates notae, r, n et m exponentes indeterminati, atque aequatio data $l = x^r \times (x^n + a)^m$, tum etiam $l = x^r \times (x^{mn} + m \times x^{mn-n} \times a + m \times \frac{m-1}{2} \times x^{mn-2n} \times a^2 + \&c.)$.

3. Sive *ducendo terminos ſeriei ſingulos in* x^r *erit* [a]) $l = x^{mn+r} + m \times x^{mn+r-n} \times$ $\times\, a + m \times \frac{m-1}{2} \times x^{mn+r-2n} \times a^2 + \&c.$

4. Et juxta Canonem [b]) Gregorianum addendo cuique exponenti unitatem et dividendo quemque terminum per exponentem ita auctum [c]) erit

$$\text{Area } 1^{mus} = \frac{x^{mn+r+1}}{mn+r+1} + \frac{m \times x^{mn+r+1-n}}{mn+r+1-n} \times a +$$

$$+ \frac{m \times \frac{m-1}{2} \times x^{mn+r+1-2n}}{mn+r+1-2n} \times a^2 + \&c.$$

5. Jam ſi haec area dividatur per hanc quantitatem $(x^n + a)^{m+1}$ debet eſſe aequalis etiam areae [2]).

6. Atqui $(x^n + a)^{m+1}$ reducta in ſeriem aequalis eſt $x^{mn+n} + (m+1) \times x^{mn} \times$ $\times\, a + \&c.$

---

[1]) La pièce est probablement de la main de David Gregory. Nous avons remplacé, dans l'imprimé, la notation: $\overline{a+b}$ du manuscrit par $(a+b)$. Les notes *a*), *b*) etc. contiennent les annotations inscrites sur le manuscrit par Huygens.

[2]) C'est-à-dire: après avoir multiplié le quotient obtenu par ce même facteur. Comparez l'article 12.

7. Dividatur ergo area notata sic 1^{mus}, per $x^{mn+n} + (m+1) \times x^{mn} \times a +$ &c. Nempe primus terminus areae per primum terminum hujus seriei; scilicet $\frac{x^{mn+r+1}}{mn+r+1}$ per x^{mn+n}, et erit quotiens $\frac{x^{r+1-n}}{mn+r+1}$.

8. Hic quotiens ductus in secundum terminum seriei in quam reducta est quantitas $(x^n + a)^{m+1}$, scilicet ductus in $(m+1) \times x^{mn} \times a$, dat $\left(\frac{m+1}{mn+r+1}\right) \times x^{mn+r+1-n} \times a$ qui subtractus a secundo termino Areae notatae hic 1^{mus} nempe subtractus ab $\frac{m \times x^{mn+r+1-n}}{mn+r+1-n}$ dat

$$\frac{(n-r-1) \times x^{mn+r+1-n} \times a}{(mn+r+1) \times (mn+r+1-n)}.$$

9. (Nempe quia $\frac{m+1}{m+r+1}$ subtractus à $\frac{m}{mn+r+1-n}$ aequatur .

$$\left.\frac{n-r-1}{(mn+r+1) \times (mn+r+1-n)}.\right)$$

10. Deinde rursus $\frac{(n-r-1) \times x^{mn+r+1-n}}{(mn+r+1) \times (mn+r+1-n)}$ divisus per primum terminum [3]) Areae notatae hic 1^{mus} scilicet per x^{mn+n} dat pro Quotiente

$$\frac{(n-r-1) \times x^{r+1-2n}}{(mn+r+1) \times (mn+r+1-n)} \times a.$$

11. Quare tandem exurget series talis $\frac{x^{r+1-n}}{mn+r+1} +$

$$+ \frac{(n-r-1) \times x^{r+1-2n}}{(mn-r+1) \times (mn+r+1-n)} \times a^{d}) + \&c.$$

12. Unde patet hanc seriem vel hunc quotientem fore aequalem verae areae si singuli quotientis termini multiplicentur in quantitatem $(x^n + a)^{m+1}$ per quam Area vera (notata hic 1^{mus}) divisa dedit hunc quotientem, id est Areae verae aequalem fore seriem sequentem.

13. $\frac{(x^n + a)^{m+1} \times x^{r+1-n}}{mn+r+1} + \frac{(n-r-1) \times x^{r+1-2n}}{(mn+r+1) \times (mn+r+1-n)} a^{e}) +$
$+$ &c.

---

[3]) Remplacez les mots qui suivent par „x^{mn+n} seriei dat pro Quotiente".

Ubi nota quemque terminum duci intelligitur in $(x^n + a)^{m+1}$ [4]).

14. Patet verò *etiam*[f]) hanc feriem femper abrumpi cum $r + 1 = n$, vel $= 2n$, vel $= 3n$, five $\frac{r+1}{n}$ aequatur numero integro et pofitivo, et tum quadraturam curvae definitam exhibere.

15. Et fimili modi fi aequatio fit $l = bx^r \times (sx + a)^m$, feries Aream exhibens

16. Erit $(sx^n + a)^{m+1} \times \frac{bs^{-1} \times x^{r+1-n}}{mn + r + 1} + \frac{(n-r-1) \times ba \times s^{-2} \times x^{r+1-2n}}{(mn+r+1) \times (mn+r+1-n)} +$
$$+ \frac{(n-r-1) \times (2n-r-1) \times ba^2 \times s^{-3} \times x^{r+1-3n}}{(mn+r+1) \times (mn+r+1-n) \times (mn+r+1-2n)} + \&c.$$

Ubi nota unumquemque terminum duci intelligitur in $(sx^n + a)^{m+1}$.

---

a) delenda hic quibus fuppofui puncta. non enim ducuntur termini precedentes in x^r, fed pro $(x^r) \times x^{mn}$ fcribitur x^{mn+r} in fingulis [Chriftiaan Huygens]. Nous avons imprimé en italiques les mots que Huygens marque par des points].

b) Au dessus du mot Canonem Huygens écrivit : Lemma.

c) Vide pag. 6 Exercit. de dimenfione fig. geom. Dav. Gregorii [Chriftiaan Huygens] [5]).

d) hoc appofui [Chriftiaan Huygens], c'est-à-dire : $\times a$.

e) hoc appofui [Chriftiaan Huygens], c'est-à-dire : a.

f) hoc erat delendum [Chriftiaan Huygens].

---

4) Comme on le voit, cette démonstration de la règle de Gregory exposée dans la note 19 de la Lettre N°. 2810, est incomplète, puisqu'elle s'arrête au deuxième terme, tandis que les embarras du calcul s'accroissent pour les termes suivants. Toutefois la règle est correcte, sauf l'addition nécessaire d'un terme constant, et on y arrive facilement par l'application répétée de la formule :

$$\int x^r (x^n + a)^m dx = \frac{x^{r+1-n} (x^n + a)^{m+1}}{mn + r + 1} + \frac{n - r - 1}{mn + r + 1} a \int x^{r-n} (x^n + a)^m dx.$$

5) Voici le „Lemma" tel qu'on le rencontre à la page citée de l'ouvrage de David Gregory mentionné dans la note 6 de la pièce N°. 1709:

„Quâvis rectâ in partes innumeras discerptâ, summa quarumvis dignitatum, ab innumeris istis rectis ab extremitate propositae rectae continuó incipientibus, genitarum, equalis est rectae propositae potestati, quaesitis potestatibus proximè superiori, divisae per suum exponentem".

Ajoutons que l'on trouve, à propos de ce „lemma", à la page 6 du livre J des Adversaria, la remarque suivante de Huygens : „Hoc apud Geometras demonstratum dicitur. Sed videtur non tam universaliter demonstratum ut etiam Radices, quadrata, cubica, etc. pro potestatibus habeantur; quanquam per consequentias ostendatur verum esse postquam de veris potestatibus demonstratum fuerit".

N° 2813.

Christiaan Huygens au Marquis de l'Hospital.

5 août 1693.

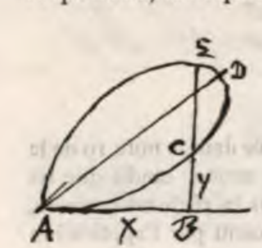
La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
La lettre fait suite au No. 2810.
Elle s'est croisée avec le No. 2815.
De l'Hospital y répondit par ses lettres du 18 *septembre et du* 21 *octobre* 1693.

Sommaire: [2]) 2 doutes dont je le quite. les deux font fort belles je ne doute pas que la 3e ne le foit auffi [3]), collection des fommes paroit icy difficile [4]).
que Bernoulli s'attribue la folution de la Beaunienne et de la Logarithmique. Lagni contre Rolle. Manoeuvre des vaiffeaux. qui eft fon antagonifte.

Mr. le Marquis de l'Hospital.

A la Haye ce 5 août 1693.

Depuis ma lettre, Monfieur, du 23 juillet, je me fuis fatisfait fur quelques uns des doutes fur lefquels je vous avois demandè de l'éclairciffement, ce que j'ay cru eftre obligè de vous faire fcavoir, a fin que vous perdiez moins de temps à me refpondre, lors que vous me ferez cet honneur.



J'avois cru difficile de faire la collection des fommes dans voftre premiere maniere de rediger au quarrè la Feuille Cartefienne, mais l'aîant effaiè j'ay vu qu'elle fe faifoit par voftre methode en pofant $x \infty my^2$, par où l'efpace ABC fe trouve égal a $\frac{1}{2} xy + \int \frac{adm}{6mm}$ c'eft-à-dire $\frac{1}{2} xy - \frac{ayy}{6x}$ [5]).

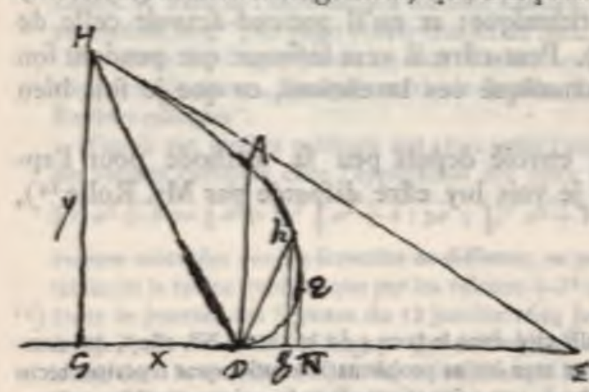
Dans la feconde maniere j'ay vu que vous avez pris y pour

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 275.
[2]) Ce sommaire est emprunté à la page 35 du livre J.
[3]) Il s'agit des trois manières de carrer le folium de Descartes, mentionnées par de l'Hospital dans la Lettre N°. 2807.
[4]) Voir, pour l'équation du folium rapportée aux axes BC et CM, la note 17 de la Lettre N°. 2810.
[5]) Comme on le sait par la Lettre N°. 2810, la difficulté éprouvée par Huygens consistait dans la „collection de la somme" des $(ay^2dx - 2axydy) : 6x^2$. Or, à la page 27 du livre J, on rencontre à ce propos sous la date: „28 Jul. 93 Hofw.", la remarque suivante: „haec supplevi ex universali ipsius methodo diminuendi numeri terminorum; nam ut in unam redigatur $\int. \frac{ayydx}{6xx}$ et $- \int. \frac{2axydy}{6xx}$, pono ex ipsius Regula, quam ex exemplis subodoratus sum,

BE et qu'alors la quantitè de $\frac{2axx}{3y} - \frac{x^4}{2yy}$ eſt la vraie valeur de l'eſpace AEB[6]).

Il reſteroit à rendre raiſon pourquoy ce n'eſt pas celle de l'eſpace ACB. Cependant je trouve ces deux manieres extremement belles, et je crois que la troiſieme le ſera pour le moins autant.

Je m'eſtois embaraſſè en cherchant la courbe qui a pour ſoutangente $x-y$, mais je l'ay trouvée depuis et je vois que cette courbe eſt une partie de la continuation de la voſtre[7]) dont la ſoutangente eſtoit $x+y$; et qu'en poſant la proprietè de cette courbe telle en general, que DE partie de l'axe interceptée entre la tangente et le commencement D, ſoit egale à l'appliquée HG; Toute la courbe alors eſt HAQD. dont la partie DQ juſqu'à la tangente QN perpend.re ſur GD, a ſes ſoutangentes $x-y$, qui ſont $y-x$ dans la partie QA, depuis Q juſqu'à la perpend.re DA.



J'ai auſſi trouvè[8]), en poſant DA ∞ a, DG ∞ x, GH ∞ y, que l'eſpace ADGH eſt $\frac{1}{2}xy + \frac{1}{4}yy - \frac{1}{4}aa$, et non pas comme il vient par voſtre calcul, $\frac{1}{2}xy + \frac{1}{4}yy$, ce que vous reconnaitrez avec un peu d'attention. Mais la meſure generale des ſegmens DQH, DQh eſt remarquable, qui ſont tousjours egaux à $\frac{1}{4}yy$, c'eſt a dire au quart du quarrè de la perpendiculaire qui fait leur hauteur ſur DG.

Pour les autres difficultez que je vous avois propoſees, Monſieur, j'attendray, s'il vous plait vos ſolutions, pour ne pas conſumer trop de temps à les applanir

---

$x = my^2$; quia video haberi hic $ydx - 2xdy$, ducta licet in $\frac{ay}{6xx}$. Hinc vero sicut pag. 25 et 20, [voir la note 3 de la Lettre N°. 2810] fit $dx = yydm + 2mydy$. Ita pro summis duabus istis invenitur $\int. \frac{adm}{6mm}$, quae per regulam gener.m pag. 21 [voir la pièce N°. 2811], est $-\frac{a}{6m}$, et substituendo pro m ejus valorem $\frac{6x}{yy}$ [sic] fit $-\frac{ayy}{6x}$."

6) Voir la note 5 de la Lettre N°. 2807.

7) Voir la Lettre N°. 2805, à la page 448.

8) Consultez, sur la manière curieuse dont les quadratures qui suivent ont été obtenues, l'Appendice N°. 2814 à cette lettre, où l'on verra comment Huygens se rend de plus en plus familières les notations du calcul infinitésimal, tout en persistant d'en accompagner l'emploi par des considérations géométriques.

par ma propre meditation, eſtant de plus incertain ſi j'y reuſſirois. Ces ſpeculations ſont ſi agreables et ſi attraiantes que j'ay bien de la peine à m'en abſtenir et cependant elles ſont tort à des ouvrages d'une autre nature, que je dois au public il y a longtemps.

J'ay vu à la fin les acta de Leipſich du moy de May. Et j'ay eſtè ſurpris de ce que Mr. Jo. Bernouilly s'y attribue[9]) la ſolution du Probleme de Mr. de Beaune, diſant froidement que c'eſt luy qui l'a fait inſerer au 34 Journal des Scavants de l'an 1692, ſans faire mention de vous Monſieur. Comment eſt ce que je dois entendre cecy, comme auſſi ce qu'il aſſure d'avoir donnè (jam olim) la dimenſion de la Ligne Logarithmique; et qu'il pretend ſcavoir celle de la Courbe de Mr. de Beaune[10]). Peut-eſtre il veut inſinuer que pendant ſon ſejour à Paris[11]), il vous a communiquè ces inventions, ce que je ſuis bien eloignè de croire.

Monſieur de Lagny[12]) m'a envoiè depuis peu ſa methode pour l'approximation des Racines[13]), que je vois luy eſtre diſputée par Mr. Rolle[14]),

[9]) Il s'agit de l'article de Jean Bernoulli cité dans la note 4 de la Lettre N°. 2807, qui commence par la phrase suivante: „Prima mea hujus problematis solutio, quae reperitur tecto nomine in Diario Gallico 34. anni elapsi, non minus quam Fratris, qui suam mihi tunc temporis Parisiis commoranti transmiserat, supponit quadraturam spatii hyperbolici; id quod constructionem in praxi impossibilem reddit", après quoi l'auteur fait suivre une seconde solution du problème, identique à peu près avec celle exposée en second lieu par de l'Hospital dans sa Lettre N°. 2787, à la page 393.

Or, l'article cité du „Diarium Gallicum 34" n'était autre que celui mentionné dans la note 2 de la Lettre N°. 2787, publié par de l'Hospital sous le pseudonyme G***.

Consultez d'ailleurs sur cet incident la Lettre N°. 2815.

[10]) Allusion au passage suivant du même article de Jean Bernoulli: „Curva autem ipsa AI [la courbe de de Beaune] est ex earum numero, quarum rectificationes quidem in abstracto non habentur, longitudines tamen per ipsasmet curvas construi et determinari possunt, quod Nob. Hugenius praestitit in nova sua Logarithmica, & ego jam olim in Logarithmica vulgari".

[11]) En 1691 et 1692.

[12]) Thomas Fantet de Lagny, né à Lyon le 7 novembre 1660. Il quitta le barreau pour se vouer aux sciences. Il fut élu membre de l'Académie des Sciences en 1696, devint associé géomètre le 28 janvier 1699, associé mécanicien en mars 1699, en remplacement de Sauveur, pensionnaire surnuméraire le 8 juillet 1719 et pensionnaire géomètre le 3 février 1723, en remplacement de Varignon, enfin pensionnaire vétéran le 4 mars 1733. Après avoir professé l'hydrographie à Rochefort, il fut nommé en 1716 sous-directeur de la banque générale. Il fut encore l'un des conservateurs de la bibliothèque du Roi et membre de la Société Royale de Londres. On a de lui plusieurs ouvrages d'arithmétique, d'algèbre et de géométrie. Il mourut à Paris, le 11 avril 1734.

[13]) Il s'agit de l'ouvrage intitulé:

„Méthode nouvelle infiniment generale et infiniment abregée pour l'extraction des Ra-

mais à tort à ce qui me femble. Aiez la bontè de m'en mander voftre fentiment et auffi touchant le merite de l'Invention qui me femble avoir quelque chofe de bon; de plus qui eft voftre antagonifte et autheur du traitè de la Logiftique[15]), fur qui vous avez tant d'avantage[16]).

---

cines quarrées, cubiques, &c., & pour l'approximation des mesmes Racines à l'infini dans toutes sortes d'égalitez. Proposée à examiner aux mathématiciens de l'Europe. Par M. de Lagny. A Paris de l'imprimerie d'Antoine Lambin, ruë S. Jacques, au Miroir, MDCXCI. Avec permission. in-4°", six pages plus le feuillet du titre.

En outre De Lagny publia un essai de sa méthode dans le Journal des Sçavans du 14 May 1691 sous le titre: „Nouvelle méthode de Mr. T. F. de Lagny pour l'approximation des Racines cubiques".

D'après cet essai la méthode qui avait attiré l'attention de Huygens consistait pour le cas des racines cubiques dans l'application des deux formules approximatives suivantes: $\sqrt[3]{a^3+b} = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b : 3a}$; $\sqrt[3]{a^3+b} = a + ab : (3a^3+b)$, et, en effet, les valeurs calculées par ces formules ne diffèrent, en première approximation, des valeurs véritables de la racine cubique que par les valeurs $+b^3 : 81\,a^8$ et $-2b^3 : 81\,a^8$.

14) Dans le Journal des Sçavans du 18 janvier 1694 Jean Bernoulli mentionne „un petit écrit" de M. Rolle contre M. de Lagny. Cet écrit semble être devenu de nos jours très rare. D'ailleurs, dans le numéro de Janvier 1692 des „Mémoires de Mathématique et de Physique. Tirez des Registres de l'Académie Royale des Sciences" (voir la note 9 de la Lettre N°. 2748), Rolle, sans mentionner de Lagny, avait donné sous le titre: „Règles pour l'Approximation des racines des cubes irrationnels" des règles analogues mais nullement préférables à la seconde formule de de Lagny.

15) Consultez, sur cet ouvrage de l'abbé de Catelan et sur la polémique dont il est question ici, la note 3 du N°. 2259, à laquelle nous ajoutons ici:

1°. que l'ouvrage sortait de l'imprimerie de Lambert Roulland (et non pas de Charles Roberstal) et qu'il était composé de deux morceaux bien distincts, dont le second, sur lequel la critique de de l'Hospital était surtout dirigée, portait le titre: „Principe de la science generale des Lignes courbes ou un des principaux elemens de la geometrie universelle", à Paris, de l'imprimerie de Lambert Roulland, rue S. Jacques aux armes de la Reyne, MDCXCI.

2°. que de l'Hospital publia encore, dans le cours de cette polémique, deux lettres publiques, l'une en Janvier, l'autre en Novembre ou Décembre 1692, qui semblent être devenues extrêmement rares.

3e que Huygens avait attribué le livre à Prestet, comme cela résulte de l'annotation suivante, qu'on trouve vers la fin du Livre H: „Logistique pour la science generale des lignes courbes. 1691. Je le crois de Prestet. Il traite de trouver les Tangentes des Courbes".

4°. qu'il est curieux de remarquer comment Catelan à cette occasion se servit d'un procédé analogue à ceux signalés dans la note 1 de la Lettre N°. 2260, dans les Lettres N°. 2262, 2264, 2265 et la note 1 de la Lettre N°. 2280, supprimant, après avoir pris connaissance de la première critique de De l'Hospital, dans les exemplaires qui lui restaient, les pages qui y avaient donné prise et les remplaçant par d'autres sans en avertir le lecteur.

16) Voir, pour la réponse de De l'Hospital sur les deux questions contenues dans cette phrase, sa lettre du 21 octobre 1693.

Item qui eſt autheur du Traitè de la manoeuvre des vaiſſeaux [17]) dont j'aurai l'honneur de vous parler une autre fois [18]). Je ſuis avec reſpect etc.

N° 2814.

CHRISTIAAN HUYGENS.

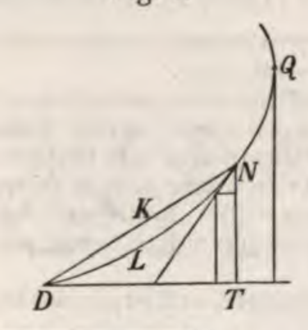
[JUILLET—AOÛT 1693].

Appendice [1]) *au No.* 2813.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Fig. 1.

§ I [2]).



$x-y : y = dx : dy$

$xdy - ydy = ydx$

$xdy + ydx = 2ydx + ydy$

$xy - \frac{1}{2}yy = 2\text{DTNL}$ [3])

$\frac{1}{2}xy - \frac{1}{4}yy = \text{DTNL}$

$\frac{1}{4}yy = $ ſpat. DLNK

[17]) L'ouvrage anonyme du chevalier Renau, Ingénieur général de la Marine, portait le titre: „De la Theorie de la manoeuvre des vaisseaux. A Paris, chez Estienne Michallet premier imprimeur du Roy, ruë S. Jacques, à l'Image S. Paul. M.DC.LXXXIX. De l'exprès commandement de sa Majesté". in-8°. Sur une des dernières pages du Livre H, Huygens annota à propos de cet ouvrage: „il y a de l'algèbre, et l'autheur parait bon géomètre, mais il se trompe dans les premiers principes, ce qui rend toute sa théorie fausse".

[18]) Voir la Lettre à de l'Hospital du 5 novembre 1693.

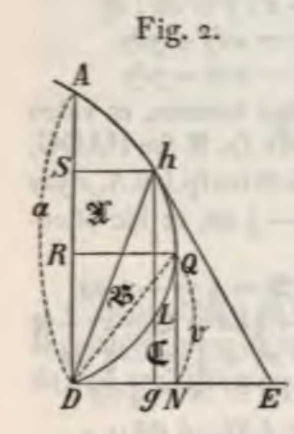
[1]) Cet appendice, emprunté aux pages 36 et 37 du Livre J, contient la quadrature de la courbe DQAH de la deuxième figure de la Lettre N°. 2813, pour laquelle on a toujours DE = HG = y et dont la soustangente s'exprime alternativement pour les différentes parties de la courbe, en valeur absolue, par les expressions $x-y$, $y-x$ et $x+y$. Nous y avons apporté une division en paragraphes et nous nous sommes permis quelques changements dans les notations pour les rendre plus consistantes entre elles et avec celles de la figure citée de la Lettre N°. 2813.

[2]) *Quadrature de la partie inférieure, jusqu'au point Q*, où la soustangente, pour DT = x, NT = y, s'exprime par $x-y$.

[3]) Les sommations ne présentent aucune difficulté pour Huygens, puisqu'elles s'étendent depuis le point D, où $x = 0$, $y = 0$.

§ II[4]).

Fig. 2.



(Eg) (gh)

$$y-x : y = dx : dy$$
$$ydy - xdy = ydx$$
$$ydy = ydx + xdy$$

collige ſummas ſed vide quae ſint verae.

$\int ydy = \frac{1}{2}aa - \frac{1}{2}vv$ [5]) $= 2\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C}$, nam $\int ydx = \mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C}$, $\int xdy = \mathfrak{A}$.

$$2\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C} = \tfrac{1}{2}aa - \tfrac{1}{2}vv$$

$\mathfrak{B} + \mathfrak{C} = vv$ [6])

$2\mathfrak{A} = \frac{1}{2}aa - \frac{3}{2}vv$; $\mathfrak{A} = \frac{1}{4}aa - \frac{3}{4}vv$, $\mathfrak{B} = \frac{3}{4}vv$ [7])

$\mathfrak{A} + \mathfrak{B} = \frac{1}{4}aa$, $\mathfrak{A} + \mathfrak{B}$ eſt ſpatio AQD.

§ III[8]).

$ydy - xdy = ydx$ collige ſummas ſed cautè.

$\frac{1}{2}aa - \frac{1}{2}yy = \int ydy$; ſp. AS$h = \int xdy$; ſpat. AD$gh = \int ydx$

$\frac{1}{2}aa - \frac{1}{2}yy -$ ſp. AS$h =$ ſp. ADgh

$xy = \square$ Sg

ſubſt. $\frac{1}{2}aa - \frac{1}{2}yy -$ ſp. AS$h - xy =$ ſp. ASh; $\frac{1}{2}aa - \frac{1}{2}yy - xy = 2$ ſp. ASh;

$\frac{1}{2}xy = \Delta$ ShD $\quad \frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}yy - \frac{1}{2}xy =$ ſp. ASh.

add. $\frac{1}{2}aa - \frac{1}{2}yy - \frac{1}{2}xy -$ ſp. AS$h =$ ſp. AhD

ex $\frac{1}{4}aa$ $\qquad$ ex ſpat. AhQD

$\frac{1}{2}yy + \frac{1}{2}xy - \frac{1}{4}aa +$ ſp. AS$h =$ ſp. DQhD ſubſtit. pro ſp. ASh

$\frac{1}{4}yy =$ ſp. DQhD.

---

[4]) *Quadrature complète de la partie DQhAD.*

[5]) Les sommations s'étendent ici depuis A jusqu'au point Q. Les dy représentent les *décroissements* de y. Voir encore pour la sommation des ydy la note 10.

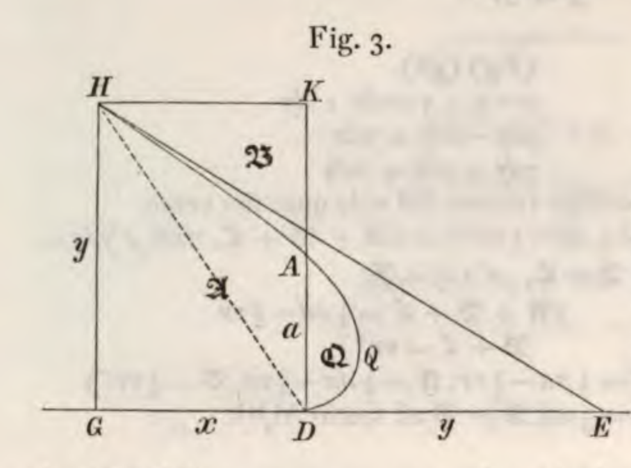
[6]) Pour le point Q, où la soustangente $y-x$ s'annule, on a $y = x = v$, en conséquence $\mathfrak{B} + \mathfrak{C}$ représente un carré dont l'aire égale vv.

[7]) D'après le paragraphe précédent on a DLQD $= \frac{1}{4}$ QN$^2 = \frac{1}{4}vv$, donc $\mathfrak{B} =$ DRQ $+ \frac{1}{4}vv = \frac{3}{4}vv$.

[8]) *Quadrature partielle de la partie intermédiaire* (depuis A jusqu'à Q, voir la figure du § II), où la soustangente s'exprime par $y-x$.

§ IV [9]).

Fig. 3.



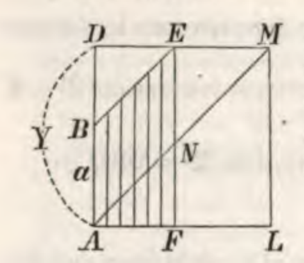
$y + x : y = dx : dy$
$ydx = xdy + ydy$
$ydx - xdy = ydy$
hinc colligo ſummas, et video $\int. ydx$ eſſe ſp. 𝔄 ſeu HADG. $\int. xdy$ eſſe 𝔅 ſeu ſp. HKA. $\int. ydy$ eſſe $\frac{1}{2} yy - \frac{1}{2} aa$, ut hic oſtenditur [10]).

$𝔄 - 𝔅 = \frac{1}{2} yy - \frac{1}{2} aa$
$𝔄 - \frac{1}{2} yy + \frac{1}{2} aa = 𝔅 = xy - 𝔄$
$2 𝔄 = xy + \frac{1}{2} yy - \frac{1}{2} aa$
ſp. DAHG $= 𝔄 = \frac{1}{2} xy + \frac{1}{4} yy - \frac{1}{4} aa$

ſp. DQAHG $= \frac{1}{2} xy + \frac{1}{4} yy$; nam ſpat. 𝔔 ſeu DQA, ſive pag. praec. 𝔄 + 𝔅 eſt $= \frac{1}{4} aa$. ſemper [11]) ſpat. DQAH $= \frac{1}{4} yy$.

---

[9]) *Quadrature de la partie supérieure* (depuis A), où la soustangente, pour DG $= x$, GH $= y$, s'exprime par $y + x$.



[10]) On rencontre sur la même page cette démonstration sous la forme suivante: „Si AB minima τῶν $y = a$, AD maxima, seu Y. Erit $\int. ydy = \frac{1}{2} YY - \frac{1}{2} aa$, ſit enim tunc $\int. ydy$ = trapez. BEFA quod aequale ANED, quod aequale triang.° ADM—triang. NEM, hoc est $\frac{1}{2} YY - \frac{1}{2} aa$.

[11]) C'est-à-dire dans tous les cas divers, traités dans cet appendice.

N° 2815.

Le Marquis DE L'HOSPITAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

10 AOÛT 1693.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
Elle est la réponse au No. 2810.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2819.
Elle s'est croisée avec le No. 2813.

ce 10e aouſt A Paris 1693.

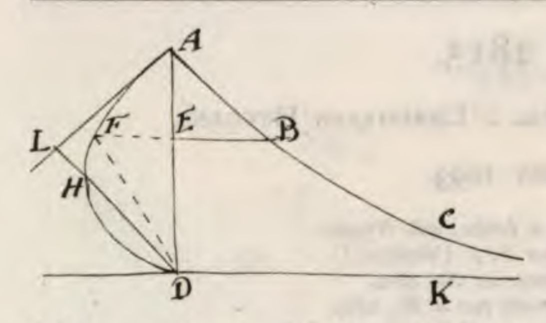
C'eſt avec bien de la joye Monſieur que j'ai appris par vôtre lettre du 23 juillet le retabliſſement de vôtre ſanté. Je repondrai par articles à ce que vous ſouhaitez de moi, me faiſant un vrai plaiſir de pouvoir vous ſatisfaire.

1°. Vous demandez comment l'equation differentielle $mdy = \frac{1}{2} ydm + \frac{1}{2} mdm$ ſe change en cette autre $dn = \frac{1}{2} m^{-\frac{1}{2}} dm$, en ſuppoſant ſelon la regle $y = nm^{\frac{1}{2}}$. Vous n'ignorez pas que ſi l'on ſuppoſe en general $y = n^a m^b$, on aura en prenant les differences $dy = am^b n^{a-1} dn + bn^a m^{b-1} dm$. Les expoſans des puiſſances, a et b peuuent eſtre des nombres entiers ou rompus, poſitifs ou negatifs; d'ou il ſuit que dans nôtre ſuppoſition on trouve $dy = m^{\frac{1}{2}} dn + \frac{1}{2} nm^{-\frac{1}{2}} dm$ et ſubſtituant enſuite à la place de y et dy ces valeurs dans la 1re equation, il vient la 2e.

2°. L'equation à la courbe dont il s'agit de trouver la quadrature eſt $xx = \frac{aayy \mp 2y^4}{2aa}$. On aura par conſequent $x = \frac{y\sqrt{aa \mp 2yy}}{a\sqrt{2}}$, et multipliant de part et d'autre par dy on trouve $xdy = \frac{ydy\sqrt{aa \mp 2yy}}{a\sqrt{2}}$. De ſorte que la ſomme des $\frac{ydy\sqrt{aa \mp 2yy}}{a\sqrt{2}}$, qui m'eſt connuë par des regles particulieres, qu'il ſeroit trop long d'expliquer ici, me donne la ſomme des xdy, c'eſt-à-dire la quadrature de l'eſpace.

3°. Vous demandez la conſtruction de la courbe dont la ſoutangente eſt $x-y$. Solution. Soit une logarithmique quelconque ABC, qui a pour aſymptote la ligne DK, et pour une de ſes ordonnees la droite AD, et pour ſoutangente perpetuelle

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae Fasc. I, p. 277.



la conſtante a. Soit menée d'un de ſes points quelconques B une parallele BF à DK qui rencontre AD au point E, ſur laquelle ſoit priſe la partie $EF = \frac{DE \times EB}{a}$. je dis que le point F eſt à la courbe cherchée. Jl eſt à remarquer que ſi l'on mene les lignes AL, DL qui faſſent ſur AD des angles demi-droits; AL ſera touchante en A, et DL coupera la courbe qui paſſe par tous les points F en deux portions HA, HD telles que la ſuperieure HA a toutes ſes ſoutangentes egales à $y-x$, et l'inferieure HD les a egales à $x-y$ [2]). Le ſegment DF eſt égal au quart du quarré de DE [3]), de ſorte que l'eſpace entiere AHDA eſt égal au quart du quarré de AD. La diſtance du centre de gravité du ſegment DF à la droite $DK = \frac{4}{9}$ DE, et à la droite $DA = = \frac{4}{9} EF + \frac{4}{27} DE$ [4]). Je puis auſſi determiner les centres de gravité des ſolides faits par la revolution de ce ſegment tant autour de DK que de DA.

4°. Comme je n'ai point vu ce que Mrs. Neuton et Gregori ont trouvé pour les quadratures des lignes courbes, j'ai eſſayé ſi je ne pourois point venir à bout de celles qui ſont compriſes ſous la formule que vous m'avez envoyé $y = b x^r \times (x^n + a)^m$, et j'ay trouvé deux ſuittes differentes qui donnent à ce que je penſe tout ce qu'on peut ſouhaitter la deſſus.

1°: Suitte:

$$ba^m x^{r+1} \times \frac{1}{r+1} + \frac{m}{r+1+n} a^{-1} x^n + \frac{m \times m-1}{1 \times 2 \times r+1+2n} a^{-2} x^{2n} +$$

---

[2]) Le point H correspond donc au point Q de la deuxième figure de la Lettre N°. 2813.

[3]) Résultat identique avec celui annoncé par Huygens dans la Lettre N°. 2813, et démontré dans la pièce N°. 2814.

[4]) Les aires des petits triangles qui constituent les accroissements successifs du segment DHF pouvant être exprimées par $d. \frac{1}{4} y^2 = \frac{1}{2} ydy$ et les distances de leurs centres de gravité aux axes DK et AD par $\frac{2}{3} y$ et $\frac{2}{3} x$, il est clair qu'il ne s'agit que de la détermination des intégrales $\frac{1}{3}\int y^2 dy$ et $\frac{1}{3}\int xydy$ qui représentent les sommes des moments de ces triangles sur les axes indiqués. La première de ces intégrales est connue immédiatement et la seconde se trouve aisément au moyen d'un artifice analogue à celui employé dans les notes 3 et 4 de la Lettre N°. 2787, puisqu'on a: $\int xydy = \frac{1}{2} xy^2 - \frac{1}{2}\int y^2 dx = \frac{1}{2} xy^2 - \frac{1}{2}\int y(xdy - ydy) = = \frac{1}{2} xy^2 - \frac{1}{2}\int xydy + \frac{1}{6} y^3$.

$$+ \frac{m \times m-1 \times m-2}{1 \times 2 \times 3 \times r+1+3n} a^{-3} x^{3n} \text{ \&c.}^{5)},$$

il eſt clair que le nombre des termes de cette ſuitte eſt infini lorſque m eſt un nombre rompu, et au contraire que le nombre en eſt fini c'eſt-à-dire que la ſuitte eſt interrompue lorſque m eſt un nombre entier. Or je dis que dans l'un et l'autre cas la ſomme de cette ſuitte exprime la quadrature de l'eſpace, qui a pour abciſſe la ligne x que l'on ſuppoſe donnée. Soit par exemple $m = 2$, la quadrature ſera

$$baax^{r+1} \times \frac{1}{r+1} + \frac{2}{r+1+n} a^{-1} x^{n} + \frac{2 \times 1}{1 \times 2 \times r+1+2n} a^{-2} x^{2n}.$$

Car tous les autres termes ſeront chacun egaux à zero puiſqu'ils ſe trouvent tous multipliés par $m - 2 = 0$. On ſuppoſe dans cette autre pour abbreger $x^{n} + a = z$ et $r = cn - 1$

2e. Suitte :

$$\frac{bz^{m+c}}{n} \times \frac{1}{m+c} - \frac{c-1}{m+c-1} az^{-1} + \frac{c-1 \times c-2}{1 \times 2 \times m+c-2} aaz^{-2} - \frac{c-1 \times c-2 \times c-3}{1 \times 2 \times 3 \times m+c-3} a^{3}z^{-3} \text{ \&c.}^{6)}).$$

Il eſt clair que le nombre des termes eſt infini lorſque c eſt un nombre rompu, et qu'il eſt fini lorſque c eſt un nombre entier. Or je dis que dans l'un et l'autre cas la ſomme de cette ſuitte exprime la quadrature de l'eſpace: mais il faut obſerver d'en retrancher cette autre ſuitte.

3e. Suitte :

$$\frac{ba^{m+c}}{n} \times \frac{1}{m+c} - \frac{c-1}{m+c-1} + \frac{c-1 \times c-2}{1 \times 2 \times m+c-2} - \frac{c-1 \times c-2 \times c-3}{1 \times 2 \times 3 \times m+c-3} \text{ \&c.}$$

Soit par exemple $c = 2$, on aura pour la quadrature,

---

[5]) La suite, dont tous les termes, et non pas seulement le premier, doivent être multipliés par le facteur $ba^{m} x^{r+1}$, est évidemment obtenue par le développement, avant l'intégration, de l'expression $(a + x^{n})^{m}$.

[6]) La suite est obtenue évidemment par le développement de l'expression $(z-a)^{c-1}$, puisqu'on a : $\int_0^x bx^{r} (x^{n} + a)^{m} dx = \int_a^z \frac{b}{n}(z-a)^{c-1} z^{m} dz.$

$$\frac{bz^{m+2}}{n} \times \frac{1}{m+2} - \frac{1}{m+1} az^{-1} \text{ moins } \frac{ba^{m+2}}{n} \times \frac{1}{m+2} - \frac{1}{m+1}.$$

On peut faire ici une remarque fort curieuſe, ſavoir que la 1re ſuitte [a]) nous en fournit une infinité, dont le nombre des termes eſt infini et dont on a la valeur par le moyen de la 2e ſuitte ce qui eſt reciproque. Mandez moi je vous prie ſi je ſuis tombé dans la regle de Mr. Gregori [7]), ou ſi cela n'eſt pas laquelle des deux eſt la plus ſimple. On n'a point ici le livre de Wallis de Algebra et ainſi vous me feriez un plaiſir ſingulier ſi vous vouliez bien m'envoyer par la poſte les inventions de Mr. Neuton copiées de ce livre lorſque vous les aurez receuës et que vous en aurez fait faire une copie.

5e. La courbe de Mr. Bernoulli [8]) eſt geometrique lorſque la raiſon de BC à AC [9]) eſt de nombre à nombre, et elle eſt tranſcendentale lorſque cette raiſon n'eſt pas de nombre à nombre. Ma conſtruction ſuppoſe alors la quadrature de l'hyperbole, ce qui me paroiſt le plus ſimple dans ce genre. Je vous en ferai part quand vous le ſouhaiterez comme auſſi de la maniere dont j'y ſuis parvenu ou vous verrez quelque choſe d'aſſez curieux. Je n'avois point vû lorſque je vous ecrivis la dernière fois le journal de Leipſic ou Mr. Bernoulli avoit propoſé ſon prob. Il l'avoit envoyé ici à un de ſes amis pour en demander la ſolution à nos mathematiciens. J'ai receu depuis ce journal qui eſt du mois de May et j'ay eſté ſurpris d'y trouver certaines choſes touchant le probleme de Mr de Beaune [10]) qui m'obligent à vous faire ici un petit deſtail. Lorſque Mr Bernouilli étoit à Paris il me vint voir et m'ayant dit qu'ils avoient fort travaillé ſon frere et lui ſur l'inverſe des tangentes, je lui propoſé d'abord le probleme de Mr de Beaune, dont il eſt vrai qu'il m'apporta la ſolution quelque temps après qui n'étoit pas beaucoup differente de la mienne que je fis inſerer depuis dans le 34.e journal des Sçavans ſous le nom de Mr G***, qui eſt la 1re lettre de mon nom de bapteſme m'appellant Guillaume et ayant des raiſons alors pour cacher mon nom. Jl y a apparence que Mr. Bernoulli ayant vû dans vôtre lettre [11]) que vous m'attribuyez cette invention et voulant avoir part à la gloire qui me paroiſt très petite, il s'eſt depeſché de faire mettre dans les actes de Leipſic ce que vous y verrez. Mais ce qui m'a encore ſurpris davantage, ce ſont ſes parolles: curva autem AI [12]) &c. Car s'il a bonne memoire il doit ſe reſſouvenir que je lui communiquai alors les dimenſions de ces deux courbes [13]) en revanche de ce qu'il m'avoit communiqué

---

7) Voir, sur cette règle, la note 19 de la Lettre N°. 2810 et la pièce N°. 2812. Il est clair que les suites de Gregory et de de l'Hospital ne correspondent pas entre elles terme pour terme.

8) Voir le post-scriptum de la Lettre N°. 2807, à la page 454, et la Lettre N°. 2810 à la page 460.

9) Lisez: comme BD à AD.

10) Voir la note 9 de la Lettre N°. 2813.

11) Voir la pièce N°. 2793 aux pages 416 et 417.

12) Voir la note 10 de la Lettre N°. 2813.

13) Il s'agit probablement des deux courbes logarithmiques.

touchant la funiculaire, la voiliere [14]) &c. Cela me rendra à l'avenir plus circonfpect à l'egard de certaines gens. Je n'ai pourtant pas laiffé de lui écrire depuis pour me plaindre de fon procedé qui me paroift fort irrégulier, et pour lui envoyer ma folution de fon probleme afin qu'il la faffe inferer lui mefme dans les journaux de leipfic [15]), et qu'ainfi il ne s'avife pas d'infinuer qu'il m'en auroit fait part autrefois. En voila plus qu'il n'en faut fur ce fujet et fi je n'etois perfuadé que vous me faites l'honneur d'eftre de mes amis je ne vous aurois pas fait tout ce deftail qui ne peut eftre qu'ennuyeux étant fur que ceux qui me connoiffent fauront bien demefler la verité. Je vous fuis fort obligé Monfieur de la peine que vous avez prife de mettre par ordre la regle inverfe des tangentes de Mr fatio. Je ne l'ai pas encore examinée avec foin: mais à la 1re infpection elle me paroift fort bornée et bien moins étenduë que celle dont je vous ai fait part car pour ce qui eft de la foutangente de la conchoïde elle eft fi facile qu'il n'eft befoin d'aucune methode pour la refoudre et d'ailleurs on fuppofe dans la mienne qu'on ait effayé auparavant fi on ne peut point rendre tous les termes purs. Vous ne me parlez point de la regle que vous avez de Mr leibnitz [16]) mandez moi je vous prie fi elle eft plus generale que la mienne, je ferois bien aife auffi de voir de quel artifice vous vous fervez pour rendre les foutangentes intraitables par nos methodes cela me ferviroit peut-eftre à la rendre plus generale. Je fuis Monfieur avec toute l'eftime imaginable vôtre trefhumble et tres obeiffant ferviteur

Le M. de l'Hospital.

J'ai de quoi éclaircir vos difficultez fur la feuille de Mr. Defcartes [17]) mais ce fera à la 1re occafion.

[a]) qui eft au commencement de cette page [Chriftiaan Huygens].

[14]) La courbe dont il est question dans la note 33 de la Lettre N°. 2693.

[15]) Elle parut dans les „Acta" de septembre 1693 sous le titre: „Problematis, a Joh. Bernoullio in hisce Actis mense Majo pag. 235 propositi, Solutio, a Dn. Marchione Hospitalio in literis ad Dn. Bernoullium d. 27 Junii exhibita". On la retrouve encore, sous une forme un peu amplifiée, dans les „Mémoires de mathématique et de physique" du 30 juin 1693, sous le titre: „Solution d'un problème de Géométrie que l'on a proposé depuis peu dans le Journal de Leipsic".

[16]) Consultez la pièce N°. 2713. Huygens avait mentionné cette règle dans les Lettres N°. 2768 et 2777 à de l'Hospital, aux pages 328 et 352.

[17]) De l'Hospital n'y est pas revenu. Huygens lui avait déclaré, dans les Lettres Nos. 2813 et 2819, avoir surmonté lui-même les principales difficultés, qu'il avait rencontrées d'abord.

N° 2816.

CHRISTIAAN HUYGENS à PH. DE LA HIRE.

19 AOÛT 1693.

La minute et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

19 Aug. 1693.

A Monſieur DE LA HIRE.

Cette lettre vous ſera rendue Monſieur par Monſieur Heckerus [1]) fils de celuy dont on a eu des Ephemerides [2]), venant de voiager en Danemarc et en Angleterre, il s'en va maintenant voir la France, et m'ayant priè de luy donner quelque adreſſe aux perſonnes illuſtres que j'ay l'honneur de connoiſtre en ce pais la, je luy fais cette lettre pour vous Mr. que je compte parmy les premiers dans ce nombre. Je prens auſſi cette occaſion pour vous rendre graces du ſoin que vous avez voulu prendre en faiſant imprimer quelques uns de mes eſcrits, dans le ſecond recueil des Ouvrages de l'Academie des Sciences [3]). Je n'ay pas encore eu le moien de le voir, et dans mon impatience, il me ſemble que j'ay quelque raiſon de me plaindre de ce qu'on ne m'en a pas envoiè un exemplaire, comme ancien membre de l'Academie, et comme ayant part au contenu. Je n'ay veu que l'Extrait de ce recueil dans les memoires de mathematique et Phyſique du 30 avril de cette annee [4]), ou il y a une liſte de beaucoup de belles choſes, mais j'y trouve a dire [ſic] la demonſtration de Mr. de Roberval du ſolide de la Roulette autour de ſon axe, qui eſt l'invention pour laquelle je l'ay principalement admiré, et bien plus conſiderable que celle de l'aire, ni celle du ſolide autour de la baſe. Je voudrois vous demander Monſieur quelle eſt la raiſon de cette omiſſion [5]). Mais

[1]) Constantin Gabriel Hecker, fils du suivant, né à Danzig le 9 août 1670. Sous les pseudonymes Apogaeus Uranophilus il publia des Ephémérides. Il mourut le 12 novembre 1721.

[2]) Johann Hecker, neveu de Hevelius, né à Danzig. Il publia: Ephemerides motuum coelestium ab 1660 ad 1680, ex observationibus correctis Tychonis Brahe et Jo. Kepleri hypothesibus physicis, etc. Gedani 1662, in-4°. dont un Supplément parut en 1670.

[3]) Le recueil des „Divers Ouvrages de Mathématique et Physique" cité dans la note 1 de la Lettre N°. 2432. Consultez, sur les écrits de Huygens contenus dans cette publication, la note 1 de la Lettre N°. 2435. Le „premier" recueil était celui publié en 1677. Voir la note 10 de la Lettre N°. 2192.

[4]) La publication citée dans la note 9 de la Lettre N°. 2748. L'extrait détaillé, de la main de l'abbé Galloys, occupe les pages 73—95 dans la réimpression d'Amsterdam.

[5]) L'omission n'existait que dans l'extrait cité dans la note précédente. Le Recueil lui-même contient l'article complet: „De Trochoide ejusque spatio", avec l'appendice. Ils comprennent avec la quadrature de la roulette et la cubature du solide de révolution autour de la base, mentionnées par Galloys, encore la cubature du solide autour de l'axe, ainsi que la rectification de la courbe.

j'aime mieux vous prier de faire en forte que nous puiffions avoir une fi belle piece, car j'ay ouy dire, que cette demonftration avoit quelque chofe d'excellent et de fingulier.

Je finis afin de ne faire pas attendre plus long temps Mr. Heckerus, et demeure avec une parfaite eftime &c.

N° 2817.

Christiaan Huygens à Constantyn Huygens, frère.

1er septembre 1693.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre fait suite au No. 2808.
Constantyn Huygens y répondit par le No. 2818.

A Hofwijck ce 1 Sept. 1693.

Il y a longtemps mon Frere que j'attens voftre refponce a ma lettre avec laquelle je vous envoiay la minute du memoire touchant la Vie de mon Pere, que Meffieurs les autheurs du Dictionaire Hiftorique m'ont demandè [1]). Ils me font fcavoir qu'il eft temps qu'ils l'aient. C'eft pourquoi je vous prie de m'en mander voftre fentiment, et corrections fi vous croiez qu'il en faut, autrement *tacens pro confentiente erit.*

Je vous avois auffi recommandè mes affaires de Zeelhem. Maintenant j'ecris a mon impertinent Receveur Cools, qu'il vous aille trouver, pour rendre raifon de fon procedè, et pour vous remettre l'argent qu'il me retient depuis fi longtemps, et qu'il m'a mandè luy mefme avoir preft. Il n'a point rendu compte depuis l'an 1686. Je le menace dans cette lettre, que s'il manque a faire ce que je luy mande, je l'iray trouver moymefme, et que ce ne fera pas fans me reffentir comme je dois du tort qu'il me fait. Il s'eft fort louè, en m'efcrivant cy devant de la protection dont jouiffoient les habitans de Zeelhem par voftre moien. Je ne fcay comment cela va a cette heure, mais je luy mande qu'il auroit bien du vous aller trouver, foit pour vous remercier, ou pour demander voftre affiftence. Vous pouvez luy parler fortement, et en cela vous m'obligerez. Noubliez pas auffi de prendre l'argent.

J'ay eftè en peine de vous pendant quelques jours qu'on n'entendoit point de vos

[1]) Voir la pièce N°. 2809.

nouvelles depuis la bataille de Neer Hefpen [2]). Il y avoit fuject de tout craindre dans une deroute comme celle-là. C'eft beaucoup de ce qu'on s'eft fi bien remis, et d'avoir fait en forte que cette affaire n'a pas eu de plus mauvaife fuitte. *Illo Virgilium me tempore dulcis alebat, Parthenope*, c'eft a dire que pendant vos combats, je paffois tranquillement le temps à Hofwijck, où depuis peu de jours j'ay fait conftruire un bon tuyau quarré d'ais de fapin pour mon verre de 45 pieds, tant pour la fatisfaction des perfonnes de qualitè qui me prient de leur montrer la Lune et les Planetes et qui ont trop de peine a fe fervir du fil fans tuyau que pour moy mefme; parce qu'on obferve mieux et plus commodement de cette façon. Car puifque Mr. Caffini affeure qu'il voit tous les 5 Satellites de Saturne avec des lunettes de moindre longueur [3]), pourquoy ne les uerrois je pas auffi? Je regrette de n'avoir pas emploiè de tuyau il y a 6 ans, car affeurement cela vaut mieux, que de la maniere que j'avois inventée [4]), laquelle il faut pratiquer dans des longueurs au de la de 80 pieds, ou les tuyaux ne peuvent aller. J'ay eu affez de peine de venir a bout de celui de 45 pieds, qui pefe plus de 200 livres, et en a autant pour contrepoids de l'autre coftè de la poulie. Vous le verrez avec plaifir, comme auffi le pied pres de l'oeil qui eft tres commode.

Mijn Heer
Mijn Heer VAN ZUYLICHEM
Secretaris van Sijne Koninglijcke Maj.t van Groot Brittannien
In 't Leger.

---

[2]) Voir la note 2 de la Lettre N°. 2818.

[3]) Même avec des verres de 34 pieds. Voir l'article cité dans la note 2 de la Lettre N°. 2427. Il y est dit: Nous avons veu tous ces [5] Satellites par celle [c.-à-d. la lunette de Campani] de 34 pieds & continué de les observer aussi avec les verres de MonsieurBorelli de 40 & de 70 pieds".

[4]) Le procédé décrit dans l'„Astroscopia Compendiaria", l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2334, note 1.

N° 2818.

CONSTANTYN HUYGENS frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

3 SEPTEMBRE 1693.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse aux Nos. 2808 et 2817.

Au Camp de St. Quintyns Linnike le 3.e de Sept. 1693.

J'ay receu vos deux lettres du 16. juillet et 1. de Sept.

Pour l'article à mettre dans le Dictionnaire j'approuve assez vostre projet.

Pour ce qui est de donner le mesme memoire aux deux autheurs des Dictionnaires, pour le faire inserer dans leurs dictionnaires il me semble qu'il ne feroit pas bien de la mettre dans l'un et l'autre de mesme, mot a mot, par ce que cela feroit connoitre clairement que cela feroit de nostre façon.

Si Cools me vient trouver, comme vous luy avez escrit de faire je luy diray ce que vous me mandez, quand je luy ay parlé aux environs de Dieft, je ne fcavois pas bien ou vous en estiez avec luy autrement je luy aurois un peu lavé la teste. S'il ne vient pas je ne laisseray pas de faire agir Feron [1]).

Je me suis tiré assez heureusement du malheur de la Bataille de Needer hespen ou de Landen [2]) comme l'appellent les Francois, par ce que je trouvay moyen d'entrer a fort Leeuwen avant que la nouvelle y arrivast à travers d'une furieuse quantité de monde et de bagage qui bouchoit le chemin. Un peu de temps apres le commandant de ce lieu ayant sceu la perte de la bataille et craignant d'estre pris ou du moins investy fit fermer les escluses, et inonda les marais autour de la ville, et comme par la il resta peu de chemin, pour en pouvoir faire le tour, chacun voulant passer le premier quantité de chariots tomberent dans les dits marais et grand' quantité fut pillée entr'autres un des mulets du Roy ou estoit le meilleur de sa garderobbe le fut aussi, et on n'a recouvré que bien peu de ce dont il estoit chargé. Cependant comme j'ay dit j'estois passé avant ce desordre, avec mon bagage que j'avois tout entier avec moy et le fis passer le mesme soir de Leeuwen a Dieft et encor plus avant a un petit village ou je passay la nuit dans ma caleſche. Deux jours apres nous trouvâmes le Roy, qui avoit passé Malines, et se trouva a Eppighem. J'en fus quitte a bon marché, car si j'avois esté pillé aussi, la perte auroit esté considerable. On commence a dire icy qu'au bout de quinze jours nous pourrions bien quitter l'armée mais cela depend des evenements.

---

[1]) Féron servit dans l'armée de Willem III.

[2]) La bataille du 29 juillet 1693, plus connue sous le nom de bataille de Neer-winden et-landen d'après les villages occupés par l'extrême droite et l'extrême gauche de l'armée de Willem III. Le roi s'y signala par son intrépidité et, s'il lui fut impossible d'empêcher la défaite, sa résistance opiniâtre prévint que l'avantage gagné par Luxembourg ne s'étendit en dehors du champ de bataille.

Il me tarde de voir voſtre nouveau tuyau de Lunette, mais comme vous en parlez comme s'il eſtoit tout fait je m'eſtonne que vous ne me marquez pas l'effet qu'il fait ny ce que vous voyez des 5 ſatellites.

Ma femme ne m'a point eſcrit par le courrier arrivé ce matin, et par ce que vous ne me mandez rien de la maladie du Couſin de St. Annelandt je croy qu'il n'eſt pas plus mal.

Mr. l'Electeur[3]) a une lunette a deux tuyaux, Teleſcopium binoculum mais les tuyaux ne ſont longs que de deux pieds environ. Cependant ou la prone beaucoup et le Roy m'a dit qu'a la diſtance de quatre lieues il avoit diſtingué l'heure a Bruſſelles.

Je n'ay pas encore eu occaſion de la voir. L'Electeur en a payé 40 piſtoles a ce qu'on m'a dit. Elle eſt faite a Paris, mais on ne dit pas par qui.

Mylord Lexington[4]) m'a conté l'autre jour, qu'il connoit une femme en Angleterre, qui a mis au monde 36 enfants maſles tout d'une ſuitte et d'un ſeul pere et puis une fille.

Pour mon frere de ZEELHEM
a la Haye.

No. 2819.

CHRISTIAAN HUYGENS au MARQUIS DE L'HOSPITAL.

3 SEPTEMBRE 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]).
La lettre est la réponse au No. 2815.
De l'Hospital y répondit par le No. 2825.

Hofwijck 3 Sept[embre] 1693.

J'ai receu, Monſieur, celle que vous m'avez fait l'honneur de m'eſcrire du 10 aouſt. Vous aurez auſſi receu la miene du 5 du meſme la quelle, ſi on vous

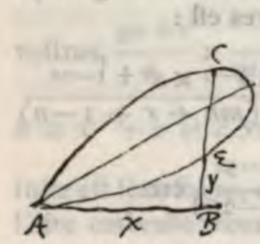
---

[3]) Maximilian Maria Emmanuel, Electeur de Bavière, depuis 1692 gouverneur des Pays-Bas Espagnols, né le 11 juillet 1662. Après s'être signalé dans la guerre contre les Turcs, il prit une part active dans la lutte de Willem III contre Louis XIV. Il mourut le 26 février 1726.

[4]) Robert Sutton, second Baron de Lexington, né à Averham Park, Nottinghamshire, en 1661, fils unique du premier Baron. Il fut élu membre de la chambre des Lords en 1685. Partisan de Willem III, il fut envoyé en 1689 par celui-ci en mission auprès de l'Electeur de Brandenbourg. Il fut nommé successivement membre du Conseil privé (17 mars 1692), colonel dans un régiment de cavalerie (janvier 1604), envoyé extraordinaire à Vienne (juin 1694), où il resta jusqu'à la conclusion de la paix de Rijswijk. Pendant le règne de la reine Anna il vécut dans la retraite. Il mourut à Averham Park, le 19 septembre 1723.

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae Fasc. I, p. 283.

l'eut apportée un peu pluſtoſt, vous auroit epargnè la peine de m'expliquer ce qui regarde l'invention de la courbe dont la ſoutangente eſt $x-y$, dont je ne laiſſe pas de vous eſtre obligè. Pour mes autres doutes, vous verrez dans la meſme lettre que j'ay auſſi trouvè par voſtre regle, comment faire les ſommes dans voſtre premiere quadrature de la feuille de des Cartes. Et pour ce qui eſt de la difficultè touchant la 2e j'ay trouvé du depuis que lors qu'on prend BE pour y, les ſommes



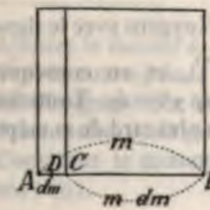
de $\frac{-2a^3dz}{3zz}$ et $+\frac{a^4dz}{z^3}$ dans vos poſitions, ne ſont pas $+\frac{2}{3}\frac{axx}{y}-\frac{1}{2}\frac{x^4}{yy}$, mais $\frac{2}{3}\frac{axx}{y}-\frac{2}{3}aa$ et $-\frac{1}{2}\frac{x^4}{yy}+\frac{1}{2}aa$, qui font $\frac{2}{3}\frac{axx}{y}-\frac{1}{2}\frac{x^4}{yy}-\frac{1}{6}aa$, de ſorte que ces ſommes ne ſe prenent pas comme à l'ordinaire, mais demandent qu'on y emploie d'autres moiens et d'autres conſiderations [2]), ce que ſans doute vous aurez auſſi remarquè, et qu'il faut rectifier de meſme voſtre 1.re maniere lors qu'on y veut trouver l'aire de l'eſpace ACB.

Je m'eſtois auſſi ſatisfait, devant que de recevoir voſtre derniere lettre, ſur la difficultè que je trouvois à reduire l'equation differ.lle $mdy \infty \frac{1}{2}ydm+\frac{1}{2}mdm$ à $dn \infty \frac{1}{2}m^{-\frac{1}{2}}dm$, en ſuppoſant $y \infty nm^{\frac{1}{2}}$. Ca eſtè en me reſouvenant que $\sqrt{mm+mdm}$ eſt $\infty\ m+\frac{1}{2}dm$. Car cela m'a aidè à demeſler ce changement d'equation [3]), dans lequel autrement je n'entendrois pas la raiſon de ce que le

---

[2]) On trouve ces considérations à la page 38 du livre J sous la suscription : „Tollitur difficultas de qua pag. sequ. [voir, p. 454, la note 5 de la Lettre N°. 2807]. Et colliguntur verae summae $\int.-\frac{2a^3dz}{zz}+\frac{a^4dz}{z^3}$." On y voit comment Huygens, en comparant la substitution $z=a^2yx^{-2}$, employée par de l'Hospital dans sa „2e maniere" (voir la Lettre N°. 2807), avec celle $a=b^2ue^{-2}$ de la pièce N°. 2782, s'était aperçu de l'identité des z de de l'Hospital avec les a de cette dernière pièce „ubi est e quod hinc x. et u quod hinc y. et b quod hinc a". Or, pour la branche $A\wedge\Omega$ de la figure 1 de cette pièce, qui correspond avec la branche AE de la présente figure, les a étaient représentés par les ordonnées de la courbe ℵζ, et il était donc clair que les sommations en question devaient s'exécuter depuis la valeur $z=a$ jusqu'à la valeur arbitraire $z=a^2yx^{-2}$; après quoi Huygens pouvait obtenir aisément les valeurs véritables de ces sommes en réduisant leur détermination à la quadrature bien connue des hyperboloïdes $\varphi=a^3z^{-2}$ et $\theta=a^4z^{-3}$.

[3]) On rencontre ce „demeslé" à la page 41 du Livre J. Partant de l'équation $n=y:\sqrt{m}$,



Huygens en déduit : „n diminutum [c'est-à-dire $n-dn$] $=(y-dy):\sqrt{m-dm}=(y\sqrt{m}-\sqrt{m}\,dy):\sqrt{mm-mdm}$ et il ajoute : „Hic vero sciendum est $\sqrt{mm-mdm}$ censendum aequari $m-\frac{1}{2}dm$, quia dm minima respectu m. Nam inter $AB=m$ et $BC=m-dm$ media proport. BD est quasi arithmetice media. Ideoque $AD=\frac{1}{2}dm$ et $BD=m-\frac{1}{2}dm$". Après cela, il trouve aisé-

calcul differentiel produit. J'avois trouvè en ſuppoſant $y \infty nm^b$ que $dy \infty$ $\infty m^b\, dn + bnm^{b-1}\, dm$, mais qu'en ſuppoſant $y \infty n^a m^b$, il vient $dy \infty$ $\infty am^b n^{a-1}\, dn + bn^a m^{b-1}\, dm$, je ne le vois pas encore, apparemment par ce que je ne ſuis pas aſſez verſè dans le calcul Exponentiel, qui me paroit difficile et fatigant [4]).

Pour ce qui eſt des ſuites pour la quadrature, voicy celle de Mr. Gregori [5]). Quand l'equation de la courbe eſt $l \infty bx^r \times (sx^n + a)^m$ l'area eſt:

$$(sx^n + a)^{m+1} \times \frac{b \times s^{-1} \times x^{r+1-n}}{mn + r + 1} + \frac{(n-r-1) \times ba \times s^{-2} \times x^{r+1-2n}}{(mn + r + 1) \times (mn + r + 1 - n)}$$

$$+ \frac{(n-r-1).\,(2n-r-1) \times ba^2 \times s^{-3} \times x^{r+1-3n}}{(mn+r+1) \times (mn+r+1-n) \times (mn+r+1-2n)} \text{ etc.}$$

où il faut ſcavoir que comme le premier terme eſt multipliè par $(sx^n + a)^{m+1}$, ainſi tous les autres le doivent eſtre de meſme.

Il eſt evident que cette ſeries eſt terminée lors que $r + 1 \infty n$ ou $\infty 2n$, ou $\infty 3n$ etc., c'eſt-à-dire lors que $\frac{r+1}{n}$ eſt un nombre entier et poſitif, et qu'alors on a la quadrature parfaite. Ce que je vois eſtre de meſme dans voſtre ſeconde

ment $dn = \frac{y}{\sqrt{m}} - \frac{y\sqrt{m} - \sqrt{m}\, dy}{m - \frac{1}{2} dm} = \frac{mdy - \frac{1}{2} ydm}{m\sqrt{m} - \frac{1}{2} dm\sqrt{m}} = \frac{mdy - \frac{1}{2} ydm}{m\sqrt{m}}$ ou, enfin, substituant $mdy = \frac{1}{2} ydm + \frac{1}{2} mdm$, $dn = \frac{1}{2} m^{-\frac{1}{2}} dm$.

4) Voici l'histoire de ces vains efforts, telle qu'on la démêle aisément au moyen des pages 47 et 48 du Livre J. Sous le titre: „Inventio Regulae Hospitalianae ad diminuendos terminos aequationum differentialium" Huygens y commence des recherches sur la substitution $x = my^\theta$, à propos de laquelle il remarque: „$x = my^\theta$, ut transmutetur aequatio. θ est numerus exponens potestatis τοῦ y. Intelligendum quasi ponatur $a^\theta x = my^\theta$ ut servetur homogenea". De cette relation $x = my^\theta$, il déduit par la méthode exposée dans la note précédente: $dm = x : y^\theta - (x - dx) : (y^\theta - \theta y^{\theta-1} dy) = (-\theta xy^{\theta-1} dy + y^\theta dx) : y^{2\theta}$, d'où il suit: $dx = y^\theta dm +$ $+ \theta my^{\theta-1} dy$.

Passant alors au cas plus général $x = n^a y^b$, il trouve: $dn = x^{\frac{1}{a}} : y^{\frac{b}{a}} - \left(x^{\frac{1}{a}} - \frac{1}{a} x^{\frac{1}{a}-1} dx\right) :$ $\left(y^{\frac{b}{a}} - \frac{b}{a} y^{\frac{b}{a}-1} dy\right) = \left(-\frac{b}{a} x^{\frac{1}{a}} y^{\frac{b}{a}-1} dy + \frac{1}{a} y^{\frac{b}{a}} \underset{\wedge}{x}^{\frac{b}{a}-1} dx\right) : y^{\frac{2b}{a}}$; relation dont il va se servir pour calculer la valeur de dx. Or, à l'endroit marqué par Huygens avec le signe $\wedge$, il y a une faute de calcul, puisque, au lieu de $x^{\frac{b}{a}-1}$, on doit lire $x^{\frac{1}{a}-1}$, et en conséquence Huygens n'obtient pas le résultat attendu: $dx = an^{a-1} y^b\, dn + bn^a y^{b-1} dy$. Toutefois la présence même du signe $\wedge$ démontre que Huygens doit s'être aperçu plus tard de sa méprise; mais sans reprendre alors les calculs qui le fatiguaient.

5) Voir la pièce N°. 2812, vers la fin.

ſuite car voſtre c eſt $\frac{r+1}{n}$. Mais d'ailleurs il y a de la difference, comme vous verrez Monſieur en comparant ſeulement le premier terme de celle de Gregori, qui, en negligeant les s, eſt $\frac{b \times (x^n + a)^{m+1} \times x^{r+1-n}}{mn + r + 1}$ avec le premier des voſtres, $\frac{z^{m+c}}{n} \times \frac{1}{m+c}$ [6]) ou bien $\frac{(x^n + a)^{\frac{nm+r+1}{n}}}{mn + r + 1}$ parce que vous poſez $z \infty x^n + a$ et $c \infty \frac{r+1}{n}$. Je vous laiſſe à examiner cette difference, et ſi voſtre ſuite eſt ſans faute, ce que vous verrez en eſſaiant quelque quadrature connue, où l'aire embraſſe deux ou pluſieurs termes. Car lors qu'elle ne conſiſte que dans le premier, c'eſt-à-dire quand $r + 1 \infty n$, vos quadratures s'accordent. Je ſuis aſſurè de celle de Mr. Gregori auſſi dans les autres cas [7]), mais la voſtre ſeroit plus ſimple [8]). Voſtre premiere ſuite eſt encore très conſiderable, pouvant ſervir, ainſi que vous le remarquez, lors que l'autre eſt ſans effet, pourvu que voſtre m ſoit un nombre entier et poſitif. Mr. Gregori ne m'a point parlè d'une ſuite pareille à celle-là, ni auſſi de la 3.e, de la quelle auſſi bien il n'a pas beſoin. Et je crois qu'elle ne vous eſt pas neceſſaire non plus, parce qu'on peut ſçavoir d'ailleurs la valeur de ſes termes, qui ne conſtituent qu'une quantité connue [9]).

J'avoue que la Regle de Mr. Fatio eſt fort bornée, mais elle ne laiſſe pas d'avoir ſon uſage, et il faudroit voir ſi elle ne ſert pas quelquefois dans de rencontres où la voſtre ne ſuccede point. Au reſte le deguiſement des ſoutangentes, où ni l'une ni l'autre à ce qu'il ſemble n'ont lieu, ſe fait de cette maniere, ſçavoir en ſubſtituant dans quelque terme d'une ſoutangente la valeur de x ou y, née d'un terme de l'Equation de la courbe, dont ce meſme terme de la ſoutangente n'eſt point procedé. Par ex. ſi dans la ſoutangente $\frac{2yy}{2a - 2x}$ ou $\frac{yy}{a-x}$, qui eſt tirée ſimplement de l'equation du cercle $2ax - yy - xx \infty 0$, on ſubſtitue pour $-x$, ſa valeur $\frac{-xx-yy}{2a}$ qui eſt née du terme $2ax$, et non pas du terme $-xx$ d'ou eſtoit procedè ce $-x$ dans le diviſeur, il viendra la ſoutangente $\frac{2ayy}{2aa - yy - xx}$, et de

6) Ajoutez le facteur b.

7) Voir la note 19 de la Lettre N°. 2810.

8) Ici Huygens nota en marge, en manière de memorandum: „S'il est nécessaire de soustraire l'autre suite. il n'a pas votre suite. Votre remarque est importante".

9) Comparez le commencement de la Lettre de Huygens à de l'Hospital datée du 5 novembre 1693.

là l'equation differentielle intraitable $2aadx - yydx - xxdx - 2aydy \infty 0$ [10]). La mesme chose arrive par de semblables substitutions heteroclites dans des soutangentes desià deguisées, mais traitables. Et souvent en substituant derechef dans les intraitables, elles redevienent traitables, comme dans cette intraitable en substituant pour $2a$ dans $2ayy$ sa valeur $\frac{yy + xx}{x}$. Je fis ces observations en m'exerçant avec Mr. Fatio à faire des essais de sa Regle [11]). Je n'en ay pas encore recherchè à fond les raisons, qu'il seroit bon de sçavoir, quoy qu'il semble que presque jamais ces soutangentes intraitables ne s'offrent par quelque proprietè de tangente donnée, mais seulement en faisant de ces deguisements extraordinaires tout expres.

La Regle de Mr. Leibnitz ne sçauroit vous estre inconnue, qui reduit l'invention des courbes par leur soutangente aux quadratures, dont vous m'avez parlè cy-devant; comme, lors que la soutangente est $\frac{aa}{\sqrt{aa - xx}}$, la construction de la Courbe est reduite aux quadratures du cercle et de l'hyperbole [12]). Elle est bornée en ce qu'elle n'a lieu que lors que la soutangente est produite par la multiplication ou division de deux quantitez qui ne contienent que x ou y et non pas les deux à la fois. Elle est utile en plusieurs cas, mais quelque fois elle mene à des quadratures difficiles la où la methode de Mr. Fatio donne d'abord l'equation de la courbe [13]).

Vous aurez vu dans ma precedente [14]) que j'ay estè etonnè du procedè de Mr. Bernoulli le medecin à vostre egard. Maintenant apres ce que vous m'en dites, j'en suis scandalizè, car s'il a esté faschè de ce qu'aiant donnè la solution du Probleme de Mr. de Beaune, vous n'avez pas fait mention de luy, il pouvoit dire ce qui en estoit, sans faire de supercherie.

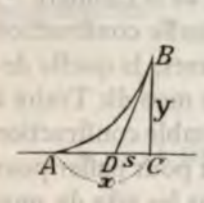
Le Probleme qu'il a proposè publiquement [15]) a estè resolu par son frere a ce que je vois dans les Acta de Leipsich, du mois de Juin [16]), que je reçus avanthier. Je n'avois pas cru qu'il en sceut tant, car jusqu'icy il me semble bien difficile [17]). Il n'explique pas comment il est parvenu à la solution ce que j'attens de vous

[10]) Consultez sur le même exemple la note 16 de la Lettre N°. 2735.
[11]) Consultez entre autres la note 9 de la Lettre N°. 2677.
[12]) Voir la note 18 de la Lettre N°. 2735.
[13]) Voir pour un exemple la note 8 de la Lettre N°. 2726.
[14]) La Lettre N°. 2813.
[15]) Voir la note 4 de la Lettre N°. 2807.
[16]) Voir l'article publié dans les „Acta" de juin 1693 sous le titre: „Jacobi Bernoullii solutio problematis Fraterni ante octiduum Lipsiam transmissi".
[17]) Les recherches de Huygens sur le problème de Bernoulli commencent à la pag. 44 du Livre J. Sur cette page et la suivante il s'est essayé au cas particulier BD = 2AD. Posant AC = x,

Monſieur, car je ne me pique pas de le trouver moy meſme. Vous vous ſouviendrez auſſi s'il vous plait de me faire part de voſtre 3.e maniere de meſurer la Feuille de Des Cartes [18]).

Il paroit aſſez, et meſme M. Bernouilli l'avoue [19]), que cette courbe de ſon

---



$BC = y$, $DC = s$, on a $BD = \sqrt{y^2 + s^2} = 2AD = 2x - 2s$, d'où Huygens déduit (écrivant par erreur $4xx - 8xs - 4ss$ pour le carré de $2x - 2s$): $DC = s = \sqrt{\frac{36}{25}xx - \frac{1}{5}yy} - \frac{4}{5}x$, après quoi la proportion $s : y = dx : dy$ mène facilement à l'équation différentielle :

$$\sqrt{\frac{36}{25}xx - \frac{1}{5}yy}\, dy - \frac{4}{5}x\,dy = y\,dx.$$

Sur cette équation Huygens essaie successivement les substitutions $\sqrt{\frac{36}{25}xx - \frac{1}{5}yy} = \sqrt{am}$ et $x = ny^{-\frac{4}{5}}$, dont la dernière le conduit à l'équation simplifiée: $\sqrt{\frac{36}{25}nny^{-\frac{8}{5}} - \frac{1}{5}yy}\, dy = \sqrt[5]{y}\, dn$, à propos de laquelle il remarque : „hactenus rectè. Sed jam efficiendum esset ut ab altera parte aequationi tantum essent n et dn; ab altera tantum y et dy; quod difficile; alias summae non possunt colligi".

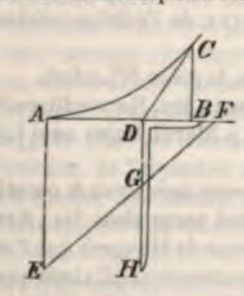
Après avoir échoué ainsi, il attaque à la page 46 le cas plus simple $AD = DB$, qui doit amener le cercle. Alors il arrive, par la voie indiquée, à l'équation différentielle $xxdy - yydy = 2yxdx$, qu'il intègre facilement 1°. par la méthode de Fatio, divisant par y^2, ce qui donne, en ajoutant une constante : $-x^2y^{-1} - y + a = 0$, ou bien $x^2 + y^2 - ay = 0$; 2°. par la méthode de de l'Hospital, en posant $y = mx^2$, d'où suit $m^{-2}\,dm = dy$.

Enfin aux pages 47 et 49 Huygens s'occupe de la description mécanique de la courbe et découvre à cette occasion le point de rebroussement qui se présente dans le cas où $DB < AD$ et dont il sera question bientôt dans ses lettres à de l'Hospital du 1er octobre et du 5 novembre 1693.

[18]) Consultez les Lettres Nos. 2807, 2810 et 2813.

[19]) En effet, l'article de Jacques Bernoulli, cité dans la note 16, débute par la phrase suivante: „Elegans est hoc problema, in quod incidimus [lui et son frère] occasione Hugenianorum quorundam, quae nuperrime in Actis Roterodamensibus comparuere".

[20]) Voici cette description telle qu'on la rencontre dans l'article mentionné: „Deinde omnes hae Curvae describuntur motu continuo fili GDC in alterutra extremitate C pondus annexum habentis hoc pacto : In Triangulo AFE rectangulo ad A, cujus crus AE aequale sit longitudini fili GDC, applicetur norma BDH, ea ratione ut dum crus DB super AB versus A volvitur, alterum HD fili portionem GD ante se pellendo, lateri Trianguli AE perpetuo parallelam manere, ejusque extremitatem G, super hypothenusa FE incedere cogat: sic fiet, ut pondus alteri extremitati C annexum & attractum curvam describat AC ita comparatam, ut AD sit ad portionem fili DC, tangentem scil. Curvae, in ratione data crurum Trianguli AF & AE".



frere eſt inventée à l'occaſion de ma Tractoria qui eſtoit au Journal de Rotterdam. La deſcription eſtoit de la meſme nature [20]), la quelle je puis donner de plus d'une façon [21]) et qui ſoient meilleures que celle qu'il propoſe.

Je trouve dans les dits Acta de Juin une longue Exercitation du meſme Mr. Bernouilli [22]) touchant ces courbes qu'ils appellent Cauſticas et Diacauſticas, qui à mon jugement ſont fort peu de choſe. Et ce n'a eſtè que parce qu'elles s'offroient d'elles meſmes que j'en ay touchè quelque choſe dans mon Traitè de la Lumiere [23]) Ce fut pluſieurs années devant que Mr. Tchirnhaus donna ſa fauſſe conſtruction de la cauſtica du miroir concave [24]) dans le Journal des Sçavants, la quelle demeura ſans correction juſques en 1690, lors que ayant envoyè mon dit Traitè à Meſſieurs les autheurs des Acta, Mr. Tchirnhaus y apprit la veritable conſtruction de cette courbe, et a fin qu'il ne parut pas qu'il l'euſt de moy, et pour paſſer pour l'Inventeur de ces lignes, il fit en ſorte qu'on ne parla point dans les acta de mon traitè qu'un an après. Il avoit vu la figure de cette Cauſtica du miroir ſpherique dans mon manuſcrit, m'eſtant venu voir a Paris et voila M. de ces gens dont vous parlez, a l'occaſion de ce qui vous eſt arrivè.

Mais ma lettre devient trop longue. Je finis apres vous avoir fait une ſeule demande, ſcavoir ſi vous eſtes bien perſuadè de ce que Mr. Bernouilli a avancè [25]) que la courbe de la voile eſt la meſme que la Funicularia, touchant quoy je vois que Son frere vous allegue [26]). Il me ſemble que j'avois trouvè que cela eſtoit

---

[21]) Il s'agit des descriptions mentionnées dans la note 17, qui correspondent avec celles des figures 4, 5 et 6 de la Lettre à de l'Hospital du 5 novembre 1693.

[22]) Elle y parut sous le titre : „Curvae dia-causticae, earum relatio ad evolutas, aliaque nova his affinia. Item : Natura osculorum uberius explicata. Celeritates Navium definitae. Regulae pro Resistentiis, quas Figurae in Fluido motae patiuntur &c. par I. B. [Jacques Bernoulli].

[23]) Allusion au passage suivant que l'on rencontre dans l'article cité de Jacques Bernoulli : „Solus Hugenius in Tractatu de Lumine schema nobis sistit integrae Dia-Causticae, sed circularis tantum & per radios incidentes parallelos genitae: Generalem vero Dia-Causticarum considerationem, earumque ad Evolutas relationem, primus, ni fallor, ego agressus sum, nec irrito spero successu, ut ex sequenti constructione liquebit....". Les recherches de Huygens sur la diacaustique en question se trouvent aux pages 119—122 de l'édition originale du „Traité de la lumière".

[24]) Consultez sur cette construction, et sur le passage qui va suivre, la pièce N°. 2626.

[25]) Dans un article publié dans les „Acta" de mai 1692 sous le titre : „Jac. Bernoulli mathematum professoris Basileensis *Curvatura veli*, in litteris Ejus d. 9 Martii hujus anni Lipsiam perscriptis communicata".

[26]) Dans l'article intitulé : „Generalia de natura linearum, anguloque contactus & osculi, provolutionibus, aliisque cognatis, & eorum usibus nonnullis", qui parut dans les „Acta" de septembre 1692, Leibniz, sous l'influence sans doute de la remarque de Huygens que l'on rencontre à la page 133 de la Lettre N°. 2693, avait inséré la phrase suivante : „Eximia quaedam inesse videntur illis, quae de figura veli a vento tensi Cl. Bernoullius nuper disseruit; tametsi

autrement, mais voſtre authoritè fera pour le moins que je repete l'examen [27]). Je ſuis avec reſpect et devotion entiere &c.

Je ſuis fachè de voir qu'on ait mis dans les Traitez de l'Academie des Sciences [28]) une conſtruction du Probleme d'Alhazen, que je ne me ſouviens point d'avoir donnée [29]) et non pas une beaucoup meilleure imprimée autrefois dans le Journal de Londres [30]), qui eſt la meſme que Mr. Ozanam a du depuis inferée dans ſon dictionaire [31]), mais mon analyſe et demonſtration eſtoient beaucoup plus courtes.

N° 2820.

CHRISTIAAN HUYGENS au Marquis DE L'HOSPITAL.

10 SEPTEMBRE 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
La lettre fait suite au No. 2819.
De l'Hospital y répondit par le No. 2825.

A la Haye ce 10 Sept. 1693.

Au M. DE L'HOSPITAL.

Ce n'eſt pas ſans apprehender de vous eſtre importun, Monſieur que je vous ecris celle-cy 8 jours apres ma precedente. Toutefois je n'ay pas voulu manquer

---

de tota re (in qua non desunt scrupuli) ob molem aliorum negotiorum non expensa, pronuntiare non ausim". En réponse, Jacques Bernoulli, dans l'article cité dans la note 21, l'invita à exposer les raisons de ses doutes, puisque „nec Frater meus.... nec ipse illustris Hospitalius, quicum ille inventum communicaverat, quicquam in illo fallaciae deprehenderunt".

[27]) Consultez à ce sujet l'Appendice II de la Lettre de Huygens à de l'Hospital du 5 novembre 1693.

[28]) C'est-à-dire dans le Recueil publié par de la Hire et mentionné dans la note 3 de la Lettre N°. 2816. Voir la page 336 de cet ouvrage.

[29]) Consultez la note 1 de la Lettre N°. 2435.

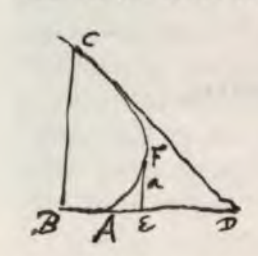
[30]) Voir la pièce N°. 1891. Dans les deux solutions l'hyperbole qui, par ses intersections avec le cercle donné, fait connaître les points de réflexion, est la même, mais sa construction telle qu'elle est donnée dans la pièce N°. 1891, est la plus simple et la plus élégante. Ajoutons que la solution antérieure donnée dans la pièce N°. 1745 diffère également de celle que l'on trouve dans le Recueil publié par de la Hire.

[31]) Voir l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2616, note 8, où l'on trouve en effet, à la page 492, cette construction formulée à peu près de la même manière qu'à la page 189 de la pièce N°. 1891. Toutefois dans l'article, qui occupe les pages 483—495 de l'ouvrage d'Ozanam, Huygens n'est pas nommé, ce qui est d'autant plus remarquable que l'auteur, à propos d'une déduction de l'équation du quatrième degré qui fait connaître les points de réflexion, y cite „M. l'Abbé de Catelan, dont le mérite est connu de tous les Sçavans", ce qui nous semble rendre suspect l'oubli de l'auteur.

---

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 288.

de vous faire ſcavoir que contre mon deſſein j'ay meditè ſur le Probleme de Mr. Bernoully, qui eſtant beau me rouloit par la teſte et qu'à la fin j'ay trouvè la maniere de le reſoudre [2]). C'eſt non ſeulement a fin que vous n'aiez pas la peine de me l'expliquer, comme je vous en avois priè, mais auſſi pour vous faire voir que je n'ay pas eſtè ſans profiter de l'honneur de voſtre correſpondance et enſeignements. Je vous ay mandè que la ſolution de Mr. Jac. Bernoully eſtoit dans les Acta de Leipſich du mois de Juin, la quelle eſtant fort courte je la mets icy, parce que peut-eſtre vous ne l'aurez pas encore vuë. In data poſitione recta AB aſſignatum eſt punctum A, et quaeritur curva AC, in qua ſumpto ubivis puncto C, ductaque per illud recta tangente CD, abſciſſa AD ſit ad tangentem DC in conſtanti ratione n ad 1. Solutio. Abſciſſa quavis AD centro D radio DC, qui ſit ad abſciſſam AD ut 1 ad n, deſcribatur arcus circuli, fiatque, ut aggregatum unitatis et dicti radij ad poteſtatem $\pm 2n$ elevati, ad eorundem differentiam, ſic ipſe radius ad rectam DB auferendam ex poſitione data AB. Dico ſi ſuper B erigatur recta BC perpend. ipſi AB, ſecanſque arcum circuli in C, fore punctum C in curva optata AC [3]).



Je trouve cette meſme conſtruction, par laquelle ſi n eſt $\frac{1}{2}$, a quelque ligne priſe à diſcretion et AD ∞ $\frac{1}{2}x$, on a comme $x + a$ à $x - a$ ou $a - x$, ainſi CD à DB. Pour y parvenir j'ay rencontrè une equation, où d'un coſtè eſtoit Elementum d'un trapeze hyperbolique, de l'autre Elementum d'un eſpace de la courbe dont l'equation eſt $\dfrac{a^3}{\dfrac{aa}{nn} - yy} \infty\, v$, et qui a ſa quadrature dependente de celle de l'hyperbole [4]). Enſuite je trouve que la ſolution demande qu'on puiſſe diviſer

---

[2]) Consultez l'Appendice à cette lettre, la pièce N°. 2821.

[3]) Posant CD $= x$, AD $= nx$ et écrivant a pour l'unité, on a donc d'après la solution de Bernoulli : $\left(\left(\frac{x}{a}\right)^{\pm 2n} + 1\right) : \left(\left(\frac{x}{a}\right)^{\pm 2n} - 1\right) = x :$ DB, ou bien DB $= \pm \frac{x^{2n} - a^{2n}}{x^{2n} + a^{2n}}\, x$, où le signe + doit être choisi, pour trouver la valeur absolue, au cas où l'on a CD $> a$, c'est-à-dire $>$ EF, et le signe — au cas contraire.

[4]) Consultez les § II, III et V de la pièce N°. 2821. L'équation rencontrée par Huygens est celle du commencement du § V. En y remplaçant, pour nous conformer à la notation du texte de la présente lettre, n par y, θ par n^{-1}, elle exprime en effet l'égalité des „elementa" $a^2n^2dx : x$ et $a^3dy : (a^2n^{-2} - y^2)$, dont le premier appartient au trapèze hyperbolique OQNM (voir la figure 3 de la pièce N°. 2821), et dont l'autre est dans une proportion donnée à l'espace ΩRWY, dont la quadrature dépend de celle de l'hyperbole, comme nous l'avons indiqué dans les notes 9 et 10 de la même pièce.

ou augmenter un trapeze hyperbolique en raiſon donnée [5]), ce qui ſe fait geometriquement lors que la raiſon de CD à DA eſt de nombre à nombre, mais par la Logarithmique lors que cette raiſon ne s'exprime que par des lignes [6]). Apparemment j'auray paſſè par le meſme chemin que vous, Monſieur, car je ne penſe pas qu'il y en ait icy pluſieurs differens. Au reſte ce Probleme contient des choſes remarquables et me paroit le plus beau, qu'on ait encore propoſè pour la methode inverſe des Tangentes. Je vois que Mr. Bernouilly raiſonne ſur l'utilitè de ces courbes [7]), dont je ne ſcay ſi vous avez auſſi bonne opinion. J'ay trouvè depuis peu une autre courbe d'un uſage qui n'eſt point douteux et bien d'une autre importance, laquelle je ſuis obligè par des raiſons de tenir encore cachée [8]). En examinant de nouveau la quadrature qu'avoit donné Mr. Leibnitz de la feuille de Des Cartes [9]), j'ay trouvè qu'elle eſtoit vraie en prenant *y* comme dans la voſtre ſeconde [10]), de ſorte que je luy fais reparation d'honneur [11]).

---

[5]) Voir le § V de la pièce N°. 2821.

[6]) Voir le § VI de la pièce citée.

[7]) Jacques Bernoulli, dans l'article cité dans la note 16 de la Lettre N°. 2819, commence ce raisonnement par la phrase: „Eximium autem usum habet hoc Problema. Primo enim hinc constat, infinitas esse diversissimorum generum curvas, communi hac proprietate gaudentes, ut rectae AD, DC, constantem rationem habeant; omnes vero illas esse Geometricas (quanquam aliae aliis magis minusve sint compositae) in quibus hae lineae se habent, ut numerus ad numerum, transcendentales vero omnes, ubi illae non sunt, ut numerus ad numerum", après quoi il fait suivre le passage cité dans la note 20 de la même Lettre, pour finir par les phrases: „Unde patet, si constructiones ejusmodi censendae sunt geometricae & accuratae, aequationes infinitas altissimorum graduum pari cum simplicissimis omnemq; pene fidem excedente facilitate construi posse. Denique nec hoc tacendum, quod solutio hujus problematis abstrusae Methodi Tangentium inversae plurimum perficiendae & promovendae magnum lumen praebere possit".

[8]) Consultez la dernière note de la pièce „De problemate Bernoulliano", notre N°. 2823.

[9]) Voir la Lettre N°. 2797, à la page 429.

[10]) Comparez la Lettre N°. 2819, à la page 491.

[11]) Voir la Lettre N°. 2822, à la page 510.

N° 2821.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[SEPTEMBRE [1]) 1693].

Appendice au No. 2820 [2]).

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

§ I [3]).

$$AG = x;\ GC = 2x;\ AF = x - dx;\ GD = z = GQ;\ FP = FE.$$

Fig. 1.

$$\begin{array}{ccccccc} (CG) & & (GD) & & (FG) & & (FH) \\ 2x & : & z & = & dx & : & \frac{zdx}{2x} \end{array}$$

$$BF = 2x - 2dx$$

$$FH = \frac{zdx}{2x}$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad}\ \text{s.}$$

$$2x - 2dx - \frac{zdx}{2x} = [HB =]\ GB.$$

$$\text{ex } GC = 2x$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad}\ \text{s.}$$

$$2dx + \frac{zdx}{2x} = BC$$

$$\begin{array}{ccccccc} (CG) & & (GD) & & (CB) & & (BN \text{ vel } ED) \\ 2x & : & z & = & 2dx + \frac{zdx}{2x} & : & \frac{zdx}{x} + \frac{zzdx}{4xx} \end{array}$$

$$FP \text{ five } EF = FG + GD - ED = dx + z - \frac{zdx}{x} - \frac{z^2 dx}{4xx}$$

$$DG \text{ five } GQ = z$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}\ \text{s.}$$

---

[1]) La pièce a été composée entre le 3 et le 10 septembre 1693, dates des Lettres Nos. 2819 et 2820.

[2]) Cet Appendice contient la solution de Huygens du problème de Bernoulli. Il est emprunté aux pages 52—57 du livre J. Nous l'avons divisé en paragraphes.

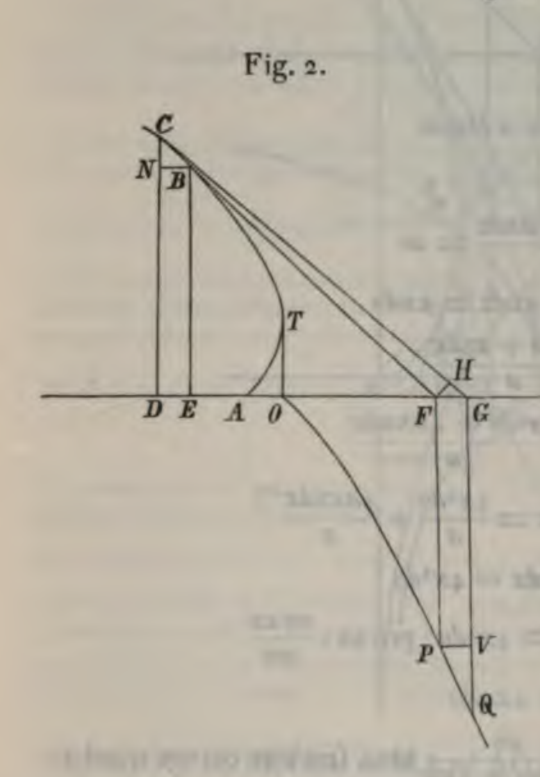
[3]) *Analyse du cas $GC = 2AG$ appliquée à la partie inférieure de la courbe cherchée jusqu'au point T où la tangente devient perpendiculaire à l'axe AO.*

$$dz\,{}^{4)} = dx - \frac{zdx}{x} - \frac{z^2dx}{4xx}$$

$$xdz = xdx - zdx - \frac{zzdx}{4x}\,{}^{5)}$$

§ II[6]).

Fig. 2.



GD = z; AG = x; CG = 2x. Formo curvam QO, per applicatas GQ = GD et ita ubique. Unde et GQ = z.

$$\begin{array}{ccccccc} (CG) & & (DG) & & (FG) & & (GH) \\ 2x & : & z & = & dx & : & \frac{zdx}{2x} \end{array}$$

$2x = GC$

$2dx = 2FG$

s.

$2x - 2dx = FB$ vel HB nam ut CG = 2GA ita BF = 2FA.

$\frac{zdx}{2x} = GH$

ad.

$2x - 2dx + \frac{zdx}{2x} = GB$

ex $2x$ $= GC$

s.

$2dx - \frac{zdx}{2x} = CB$

---

4) Ici $dz = PF - QG$ représente évidemment le *décroissement* de z correspondant à *l'accroissement* dx de x. Ainsi l'équation qui va suivre n'est pas correcte suivant la conception moderne de la notation employée. D'ailleurs, dans la déduction de la formule plus générale, où $GC = \theta x$ et dont il sera question dans la note 18 de la présente pièce, Huygens a donné à dz la signification usuelle, s'apercevant, comme sa figure, que nous n'avons pas reproduite, le démontre, qu'en prolongeant la courbe OP elle va s'abaisser au point A et qu'ainsi, à partir de ce point A, les z commencent à s'accroître, pour ne décroître que plus loin.

5) Huygens fait suivre encore l'application à cette équation de la substitution $xz = n$, ce qui amène l'équation simplifiée $4dn = 4xdx - n^2x^{-3}dx$. Ensuite il passe au cas du § II.

6) *Analyse du cas GC = 2AG appliquée à la partie de la courbe supérieure au point T.*

$$\begin{array}{cccc} (CG) & (GD) & (CB) & (BN) \\ 2x & : \ z & = 2dx - \frac{zdx}{2x} & : \ \frac{zdx}{x} - \frac{zzdx}{4xx} \end{array}$$

$$NB + FG = \frac{zdx}{x} - \frac{zzdx}{4xx} + dx = dz = QV$$

$$4xzdx - zzdx + 4xxdx = 4xxdz$$ [7])

$$az = nx$$

$$\frac{az}{x} = n$$

$$\frac{az - adz}{x - dx} = n \text{ dimin.}$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad} \text{ s.}$$

$$\frac{-azdx + axdz}{xx} = dn$$

$$-azdx + axdz = xxdn$$

$$xdz = \frac{xxdn + azdx}{a}$$

$$4xxdz = \frac{4x^3dn + 4axzdx}{a}$$

$$4xzdx - zzdx + 4xxdx = \frac{4x^3dn}{a} + \frac{4axzdx}{a}$$ [8])

$$-azzdx + 4axxdx = 4x^3dn$$

$$-\frac{annxxdx}{aa} + 4axxdx = 4x^3dn\text{; pro } zz : \frac{nnxx}{aa}$$

$$-nndx + 4aadx = 4axdn$$

hinc ſpatium hyperbolicum $\frac{dx}{4ax} = \frac{dn}{-nn + 4aa}$ hinc ſpatium curvae quod reducibile ad ſpatium hyperbolicum.

$$\frac{aadx}{4x} = \frac{a^3dn}{4aa - nn}.$$

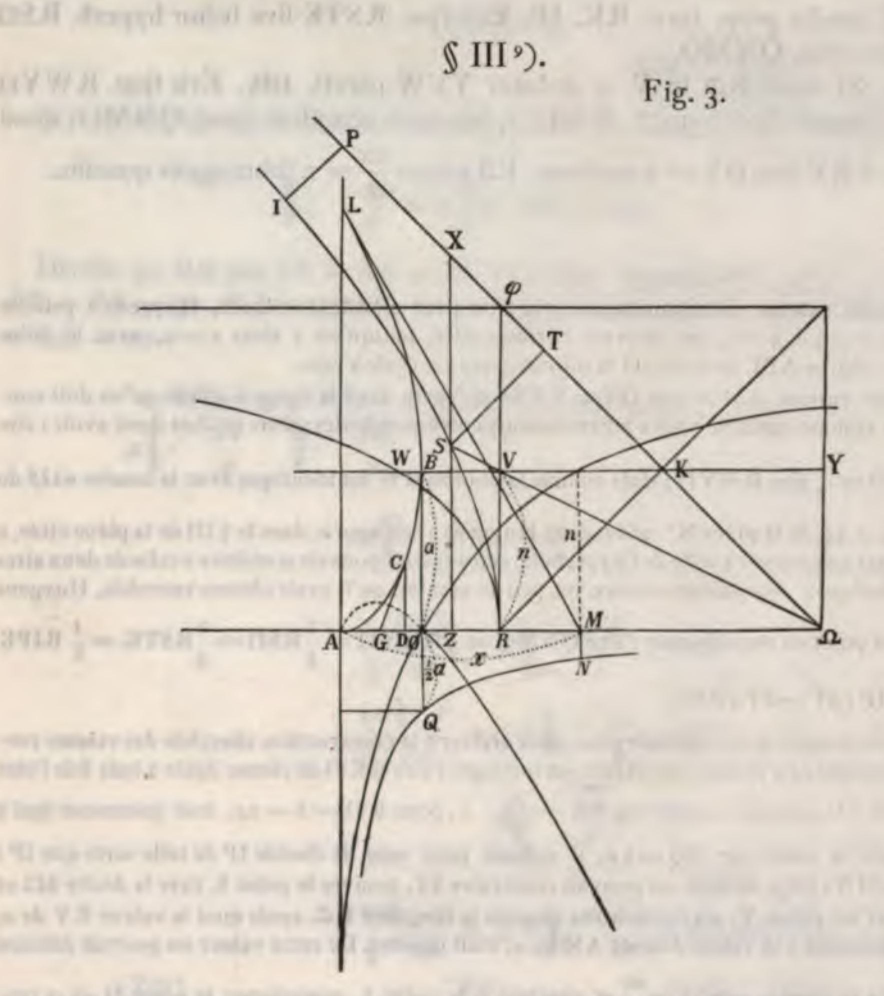
---

7) L'équation différentielle de la courbe OQ ayant été obtenue ainsi, il va s'agir, dans ce qui suit, de la simplifier par la substitution $az = nx$.

8) L'équation différentielle de la courbe OQ est reprise pour y appliquer la substitution mentionnée.

§ III [9]).

Fig. 3.



Si ut OQ ad MN ſive ut MA ad AO ita RK ad IP erit ſpat. hyperbol. RIPK octuplum ſpat. hyperb. QMNO.

---

[9]) *Intégration géométrique de l'équation différentielle du paragraphe précédent.* Voici le raisonnement que Huygens nous semble avoir suivi pour arriver aux résultats de ce paragraphe. D'après l'équation différentielle du paragraphe précédent on a : $\frac{aadx}{4x} = \frac{1}{8}\frac{8a^3dn}{4aa-nn}$, ou bien (posant $2a = b$) $= \frac{1}{8}\frac{b^3dn}{b^2-n^2}$; ainsi des deux courbes $y = \frac{aa}{4x}$ (l'hyperbole QN de la figure) et $y = \frac{b^3}{b^2-n^2}$ (la courbe RW), l'aire de la première doit être égale à la huitième partie de celle de la seconde entre des valeurs correspondantes de x et n. Pour la première

Sit ST media prop. inter RK, IP. Erit ſpat. RSTK ſive ſector hyperb. RSΩ quadruplus ſpat. QNMO.

Ducta SΩ ſecet RΦ in V et ducatur YVW parall. ΩR. Erit ſpat. RWYΩ duplum ſectoris dicti hyperb. RSΩ [10]), ideoque octuplum ſpatij QNMO; quod cum ſit, eſt RV ſive ΩY = n noſtrum. Eſt autem $\frac{nx}{a} = z$ ſubtangens quaeſita.

---

couple des valeurs correspondantes, que l'on peut choisir à volonté, Huygens a pris les valeurs $x = \frac{1}{2}a$, $n = 0$, qui doivent correspondre, puisqu'on a alors $z = 0$, avec le point B de la courbe ABL pour lequel la soustangente est égale à zéro.

Soient ensuite AM $= x$ et ΩY = RV $= n$ (égale dans la figure à a mais qu'on doit considérer comme variable) deux autres valeurs correspondantes; alors on doit donc avoir: aire QNMO $= \frac{1}{8}$ aire RWYΩ; mais comme la courbe RW est identique avec la courbe $\alpha\lambda\lambda\beta$ de la fig. 1, p. 24, de la pièce N°. 2661, dont Huygens avait appris, dans le § III de la pièce citée, à réduire la quadrature à celle de l'hyperbole, cette égalité pouvait se réduire à celle de deux aires hyperboliques. Simplifiant encore un peu le résultat qu'il avait obtenu autrefois, Huygens pouvait poser en conséquence: aire QNMO $= \frac{1}{8}$ RWYΩ $= \frac{1}{4}$ RSΩ $= \frac{1}{4}$ RSTK $= \frac{1}{8}$ RIPK (pour IP : ST = ST : RK).

Dès ce moment il ne s'agissait plus, pour arriver à la construction cherchée des valeurs correspondantes de x et de n, que de faire en sorte que l'aire RKPI devienne égale à huit fois l'aire OQNM. Or, puisque le carré sur RK $= a\sqrt{2}$, pour RΩ $= b = 2a$, était justement égal à huit fois le carré sur OQ $= \frac{1}{2}a$, il suffisait pour cela de choisir IP de telle sorte que IP : RK = MN : OQ; ensuite on pouvait construire ST, trouver le point S, tirer la droite SΩ et marquer ce point V, où cette droite coupait la tangente RΦ, après quoi la valeur RV de n, correspondant à la valeur donnée AM de x, était connue. De cette valeur on pouvait déduire celle de la soustangente $z = \frac{nx}{a}$ et construire le point L, connaissant le point M où sa tangente coupe l'axe, la longueur $2x$ de la tangente LM et celle z de la soustangente.

Remarquons encore que ce point L, quoique situé dans la figure de Huygens sur la droite AL, perpendiculaire à l'axe AΩ, doit être considéré comme un point arbitraire de la courbe ABL.

[10]) Que la réduction de l'aire de la courbe $y = \frac{b^3}{b^2 - n^2}$ à l'aire d'un secteur hyperbolique, employée ici, est au fond identique avec celle du § III de la pièce N°. 2661, c'est ce qu'on voit immédiatement en remarquant que les angles Y$\delta\alpha$ (de la fig. 1 de la pièce N°. 2661) et RΩV de la présente figure sont égaux, puisque $\frac{Y\alpha}{\alpha\delta} = \frac{n\sqrt{2}}{b\sqrt{2}} = \frac{n}{b} = \frac{RV}{R\Omega}$, tandis que le carré sur $\alpha\delta = b\sqrt{2}$ est égal au double du carré sur R$\Omega = b$.

§ IV [11]).

(RK) (ST)

MA ad mediam inter MA, AO $= x : \sqrt{\tfrac{1}{2}ax} = \sqrt{2aa} : \dfrac{\sqrt{a^3x}}{x}$ five $\dfrac{a}{x}\sqrt{ax}$ [12]).

$$\sqrt{\frac{2a^3}{x}} \text{ five } \frac{a}{x}\sqrt{2ax} = \text{SX}.$$

Divido qu. RΦ per SX fit XZ + ZS ex propr. hyperbolae, quia ▭ ex SX et ZX + ZS = qu. RΦ tangentis in vertice; propter $4aa$ in aequatione eſt RΦ et RΩ $= 2a$.

$$\frac{4aa}{a\sqrt{\frac{2a}{x}}} = \frac{4a}{\sqrt{\frac{2a}{x}}} = \frac{4a\sqrt{x}}{\sqrt{2a}} = \text{XZ} + \text{ZS}.$$

$$a\sqrt{\frac{2a}{x}} = \text{XS}$$

$$\overline{}\ \text{s.}$$

$$\frac{4a\sqrt{x}}{\sqrt{2a}} - a\sqrt{\frac{2a}{x}} = 2\text{ZS}$$

$$\frac{2a\sqrt{x}}{\sqrt{2a}} - \tfrac{1}{2}a\sqrt{\frac{2a}{x}} = \text{ZS}$$

$$a\sqrt{\frac{2a}{x}} = \text{SX}$$

$$\overline{}\ \text{ad.}$$

$$\frac{2a\sqrt{x}}{\sqrt{2a}} + \tfrac{1}{2}a\sqrt{\frac{2a}{x}} = \text{ZX vel Z}\Omega$$

(ZΩ) (ZS) (ΩR) [RV]

$$\frac{2a\sqrt{x}}{\sqrt{2a}} + \frac{1}{2}a\sqrt{\frac{2a}{x}} \ :\ \frac{2a\sqrt{x}}{\sqrt{2a}} - \frac{1}{2}a\sqrt{\frac{2a}{x}} = 2a \ :\ n$$

$$2a\sqrt{x} + \frac{aa}{\sqrt{x}} \ :\ 2a\sqrt{x} - \frac{aa}{\sqrt{x}}$$

$$2ax + aa \ :\ 2ax - aa$$

---

[11]) *Déduction de la construction de Bernoulli, pour le cas* $GC = 2AG$. (Voir toujours la figure du § III).

[12]) Huygens, de cette manière, au lieu de commencer par le calcul de IP (voir le commencement du paragraphe précédent) procède directement au calcul de ST, moyenne géométrique entre RK et IP.

$$2x + a \ : \ 2x - a = 2a \ : \ \frac{4ax - 2aa}{2x + a} [= n]$$ [13])

$$a \ : \ \overset{(n)}{\frac{4ax - 2aa}{2x + a}} = x \ : \ \frac{4xx - 2ax}{2x + a} (= z)$$ ἑυρηκα [14]) 8 fept. 1693.
Hofw. [15])

Si $x = \frac{3}{2} a$ fit $z = x$ [16]).

§ V [17]).

Si tangens ad abfciffam ut θ ad 1 fit $\frac{aadx}{\theta^2 x} = \frac{a^3 dn}{\theta^2 aa - nn}$ [18]).

$$\frac{a^2}{\theta^2} \text{ [19]) } : \frac{1}{2} \theta\theta aa = 1 \ : \ \frac{1}{2} \theta^4 = \text{OQNM} : \text{RIPK}$$

$$2 : \sqrt{2} = \theta a : \frac{\theta a}{\sqrt{2}} (= \text{RK})$$

$$\text{ratio QO ad NM} = \frac{a}{\theta} : \frac{aa}{\theta\theta x} = \theta x : a = \overset{(\text{RK})}{\frac{\theta a}{\sqrt{2}}} : \overset{(\text{IP})}{\frac{aa}{x\sqrt{2}}}$$

$$\text{ratio RSTK ad OQNM} = \frac{1}{2} \theta^3 : 1$$

$$\text{ratio RIPK ad OQNM} = \frac{1}{2} \theta^4 : 1$$

Ergo $\frac{1}{2} \theta^4 : \frac{1}{2} \theta^3$ five $\theta : 1$ ut RIPK ad RSTK.

---

[13]) On remarquera que l'hyperbole $n = \frac{4ax - 2aa}{2x + a}$ se trouve tracée dans la figure 3.

[14]) Le résultat obtenu, où z représente la soustangente DG de la figure 2, x et a les lignes AG et OT de la même figure, est en effet identique, pour le cas considéré GC = 2AG, avec celui formulé par Bernoulli. Voir la Lettre N°. 2820.

[15]) Lisez Hofwijck; maison de campagne de Christiaan Huygens.

[16]) C'est ce qui a lieu pour le point particulier L, situé sur la perpendiculaire érigée au point A sur l'axe AΩ.

[17]) *Réduction, pour le cas général* $GC = \theta . AG$ (fig. 1), *du problème de Bernoulli à la division en proportion donnée d'une aire hyperbolique.*

[18]) Nous avons emprunté cette équation différentielle, valable pour un point de la courbe supérieure au point T de la figure 2, à la page 54 du livre J. Plus loin, à la page 58, on rencontre une déduction détaillée de l'équation correspondante, avec changement du signe de n et de dn, valable pour la partie inférieure, pour le même cas $CG = \theta.AG$; mais, puisqu'elle

§ VI [20]).

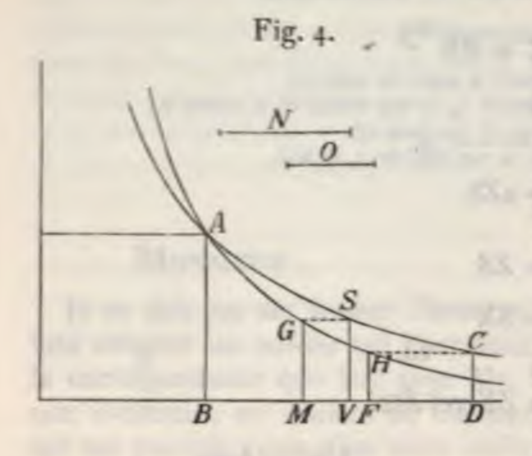


Fig. 4.

ASC hyperb. aſymptoto BD. AGH logarithmica, a parametro AB.

Volo ſecare ſpat. hyperb. ACDB in data ratione N ad O. Ducatur CH parall. aſymptoto et occurrens logarithmicam in H, et ſit HF perpend. aſymptoto.

Jam ſecetur FB in M, ut ſit BM ad MF ut N ad O. Et applicata MG in logar.ca ducatur GS parall. aſympt° ad hyperbolam in S, et applicetur SV. dico trapezia hyperb.ca ASVB ad SCDV eſſe ut N ad O.

§ VII [21]).

$$\theta x : \overset{(RK)}{(\theta x)^{\frac{\theta-1}{\theta}} a^{\frac{1}{\theta}}} = \frac{\theta a}{\sqrt{2}} : \overset{(ST)}{\frac{(\theta x)^{\frac{\theta-1}{\theta}} a^{\frac{1}{\theta}}}{x\sqrt{2}} a} \text{ [22])}$$

---

procède par les mêmes raisonnements que les déductions des § I et § II, nous avons cru pouvoir nous dispenser de la reproduire. (Voir toutefois la note 4 de la présente pièce). Remarquons seulement que l'n de la formule représente toujours la grandeur $az : x$.

[19]) Ce qui va suivre peut être regardé comme une paraphrase du § III, adaptée au cas plus général GC $= \theta$.AG. En effet, pour ce cas les raisonnements de la note 9 restent applicables. Seulement, pour se conformer à l'équation $\frac{aadx}{\theta^2 x} = \frac{1}{\theta^3} \frac{\theta^3 a^3 dn}{\theta^2 aa - nn}$, on doit prendre (fig. 3) AO $=$ OR $= \frac{a}{\theta}$ et R$\Omega = b = \theta a$. Alors QNMO doit être égale à la partie $\frac{1}{\theta^3}$ de RWYΩ, c'est-à-dire à la partie $\frac{2}{\theta^3}$ de RSΩ ou de RKTS. Mais si l'on prend toujours IP : RK $=$ MN : OQ les aires OQMN et RKPI seront dans la raison des carrés sur AO et sur RK $= \frac{1}{2}$ R$\Omega\sqrt{2}$, c'est-à-dire qu'on aura RKPI $= \frac{1}{2}\theta^4 \times$ NMOQ $= \theta$.RKTS. Connaissant donc IP $= \frac{aa}{x\sqrt{2}}$ il suffira, pour avoir ST, et ensuite ΩY $= n$, de savoir diviser l'aire hyperbolique RKPI dans la raison de 1 à $\theta - 1$.

[20]) *Division d'une aire hyperbolique dans une raison donnée.*

[21]) *Déduction de la construction de Bernoulli pour le cas GC $= \theta$.AG.*

[22]) La signification des deux premiers termes de cette proportion ne nous est pas claire, l'analo-

$$SX = \frac{(\theta x)^{\frac{\theta-1}{\theta}} a^{\frac{1}{\theta}} a}{x} = \varphi$$

$$\frac{\theta\theta aa}{\varphi} = XZ + ZS$$ [23])

$$\varphi = XS$$

s.

$$\frac{\theta\theta aa}{\varphi} - \varphi = 2ZS$$

$$\frac{\theta\theta aa}{2\varphi} - \frac{\varphi}{2} = ZS$$

$$\varphi = SX$$

ad.

$$\frac{\theta\theta aa}{2\varphi} + \frac{\varphi}{2} = ZX \text{ vel } Z\Omega$$

$$\frac{\theta\theta aa}{2\varphi} + \frac{\varphi}{2} : \frac{\theta\theta aa}{2\varphi} - \frac{\varphi}{2} = \theta a : n \; ; \; n = \frac{\theta^3 a^3 - \theta a\varphi\varphi}{\theta\theta aa + \varphi\varphi}$$

$$\theta\theta aa + \varphi\varphi : \theta\theta aa - \varphi\varphi = \theta x : z$$ [24])

ut $(\theta x)^{\frac{2}{\theta}} + 1$ ad $(\theta x)^{\frac{2}{\theta}} - 1$ ita θx ad z ſubtangentem [25]).

---

gie avec le commencement du § IV exigeant plutôt pour ces termes x et $x^{\frac{\theta-1}{\theta}}\left(\frac{a}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta}}$, mais le résultat, en tout cas, est exact.

En effet, la relation: aire RKPI $= \theta$. aire RKTS amène: $l\,\frac{ST}{RK} = \frac{1}{\theta}\, l\,\frac{IP}{RK} = \frac{1}{\theta}\, l\,\frac{NM}{OQ} = \frac{1}{\theta}\, l\,\frac{AO}{AM} = \frac{1}{\theta}\, l\,\frac{a}{\theta x}$; donc $ST = \frac{\theta a}{\sqrt{2}} \frac{a^{\frac{1}{\theta}}}{(\theta x)^{\frac{1}{\theta}}}$.

[23]) Puisque $(XZ + ZS) \times ZS =$ qu. RΦ. Conférez toujours le § IV pour les calculs qui suivent.

[24]) Puisque $n = az : x$. La page 54, d'où nous avons emprunté les calculs de ce paragraphe, contient encore quelques formules éparses sans liaison apparente, qui se rapportent à la réduction de cette proportion à celle qui va suivre, où Huygens pour se rapprocher de la solution de Bernoulli a remplacé le paramètre a par l'unité.

[25]) Remplaçant le θ de Huygens par le n^{-1} de Bernoulli, et remarquant que l'x représente la droite AD de la figure de la Lettre N°. 2820, on s'aperçoit facilement de l'identité de ce résultat avec celui de Bernoulli tel qu'il est formulé dans la Lettre N°. 2820.

N° 2822.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

17 SEPTEMBRE 1693.

La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.
La minute a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]*, la lettre par C. I. Gerhardt*[2].
La lettre est la réponse au No. 2797.
Leibniz y répondit par sa lettre du 11 octobre 1693.

A la Haye ce 17 Sept. 1693.

MONSIEUR

Je ne dois pas me donner l'honneur de vous escrire apres un si long silence, sans alleguer les raisons qui l'ont causé, des quelles la principale est que depuis la correspondance que j'ay avec Mr. le Marquis de l'Hospital, il m'a donnè tant d'exercice en matiere de Geometrie, que j'ay cru[3]) devoir eviter celuy qui me pouvoit venir d'un autre costè, quoyque sçachant bien qu'il n'y a pas moins à profiter pour moy de vos lettres. Il y a eu de plus cette raison, dont j'ay touchè quelque chose dans mes precedentes[4]) que je voiois que nostre dispute en Physique demandoit une nouvelle meditation pour respondre à vostre dernier raisonnement, que j'ay trouvè tres sensè et escrit avec soin. Il est vray que j'ay conceu et annotè quelques repliques[5]), que j'ay à y faire, mais vous me permettrez s'il vous plait de les differer encore jusqu'à une autre lettre, parce que la matiere merite une plus grande attention que je n'y scaurois donner presentement[6]). Celle-cy n'est que pour vous envoier la Remarque[7]) que je fais à vostre exemple[8]) sur le Probleme de Mr. Bernouilli, par laquelle vous connoitrez,

---

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 160. La minute ne diffère pas sensiblement de la lettre.

[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. II, p. 160; Briefwechsel, p. 716.

[3]) La minute a : du.

[4]) La minute a : ma precedente. Consultez les premières phrases des Lettres Nos. 2759 et 2785.

[5]) Voir les notes marginales *b*—*q* reproduites à la fin de la Lettre N°. 2797.

[6]) Huygens n'est revenu sur la question „du vuide et des atomes" que dans sa lettre à Leibniz du 29 mai 1694 et seulement pour en différer de nouveau la discussion.

[7]) Voir l'Appendice I à cette lettre, la pièce N°. 2823.

[8]) Il s'agit de la brève remarque insérée par Leibniz dans les „Acta" de juillet 1693 sous le titre „G. G. L. Ad problema Majo nupero in his Actis p. 235 propositum", où on lit: „Perplacet problema Bernoullianum nupero mense Majo propositum, de invenienda linea ABC [voir la figure de la Lettre N°. 2807, p. 454, à laquelle on doit ajouter une perpendiculaire BE abaissée sur l'axe AD] ex data ratione inter tangentem BD & resectam AD ex axe AE,

Monſieur, que j'ay fait quelque progres dans les ſubtilitez geometriques et dans voſtre excellent calcul differentiel, dont je goute de plus en plus l'utilitè. J'avois reſolu de n'en point chercher la ſolution, laquelle auſſi bien Monſieur le M. de l'Hoſpital m'avoit offert de me communiquer[9]), mais le probleme me paroiſſant beau et ſingulier, je n'ay pu empeſcher qu'il ne me roulaſt dans la teſte, juſqu'a ce que je me ſois ſatisfait. Et à cette heure que la peine eſt priſe, afin qu'elle ſerve à me maintenir dans l'eſtime de Meſſieurs les Geometres, je vous prie tres humblement d'envoier au pluſtoſt la feuille cy-jointe aux ſçavans autheurs des Acta de Leipſich, a fin qu'ils aient la bontè de l'y inſerer.

Lors que je reçus[10]) voſtre quadrature de la Feuille de Mr. des Cartes ou de Roberval[11]), je crus, apres l'avoir examinée, que vous vous eſtiez mepris; par ce qu'appellant voſtre conſtruction generale, elle n'eſtoit pas vraye, lorſque, comme dans voſtre figure, on prend BC pour y. Mais du depuis j'ay vu qu'elle quadroit à la poſition de BE pour y[12]). Ce qui arrive de meſme dans deux manieres differentes, que Monſieur le M. de l'Hoſpital m'a envoiées pour cette quadrature[13]), et dont j'ay, non ſans quelque peine, demeſlè la raiſon[14]). Car je ne trouvois pas bon que le calcul differentiel produiſiſt autre choſe que ce qu'on luy demande. Vous aurez vu ce que j'ay inſerè touchant cette matiere au Journal de Rotterdam[15]), auquel temps je n'avois pas encore receu voſtre ſolution; autrement j'en aurois fait mention et ce n'auroit pas eſtè ſans vous reprendre mal à propos, au lieu que je devois admirer ce que vous aviez fait. Je voudrois bien ſcavoir voſtre jugement touchant ma *Tractoria* pour la quadrature de l'Hyperbole, que j'y avois jointe. Où il y a cela de remarquable, que ſuivant les loix de la Mechanique, ſuppoſè le plan horizontal, la deſcription doit eſtre parfaite, et par conſequent cette quadrature par ſon moien. Je vois que Mr. Bernouilli parle deſia douteuſement de la geometricitè de cette generation de courbes[16]), car celles de Monſieur ſon frere ſont du meſme genre, et pas tout à fait ſi ſimples.

---

per tangentem; vel ideo, quod etiam illi, qui nostrae Methodi differentialis faciliora tenent, non statim hoc pervenient. Nec motu tantum, sed & calculo analytico exhiberi potest, si detur ratio inter factum ex his duabus rectis (tangente t resecta r) vel earum potentiis, & inter chordae AB ipsis potentiam facto homogeneam, veluti inter tr & cc, vel trr & c^3 aliterve. Idem locum habet in aliis innumeris, ut si detur ratio dictae resectae AD, ad ordinatam BE".

9) Voir la Lettre N°. 2815 à la page 484.

10) Voir la Lettre N°. 2797 à la page 429.

11) Comme Descartes, de Roberval aussi s'était occupé du „folium", qu'il appelait „la Galande" ou „la fleur de Jasmin". Consultez les pages 274 et 313—317 du Tome II de l'édition d'Adam et Tannery des „Œuvres de Descartes".

12) Voir la note 6 de la Lettre N°. 2797.

13) Voir la Lettre N°. 2807.

14) Voir la Lettre N°. 2819 à la page 491.

15) Voir la pièce N°. 2793 à la page 417.

16) Allusion au passage suivant de l'article de Jacques Bernoulli, cité dans la note 16 de la Lettre

J'ay eftè furpris de voir ce que celui-cy a fait mettre dans les Acta du mois de May, touchant la courbe de Mr. de Beaune, comme fi c'eftoit luy qui en euft donnè la conftruction au Journal des Scavans de 1692 [17]). Sur quoy Monfieur le M. de l'Hofpital m'a mandè certain detail [18]) de ce qui s'eft paffè, pour me faire voir le tort qu'on luy fait, et il femble avoir raifon; mais je n'ofe rien decider, *inaudita parte altera*.

La conftruction que vous m'envoiates pour cette courbe s'accordoit avec la feconde que me communiqua Mr. le Marquis [19]), qui eft plus courte que celle de Mr. Bernoulli du mois de May. J'admire de plus en plus la beautè de la geometrie dans ces nouveaux progres qu'on y fait tous les jours, où vous avez fi grande part, Monfieur, quand ce ne feroit que par voftre merveilleux calcul [20]). M'y voilà maintenant mediocrement verfè, fi non que je n'entens encore rien aux ddx, et je voudrois bien fcavoir fi vous avez rencontrè des problemes importants ou il faille les emploier, afin que cela me donne envie de les etudier.

Je vois que vous avez opinion de pouvoir tousjours trouver les Courbes par la foutangente donnée, lors qu'elles font geometriques. Cependant il y a un certain deguifement de ces foutangentes que je puis faire tousjours, où Monfieur le M. de l'Hofpital fe trouve empefchè jufqu'icy [21]), et vous connoiffez fa capacitè. Les exemples que je luy ay propofez font la foutangente $\frac{aay + xyy}{ax - xy - ay}$, $\frac{x^3y}{3x^3 + 3aay - 2xyy}$, $\frac{2ayy}{2aa - yy - xx}$ [22]). Examinez en quelqu'un je vous prie.

Je ne dois pas oublier de vous dire un mot touchant voftre *Codex juris gentium* [23]), dont vous m'avez voulu communiquer le projet. C'eft la un grand ouvrage que vous entrepenez, Monfieur, qui fera utile à bien des gens, et je

N°. 2819 qui se rapporte aux courbes obtenues par la résolution du problème de Jean Bernoulli mentionné dans la Lettre N°. 2807, p. 454. „Unde patet, si constructiones ejusmodi censendae sunt geometricae & accuratae, aequationes infinitas altissimorum graduum pari cum simplicissimis omnemq; pene fidem excedente facilitate construi posse".

[17]) Consultez, sur cette affaire, la note 9 de la Lettre N°. 2813.

[18]) Par la Lettre N°. 2815.

[19]) Consultez encore, sur ce passage, la Lettre N°. 2801 à la page 438.

[20]) A en juger d'après l'imprimé de Gerhardt, ce passage est souligné dans la lettre, qui se trouve à Hannover. C'est très-probablement Leibniz qui a voulu marquer cette phrase.

[21]) Comparez dans le texte de la Lettre N°. 2805 la dernière phrase de la page 449.

[22]) Les deux premiers de ces exemples furent proposés à de l'Hospital dans la Lettre N°. 2777; le troisième à Hubertus Huighens dans la Lettre N°. 2735, mais jamais expressément à de l'Hospital. Seulement dans la Lettre N°. 2819 (voir la page 493) Huygens communiqua à ce dernier la manière dont il avait déduit par sa méthodes des „déguisements" cette troisième expression, qui représente la soustangente du cercle : $2ax - y^2 - x^2 = 0$.

[23]) Voir, sur cet ouvrage, la note 7 de la Lettre N°. 2797.

voudrois eſtre plus propre que je ne ſuis à vous y ſervir en vous fourniſſant de la matiere. Mais le peu d'attachement et d'eſtime que j'ay *per queſte canzoni politiche*, comme le P. Paolo [24]) les appelloit, me tient hors de commerce pour tout ce qui les regarde, et je ſouffre meſme avec peine qu'un eſprit comme le voſtre y emploie du temps. Croiez que c'eſt un effect de la haute opinion que j'en ay et du zele avec le quel je ſuis

MONSIEUR

Voſtre treſhumble et treſobeiſſant ſerviteur
HUGENS de ZULICHEM.

N° 2823.

CHRISTIAAN HUYGENS aux EDITEURS des Acta Eruditorum.

[SEPTEMBRE 1693].

Appendice I au No. 2822.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La pièce a été imprimée dans les Acta Eruditorum d'octobre 1693 [1]).

[a]) C. H. Z. de Problemate BERNOULIANO in actis Lipſienſibus hujus anni pag. 235 propoſito [2]).

Elegans inprimis eſſe hoc Problema, cum ex iis quae Clariſſimus inventor [3]) de eo prodidit, tum ex ſolutione et commentatione fraterna [4]) manifeſtum eſt.

[24]) Paolo Sarpi, le servite, ami de Galilée, connu sous les noms de Fra Paolo, Paulus Venetus ou Paulus Seruita, né à Venise le 14 août 1552. Dès l'âge de 26 ans il fut créé provincial et, peu d'années plus tard, procureur-général de son ordre. A l'occasion de la lutte entre le Pape Paul V et la République de Venise, celle-ci le chargea de défendre ses droits comme théologien-consultant, ce qui lui attira l'excommunication. Quoique la réconciliation tant de la République que de Sarpi avec le Pape eût eu lieu en 1606, il fut en 1607 victime d'un attentat, dans lequel il fut dangeureusement blessé de 15 coups de poignard. Il mourut le 14 janvier 1623. Ses nombreux écrits, entre autres sur l'histoire ecclésiastique, avec une biographie, ont été réunis dans une édition intitulée „Opere del Padre Paolo", parue a Venise en 1677 en six volumes in-12°."

[1]) Elle y est accompagnée d'un article de Leibniz que nous reproduisons dans le N°. 2824.
[2]) Consultez la note 4 de la Lettre N°. 2807.
[3]) La minute a : auctor.
[4]) Voir l'article cité dans la note 16 de la Lettre N°. 2819.

A quo inveſtigando cum propter inſignem difficultatem, quae ſtatim ſeſe offerebat, abſtinere ſtatuerim [5]), (neq; enim omnibus perquirendis, quae a Viris eruditis exercitii gratia proponuntur, incumbere neceſſe exiſtimo, aut aſſequendis parem me profiteor) non deſiit tamen quaſi invitum compellere recurrens identidem quaeſiti non vulgaris idea, donec tandem quod deſiderabam obtinui [6]). Inventa nimirum *aequatione differentiali* in qua ex altera parte erat elementum trapezii hyperbolici, ab aſymptoto perpendicularibus intercepti; ab altera elementum ſpatii curvilinei, quod itidem ad trapeſium hyperbolicum reduci poſſet [7]). Quod apertius exponerem, niſi relinquendam etiamnum aliis putarum inquirendi voluptatem. Inde eo rem deducebam, ut trapezium ejuſmodi hyperbolicum ſecandum eſſet aut augendum ſecundum rationem datam [8]). Quod cum per medias aut continue proportionales fieri poſſit, ubi ratio tangentis ad abſciſſam eſt ea quae numeri ad numerum, hinc apparuit curvam quaeſitam tunc iis accenſendam quae geometricae vocantur, alias eſſe ex heterogeneis; ac tamen conſtructionem dari poſita lineae logarithmicae deſcriptione [9]), quam quidem hic adducerem, niſi viderem haud difficulter ex ipſa Jacobi Bernoullii doctiſſima ſimul breviſſimaque ſolutione omnia [10]) erui poſſe; ut jam ab alijs occupatam dubitem [11]).

Colligitur vero ex his illud animadverſione dignum, nempe quandocunque in inveſtigatione curvarum ex tangentibus aut ſubtangentibus ejus, ad ſimiles ei quam dixi aequationes pervenietur, aut in quibus habeatur utrinque elementum ſpatii ad trapezium hyperbolicum reductibilis; tunc idem hoc, quod mirabile hic accidit, eventurum, ut curvae geometricae diverſorum generum graduumque exiſtant, ſi hyperbolarum ad quas devenitur rectangula quae in aſymptotis, ſint commenſurabilia. Praeterea obſervanda venit in hoc problemate inuſitata ac ſingularis analyſis via, quae ad alia multa in hac Tangentium doctrina aditum aperit, ut egregie jam animadvertit Vir celeberrimus *calculi differentialis* inventor, ſine quo vix eſſet, ut ad haſce geometriae ſubtilitates admitteremur. Porro quod ad curvarum, de quibus agitur, deſignationem in plano attinet, poſſem, ſi operae pretium eſſet, alios modos ac fortaſſe commodiores indicare [12]) quam qui a Cl. Bernoullio praeſcri-

[5]) Lisez, conformément à la minute: ſtatuiſſem, (d'après les „Corrigenda", communiqués dans les „Acta" de juillet 1694, p. 338), et consultez la Lettre N°. 2819, à la page 494.

[6]) Voir la Lettre N°. 2820, et la pièce N°. 2821.

[7]) Voir la note 4 de la Lettre N°. 2820.

[8]) Voir le § V de la pièce N°. 2821.

[9]) Voir le § VI de la pièce N°. 2821.

[10]) Lisez: eam, comme l'ont aussi la minute et les „Corrigenda".

[11]) Huygens, toutefois, est revenu sur cette construction dans l'article des „Acta" de septembre 1694, intitulé: „C. H. Z. Constructio universalis Problematis a Clarissimo Viro, Joh. Bernoullio, superiori anno mense Majo propositi". Voir la correspondance de 1694.

[12]) Voir, sur ces descriptions mécaniques de la courbe de Bernoulli, la lettre de Huygens à de l'Hospital du 5 novembre 1693.

bitur [13]), atque etiam docere qua ratione optime peragatur descriptio nostrae quadratricis hyperbolae, quae inter *Tractorias* (ita enim vocari possunt) simplicissima censenda est, cum ad eam filis nihil opus sit, sed bacillo tantum utrimque cuspidem lateri infixam habente, quo fit ut & regressu explorari possit quam recte exarata sit [14]). Sed his supersedendum arbitror, donec insignis usus aliquis harum linearum in lucem proferatur. Interim aliam quandam utilissimam curvam nuper mihi repertam Geometrae sciant, cujus opera horologiis aequalis motus consiliatur, ac ejusmodi ut maris agitatione nequaquam turbari aut imminui [15]) queat [16]); quod

[13]) Consultez, sur cette description de Bernoulli, la note 20 de la Lettre N°. 2819.

[14]) Consultez, sur la tractrice et sa description mécanique, la pièce N°. 2793, aux pages 408—413.

[15]) La minute a : extingui.

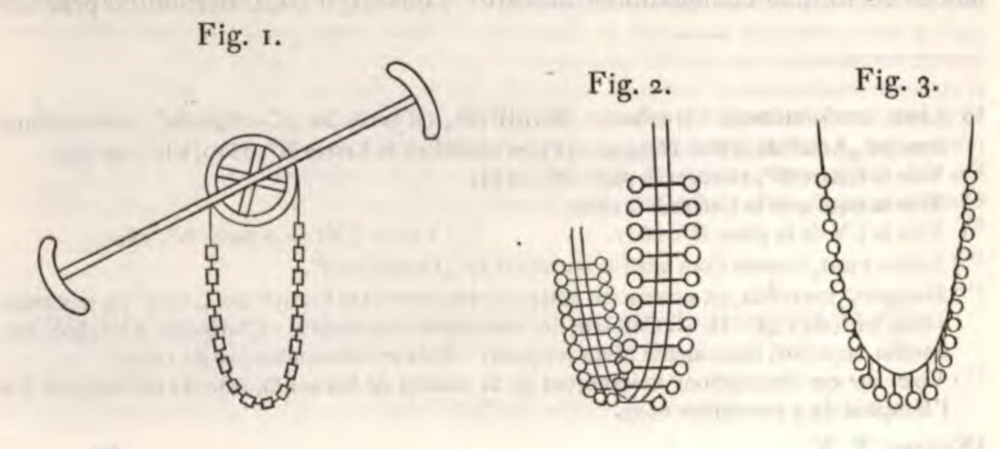
[16]) Le succès au premier abord douteux de la nouvelle expérience pour déterminer la longitude sur mer au moyen des horloges à pendule (voir la Lettre N°. 2785, à l'endroit marqué par la note 3) et les vains efforts subséquents pour déduire quelque résultat satisfaisant des données que J. de Graaff avait recueillies dans son voyage du Cap (voir les Nos. 2786, 2789, 2798, 2800, 2802 et 2803) paraissent avoir induit Huygens à rechercher d'autres moyens pour réaliser des mouvements périodiques isochrones, qui seraient à l'abri des perturbations extérieures, telles que celles produites par le roulement et le tangage des vaisseaux de haute mer.

Les essais tentés par Huygens dans cette direction remplissent plusieurs pages des livres H et J des Adversaria. Déjà Uylenbroek, dans le deuxième Fascicule des „Exercitationes Mathematicae" pp. 160 à 170, en a donné un extrait. C'est même à cette partie des travaux de Huygens qu'il a emprunté la page des Adversaria reproduite en facsimilé, qui termine son ouvrage. Nous nous proposons de donner tout ce que les Adversaria contiennent de remarquable à ce sujet dans la partie de notre publication qui renfermera les ouvrages inédits de Huygens.

Ici, nous nous bornons à indiquer succinctement comment, dans cette recherche, Huygens a été conduit à la courbe proposée à la fin de la présente pièce N°. 2823.

Pour trouver ce que Huygens appelle „le Balancier marin parfait" il part du principe que le mouvement pendulaire isochrone se produit lorsque le moment de la force directrice est à chaque instant proportionnel à l'écart de l'état d'équilibre.

Huygens essaie donc d'abord la disposition de la figure 1, où le fil sans fin, suspendu dans


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

in pendulis noſtris hactenus uſurpatis non ſatis caveri potuit. Adeo ut nova ac certior ſpes nunc affulgeat perficiendi Longitudinum inventi.

Curva haec formatur.

a a b b c d e e e e e f i i i i i l l l m m m m n o r r s s t t u u x [b])

---

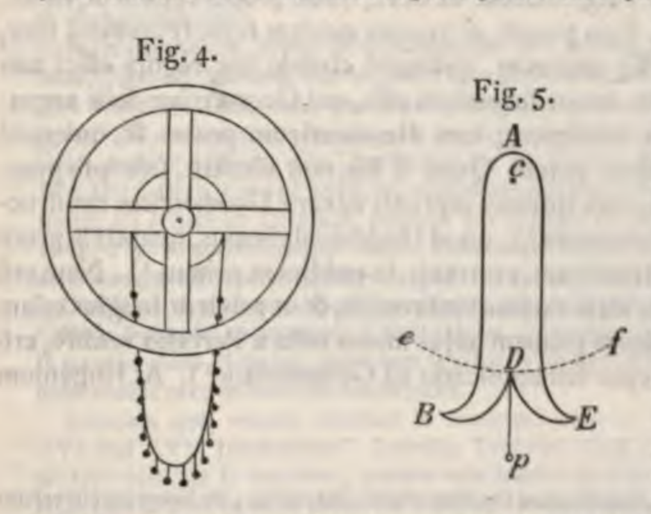
[a]) Miſſa ad Leibnitium 17 Sept. 1693.

[b]) Dans la minute Huygens écrivit:

Flexilis ambitum cum linea deſerit orbem en ajoutant en marge: literas confuſas miſi hujus verſus.

---

la gorge d'une poulie fixée au balancier, porte des petits poids égaux et équidistants. L'essai de cet appareil, inventé le 13 janvier 1693, n'a pas été satisfaisant. Les grandes oscillations se montraient plus lentes que les petites, ce que Huygens attribue principalement à deux causes: savoir, que dans les oscillations plus étendues 1°. la résistance de l'air se fait sentir plus fortement, et 2°. le nombre de poids qui doivent se plier est plus grand, en même temps que l'angle que décrit chaque poids en tournant. C'est pour remédier à ce dernier inconvénient que Huygens imagine les formes de chapelet des figures 2 et 3; tandis que pour obvier au premier il emploie la forme de balancier de la figure 4.



Le 6 mars suivant il paraît avoir abandonné ce système pour s'arrêter au suivant. A l'axe d'un balancier (fig. 5) est attachée une languette en métal, de la forme ABDE, dont les bords DB et DE doivent être taillés de manière qu'un poids p suspendu par un fil ou ruban au point D, et qui dans le mouvement oscillatoire du balancier s'enroule ou se déroule sur ces bords, produise à chaque instant un moment de force, par rapport à l'axe C, qui soit proportionnel à l'écart angulaire de la position d'équilibre de la languette.

Huygens démontre que la courbe qui satisfait à cette condition est la développante du cercle eDf décrit du centre C et que, dans ce cas, le poids p, lorsque le fil reste vertical, décrit une parabole.

N° 2824.

LEIBNIZ aux EDITEURS des „Acta Eruditorum".

[SEPTEMBRE 1693].

Appendice au No. 2823.

La pièce a été publiée dans les Acta Eruditorum d'octobre 1693, *p.* 476.

Excerptum ex Epiſtola G. G. L. cui praecedens meditatio [1]) fuit incluſa.

Mitto meditationem quae ſatis indicat autorem ſuum, tum magnitudine praeclarorum inventorum, tum ipſa magnis viris ſueta ingenuitate. Nam & meo qualicunque invento debere aliquid voluit, cum ipſe pro ſua in his ſtudiis autoritate & meritis, facile omnia a ſe petiiſſe videri poſſit. Caeterum video ipſum, qua eſt perſpicacia, ubi primum animum ad noſtrum calculum differentialem appulit, ſtatim animadvertiſſe, quid in eo ſit optimum. Nempe quod ita ſolutiones generales habeantur, quae ſua natura porriguntur ad quantitates tranſcendentes, in certis autem caſibus, ut fieri poteſt, ad ordinarias ducunt. Mirarer, quod ſolas illas quae aequationibus certis gradus ſubjacent, Geometricas vocare adhuc videtur, niſi judicarem, ſequi magis vulgi morem ea in re, quam probare, dum de iis ait, *quae Geometricae vocantur*. Ego putem, ut veteres quidam recte reprehenſi ſunt, quod Geometricum ſatis eſſe negarent, quicquid circulo aut regula effici non poſſet; ita nec illorum hodie errori favendum eſſe, qui Geometriam ſolis aequationibus Algebrae gradariis metiuntur; tum Geometricum potius ſit, quicquid motu continuo exacte conſtrui poteſt. Quod ſi ille non admittit, ſuis ipſe praeclaris inventis injuriam facit, cum ipſemet inprimis auxerit Geometricas conſtructiones: nam evolutionum inventum [2]), quod Hugenio debemus, quantivis pretii eſt, & nunc tractorias conſtructiones protraxit in publicum primus [3]). Nam etſi ego prior jam a multis annis idem tacitus verſaverim, & ut arbitror longius etiam provexerim, fateor tamen ideam primam hujus motus mihi a Perralto veniſſe, etſi a me profecta ſit reſolutio ejus ſeu applicatio ad Geometriam [4]). At Hugenium

[1]) La pièce N°. 2823.

[2]) Allusion à la Pars Tertia de l'„Horologium Oscillatorium", intitulée: „De linearum curvarum evolutione & dimensione".

[3]) Dans la pièce N°. 2793.

[4]) A ce propos on trouve encore, dans l'article cité dans la note 6 de la présente lettre, les renseignements suivants: „Hujus autem Constructionis [la description mécanique des tractrices] excogitandae, talis mihi olim occasio Lutetiae praebita est. *Claudius Perraltus*, Medicus Parisinus insignis, tum & Mechanicis atque Architectonicis studiis egregius, & *Vitruvii*

judico utrumque sibi ipsi debere [5]). Quod vero nunc spem facit motus hujus tractorii reddendi quam accuratissimi, si forte insignis aliquis hujusmodi linearum usus in lucem proferatur, non dubito quin sit libentius impleturus, viso nupero schediasmate meo mensis Septembris [6]), ubi ostensum est, omnes quadraturas tali motu,

editione notus, idemque in Regia scientiarum Societate Gallica, dum viveret, non postremus, mihi & aliis ante me multis proposuit hoc problema, cujus nondum sibi occurrisse solutionem ingenue fatebatur..... [suit le problème de la tractrice ordinaire]. Utebatur autem (intelligentiae causa) horologio portatili suae thecae argenteae incluso K, [voir la figure II de la pièce N°. 2793, à laquelle nous avons adapté les notations de l'article], quod catenulae NK ad thecam alligatae principio N, secundam regulam DN ducto, per tabulam trahebat. Ita imum thecae punctum (quod in fundi medio est) in tabula describebat lineam KR. Hanc lineam ego attentius considerans (cum tunc maxime in tangentium contemplatione versarer) statim animadverti, quod res est, filum perpetuo lineam tangere, seu rectam ut KN esse tangentem lineae KR in puncto K". Après quoi Leibniz procède à démontrer que la construction par points de la tractrice dépend de la quadrature d'une certaine courbe (identique avec celle à laquelle Huygens arrive au § I de la pièce N°. 2794), qu'il sait réduire à la quadrature de l'hyperbole. (Comparez la note 17 de la Lettre N°. 2699). Ensuite il ajoute: „Quibus ulterius explicandis non immoror, cum praesertim arbitrer idem optime praestitisse *Christianum Hugenium*, Virum celeberrimum, qui mihi non ita pridem per literas significaverat incidisse sibi singularem Hyperbolae quadrandae rationem; quam etiam in Historia operum eruditorum publicatam nuperrime, & hanc ipsam esse colligo ex iis [consultez la phrase citée dans la note 19 de la Lettre N°. 2819], qui nuper a praestantissimis fratribus Bernoulliis data in *Actis eruditorum*".

5) Dans les excellentes „Notes de Bibliographie des Courbes géométriques (Partie complémentaire)" par H. Brocard, Bar-le-Duc, 1899, on trouve, à la page 180, l'annotation suivante: „De Sluse, en 1662, dans une lettre à Huygens parle de la courbe dont les tangentes sont égales". Si cette assertion était exacte on devrait attribuer à De Sluse l'invention de la tractrice; mais il n'en est rien. Les lettres de De Sluse à Huygens de l'année indiquée, les Nos. 1042, 1049, 1059 et 1068, ne contiennent rien qui s'y rapporte, et après avoir consulté toutes les lettres de De Sluse, publiées par le Paige au „Bulletino" de B. Boncompagni de 1884, d'où le correspondant de M. Brocard prétendait avoir puisé son information, nous croyons pouvoir assurer qu'elle ne repose sur aucun fondement réel.

D'ailleurs il n'est nullement improbable que Huygens n'ait, lui aussi, entendu discourir Claude Perrault, avec lequel il était très lié, sur sa construction primitive de la tractrice, et la manière dont Huygens parle dans la pièce N°. 2793 de la découverte de ses propriétés ne nous semble pas l'exclure nécessairement.

Ajoutons que, comme Zeuthen le remarque dans sa „Geschichte der Mathematik in XVI und XVII Jahrhundert", Leipzig, Teubner, 1903, p. 424, Newton aussi s'est occupé, *proprio motu*, de la tractrice; comme cela résulte de sa lettre d'octobre 1676 à Oldenburg, citée dans la note 21 de la Lettre N°. 2810, où on lit (pag. 224): „Inversum hoc Problema de Tangenitbus, quando Tangens inter punctum contactus et axem Figurae est datae longitudinis, non indiget his Methodis; est tamen Curva illa Mechanica, cujus determinatio pendet ab Area Hyperbolae".

6) Voir, dans les „Acta" de septembre 1693, l'article intitulé: „G. G. L. Supplementum Geometriae Dimensoriae, seu generalissima omnium Tetragonismorum effectio per motum: Similiterque multiplex constructio lineae ex data tangentium conditione".

etsi compositiore construi posse[7]). Ad schediasma dictum adjicere placet, posse *in figura* 3 totam tabulam RM, cum appendicibus, nempe cylindris TG, FE, & directrice rigida EE in eodem plano vel aequivalente esse cum ipso plano lineae describendae C(C). Caeterum curvam directricem rigidam saepe commode vitari posse, & adhibitis pro ea rectis materialibus, quibus potest describi.

N° 2825.

Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens.

18 septembre 1693.

Le lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]).
Elle est la réponse aux Nos. 2819 *et* 2820.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2828.

A Paris ce 18e Septembre 1693.

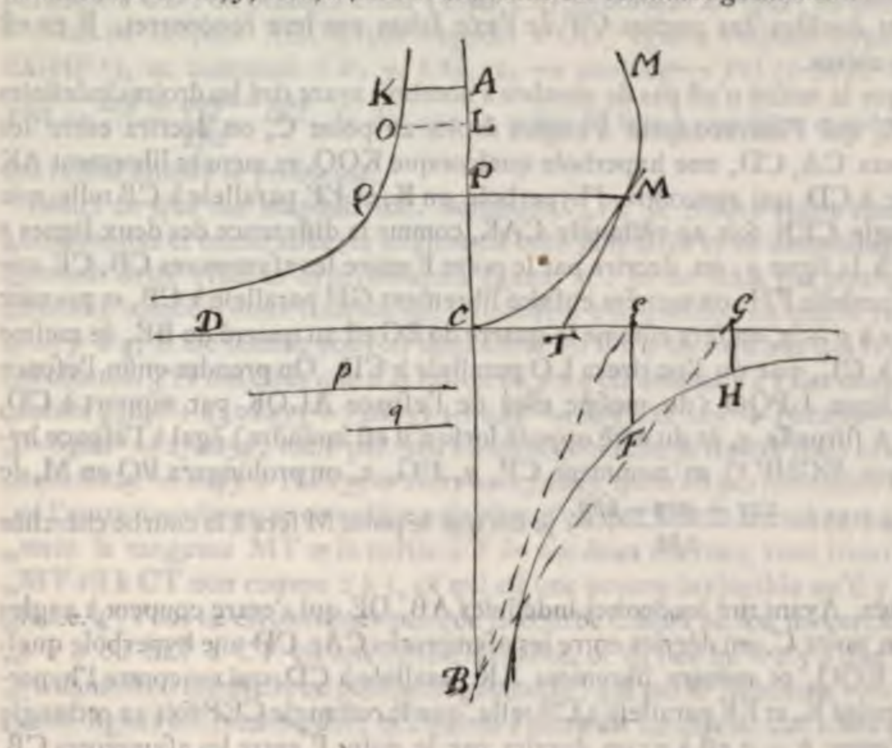
Ce m'est toujours un plaisir sensible Monsieur de recevoir de vos lettres puisqu'elles m'assurent de vôtre souvenir et qu'elles servent en mesme temps a m'instruire. Je vois par vôtre derniere du 10 de ce mois que vous avez trouvé la maniere de resoudre le probleme de Mr. Bernoulli et que vous tombez dans la construction de son frere. Cela ne me surprend point, car je sçais assez que vous etes nôtre maistre dans tout ce qu'il y a de plus profond dans les mathematiques. La mienne est tres differente, cest pourquoy je crois que vous serez bien aise de la trouver ici, avec les objections que m'a faites Mr. Bernoulli à qui je l'avois envoyée, et ma reponce sur quoi je vous prie de me mander sincerement vostre pensée.

Probleme. La ligne courbe CMM a une proprieté telle, que chacune de ses touchantes MT est toujours à la partie CT de l'axe prise entre son origine C et la rencontre T de la touchante, en raison donnée de p à q: On demande la nature de cette ligne, ou la maniere de la décrire.

[7]) Il s'agit d'un instrument ingénieux, mais assez compliqué, permettant de décrire mécaniquement la courbe quadratrice, transcendante en général, de chaque courbe géométrique donnée, si l'on suppose construite auparavant une autre courbe, toujours géométrique, qui dépend de la courbe donnée. Dans cet instrument la courbe quadratrice se décrit, à l'instar de la tractrice ordinaire, par un poids se mouvant sur un plan horizontal dans la direction d'un fil qui le tire.

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 290.

Solution. Lorſque la raiſon de p à q eſt de nombre à nombre, ayant nommé les indeterminées CP, y, PM, x; on ſe ſervira de ces formules generales :



$y = \dfrac{z^{\frac{q-p}{q}}}{zz + (q+p)^2}$, ou bien $\dfrac{z^{\frac{q+p}{q}}}{zz + (q-p)^2}$ et $x = \dfrac{zzy + qqy - ppy}{2pz}$, et ayant fait evanouir l'inconnuë z on formera deux equations qui exprimeront chacune la nature d'une ligne courbe CMM qui ſatisfait à la queſtion [2]). Suppoſant par exemple que p ſoit double de q, on trouvera $y = \dfrac{a^4}{zz + 9aaz}$ [3]) ou $\dfrac{z^3}{zz + aa}$ et $x = \dfrac{zzy - 3aay}{4az}$, d'où l'on tire ces deux equations: $432y^4 + 432xxyy +$

[2]) Il semble utile, pour éclaircir les discussions que l'on va rencontrer dans cette lettre et dans la réponse de Huygens, de remarquer ici dès l'abord que les deux solutions indiquées par de l'Hospital, généralisées, comme il le faut, par l'introduction de la constante de l'intégration, ne sont pas différentes, puisqu'elles mènent aux mêmes courbes. Il n'en pouvait être autrement, et il est facile de le constater après coup en exécutant dans les équations de la première solution : $y = C z^{\frac{q-p}{q}} \left(z^2 + (q+p)^2\right)^{-1}$; $x = (z^2 + q^2 - p^2) y : 2pz$, la substitution $z = (q^2 - p^2) : v$ par laquelle elles se transforment dans les équations :

$+ 72axyy + 64ax^3 = aayy$ et $16y^4 + 16xxyy - 72axyy - 64ax^3 = 27aayy$ [4]), qui expriment chacune la nature d'une ligne courbe CMM, dont les touchantes MT sont doubles des parties CT de l'axe faites par leur rencontres. Jl en eſt ainſi des autres.

Lorſque la raiſon n'eſt pas de nombre à nombre; ayant tiré les droites indefinies AB, DE, qui s'entrecoupent à angles droits au point C, on decrira entre les aſymptotes CA, CD, une hyperbole quelconque KOQ, et menant librement AK parallele à CD qui rencontre l'hyperbole en K, et EF parallele à CB telle, que le rectangle CEF ſoit au rectangle CAK, comme la difference des deux lignes p et q eſt à la ligne q: on decrira par le point F entre les aſymptotes CB, CE une autre hyperbole FH; on menera enſuite librement GH parallele à CB, et prenant CB egale à $p + q$, on fera comme le quarré de BG eſt au quarré de BE, de meſme CA eſt à CL, par ou l'on tirera LO parallele à CD. On prendra enfin l'eſpace hyperbolique LPQO (du meſme côté de l'eſpace ALOK par rapport à CD, lorſque p ſurpaſſe q, et du côté oppoſé lorſqu'il eſt moindre) égal à l'eſpace hyperbolique EGHF [5]) et nommant CP, y, CG, z, on prolongera PQ en M, de ſorte que $PM = \frac{zzy + qqy - ppy}{2pz}$, je dis que le point M ſera à la courbe cherchée CMM.

Ou bien. Ayant tiré les droites indéfinies AB, DE qui s'entre coupent à angles droits au point C, on décrira entre les aſymptotes CA, CD une hyperbole quelconque KOQ, et menant librement AK parallele à CD, qui rencontre l'hyperbole au point K, et EF parallele à CB telle, que le rectangle CEF ſoit au rectangle CAK comme $p + q$ eſt à q: on decrira par le point F entre les aſymptotes CB, CE une autre hyperbole FH: On menera enſuite librement GH parallele a CB, et prenant CB egale à la difference des deux lignes p et q, on fera comme le

---

$$y = C' v^{\frac{q+p}{q}} \left(v^2 + (q-p)^2\right)^{-1};\ x = (v^2 + q^2 - p^2)\, y : 2pv,$$

$$\text{où } C' = (q+p)^{-\frac{q+p}{q}} (q-p)^{\frac{q-p}{p}}\, C.$$

C'est seulement dans le cas particulier $q = p$, où cette substitution est inadmissible, que les deux systèmes d'équations constituent deux solutions différentes. Alors, en effet, le premier système amène le cercle $4p^2 (x^2 + y^2) - Cy = 0$ et le second la droite $y = C'$.

3) Lisez, dans le dénominateur : z^3, au lieu de zz.

4) Dans ces équations la constante d'intégration se trouve introduite; elles doivent donc être identiques. En effet, la seconde se déduit de la première en remplaçant la constante arbitraire a par $-27a$. Comparez la réponse de Huygens.

5) Posant $CA = a$, $CE = b$, $CG = z$, cette égalité exige pour $p > q$, comme pour $p < q$: $q \, l\,(CL : y) = (p - q)\, l\,(z : b)$, où $CL = a\,[b^2 + (p+q)^2] : [z^2 + (p+q)^2]$. On trouve donc $y = a\,[b^2 + (p+q)^2]\, b^{\frac{p-q}{p}} z^{\frac{q-p}{p}} : [z^2 + (p+q)^2] = C z^{\frac{q-p}{p}} [z^2 + (p+q)]^{-1}$.

quarré de BG eſt au quarré de BE, de meſme CA eſt à CL, par où l'on tirera LO parallele à CD: on prendra enfin l'eſpace hyperbolique LPQO (du coté oppoſé à celui de l'eſpace ALOK par rapport à CD) egal à l'eſpace hyperbolique EGHF [5]), et nommant CP, y, CG, z, on prolongera PQ en M de ſorte que $PM = \frac{zzy + qqy - ppy}{2pz}$. Je dis que le point M ſera à une ligne courbe CMM, qui reſout encore le probleme.

Voici ce que me mandoit Mr. Bernoulli. „1°. Je trouve voſtre conſtruction „bien prolixe et embaraſſée; la mienne eſt bien plus aiſée et ne demande pas qu'on „prenne deux eſpaces hyperboliques égaux. 2°. Je ne ſcais pas pourquoi vous „trouvez toujours deux courbes qui ſatisfaſſent à la queſtion en quelle raiſon que „ſoit p à q, il me ſemble pouvoir demontrer qu'il n'y en a qu'une qui reponde au „probleme. 3°. Vous dites que ſi la raiſon de p à q eſt comme 2 à 1, les deux courbes „ſeront $432y^4 + 432xxyy + 72axyy + 64ax^3 = aayy$, et $16y^4 + 16xxyy - 72axyy$ „$- 64ax^3 = 27aayy$; mais par ma ſolution generale, je trouve dans ce cas cette „equation $y^4 + xxyy + 18axyy + 16ax^3 = 27aayy$, qui n'eſt pas ſemblable ni à l'une „ni l'autre des vôtres; et ce qu'il y a de plus, c'eſt que ſi vous cherchez reciproque„ment la tangente MT et la partie CT de vos deux courbes, vous trouverez que „MT eſt à CT non comme 2 à 1, ce qui eſt une preuve invincible qu'il y a ici une „faute. 4°. Vous ne diſconvenez pas que la courbe CMM ne ſoit un cercle lorſque „p à q ou MT à CT eſt une raiſon d'egalité, or au lieu qu'il n'y a que le cercle „(comme il eſt manifeſte au plus petit geometre) qui puiſſe ſatisfaire, vous trouvez „deux lignes differentes, dont ni l'une ni l'autre eſt un cercle; car votre premiere „formule $y = \frac{z^{\frac{q-p}{q}}}{zz+(q+p)^2}$ donne une ellipſe, et la ſeconde $y = \frac{z^{\frac{q+p}{q}}}{zz+(q-p)^2}$ ne „produit qu'une ligne droite parallele à CD. Ce dernier argument eſt tout ſeul „ſuffiſant pour vous donner la peine de repaſſer le calcul et de chercher la faute, „quand vous l'aurez trouvée, vous me pouvez envoyer la correction, il ſera alors „aſſez temps d'envoyer vôtre ſolution a Leipſic [6]), qui ſera encore des premieres „apres celle de mon frere [7]) et la mienne" [8]).

J'y ai repondu par articles en cette ſorte: „1°. Si l'on propoſoit de décrire une

---

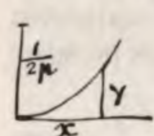
5) Ici l'égalité exige: $q\,l\,(y:CL) = (p+q)\,l\,(z:b)$, ce qui amène les équations de la prétendue seconde solution.

6) Elle parut dans les „Acta" du même mois de septembre 1693. (Voir la note 15 de la Lettre N°. 2815). Il est donc clair que Jean Bernoulli s'est laissé convaincre par la réponse de de l'Hospital qui va suivre.

7) Voir la note 16 de la Lettre N°. 2819.

8) Elle n'a point paru, probablement parce qu'elle était identique, quant au fond, avec celle de De l'Hospital.

„courbe dont la foutangente fuft toujours à l'abciffe en raifon conftante; il eft clair „ce me femble que la conftruction la plus fimple et la plus generale demanderoit „qu'on prift deux efpaces hyperboliques egaux, et toutefois cette courbe eft bien „moins compofée que la vôtre. 2°. Je foutiens qu'il y a toujours deux courbes qui „fatisfont egalement qui font celles que l'on trouve par mes deux conftructions et „de plus qu'il n'y en peut avoir d'autres. 3°. Votre courbe $y^4 + xxyy + 18axyy +$ „$+ 16ax^3 = 27aayy$, eft la mefme que ma feconde $16y^4$ &c.; car fi l'on fuppofe „$a = 4b$ et qu'on divife par 16, on trouve $y^4 + xxyy - 18bxyy - 16bx^3 = 27bbyy$, „qui ne differe de la vôtre qu'en ce que les valeurs des appliquées x font changées „de fauffes en vrayes et au contraire, ce qui ne change rien dans la courbe que fa „pofition. Mais afin qu'il ne vous refte aucun fcrupule fur ma premiere equation, „et que vous en puiffiez faire aifement le calcul, fuppofez $a = 12b$, et divifez „chaque terme par 48, ce qui vous donnera $9y^4 + 9xxyy + 18bxyy + 16bx^3 =$ „$= bbyy$, et vous trouverez que cette courbe (fi vous en faites le calcul) a fes tan-„gentes MT doubles des parties CT de l'axe. D'ou il eft evident que ma conftruc-„tion eft conforme à la vôtre en ce cas, et qu'elle eft beaucoup plus generale, puif-„qu'elle donne toujours deux lignes courbes ou vous n'en trouvez qu'une. 4°. Ma „premiere formule donne $xx + yy = \frac{1}{4pp}$ [9]), qui eft une equation à un cercle qui „a pour rayon $\frac{1}{2p}$, et ma feconde donne à la verité une ligne droite parallele à CD



„mais elle fatisfait auffi dans ce cas comme il eft manifefte au plus „petit geometre; car fi l'on mene d'un de fes points quelconques M „une tangente MT, elle fera la droite mefme et n'ira rencontrer „l'axe CD qu'à une diftance infinie; d'où il fuit que ces deux lignes „MT, CT feront egales entr'elles, puis qu'elles ne different que „de la quantité PM, qui eft finie".

Vous voyez, Monfieur, que la conftruction de Mr. Jac. Bernouilli, eft moins generale que la mienne. Mais il me femble de plus qu'on parvient plus difficilement à l'equation qui exprime la nature de la courbe; car fi l'on nomme AB, x [10]); BC, y; DC, z; on trouve felon lui ces formules y [11]) $= \left(\frac{(n+1)z + (n-1)z^{2n+1}}{1 + z^{2n}}\right)$ et $zz = yy + xx - 2nxz + nnzz$, qui me paroiffent moins fimples que les miennes. Lorfque la raifon ne s'exprime que par des lignes, il faut du moins pour avoir la

[9]) Lisez: $\frac{y}{4pp}$.

[10]) Voir la figure de la note 20 de la Lettre N°. 2819.

[11]) Lisez x; on a, en effet, $AB = x = AD + DB = nz + z(1 - z^{2n}) : (1 + z^{2n})$.

valeur de DB employer la quadrature de l'hyperbole ou les logarithmes, et il ne donne alors aucune construction; de sorte que ce n'est pas merveille s'il ne suppose point qu'on prenne des espaces hyperboliques egaux.

Voici en abregé mon analyse: CP $= y$, PM $= x$, donc MT $= \frac{y\sqrt{(dx^2+dy^2)}}{dy}$ et CT $= \frac{xdy-ydx}{dy}$ et par la condition du probleme $y\sqrt{dx^2+dy^2} : xdy-ydx :: p:q$, d'ou je tire, (en suppofant pour abbreger $pp-qq=mm$) $dx^2 - \frac{2ppxdydx}{mmy} = \frac{qqyydy^2 - ppxxdy^2}{mmyy}$ et la resolution de cette egalité, (dont je regarde dx comme l'inconnue) me donne $mmydx = ppxdy \mp qdy\sqrt{mmyy+ppxx}$, que je change en cette autre equation: $\frac{dy}{y} = \frac{mmdu}{qq \mp q\sqrt{ppuu+mm}}$ [12]) (en mettant pour x, uy; et pour dx, $udy + ydu$) par le moyen de laquelle je pourois deia construire la courbe. Mais je suppose pour oster les incommensurables $\sqrt{ppuu+mm} = z - pu$, et partant $u = \frac{zz-mm}{2pz}$ et $du = \frac{zzdz+mmdz}{2pzz}$. Ces valeurs me donnent par la substitution:

$$\frac{dy}{y} = \frac{(q-p)dz}{qz} - \frac{2zdz}{zz+(p+q)^2}$$

$$\text{ou bien } \frac{dy}{y} = \frac{(p+q)dz}{qz} - \frac{2zdz}{zz+(p-q)^2}$$

qui m'ont servi à former mes deux constructions.

Comme vous avez trouvé l'analyse de Mr. Bernoulli je ne la chercherai point et je l'attens de vous. Au reste ma seconde suitte donne les memes quadratures que celle de Mr. Gregori. Vous le reconnoistrez aisement pour peu que vous vous y appliquiez. Mais il faut dans l'une et l'autre retrancher toujours ma 3°. suite, ce que Mr. Gregori devoit remarquer, car autrement je puis demontrer que ses quadratures seroient fausses. L'autheur du livre de la manoeuvre de vaisseaux est Mr. Renaud [13]), que je connois particulierement et qui a la charge d'ingenieur de

---

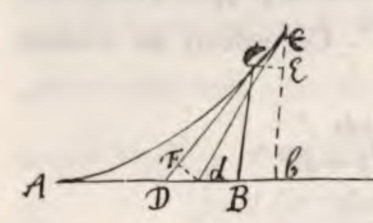
[12]) Lisez: $\frac{mmdu}{qqu \mp q\sqrt{ppuu+mm}}$.

[13]) Bernard Renau, né dans le Béarn en 1652, fut une des illustrations du règne de Louis XIV. Élevé par Colbert du Terron, intendant de Rochefort, il apprit les mathématiques pour entrer dans la marine. En 1679 il obtint une place auprès du comte de Vermandois, amiral de France. Il fut bientôt appelé à prendre part aux conférences instituées par le roi pour reformer la construction des bâtiments de guerre. Ce fut le système de Renau qui prévalut. Ce fut aussi d'après ses projets que l'on construisit les galiotes à mortiers qui, sous sa direction, servirent au bombardement d'Alger. Après la mort de Vermandois il se mit au service de

la marine. Vous me ferez plaifir de me mander ce que vous en penfez. J'acheverai de repondre à ce que vous fouhaitez de moi dans ma 1ere. lettre [14]). Je vous prie de ne pas oublier de m'envoyer les inventions de Mr. Neuton [15]) lorfque vous les aurez receues et je ferois bien aife auffi de favoir les manieres dont vous decrivez la courbe de Mr. Bernoulli, que vous me mandez eftre meilleures que la fienne. Je fuis Monfieur avec beaucoup de zele vôtre tres humble et tres obeiffant ferviteur

le M. DE L'HOSPITAL.

Apres ma lettre écritte je n'ay pu m'empefcher de chercher la maniere dont Mr. Bernoulli pouvoit avoir trouvé fa conftruction, et j'y fuis arrivé par un chemin affez court que voici. Soit $DC = z$, $DB = x$ donc $AD = nz$, $AB = nz + x$, et leur differentielles $Dd = ndz$, Bb ou $CE = dx + ndz$. Or à caufe des triangles femblables DBC, CEe et DFd, ou aura $DB : DC :: CE : Ce = \frac{zdx + nzdz}{x}$ et



$DC : DB :: Dd : DF = \frac{nxdz}{z}$ c'eft-dire à la differentielle Cc de la courbe moins [16]) la differentielle de la touchante DC; d'ou l'on tire $nxxdz + xzdz = zzdx + nzzdz$, et faifant $x = uz$ il vient $\frac{dz}{z} = \frac{du}{nuu - n}$ qui eft apparemment l'equation, où vous eftes arrivé, et dont on déduit facilement le refte. Si vous avez fuivi une autre voye vous me ferez plaifir de m'en faire part.

Vauban, qu'il suivit au siège de Philipsbourg. Après avoir pris part, sur l'ordre du roi, au bombardement de Gênes, il assista aux sièges de Mons et de Namur. Parmi ses exploits on cite la délivrance, à St. Malo, des vaisseaux échappés au désastre de Cap la Hogue (voir la note 6 de la Lettre N°. 2753) et le sauvetage de plusieurs millions, qu'il réussit à retirer des galions espagnols réfugiés dans la baie de Vigo où ils furent pris par les Anglais. Renau était alors au service du roi Philippe V d'Espagne. Un gentilhomme espagnol, d'Elisagaray, lui ayant appris qu'ils étaient parents, Renau joignit à son nom celui d'Elisagaray. Il mourut le 30 septembre 1719. En 1699, lors de la réorganisation de l'Académie des Sciences, le roi l'avait créé membre honoraire. Fontenelle a écrit son éloge.

[14]) La Lettre du 21 octobre 1693; toutefois, à la question posée par Huygens concernant la courbe de la voile, de l'Hospital n'a répondu que dans sa Lettre du 25 novembre 1693.

[15]) Voir la Lettre N°. 2810 à la page 464 et la Lettre N°. 2815 à la page 484.

[16]) De l'Hospital avait écrit „plus" ce que Huygens a changé en „moins".

N° 2826.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. LE CLERC, rédacteur de la Bibliothèque Univerfelle et Hiftorique.

[SEPTEMBRE 1693].

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La pièce a été publiée dans la Bibliothèque Universelle et Historique[1]) et, en latin, par W. J. 's Gravesande[2]).

Remarque de M. HUGUENS fur le livre de la MANOEUVRE DES VAISSEAUX imprimé à Paris en 1689, in-8°. Pagg. 117[3]).

Le Livre, dont l'Auteur eft Mr. Renaud, Ingenieur Général de la Marine, eft écrit avec beaucoup de foin, de netteté & de methode, & marque du fçavoir dans la Geometrie & dans l'Analyfe. On n'y fuppofe point de principes que je n'avoüe être véritables[4]); & fi toute la Théorie étoit tirée de là par des conféquences legitimes, il n'y auroit rien à reprendre. Mais cela n'étant pas, je crois que pour l'utilité du public, il eft bon d'avertir d'une erreur confiderable que j'y ay reconnüe, parce que fe répandant dans la plus grande partie des Régles qu'on donne ici aux Pilotes, elles pourroient les mener dans des erreurs tres grandes & dangereufes.

Je commencerai en raportant le contenu de l'Article I du 2. Chapitre où l'Auteur fuppofe le vaiffeau HBM; dans lequel la ligne droite DC reprefente la pofition de la Voile, que l'on conçoit comme une furface plane, élevée perpendi-

---

[1]) Dans la livraison de septembre 1693, page 195. Voir, sur ce journal, la Lettre N°. 2435, note 19.

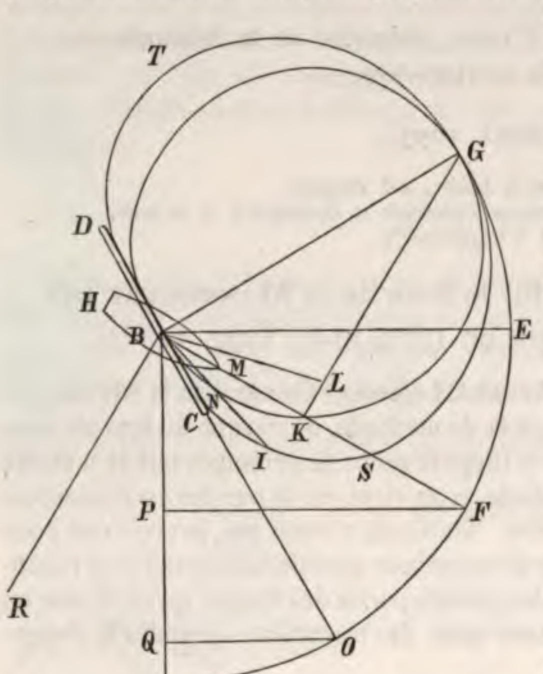
[2]) Chr. Hugenii etc. Opera Varia, Volumen Primum, p. 292 sqq.

[3]) Voir, pour le titre complet, la note 17 de la Lettre N°. 2813.

[4]) Il s'agit des principes exposés dans le premier Chapitre, intitulé: „De la force du vent contre les voiles, de la force de l'eau contre le gouvernail, & de sa résistance contre le vaisseau". Dans ce chapitre Renaud expose, avec beaucoup de clarté, la théorie alors généralement reçue d'après laquelle la pression d'un fluide en mouvement contre une surface résistante, serait causée par les impulsions de ses particules matérielles se mouvant toutes, indépendantes les unes des autres, avec la même vitesse dans la même direction et frappant contre la surface. Par des raisonnements apparents cette théorie conduit à la conclusion, que l'on considérait comme rigoureusement vraie, que la pression mentionnée, toujours dirigée suivant une ligne perpendiculaire à la surface, devrait être en raison composée de l'aire de la surface, du carré de la vitesse relative du fluide et du carré du sinus de l'angle d'incidence.

Consultez encore, quant aux vues de Huygens sur la pression d'un fluide mouvant, la page 19 de la Lettre N°. 2660.

culairement ſur cette ligne. AB eſt la ligne du vent qui pouſſe la voile. BG eſt perpendiculaire ſur DC; GK perpendiculaire ſur BK, qui eſt la quille du vaiſſeau prolongée. GEA eſt un arc de cercle decrit du centre B. BKG une circonference ayant BG pour diametre.



Il eſt vrai ce que dit l'Auteur, que la ſuperficie CD eſt pouſſée par le vent AB ſuivant la ligne BG, de ſorte que ſi le vaiſſeau fendoit l'eau de tous côtez avec la même facilité qu'il la fend avec ſa pointe, il iroit au point G ſuivant la ligne BG. Il ajoûte que parcourant cette ligne il avanceroit de pointe de la quantité BK, & de côté de la quantité KG; mais que comme le vaiſſeau trouve beaucoup plus de difficulté a fendre l'eau avec le côté qu'avec la pointe, il n'avancera pas dans la determination KG de la quantité KG, mais qu'il s'en faudra une quantité proportionnée à la difficulté qu'il a de plus à fendre l'eau avec le côté qu'avec la pointe. Par exemple ſi la difficulté par le côté à celle par la pointe étoit comme dix à un, ſi l'on proportionne KG à KL comme 10. à 1, & qu'on tire la ligne BL, il dit que le vaiſſeau ira au point L, ſuivant la ligne BL, dans le même tems qu'il auroit été au point G, s'il fendoit l'eau de tous côtez avec la même facilité.

Il ſuffit d'avoir ſuivi l'Auteur juſqu'ici. Je dis que ſa mépriſe conſiſte dans ce qu'il veut que le vaiſſeau ſoit parvenu de B en K [5]) *dans le même tems* qu'il ſeroit parvenu de B en G. Car ſi nous ſuppoſons que la derive eſt nulle, pour avoir moins d'embarras, il eſt certain que, ſelon l'Auteur, le vaiſſeau ira encore de B en K dans le même temps qu'il iroit de B en G, prenant toujours qu'il fend l'eau de tous côtez avec la même facilité; ou bien en le faiſant avancer de pointe, auſſi bien en allant par BG qu'en allant par BK.

Il ſemble qu'en cela il ait raiſonné de cette façon, ſçavoir que ſi en allant de B en G, le vaiſſeau avance de côté de la quantité KG, & de pointe de la quantité BK, il faut que le mouvement dans le ſens KG lui etant ôté, il lui reſte le mouve-

[5]) Liſez: L.

ment dans le ſens BK par lequel la ligne BK étoit parcourrüe en même tems que BG.

Mais il falloit conſiderer que bien qu'on puiſſe imaginer que le mouvement du vaiſſeau par BG eſt compoſé des mouvemens par BK & par KG, il ne s'enſuit pas que ſi dans l'effet on lui laiſſe le ſeul mouvement ſuivant BK; (ſoit que la figure & la poſition du vaiſſeau en ſoit cauſe, ſoit qu'on le ſuppoſe attaché par une corde infiniment longue BR, qui ſoit perpendiculaire à BM) il ne s'enſuit pas, disje, que le vent qui, en preſſant la voile CD, le pouſſeroit de B en G, le pouſſera dans un tems égal de B en K. Car pour ſçavoir quel eſpace il parcourra par BK, il faut voir avec quelle force il eſt pouſſé dans cette route, & de plus avoir égard à la reſiſtence qu'il ſouffre de l'eau. Or il eſt certain, par les regles de Mechanique, que la force avec laquelle la voile DC pouſſe le vaiſſeau par BK, eſt à celle dont la même voile, & dans la même poſition à l'égard du vent, le pouſſeroit par BG, comme BK à BG; & l'Auteur en convient dans ce qu'il explique des impreſſions de l'eau contre le Gouvernail, au 5. Article de ce ſecond Chapitre[6]). Mais les viteſſes ſeroient auſſi comme BK à BG, puis que l'on veut que ces deux lignes ſoient parcourües dans des tems égaux. Donc les forces ſeroient comme les viteſſes; ce qui ne ſçauroit être, & repugne à ce que l'Auteur à demontré au 13. Art. du I Chap. où il dit, que *pour faire mouvoir un corps avec différens degrez de viteſſe dans une matiere fluide, il faut que les puiſſances que le ſont mouvoir ſoient en raiſon des quarrez des viteſſes.* Donc les lignes BK, BG ne ſont pas parcourües en des tems égaux. Mais pour ſçavoir quel eſpace le vaiſſeau doit parcourir dans la route BK, il faut prolonger BK en S, en ſorte que BS ſoit moienne proportionelle entre BK, BG. Alors BS ſera l'eſpace qu'il parcourra dans le même tems qu'il iroit par BG, s'il fendoit l'eau dans ce ſens avec la même facilité. Car icy les quarrez des viteſſes par BG & BS, & par conſéquent auſſi les reſiſtences de l'eau, ſeront comme BG à BK; mais, comme je viens de dire, la proportion des forces eſt encore comme BG à BK; donc les forces ſeront comme les reſiſtences & auſſi comme les quarrez des viteſſes. Et par conſequent ce ſont ces viteſſes, qui ſont comme BG à BS, que le vaiſſeau doit acquerir dans ces deux routes, ſelon la maxime de l'Auteur que je viens de citer, & qui ne reçoit point de doute.

Ce n'eſt donc pas, comme il a cru, la circonference du cercle BKG qui determine les eſpaces que le vaiſſeau doit parcourir dans les diverſes poſitions de ſa quille, avec la même diſpoſition de la voile CD à l'égard de la ligne du vent; mais c'eſt la courbe BISGT, dont on trouve facilement les points de même qu'on a trouvé S. Et il eſt à noter que les eſpaces qu'elle donne, different d'autant plus de

---

[6]) On y lit en effet: „si BG" [il s'agit de l'hypothénuse d'un triangle rectangle BFG] „représente la force avec laquelle le gouvernail est poussé, BF sera la force avec laquelle il est poussé dans la détermination BF & FG celle dont il est poussé dans la détermination FG".

ceux que l'Auteur termine par la circonference BKG, que l'angle de la quille avec la ligne du vent devient plus aigu. Ainſi dans la route par BN, le vaiſſeau ira par BI, qui ſera double de BN enfermée dans le cercle, ſi BN eſt $\frac{1}{4}$ de BG; & il ſera le triple de BN, ſi BN eſt $\frac{1}{9}$ de BG.

La même erreur que je viens de remarquer influë dans preſque tout le reſte du Traité, & empêche de ſubſiſter pluſieurs Theorêmes qui autrement paroiſſent fort élegants. Comme entre autres celui qui dit [7]) que quand l'Angle de la voile avec le vent, OBA, eſt donné; la plus avantageuſe ſituation de la quille, pour gagner au vent, eſt celle qui diviſe également ſon complement OBE, d'où l'Auteur trouve en ſuite, en ſuppoſant que la derive eſt nulle, que la plus avantageuſe ſituation de la quille & de la voile enſemble pour cela, ſeroit lorſque l'angle du vent & de la quille eſt de 60. degrez, & celuy du vent & de la voile de 30. Ce qui n'eſt point, car par une Regle que je ſçai être vraie, quand l'angle du vent & de la quille eſt de 60. degrez, ſi on fait l'angle de la voile & du vent de 39. degrez 23. le vaiſſeau avancera plus dans ſa route, & par conſequent gagnera plus au vent, que quand la voile avec le vent fait un angle de 30 degr. [8]). Cette Regle par laquelle je trouve la plus avantageuſe ſituation de la voile quand l'angle de la quille & du vent [9]) eſt donné, pour faire le plus de chemin, eſt telle $x^4 = aaxx + \frac{1}{3}\, ppxx - \frac{4}{9}\, aapp$.

---

7) On le rencontre à la page 39 du Chapître IV, intitulé: „De la maniere de determiner la situation la plus avantageuse de la voile & de la Prouë, pour tenir le vent le plus qu'il est possible".

8) On rencontre aux pages 70 et 71 du livre J, à propos de ce theoréme, qu'on trouve à la page 50 du Chapître cité dans la note précédente, la remarque suivante, dont nous avons accommodé la notation à celle de la figure du texte: „Supposant qu'il n'y a point de derive, il trouve la situation de la voile la plus avantageuse quand elle fait avec le vent l'angle ABO de 30 degr.; donc divisant le complement OBE par le milieu en F, la situation de la quille seroit BF, qui seroit donc la plus avantageuse ensemble avec celle de la voile, pour gagner au vent, mais par ma Regle, lors que la quille est selon BF, je trouve une situation plus avantageuse pour la voile que celle qui coupe l'angle ABF egalement pour gagner au vent. Parce qu'elle fera aller le vaisseau plus viste dans cette route; donc il s'est trompé, et c'est d'icy que j'ay commencè a m'en appercevoir. Toute l'erreur vient de celuy de pag. 18" (c'est-à-dire de celle signalée par Huygens au commencement de la présente pièce comme se trouvant dans l'Article I du 2 Chapître).

Il semble donc que Huygens était en possession de la règle qui va suivre avant de commencer la lecture suivie du livre du Renaud, dont il pouvait contrôler les résultats au moyen de cette règle.

Remarquons encore qu'on doit lire un peu plus haut dans le texte 38° 23′ au lieu de 39° 23′. En effet, la règle qui suit donne $x = \sin$ ABC (voir la figure du texte) $= 0{,}6210$, c'est-à-dire. $\angle$ ABC $= 38°\ 23'$, pour $p = \sin$ ABC $= \sin 60°$. Sans doute on a affaire avec une faute d'impression ou de transcription. Dans les manuscrits nous n'avons pas rencontré le calcul en question.

9) Voir pour la déduction de cette règle l'Appendice N°. 2827.

ſçavoir ſi x ſignifie le ſinus OQ de l'angle de la voile & du vent, a le Rayon BA, p le ſinus FP de l'angle de la quille & du vent. Et elle s'accorde avec celle que Mr. Fatio a trouvée ci-devant, avec beaucoup d'autres belles choſes en cette matiere; comme j'ai reconnu par une Table où il avoit marqué le raport de quelques-uns de ces angles[10]). Il y a deux vraies racines à cette Equation[11]), qui ſervent aux deux cas que la quille avec la ligne du vent fait un même angle: ſçavoir en allant près du vent, ou vent largue[12]). Au reſte Mr. Renaud ne pourra guere douter que nôtre Regle ne ſoit vraie, puiſque par elle on trouve le meilleur angle du Gouvernail avec la quille pour faire tourner le vaiſſeau le plus promptement, tout à fait tel qu'il l'a determiné dans le Chapitre 7. En quoi il a fait une découverte fort utile. Car en prenant $p = a$, c'eſt-à-dire en faiſant la ligne du vent perpendiculaire ſur la quille, on trouve par cette regle le ſinus $x = \sqrt{\tfrac{2}{3} aa}$,

---

[10]) Nous ne connaissons pas l'ouvrage ou le manuscrit de Fatio de Duillier qui contenait cette table; mais on retrouve la table elle-même sur une des dernières pages du livre H, sous la forme suivante:

	de la vergue avec la quille.	du vent avec la quille.
	1°	3°.0′
de	15°	43°.11½′
mr. Fatio.	40°	109°.12½′
	65°	141°.52½′
	90°	180°.0

A a même page le second exemple de la table est vérifié au moyen de la formule $p = 3x\sqrt{\dfrac{aa-xx}{4aa-3xx}}$ qui se déduit aisément de la règle mentionnée et où l'on a dans ce cas, pour $a = 1$, $x = \sin(43°\ 11\tfrac{1}{2}' - 15°) = \sin 28°\ 11\tfrac{1}{2}$ et $p = \sin 43°\ 11\tfrac{1}{2}'$.

Ajoutons que l'ouvrage en question doit avoir contenu, entre autres, la déduction de la proportion $\sqrt{a^3} : \sqrt{(bxx\sqrt{aa-xx} - ax^3)} : c$ qui existe entre la vitesse du vaisseau vent arrière et celle avec laquelle il avance avec une situation donnée de la voile et de la quille, car Huygens a annoté à propos de cette proportion, à la page 190 du livre H: „Fatio celeritatum". Voir encore la note 3 de la pièce N°. 2827.

[11]) Ce qui est vrai en effet tant qu'on a $p < a$, comme le problème l'exige. En réalité, les racines de l'équation, considérée comme une équation quadratique en x^2, sont imaginaires entre les limites $p^2 = a^2$ et $p^2 = 9a^2$, et réelles et positives au dehors de ces limites pour p^2.

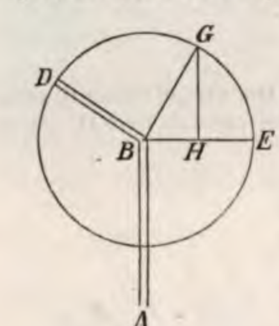
[12]) A vrai dire les angles sont supplémentaires, mais cela ne change pas la valeur de p. L'interprétation donnée par Huygens aux deux racines, de laquelle nous n'avons pas rencontré dans les manuscrits une justification plus précise, est donc correcte. Plus tard, dans l'ouvrage: „Essay d'une Nouvelle Theorie de la Manoeuvre des Vaisseaux, Avec quelques Lettres sur le même sujet; par Jean Bernoulli, Profess. de Mathem. & Membre des Académies Royale des Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse. A Basle, chez Jean George König, MDCCXIV, in-8°, Jean Bernoulli a repris la question, démontrant, pp. 39—41, que la moindre des racines s'applique au cas du vent étroit et la plus grande au cas du vent large.

de même qu'il trouve le Sinus de l'angle que la quille, ou la ligne du mouvement de l'eau, fait avec le gouvernail : ce qui doit être ainſi, comme il eſt aiſé de voir [13]).

Quoique toute cette Theorie devienne plus difficile, après la reforme que j'ai indiquée, qu'elle n'étoit au Traité de Mr. Renaud, je vois toutefois qu'il y auroit moyen de determiner par Regle la poſition du vaiſſeau & de la voile la plus avantageuſe pour gagner au vent, mais la longueur du calcul ne me le permet pas preſentement [14]); outre que la conſideration de la derive du vaiſſeau n'y feroit

---

[13]) En effet, dans ce Chapître 7, qu'il intitule : „De l'angle que le gouvernail doit faire avec la quille du vaisseau, pour prendre vent devant, ou pour arriver vent arriere le plus promptement possible", Renau se propose de déterminer la position DB du gouvernail pour laquelle la composante de la résistance de l'eau dans la direction BE, perpendiculaire à la direction de la quille BA, devient maximale.



Puisque la résistance de l'eau, dirigée suivant BG est proportionelle, d'après ses principes, au carré du sinus de l'angle d'incidence, qu'on peut représenter par la ligne GH, il est clair, qu'il s'agit de rendre maximale l'expression $GH^2 \times BH$, c'est-à-dire, posant avec Renaud $BH = x$, l'expression $x\ (aa - xx)$; ce qui amène $x = BH = \sqrt{\frac{1}{3}aa}$, $GH = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$.

Or, évidemment, ce problème est identique au fond avec celui de trouver la meilleure position de la voile DB dans le cas où AB représente la direction du vent et BE celle de la quille du vaisseau, auquel cas GH s'identifie avec le sinus de l'angle de la voile et du vent, c'est-à-dire, avec le x du texte.

[14]) A la page 190 du livre H on rencontre à cet effet quelques calculs préliminaires. Comme on le verra dans la pièce N°. 2827, la composante, dans la direction de la quille, de la pression du vent se trouve être proportionnelle à l'expression $(bxx\sqrt{aa-xx} - ax^3) : c$ (consultez, pour les notations, la note 2 de la pièce N°. 2827). Par conséquent, la vitesse du vaisseau est proportionnelle à la racine carrée de cette expression; mais, puisqu'il s'agit de la vitesse avec laquelle le vaisseau gagne sur le vent, on doit encore multiplier cette racine par le cosinus de l'angle CBA (voir la figure de la pièce N°. 2827), c'est-à-dire par $a : c$. C'est donc en somme l'expression $a\sqrt{bxx\sqrt{aa-xx} - ax^3} : c\sqrt{c}$ qui doit être rendue maximale, ou si l'on veut, puisque a est une constante, l'expression $x\sqrt{ab\sqrt{aa-xx} - aax} : c\sqrt{c} = \frac{x}{c}\sqrt{p\sqrt{aa-xx} - \frac{aax}{c}}$, où $p = SN = ab : c$.

Huygens la représente par le signe Ω, après quoi il poursuit: „invento xx et x ex regula II pag. 188 [voir la pièce N°. 2827, vers la fin], per datas a, b, c, fiat tabula quae, ad singulas c seu secantes anguli quem facit linea venti cum carina, ostendat sinum x, anguli optimi carinae et veli. Et ex his singulis computato spatio ex formula Ω, notetur quodnam

pas comprife, qui aporte beaucoup de difficulté; parce qu'il eft neceffaire d'avoir égard non feulement au plus de facilité que le vaiffeau a en fendant l'eau avec fa pointe qu'avec le côté, ainfi qu'a fait l'Auteur, mais encore à l'impulfion differente que reçoit le corps du vaiffeau par le vent, fur tout par les côtez, ce qui fait qu'une feule experience ne pourroit pas fuffire pour fervir de fondement dans le refte, en ce qui eft de la derive [15]).

---

fiet *maximum*. Sic habebitur et navis et veli positio utilissima, ad insurgendum contra ventum, quod dicunt gagner au vent".

„Vel brevius possumus ex singulis hypothesibus sinus veli et venti, invenire sinus venti et carinae, ex regula ♄ pag. 188 [voir toujours la pièce N°. 2827], ponendo x cognitam, p quaesitam; quae regula ex priore II formata est; tum ut sinus complementi anguli cujus sinus b, qui sin. compl. dicatur n, ad rad. a, ita hic ad secantem $aa : n = c$. Tum ex a, c, b vel p et x computetur longitudo seu spatium Ω. Et fiat tabula, ubi apparebit quaenam Ω sit maxima".

Ajoutons que Jean Bernoulli, dans l'ouvrage cité dans la note 12, a démontré (pp. 43—47) que la condition de maximum de Ω exige $p = \frac{1}{3} a \sqrt{6}$, $x = \frac{1}{3} a \sqrt{3}$, c'est-à-dire : CBA = 54° 44′, DBA = 35° 16′. En effet, si l'on représente ces angles par ψ et par φ, il ne s'agit que de rendre maximale l'expression $\cos \psi \cos \varphi \sqrt{\sin (\psi - \varphi)}$ pour les variables indépendantes φ et ψ; ce qui ne présente aucune difficulté avec les méthodes modernes. Huygens lui-même avait d'ailleurs essayé sur une feuille séparée que nous possédons, d'appliquer la méthode de la pièce N°. 2827 à l'expression Ω en y substituant pour p la valeur indiquée par la formule ♄ de cette pièce et pour c celle calculée au moyen de cette formule et de la relation $p^2 = a^2 b^2 : c^2 = a^2 (c^2 - a^2) : c^2$; mais il n'avait pu mener ces calculs à bonne fin. Enfin, une annotation qu'on trouve à la page 79 du Livre J semble indiquer que Huygens a cherché plus tard à déterminer, par voie expérimentale, les positions les plus avantageuses de la voile et de la quille, puisqu'on y lit „trouvé mechaniquement que la plus avantageuse disposition de la quille et de la voile pour gagner au vent, est environ quand l'angle du vent et de la quille est de 60 degr. et l'angle du vent et de la voile de 38 degr.".

[15]) A propos de ce dernier passage Jean Bernoulli, dans l'écrit cité, fait remarquer, pp. 102—103, que même en faisant abstraction de l'impulsion du vent sur le corps du vaisseau la dérive dans les différentes positions du vaisseau n'est pas déterminée par la proportion seule des résistances de l'eau contre le côté du vaisseau et contre la pointe, mais que la figure du vaisseau doit entrer en considération.

N° 2827.

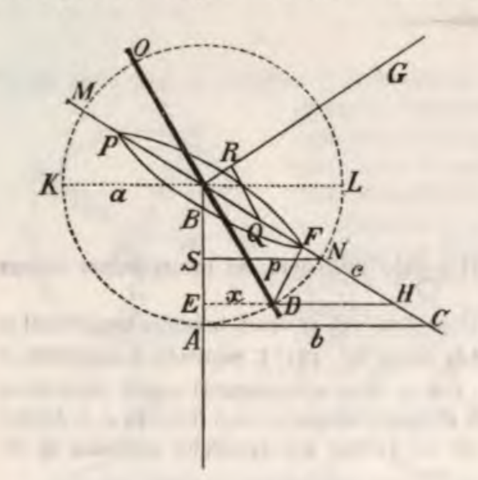
CHRISTIAAN HUYGENS.

[1693].

Appendice [1]) *au No.* 2826.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

L'angle du vent et de la quille ABC eſtant donnè, trouver la poſition de la voile BD, qui faſſe le plus avancer le vaiſſeau dans ſa route.



AB ventus; preſſio venti in KL ad preſſionem venti in velum DO per BG perp. ſicut qu. BL ad qu. ED.

Preſſio iſta in DO eſt ad preſſionem quam inde ſentit navis PF ad pergendum per BC ut BD ad DF: quae eadem ut QB ad BR.

Ergo preſſio venti in KL ad preſſionem qua cogitur navis ſecundum BC habet rationem comp. ex $aa : xx$ et $a : \frac{b\sqrt{aa-xx}-ax}{c}$ [2]); hoc eſt

$$a^3 : \frac{bxx\sqrt{.}-ax^3}{c}.\ ^{3})$$

Quodſi ergo celeritatem puppis per datam PBH directionem hoc poſitu veli velimus maximam eſſe quae poſſit, oportet $\frac{bxx\sqrt{.}-ax^3}{c}$ eſſe maximum, quia a^3 datum eſt. Ergo et $bxx\sqrt{.}-ax^3$ debet eſſe maximum quia c eſt data $=\sqrt{aa+bb}$. Sit ergo: $bxx\sqrt{aa-xx}-ax^3 =$ $= s^4$ ℵ.

[1]) La pièce est empruntée à la page 188 du Livre H. Les deux pages précédentes en contiennent d'ailleurs une première ébauche. Remarquons tout de suite que Huygens, dans tous les calculs qui vont suivre, néglige la vitesse acquise du vaisseau par rapport à celle du vent, aussi bien que la dérive.

[2]) C'est la valeur de DF déduite en marge comme il suit: a (BA) : b (AC) $=\sqrt{aa-xx}$ (BE) : $\frac{b\sqrt{aa-xx}}{a}$ (EH), substr. x, DH $=\frac{b\sqrt{.}}{a}-x$; c (BC) : a (BA) $=\frac{b\sqrt{.}}{a}-x$ (DH) : $\frac{b\sqrt{.}-ax}{c}$ (DF).

[3]) De cette proportion celle trouvée par Fatio (voir la fin de la note 10 de la Lettre N°. 2826) se déduit immédiatement.

$$bbaax^4 - bbx^6 = s^8 + 2ax^3s^4 + a^2x^6$$

$$ccx^6 - aabbx^4 + 2as^4x^3 + s^8 = 0$$

per Huddenij meth. univers. [4]) $$\frac{6. \quad 5. \quad 4. \qquad 3.\ 2.\ 1.\ 0}{6ccx^6 - 4aabbx^4 + 6as^4x^3 = 0}$$ [5])

$$\frac{-3ccx^3 + 2aabbx}{3a} = s^4$$

$$bxx\sqrt{aa - xx} - ax^3 = \frac{-3ccx^3 + 2aabbx}{3a} \; \aleph$$ [6])

$$3abx\sqrt{aa - xx} - 3aaxx = -3ccxx + 2aabb$$

$$3abx\sqrt{aa - xx} = -3bbxx + 2aabb$$

$$9a^4bbxx - 9aabbx^4 = 9b^4x^4 - 12aab^4xx + 4a^4b^4$$

$$\frac{(9a^4 + 12aabb)\,xx - 4a^4bb}{9bb + 9aa} = x^4$$; pro $aa + bb$ fit cc,

fit $\left(aa + \frac{1}{3}\frac{aabb}{cc}\right)x^2 - \frac{4}{9}\frac{a^4bb}{cc} = x^4$; fit $\frac{aabb}{cc} = pp$; p finus ∠ ABC

$$\left(aa + \frac{1}{3}pp\right)xx - \frac{4}{9}aapp = x^4 \;\Pi$$ [7])

$$pp = \frac{9aaxx - 9x^4}{4aa - 3xx} \; ♄$$

---

[4]) Nous avons emprunté cette indication à la première ébauche dont il est question dans la note 1. C'est la méthode de Hudde qu'on trouve aux pages 507—515 de l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 592, note 5. Elle est fondée sur la considération qu'au moment où s devient un maximum, deux racines de l'équation en x qui précède doivent être égales.

[5]) Dès ce moment il ne s'agit plus que d'éliminer s entre cette équation, obtenue par l'application de la methode de Hudde, et l'équation indiquée par le signe ℵ.

[6]) C'est l'équation ℵ qui est reprise, substitution faite de la valeur trouvée pour s^4.

[7]) C'est la règle cherchée qu'on retrouve à la page 528 du N°. 2826.

N° 2828.

CHRISTIAAN HUYGENS au MARQUIS DE L'HOSPITAL.

1er OCTOBRE 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
La lettre est la réponse au No. 2825.
De l'Hospital y répondit par le No. 2830.

Sommaire. [2]) Sa ſolution eſt a admirer a cauſe du chemin difficile. Bernouli ſe trompe en la condamnant comme fauſſe. puto poſſe reduci ipſius conſtructionem ad meam ſeu Bernoulianam. apparet quando futura ſit geometrica curva nempe quando $p-q$ vel $q-p$ ad q ut numerus ad numerum: per logarithm. poſſunt aequalia trapezia hyp. abſcindi. Una tantum datur curva quae ſatisfaciat, non duae ut putat. Fit enim aequatio ejus prima eadem quae Bernoulij, ſi ponatur 108 b, pro a, et dividatur per 432. ma conſtruction. qualis curvae integrae. quomodo in circumferentiam abeunt. et in rectam. ma machine pour la deſcription. Flexilis ambitum [3]). an habet quadraturam lineae $y = \frac{aax}{aa + xx}$ ex quadratura hyperbolae [4])?

A la Haye ce 1 Oct. 1693.

J'ay eſté etonnè, Monſieur, de voir que par le chemin que vous avez pris on pouvoit auſſi parvenir à la ſolution du Probleme de Mr. Bernouili, et j'ay admirè vos excellents artifices, qu'il y a falu emploier, où il y a bien des choſes, qui peuvent ſervir en d'autres occaſions, et ſur les quelles j'auray à vous conſulter cy-apres quand j'auray le loiſir de les examiner a fonds. Mr. Bernouilli ſe trompe aſſurement, quand il ſoutient que voſtre ſolution n'eſt pas bonne, eſtant certain, que toutes vos deux equations s'accordent avec la ſiene [5]). Je dis toutes les deux, par ce que ſi dans la 1re, l'on ſuppoſe 108 $b \propto a$, et qu'on diviſe apres par 432, on

---

1) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, pag. 296.

2) Ce sommaire est emprunté à la page 63 du Livre J.

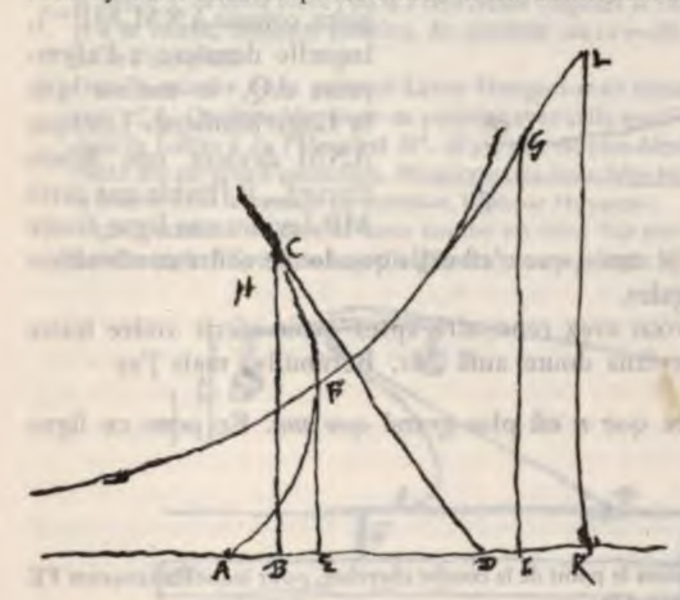
3) Comparez l'anagramme de la fin de la pièce N°. 2823 et la fin de la présente pièce.

4) Nous n'avons pas trouvé cette quadrature dans les manuscrits de Huygens. On remarquera que la question n'a pas été traitée dans la lettre.

5) En outre Huygens s'était assuré, à la page 62 du Livre J, de l'identité des solutions de Bernoulli et de l'Hospital avec celle de Jacques Bernoulli pour le cas particulier $p = 2q$. Posant, dans la figure 3 de la pièce N°. 2821, $AD = x$, $CD = y$, $CG = z$, on trouve facilement (appliquant la formule de l'avant-dernière ligne du § IV de la même pièce où l'on doit remplacer $2x$ par z et où z représente, après changement de signe, la ligne DG) $DG = (az - z^2) : (a + z)$, donc $x = (az - z^2) : (a + z) + \frac{1}{2} z$, ou bien $z^2 = 3az - 2ax - 2xz$.

D'un autre côté on a $z^2 - y^2 = GD^2 = (x - \frac{1}{2} z)^2$, donc $z^2 = -\frac{4}{3} xz + \frac{4}{3} x^2 + \frac{4}{3} y^2$.
En égalant ces deux expressions pour z^2, Huygens trouve aisément $z = (6ax + 4x^2 + 4y^2) : (9a - 2x)$; après quoi la substitution dans la seconde expression pour z^2 amène l'équation

trouve juftement fon equation. Ce que je m'eftonne que vous n'aiez pas remarquè, Monsr., en luy faifant refponfe, aufli bien que vous l'aviez decouvert dans la feconde. Il n'y a donc pas deux differentes courbes qui fatisfaffent au Probleme, comme vous aviez cru, mais vos deux conftructions donnent la mefme, quoy que de differentes grandeurs. Je crois mefme qu'on les pourroit reduire à la mefme fimplicité de la miene que vous verrez icy, qui refulte aufli de la folution de Jac. Bernouilli que vous avez vue dans les Acta du mois de Juin. Car pour ce qui eft des trapezes Hyperboliques égaux que voftre conftruction demande qu'on puiffe retrancher, cela fe fait aifement par le moien de la Logarithmique, et pour venir à ma conftruction, il a falu y paffer de mefme, comme vous pouvez juger par ce que je vous ay ecrit dans ma precedente. Cette conftruction donc[6]) eft comme s'enfuit.



Soit donné dans la droite AB, le point A, et qu'il faille trouver la courbe AFC telle que quelque droite qui la touche, comme CD, retranche dans AB la partie AD, qui ait à CD une raifon donnée.

Conftr. Suppofant la Logarithmique quelconque FG, aiant l'afymptote AB, de quelque point qu'on y aura pris, foit appliquée la perpendiculaire FE. Et comme b à c ainfi foit FE à

---

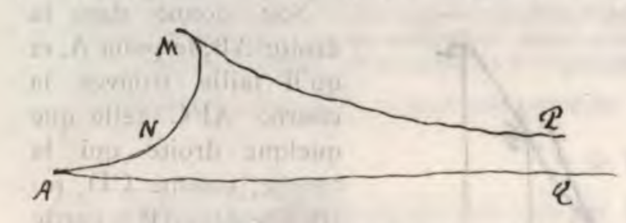
cherchée : $4y^4 + 4x^2y^2 - 27a^2y^2 + 36axy^2 + 32ax^3 = 0$, qui devient identique avec celle de Bernoulli en supposant $a = 2b$. Remarquons que les deux constantes a et b ont chacune une signification géométrique très simple; celle de Huygens représentant la ligne BO de la figure mentionnée et celle de Bernoulli la ligne AO de la même figure.

[6]) Huygens l'a publiée plus tard dans l'article cité dans la note 11 de la Lettre N°. 2823.

Elle a été déduite probablement à l'aide de la proportion $\left[(\theta x)^{\frac{2}{\theta}} + 1\right] : \left[(\theta x)^{\frac{2}{\theta}} - 1\right] = \theta x : z$ qui se trouve dans le § VII de la pièce N°. 2821, et où l'on a, l'unité étant représentée par EF, $\theta = b : c$; $x = AD : EF$; $\theta x = CD$ EF; $z = BD : EF$.

EA[7]). Puis aiant pris vers E quelque diſtance AD, et faiſant comme c à b ou AE à EF, ainſi AD à une autre DC, on decrira avec celle-cy comme raion et du centre D, la circonference CH, et l'on appliquera IG egale à la meſme DC. Puis comme b à deux fois c, ainſi on fera IE à EK, qu'on prendra vers I[8]), et on appliquera derechef à la logar.que la perpend. KL[9]); et comme la ſomme des lignes KL, EF à leur difference, ainſi on fera DC à DB, qu'il faut prendre vers le point A, ſi AD eſt plus grande que AE, ou du coſtè oppoſè ſi elle eſt moindre. Maintenant la droite BC perpend. à l'aſymptote, coupera la circonf. CH, au point C, qui ſera dans la courbe cherchée AFC.

Je crois que vous aurez remarqué que lors que c eſt plus grande que b, la Ligne n'a pas une courbure ſimple, mais deux différentes, qui aboutiſſent à un meſme point, comme ANM, MP[10]), laquelle derniere a l'aſymptote AQ, la meſme que la Logarithmique. Lorſque ANM devient une demie circonf., il ſemble que cette MP devient une ligne droite



et vous trouverez, comme je crois, que c'eſt celle que donne voſtre conſtruction dans le cas que b et c ſont egales.

Le chemin abregè que vous avez rencontrè apres avoir eſcrit voſtre lettre eſt celuy que j'ay ſuivi, et ſans doute auſſi Mr. Bernoully, mais j'ay $\frac{au}{n - nuu} = -\frac{dz}{z}$ [11]), par ce que n eſt plus grand que nuu. Et pour ce ſigne

[7]) De cette manière F représentera le point de la courbe cherchée, pour lequel la tangente FE se trouve perpendiculaire à l'axe AD.

[8]) Comme cela résulte de l'article mentionné dans la note 6, Huygens a vu plus tard qu'on pouvait prendre EK tout aussi bien vers l'autre côté.

[9]) On a donc par construction : $\mathrm{l}\,(KL : EF) = \frac{EK}{EI}\,\mathrm{l}\,(IG : EF) = \frac{2}{\theta}\,\mathrm{l}\,(CD : EF) = \frac{2}{\theta}\,\mathrm{l}\,(\theta x)$ et ainsi : $KL = (\theta x)^{\frac{2}{\theta}} EF$.

[10]) Consultez, sur le point de rebroussement M, dont l'existence avait échappé à de l'Hospital et probablement aussi aux Bernoulli, la Lettre N°. 2833 à de l'Hospital du 5 novembre 1693

[11]) Comme on le voit, cette formule est identique, même quant au signe, avec celle indiquée par de l'Hospital. Pour la déduire de ses propres calculs, Huygens a pu partir de la formule dont il est question dans la note 18 de la pièce N°. 2821, c'est-à-dire de celle qui ouvre le § V de cette pièce, après changement toutefois du signe du second membre. Ensuite, pour se conformer à la notation de de l'Hospital, il a dû remplacer a par l'unité, θ par n^{-1}, x par nz, $n = az$: x par $x : nz = n^{-1} u$; au par $n^{-1}\,du$; ce qui amène en effet la formule du texte.

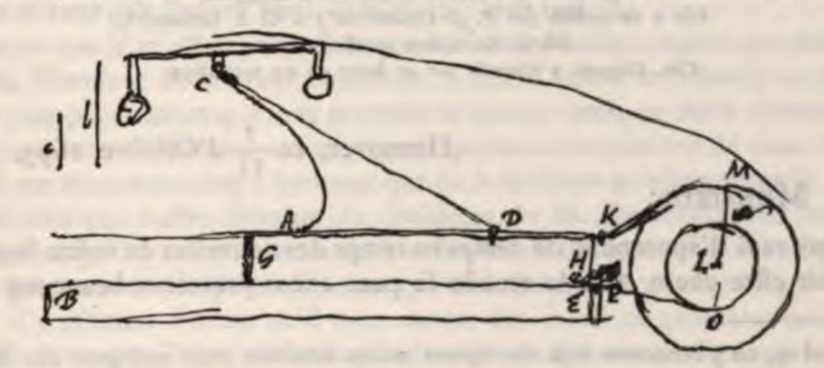
de — devant $\frac{dz}{z}$, il ne doit point faire de peine, qui feroit + dans les cas que la touchante CD eft inclinée de l'autre fens que dans voftre figure[12]), c'eft-à-dire dans celle-cy.

J'avois deffein de vous envoyer la maniere que j'avois imaginee pour defcrire mechaniquement ces courbes[13]), mais je vois qu'il y a à confiderer quelque chofe de plus dans les cas que *c* eft plus grande que *b*[14]), et je n'ay pas maintenant affez de temps

[12]) Ce changement de signe, inévitable dans les formules de Huygens (voir la pièce N°. 2821 et la figure 3 de cette pièce) où le *z* représente toujours la valeur *absolue* de la soutangente GD et *n* la valeur, toujours positive, du quotient : $az:x = \mathrm{BO} \times z : \mathrm{AG}$, est déplacé dans celles de de l'Hospital.

[13]) Dans la minute de la présente Lettre Huygens avait même achevé cette description pour le cas $c < b$. Quoique identique en principe avec celle que l'on rencontrera, pour le même cas, dans la Lettre à de l'Hospital N°. 2833, elle est plus détaillée et un peu différente quant au choix des moyens d'exécution. Nous croyons donc faire bien de la reproduire ici, telle qu'on la trouve dans le passage en question, biffé par Huygens :

„Ma maniere de decrire cette courbe est telle. Sur une table exactement horizontale soit fixée la regle BE, contre laquelle glissera une autre regle HG. Proche du bout de la regle EB



il y a deux rouleaux O, M, attachez ensemble et mobiles sur l'axe L fiché dans la table, ayant leurs diametres en la raison de *c* à *b—c*. D est un petit œil attaché au costé de la regle mobile, et K un autre œil fichez dans la table, en sorte que le fil DK qui passe par les deux soit couché le long de la dite regle. Ce fil est attaché a la pointe C qui doit decrire la courbe et passant en CDK, est enveloppé et attaché sur la circonference du rouleau M; et un autre fil EO est attaché en Q au bout de la regle mobile, qui va glissant contre la regle fixe, mais ce fil passe aussi par un petit œil fixé sur la table en P, vis à vis de K. Si on avance maintenant la regle HG vers B, le fil QO fera tourner ensemble les rouleaux O, M, et la regle mobile GH et l'œil D, avanceront la moitié aussi viste vers A que la pointe C", c'est-à-dire dans le cas où $b = 2c$, lorsque les deux rouleaux, ayant le même diamètre, peuvent être remplacés par un seul, comme dans la figure 2 de la Lettre N°. 2833.

[14]) Quelle peut avoir été la difficulté qui a frappé Huygens pendant la rédaction de la présente lettre? Quand on consulte la page 49 du Livre J, mentionnée dans la note 17 de la Lettre

de reste. Je differe donc aussi de vous respondre touchant ce que vous dites des quadratures par les series et touchant le livre de Monsieur Renaud.

J'ay envoié à Mr. Leibnitz une feuille pour estre inserée au Journal de Leipsich[15]), où je fais voir seulement que j'ay resolu le Probleme de Mr. Bernoulli sans en dire d'avantage que ce que je vous en marquay dans ma precedente, a fin de laisser de l'exercice à ceux qui s'y voudront occuper. J'y ay aussi parlè de la courbe que je vous dis que j'avois trouvée, et j'ay adjoutè qu'elle sert à regler et rendre egal le mouvement de certains horologes, que j'ay nouvellement inventez, qui est tel que l'agitation de la mer ne sçauroit luy nuire ni l'affoiblir, comme il arrive aux pendules, non obstant toutes les precautions. Je suis avec etc.

N° 2829.

G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.

11 OCTOBRE 1693.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]) *et C. I. Gerhardt*[2]).
Elle est la réponse au No. 2822.
Chr. Huygens y répondit par sa lettre du 29 *mai* 1694.

Hannover, ce $\frac{1}{11}$ d'Octobre 1693.

Monsieur

Je suis ravi d'apprendre de temps en temps des nouvelles de vostre santé, qui nous doit estre chere. Car le monde se peut encor promettre beaucoup de vos

N°. 2819, on y rencontre déjà des figures moins détaillées mais analogues aux figures 5 et 6 de la Lettre N°. 2833, qui représentent dans le cas $c > b$ les deux méthodes de décrire la courbe ANMP, dont l'une est valable pour la partie ANM, et l'autre pour la partie MP. Seulement dans la figure 6 le poids H qui entrave le mouvement trop facile des rouleaux manque encore dans la figure correspondante de la page 49 et la remarque „ut [ED] tensum maneat oportet ut orbiculi renitantur motui", qu'on y trouve, semble avoir été ajoutée plus tard. Il est donc probable que Huygens s'est aperçu tout à coup qu'il fallait un nouvel artifice pour empêcher que le fil FD ne se relâchât (car c'est bien ce fil et non ED, comme nous le montrerons dans la note 6 de la Lettre N°. 2833, qui est sujet à se relâcher) la pointe C restant en place.

[15]) Voir la pièce N°. 2823.

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 163.

[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, II, p. 163 et Briefwechsel, p. 719.

decouvertes. Ainſi quand vos lettres ne contiendroient que cela, elles me feroient touſiours agreables, Mais il y a touſiours beaucoup à apprendre; et de plus vos obligeantes expreſſions, qui font connoiſtre avec combien de bonté vous voulés bien: meas eſſe aliquid putare nugas, m'engagent à vous en faire des remercimens.

Je feray ravi de voir un jour vos repliques ſur noſtre queſtion phyſique, car comme vous approfondiſſéz merveilleuſement ces choſes, et comme il ſemble que nous avons pris un nouveau tour pour éclaircir la queſtion des Atomes et du Vuide, j'eſpere que nous la pourrons enfin terminer. Je ſouhaiterois de voir ce que vous avés remarqué ſur mes animadverſions anti-carteſiennes, que vous n'aviés pas trouvées tout à fait mauvaiſes [3]).

J'ay auſſi receu quelques lettres de M. le Marquis de l'Hoſpital, ou j'ay repondu le mieux que j'ay pû [4]). Mais mes diſtractions ne m'ont point permis de luy donner toute la ſatisfaction que j'aurois bien deſiré pouvoir donner. Je n'ay pas manqué d'envoyer à Meſſieurs les Collecteurs des Actes de Leipzig ce que vous leur avés deſtiné ſur le probleme de Mons. Bernouilli [5]); il eſt vray que c'a eſté une ſemaine apres l'arrivée de voſtre lettre, que j'ay trouvée à mon retour d'un petit voyage fait pour ſuſpendre mes travaux durant quelques iours, car ie me trouvois peu propre à l'application, apres une fieure tierce, qui n'a pas eſté trop forte, mais qui m'a fait craindre une recheute. Comme j'avois toutes les commodités dans le voyage et avec cela l'eſprit libre, je m'en ſuis bien trouvé.

Tout ce que je m'eſtois propoſé en produiſant le nouveau calcul, que vous commencés, Monſieur de trouver commode, a eſté d'ouvrir un chemin ou des perſonnes plus penetrantes que moy pourroient trouver quelque choſe d'importance. Et maintenant voti damnatus ſum, depuis que vous trouvés bon de vous en ſervir et c'eſt me faire beaucoup d'honneur que de le declarer publiquement [5]). Je ſuis ravi de voir par voſtre ſolution du probleme de M. Bernoulli, que vous avés remarqué ce qu'il y a de plus beau dans noſtre calcul differentiel, auſſi toſt que vous avés voulu prendre la peine d'y entrer, c'eſt iuſtement ce que ie marquois autres fois [6]) d'y eſtimer, ſçavoir qu'il nous donne des ſolutions generales qui menent naturellement aux Tranſcendentes, mais qui dans certains cas font que la Tranſcendalité ſe perd et qu'on decouvre que la ligne eſt ordinaire.

Vous faites beaucoup d'honneur à la Geometrie lorſque vous trouvés les plus beaux uſages des lignes qu'elle peut fournir. Et cette nouvelle courbe, que vous ne donnés que par enigme [5]), en ſera une belle preuve auſſi bien que voſtre uſage

---

[3]) Voir la Lettre N°. 2759 à la page 302.
[4]) La correspondance de Leibnitz et de l'Hospital a été publiée par Gerhardt dans „Leibnizens Mathematische Schriften", Band II, p. 216—343.
[5]) Voir la pièce N°. 2823.
[6]) Comparez la Lettre N°. 2639 à la page 558.

de la cycloide l'a eſté autres fois. La conſtruction des lignes, que vous appellés Tractorias eſt d'importance. J'appelle ainſi pluſtoſt la conſtruction que la ligne, car toute ligne peut eſtre conſtruite de cette façon, prenant tousjours dans la Tangente un point dont la diſtance du point de la courbe ſoit donnée, ce qui fera une nouvelle ligne, le long de la quelle un bout du fil eſtant mené l'autre decrira la courbe donnée. Vous eſtes tombé de vous même ſur une idée, que j'avois deja, mais que j'ay appriſe d'un autre. C'eſt de feu Mr. Perraut le Medecin [7]), qui me propoſa de trouver quelle ligne ſe produit en menant une extremité du fil le long d'une regle, pendant que l'autre extremité tire un poids par le plan horizontal dans le quel la regle tombe. Je trouvay bien toſt que c'eſt la quadratrice de la figure des tangentes canoniques du cercle, et par conſequent dependante de la quadrature de l'Hyperbole [8]). Je croyois d'avoir ſeul cette application de ce mouvement, mais dernierement j'ay iugé par ce que M. Bernoulli a dit ſur le probleme de ſon frere [9]) que vous deviés avoir publié la même choſe dans l'Hiſtoire des ouvrages des ſçavans [10]), car je n'ay pas encor eu cette Hiſtoire des ouvrages de cette année par la negligence du libraire, à qui j'avois ecrit pour m'envoyer et cela et autres choſes. Or cela m'a convié à publier encor d'autres penſées que j'avois ſur l'uſage de ce mouvement [11]). Et comme il paroiſt que vous avés medité ſur les moyens de le rendre exact en pratique, vous trouverés qu'il y a peut eſtre pas un en Geometrie qui le merite d'avantage. On pourroit ſe ſervir ſoit d'un poids, ſoit d'une appreſſion elaſtique, comme par exemple en mettant un reſſort entre deux plans paralleles immobiles, qui le tiendroient preſſé. Ce reſſort couleroit entre ces deux plans, d'une manière à ne pouvoir changer de ſituation à leur egard [a]), et preſſeroit un ſtile contre l'un des plans. Le ſtyle ſeroit attaché au reſſort, et le fil qui tireroit l'un et l'autre, quoyqu'il n'iroit peut eſtre point jusqu'au ſtile deuuroit pourtant y aboutir en cas de prolongation ou pluſtoſt à l'axe prolongvé du ſtile à l'entour du quel le fil, ou bien la regle équivalente au fil, ſe tourneroit pendant le mouvement. Il ſeroit meme poſſible de faire que le reſſort

---

7) Comparez, pour ce qui va suivre, la note 4 de la pièce N°. 2824.

8) Consultez à ce propos la page 388 de l'article de Leibniz cité dans la note 6 de la pièce N°. 2824. On y verra que „la figure des tangentes canoniques du cercle" dont la tractrice peut être considérée comme quadratrice, n'est autre que la courbe $\alpha\psi\theta$ de la figure 5 de la pièce N°. 2625, dont les ordonnées sont égales aux tangentes des angles $\sigma\delta\varepsilon$. Ainsi, pour connaître l'aire de cette courbe, il ne s'agit que de trouver ce que Leibniz appelle dans sa Lettre N°. 2699 à la page 161 : „la somme des tangentes selon les sinus de complement" qu'il réduit à la page suivante de la même Lettre à la quadrature de l'hyperbole.

9) Voir la note 19 de la Lettre N°. 2819.

10) Voir la pièce N°. 2793.

11) Toujours dans l'article cité dans la note 6 de la pièce N°. 2824.

(un ou plufieurs) eftant preffé entre les deux plans, le ftile qui doit tracer, fut dehors, pour qu'on puiffe voir ce qu'il trace. On pourroit encor penfer à d'autres moyens; le tout confifte dans le foin d'empecher que l'impulfion du ftile même ne fe mele avec la traction. Mais vous pourrés mieux choifir que perfonne. Lorsqu'on demande fi cette conftruction eft Geometrique il faut convenir de la definition. Selon mon langage je dirois qu'elle l'eft. Auffi crois ie que la defcription de la cycloide, ou de vos lignes faites par l'evolution [12]), eft Geometrique. Et je ne vois pas, pourquoy on reftreint les lignes Geometriques à celles dont l'equation eft Algebrique. Mais entre les conftructions Geometriques ie prefere non feulement celles qui font les plus fimples mais auffi celles qui fervent à reduire le probleme à un autre probleme plus fimple et contribuent à éclairer l'efprit. Par exemple ie fouhaiterois de reduire les quadratures ou les dimenfions des aires aux dimenfions des lignes courbes.

Mons. Bernoulli le ieune s'eft plaint à fon tour de M. le Marquis de l'Hofpital, dans une lettre qu'il a voulu m'eftre communiquée [13]). Mais le fuiet de leur conteftation ne me paroift gueres confiderable. Et la conftruction de la ligne de M: Beaune n'eft pas de[s] plus difficiles. Auffi crois-ie qu'ils fe feront raccommodés [14]).

J'ay eu de la peine à me refoudre à chercher une des courbes dont vous me donnés les foutangentes, car ordinairement on s'engage en des calculs un peu longs, et maintenant je n'ofe toucher à ceux qui font tant foit peu prolixes. Neantmoins pour vous fatisfaire, puifque vous m'aviés donné le choix, j'ay choifi la plus fimple [15]), qui eft $2ayy : 2aa - yy - xx$ [16]), et j'ay trouvé que vous aviés raifon de l'apeller un déguifement, car c'eft le cercle à qui cette foutangente peut appartenir, et fon equation eft $2ax - xx = yy$. Mais a fin que vous voyiés que j'ay approfondi ce probleme, et que ce n'eft pas par quelque hazard que j'ay trouvé ce cercle, ie vous diray que la courbe n'eft ordinaire, que dans ce

---

[12]) Les Développantes. Voir la „Definitio III" de la „Pars Tertia" de l'„Horologium Oscillatorium" où l'on lit, à propos d'une telle courbe: „Vocetur autem ea, Descripta ex evolutione".

[13]) Probablement par l'intermédiaire de Otto Mencke, l'éditeur des „Acta Eruditorum", par les mains duquel passa également la première lettre de Jean Bernoulli à Leibniz, du 20 décembre 1693.

[14]) Les lettres échangées à ce sujet entre de l'Hospital et Jean Bernoulli se trouvent à Stockholm dans la bibliothèque de l'Académie des Sciences, avec une grande partie de leur autre correspondance réciproque qui, sans doute, sera publiée un jour.

[15]) En marge de la lettre, Leibniz nota ici l'expression $\frac{2ayy}{2aa - yy - xx}$.

[16]) Comparez la note 22 de la Lettre N°. 2821.

feul cas, mais tranfcendante dans une infinité d'autres. Ie vous en donneray premierement l'exemple le plus fimple [17]). Soit $x = \int adv : a - v$, (1) ou $dx = adv :$ $: (a - v)$, (2) il eft manifefte que la lettre x fignifie une grandeur qui eft comme le logarithme, pofé qu'$a - v$ foit le nombre. Car cela depend de la quadrature de l'Hyperbole ou de la defcription de la ligne Logarithmique. Cela pofé, je dis que la ligne, dont l'equation eft $yy = aa + 2ax - xx - av$ (3) [18]), fatisfait au probleme, et il eft manifefte que cette ligne fe peut conftruire, fuppofita Hyperbolae quadratura. Voicy comment ie prouve maintenant le fuccés par le calcul differentiel. Apres avoir differentié l'equation 3, je trouve $2ydy = 2adx - 2xdx - - adv$ (4); dont oftant dv par l'equation 2 il y aura $2ydy = 2adx - 2xdx - - adx + vdx$ (5). Et par cette derniere, jointe à l'equation 3 oftant v, il y aura enfin $yydx = aadx + 2axdx - xxdx - 2aydy + 2aadx - 2axdx - aadx$, ou bien, apres les deftructions dûes: $yydx + xxdx + 2aydy = 2aadx$ (6) ce qu'il falloit faire; car il eft manifefte que $dx : dy = 2ay :, 2aa - yy - xx$ c'eft à dire que la fouftangente eft $2ayy :, 2aa - yy - xx$. La méme chofe reuffit dans une infinite d'autres lignes prenant l'arbitraire n, et difant: $yy = na + 2ax - xx - nv$ [19]). Mais n eftant egal à rien, il en provient le cercle. Quant aux ddx, j'en ay eu fouvent befoin elles font aux dx, comme les conatus de la pefanteur ou les folicitations centrifugues font à la viteffe. M. Bernoulli marque dans les Actes de Leipzig de l'année paffée p. 202 de les avoir employées pour les lignes des voiles [20]). Et ie les avois deià employées pour le mouvement des aftres dans les mêmes actes [21]). Au refte comme vous avés de la peine à fouffrir, Monfieur, que ie penfe fouvent

---

[17]) Ici Leibniz note en marge: $dx = \frac{adv}{a - v}$.

[18]) On trouve à la page 85 du Livre J une construction très simple de cette courbe au moyen de la logarithmique. Ensuite Huygens y vérifie les calculs de Leibniz et il ajoute: „Hic novum est quod in aequatione curvae (3) sunt tres incognitae; quodque huic differentialem aequationem invenit (4). Ex qua deinde egregie eliminat dv, et v. Examinandae aliae curvae hoc modo compositae".

[19]) Nous écririons: $y^2 = 2ax - x^2 + nae^{-\frac{x}{a}}$, solution correcte et générale de l'équation différentielle: $y\frac{dx}{dy} = 2ay^2 : (2a^2 - y^2 - x^2)$.

[20]) Dans l'article en question, que nous avons cité dans la note 25 de la Lettre N°. 2819, Jacques Bernoulli exprime comme il suit la propriété fondamentale de la courbe de la voile „Sumtis aequalibus curvae portiunculis, Cubi ex primis differentiis ordinatarum sunt proportionales secundis differentiis abscissarum".

[21]) Dans ceux de février 1689; comparez la note 10 de la Lettre N°. 2601.

à l'Hiſtoire au Droit et à la Politique, il y a bien des gens qui me font la guerre icy, et ailleurs de ce que ie me mêle des matieres ou vous regnés. En verité je m'accommoderois d'avantage de ce qui eſt de vótre gouſt, ſi j'en avois abſolument le choix. Et j'eſtime plus les verités eternelles qui éclairent l'eſprit que les faits ou les verités temporelles. Il faut cependant avouer, qu'encor en matiere de droit, de morale et de Politique on pourroit faire des decouvertes et des raiſonnements exacts. Et ſouvent on y manque en practique, parce qu'on a couſtume de les traitter ſuperficiellement. Je ſeray bien aiſe de voir un jour vôtre jugement ſur la preface de mon code diplomatique. Je vous avois communiqué mon proiect parce j'ay cru que peut eſtre quelque un de vos amis en Hollande me pourroit fournir quelque piece curieuſe, dont il y en auroit ſans doute qui ſeroient honorables à voſtre Republique. Je n'employe que de pieces choiſies. C'eſt pourquoy mon deſſein n'eſt pas des plus vaſtes. Mais pour finir par noſtre Geometrie, j'oſe dire qu'on pouſſeroit peut-eſtre bien avant la recherche de ces choſes, ſi on avoit à la main quelque ieune homme d'eſperance, qui en s'inſtruiſant nous pouvoit ſoulager dans le calcul. En attendant je fais ce que je puis pour meriter l'honneur que vous me faites de croire que ie ſuis avec tout le zele et toute la conſideration poſſible,

MONSIEUR

Voſtre treſhumble et tres obeiſſant ſerviteur
LEIBNIZ.

[a]) Cela ſerait difficile [Chriſtiaan Huygens].

N° 2830.

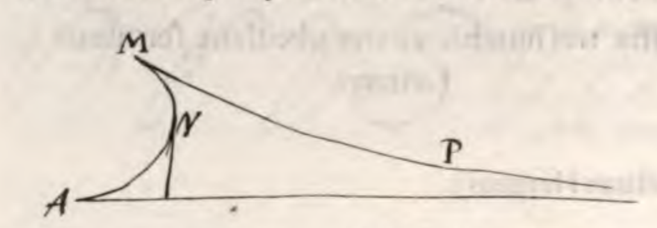
LE MARQUIS DE L'HOSPITAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

21 OCTOBRE 1693.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]).
Elle est la réponse au No. 2828.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2833.

A Ouques ce 21e Octobre [1693].

Je vous rends graces, Monfieur, de ce que vous m'avez fait appercevoir que mes deux courbes etoient de mefme efpece. Ce qui m'avoit trompé etoit que les formules qui les donnent font fort differentes, et que dans le cas d'egalité la premiere donne un cercle et la feconde une ligne droite. J'en vois à prefent la raifon qui confifte en ce que l'egalité $zz - \frac{2px}{y} z = pp - qq$ a deux racines telles que l'une eftant fubftituée dans la 1ere formule et l'autre dans la 2.e elles donnent les mefmes valeurs pour y. Le chemin ANMP de la courbe lors que p eft moindre que q eft fingulier et je n'en fcais pas la raifon c'eft pourquoi vous me ferez plaifir de me l'apprendre. Jl me paroift que la defcription mechanique de mr Bernouilli ne peut fervir que pour la portion AN[2]). J'atends avec impatience que vous faffiez part au public de vos nouveaux horloges qui ne craignent point l'agitation de la mer et de la courbe qui fert à en regler le mouvement, et comme vous nous avez donné dans vos pendules une mefure tres exacte du temps pour les gens de terre, il ne reftoit plus qu'a en faire de mefme pour les marins, ce qui fera d'un ufage merveilleux pour les longitudes.



[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 299.

[2]) C'est une erreur. La méthode de Bernoulli, sur laquelle on peut consulter la note 20 de la Lettre N°. 2819, peut servir aussi bien pour la portion NMP; seulement, on doit renverser l'équerre HDB de sorte que le bras DB soit dirigé vers A et partir du point de rebroussement M, ce qui est nécessaire de même pour la partie de la courbe qui s'étend du point de rebroussement jusqu'au point où la tangente est perpendiculaire à l'axe. Et il est clair que Huygens s'en est aperçu plus tard, puisqu'on rencontre à la page 66 du Livre J une figure où l'équerre est dessinée dans les deux situations dans la position même où le renversement doit s'accomplir.

Le nom de l'autheur de la logistique ou de la *science generale des lignes courbes* [3]) ne vous est pas inconnu, car c'est Mr. l'abbé Catelan. Son livre est rempli de tant de paralogismes et de fautes grossieres qu'il a esté obligé enfin de le supprimer, quoi qu'il l'eust corrigé auparavant par trois differentes fois. Son procedé à mon egard a esté fort irregulier, il sçavoit qu'il y avoit plus de deux ans que j'avois travaillé sur ces matieres et que j'avois mesme communiqué mes ecrits a quelques uns de mes amis qui estoient aussi des siens et qui lui en avoient montré quelque chose: cependant sans en rien dire a personne, il s'avisa de faire imprimer à la haste ce beau livre apparemment afin de me prevenir, et c'est ce qui m'a donné occasion d'en remarquer quelques unes des fautes les plus apparentes sous le nom de Mr. G***.

Mr. de Lagny m'a fait present de son livre [4]), c'est un homme assez habile dans les mathematiques. L'invention qu'il contient me paroist peu de chose, car ce n'est qu'une expression aprochée de la racine des cubes imparfaits; or comme vous sçavez Monsieur on peut exprimer ces racines par des suites dont la somme de quelques uns des termes donne ces sortes d'expressions. Il est vrai que le chemin qu'il a suivi est different, mais il n'en est pas pour cela meilleur.

J'ai trouvé un chemin fort court pour arriver à la construction des caustiques par refraction de laquelle mr. Bernoulli fait un si grand mystere [5]).

Soit une courbe quelconque DHM et un point rayonnant A d'où partent les rayons d'incidence AH, Ah infiniment proches l'un de l'autre; on demande le point de concours I des rayons rompus HI, hI, le rayon HB de la developpée estant donné.

[illegible]

[3]) [illegible]

[4]) [illegible]

[5]) [illegible]

Cela pofé on aura, acaufe des triangles femblables BHC et hHK, BHE et hHL, AHK et ARc, les proportions fuivantes HC : HE : : HK : HL $= \frac{sdx}{t}$ et AH : : AC : : HK : Rc $= \frac{ydx + tdx}{y}$. Or par la proprieté connue de la refraction Bc : Be : : BC : BE, et partant Bc—BC, c'eft-à-dire Rc : Be—BE, c'eft-à-dire Ne : : BC : BE : : m : n. On trouvera donc Ne $= \frac{nydx + ntdx}{my}$, et acaufe des triangles femblables HLI, NeI; HL—Ne : HL : : HE : HI $= \frac{mssy}{msy - nty - ntt}$, d'ou l'on tire la conftruction qui eft dans les actes. On peut remarquer que cette valeur de HI fe reduit à $\frac{sy}{2y - s}$ [6]), dans les cauftiques par reflexion, parce qu'alors $m = n$, et $t = -s$, le point C tombant de l'autre coté du point H par rapport au point E. Je fuis à la campagne pour quelque temps, mais cela ne doit pas vous empefcher de me faire l'honneur de m'écrire parce que j'ai donné ordre qu'on m'envoyaft vos lettres. Je fuis tres fincerement Monfieur vôtre trefhumble et tres obeiffant ferviteur

LE M.s DE LHOSPITAL.

Hollande

A Monfieur

Monfieur CHRISTIAAN HUYGENS,

feigneur de Zeelhem in 't noordeinde naaft de Crabre

A la Haye.

---

en ces termes: „Habet itaque Lector in hac & illa superioris anni lucubratiuncula in compendio fere, quicquid de *Evolutis, Causticis & Dia-Causticis* per mutuam ipsarum comparationem & relationem ad se invicem cognosci potest: cui si artificium (nobis Fratribus, ut credo, peculiare hactenus) adjungere voluissem, quo *Centra circulorum osculantium* seu *Evolutae puncta* ex natura *Expositae* [c'est-à-dire de la courbe donnée] unica & simplici proportione inveniri possunt, agnosceret puto, colophonem quodammodo huic materiae impositum esse, nihilque in ea jure amplius desiderari posse. Spero autem, & in his quae publicavi, nonnulla tam nova tamque singularia contineri, ut si fontem, unde manant, studiosius tegere voluissem, merito omnibus Geometris admirationi esse potuissent".

[6]) La formule est correcte; mais on ne doit pas oublier que, pour faire arriver le rayon réfracté HI d'une manière continue dans la position qu'il occupe dans le cas de la réflexion, on a dû le faire tourner dans le sens des aiguilles d'une montre, en passant par la position de la tangente. Ainsi, dans la situation que les points A et H occupent dans la figure, on doit considérer s et HI sur le rayon réfléchi comme des grandeurs négatives. Remplaçant s par t et comptant HI comme positif dans la situation qu'il prend sur le rayon réfléchi dans le cas de la figure, on aura donc HI $= ty : (2y + t)$.

N° 2831.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. P. BIGNON [1]).

5 NOVEMBRE 1693.

La minute et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

A Monfieur l'Abbé BIGNON.
Rue des Bernardins.

5 Nov. 1693.

Je n'avois pas cru Monfieur qu'une pretenfion affez mal fondée, que j'avois alleguée en efcrivant a Mr. de la Hire [2]) auroit eu le fucces que j'en ay appris par fa lettre [3]); où il me mande, que vous luy aviez fait remettre, pour m'eftre envoyez les 3 volumes des Ouvrages nouvellement mis au jour par vos foins, que j'avois tres grande envie de voir. C'eft un effet de voftre bontè et generofitè Monfieur d'avoir bien voulu, que non obftant nos malheureufes gueres, et mon abfence de 13 ans, je participaffe encore aux productions de l'Academie Roiale des Sciences, en vertu de ce peu, que j'y ay contribuè autrefois. Je n'ay pas voulu manquer de vous en temoigner ma reconnoiffance et combien ce prefent m'eft agreable; efperant d'en jouir devant qu'il foit longtemps. Je puis dire avec veritè que quoique eloignè de cette fcavante Compagnie, je m'intereffe tousjours beaucoup en ce qui la touche, et c'eft avec bien de la joie que j'ay appris qu'une perfonne de voftre merite, et de cette illuftre famille qui de tout temps affectionne les belles lettres, a prefentement la meilleure part dans fa direction. Je luy en augure beaucoup de bien, et j'en vois defia des effets dans la publication que vous venez de procurer de ces pièces qui font les fruits de fes eftudes et de fes travaux. Lors qu'on donnera de pareils recueils fi je puis fournir quelque chofe qui le merite, je feray tousjours bien aife d'y avoir part comme a cettuicy; comme

---

[1]) Jean-Paul Bignon (quatrième fils de l'avocat-général, conseiller d'Etat et maître de la librairie Jérôme Bignon, et petit-fils de Jérôme Bignon, qui fut précepteur de Louis XIII, avocat-général en 1612, grand-maître de la bibliothèque du roi et est connu par plusieurs productions littéraires), naquit le 19 septembre 1662 à Paris et mourut à l'Isle-Belle, près Melun, le 14 mars 1743. Membre honoraire et puis Directeur de l'Académie des Sciences, ce fut par son influence que l'Académie fut réorganisée en 1699. Voir „L'Académie des Sciences et les Académiciens de 1666 à 1793 par Joseph Bertrand, membre de l'Institut. Paris J. Hetzel, 1869" in-8°. p. 46.

[2]) Voir la Lettre N°. 2816.

[3]) Nous ne la connaissons pas.

auſſi de pouvoir contribuer parfois aux memoires que l'Academie fait imprimer tous les mois. Ce ſera pour me faire honneur et pour correſpondre a celuy que je reçois d'eſtre compté comme membre de cette celebre Aſſemblée. Je vous prie tres humblement de me le continuer, et de croire que je ſuis avec reſpect et une parfaite eſtime.

MONSIEUR

Voſtre &c.

N° 2832.

CHRISTIAAN HUYGENS à PH. DE LA HIRE.

5 NOVEMBRE 1693.

Le sommaire et sa copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.

Du meſme a Mr. DE LA HIRE [1]).

Sommaire: Remerciment touchant les 3 volumes. Qu'il les donne au porteur de mon billet. Qu'on pourroit donner un beau volume des obſervations de M. Caſſini et des ſienes. Que je pourray envoier la bonne conſtruction du Probleme d'Alhazen [2]) ſi on veut l'inferer aux memoires. que j'envoie a m. l'Abbe Bignon ma Remarque ſur la manoeuvre des vaiſſeaux [3]), et demande ſon ſentiment a long.

[1]) Le sommaire se trouve sur la même feuille que la minute de la Lettre N°. 2831.
[2]) Comparez la Lettre N°. 2819 à la page 497.
[3]) Notre pièce N°. 2826.

N° 2833.

Christiaan Huygens au Marquis de l'Hospital.

5 novembre 1693.

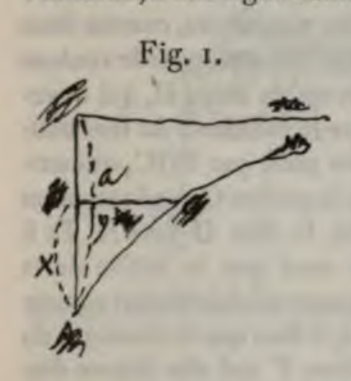
La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]).
La lettre est la réponse au No. 2830.
De l'Hospital y répondit par le No. 2838.

Huygens au Marquis de l'Hospital.

5 Nov. 1693.

Devant que de respondre à celle que je viens de recevoir de vostre part, je suppleeray icy ce que je devois dire sur 2 articles de votre precedente [2]). L'un estoit touchant la necessitè d'une seconde series pour les quadratures, outre celle que vous avez commune avec Mr. Gregori, laquelle equivalence je n'ay pas encore assez examinée. J'avois donc dit que je ne vois pas la necessitè de cette seconde series, dont vous jugerez apres avoir considerè ce qui s'ensuit. Vous scavez, Mr. sans doute la maniere de trouver l'equation d'une courbe lors que sa quadrature est donnée [3]). Par exemple quand l'aire d'une courbe est $a\sqrt{aa-xx}$, x estant l'abscisse, a une ligne donnée [4]). On en trouve l'equation $aaxx \propto aayy-xxyy$, où y est l'appliquée [5]). De mesme quand l'aire est donnée $aa-a\sqrt{aa-xx}$, l'on trouve la mesme equation de courbe $aaxx \propto aayy-xxyy$. Donc si cette equation de courbe est donnée, je trouveray par la seule premiere suite de Mr. Gregori, son aire $a\sqrt{aa-xx}$, sans avoir besoin de la seconde suite qui avec la premiere feroit trouver l'aire $aa-a\sqrt{aa-xx}$. Il y a seulement à remarquer que l'aire $a\sqrt{aa-xx}$ sera l'espace infini des appliquées sur $a-x$, et que l'aire $aa-a\sqrt{aa-xx}$ sera l'espace des appliquees sur x,

Fig. 1.



---

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 301.

[2]) La Lettre N°. 2825.

[3]) Voir, sur la méthode suivie à cet effet par Huygens, le § I de la pièce N°. 2736.

[4]) Voir la figure 1. A cause des renvois de la Lettre N°. 2819, note 21, et de la Lettre N°. 2828, note 14, nous avons numéroté les figures.

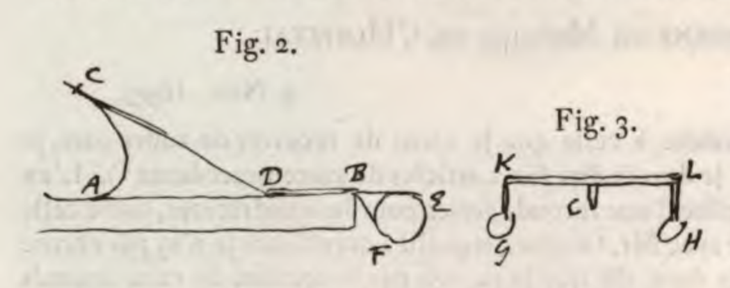
[5]) Consultez, sur la quadrature de cette courbe et sur la manière de la retrouver en partant de la quadrature, le § II de la pièce N°. 2669 et les Lettres N°. 2672 et 2673. Ajoutons qu'elle est représentée par la figure 1, dessinée par Huygens en marge de la minute, comme on le reconnait en comparant cette figure avec celle de la Lettre N°. 2672.

mais cette derniere se peut encore trouver sans considerer la 2.de suite, parce qu'on voit qu'en posant dans la premiere x ∞ o, l'aire devient ∞ aa, qui est quantité connue qui resulteroit de la 2.de suite. Et cela arrive tousjours ainsi.

Le second article estoit la description des courbes de Mr. Jo. Bernoulli. Je me sers pour la faire de cordes et de rouleaux. Ainsi si on veut decrire la courbe AC [Fig. 2] dont les tangentes CD soi[en]t double[s] des abscisses DA, il faut que la corde DBEFBDC soit enveloppée sur le rouleau EF tournant sur son centre fixe, alors en menant le stile D, où elle est attachée, le long de la regle BA, de D vers A, elle attirera la pointe C, qui decrira la courbe requise CA; laquelle pointe on peut tenir perpendiculaire sur le plan horizontal par cette invention d'equilibre, [Fig. 3] ou les 2 poids egaux G, H, sont attachez à la double equerre GKLH et pendent plus bas aux costez du plan horizontal que n'est la pointe C.

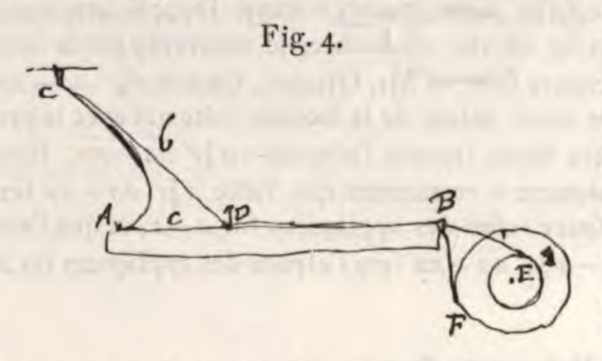
Fig. 2.

Fig. 3.



Dans ce cas la description est la plus simple. Dans les autres quand la tangente est plus grande que l'abscisse, il faut un double rouleau ou bien deux rouleaux attachez l'un sur l'autre, et qui tournent ensemble sur un mesme axe, comme dans cette autre figure, et il faut que le fil attaché au stile D aille envelopper le rouleau E, et qu'un autre fil, qui enveloppe le rouleau F du sens contraire passe par BDC, qui attirera la pointe C pendant qu'on mene le stile D vers A. Et si l'on veut que la raison de la tangente à l'abscisse soit comme b à c, il faut que le diametre du rouleau F qui tire soit au diametre de l'autre E, qui est tiré, comme $b - c$ à c. Ainsi, si CD doit estre triple de AD, le rouleau F doit avoir le diametre double du rouleau E.

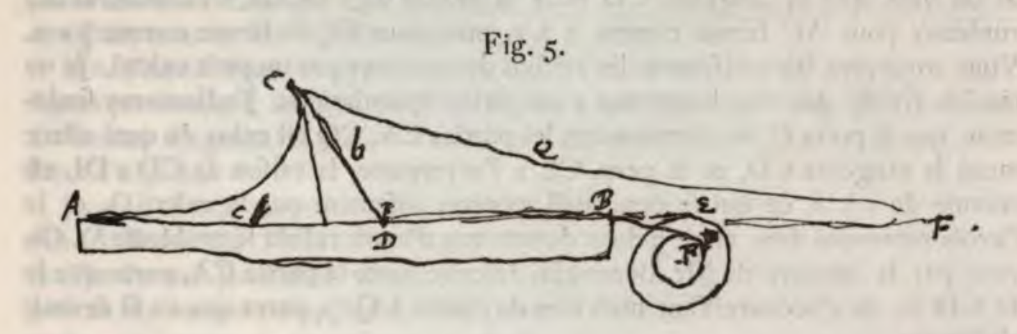
Fig. 4.



Lors que la tangente doit estre moindre que l'abscisse, c'est-à-dire b moindre que c, il y a un peu plus de façon, par ce qu'il faut tracer à part les deux parties CA terminée et CQ infinie [Fig. 5]. Pour descrire CA il faut que la corde qui vient du stile D, auquel elle est attachée, enveloppe le rouleau E, et qu'une autre corde enveloppe du mesme sens l'autre rouleau F, et qu'elle aille par BDC, et tire la pointe C pendant qu'on menera le stile D vers A. Et la proportion du diametre

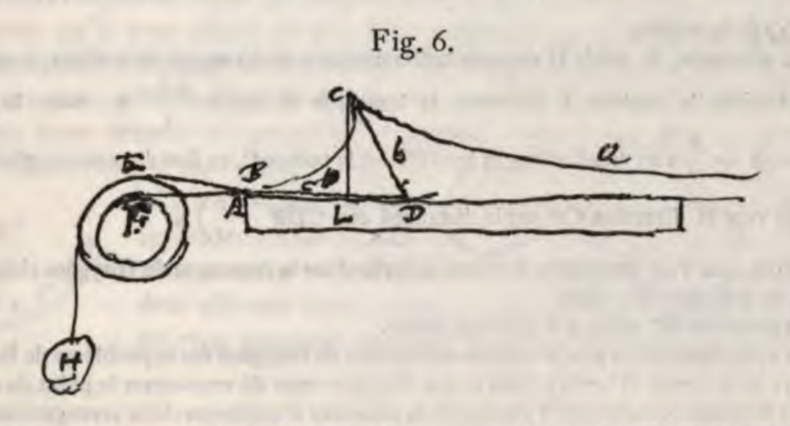
de E à celui de F doit eſtre comme c à $c-b$. Mais pour la partie CQ, il faut placer le rouleau compoſé de l'autre coſté de A, et faire que la corde qui vient du

Fig. 5.



ſtile D enveloppe le moindre rouleau F; et que l'autre corde qui du meſme ſens enveloppe le rouleau E, aille par BDC pour tirer la pointe C, pendant qu'on éloigne le ſtile D de A. Mais il faut pour cela qu'on empeſche le mouvement aiſé

Fig. 6.



des rouleaux comme par un poids H, autrement la corde EDC ſe relacheroit[6]).

---

[6]) Il y a ici une méprise, puisque c'est en réalité la corde FD qui se relâcherait, si la pointe C restait en place, faute d'une tension suffisante de la corde EDC. Pour s'en convaincre, un petit calcul suffira. Supposons à cet effet que le style D soit déplacé vers la droite sur la petite distance Δ. Alors, si la pointe C reste en place, la corde CD s'allongera de la quantité $\Delta.\cos CDB$ et par suite une longueur de corde $\Delta(1+\cos CDB)$ se déroulera du rouleau E. En conséquence, le rouleau F laissera échapper la longueur $\frac{c}{b+c}\Delta(1+\cos CDB)$ et le fil FD devra se relâcher aussitôt qu'on aura $\frac{c}{b+c}\Delta(1+\cos CDB) > \Delta$, c'est-à-dire, $\cos CDB >$

La raiſon des diametres de E et F doit eſtre icy comme $b+c$ à c, de ſorte qu'elle eſt autre que pour la partie CA et le meſme rouleau composé ne ſcauroit servir. Si on veut que la tangente CD faſſe la moitiè de l'abciſſe, les diametres des rouleaux pour AC feront comme 2 à 1, mais pour CQ ils feront comme 3 a 2. Vous trouverez bien aiſement les raiſons de tout cecy par un petit calcul. Je ne me ſuis arreſtè que trop longtemps a ces petites ſpeculations. J'adjouteray ſeulement que le point C, où commencent les parties CA, CQ eſt celuy du quel eſtant menè la tangente CD, et la perp. CL a l'aſymptote, la raiſon de CD a DL eſt comme de c à b, ce qui ſe peut auſſi montrer aiſement par le calcul [7]), et je l'avois remarquè ſans cette aide et devant que d'avoir reſolu le probleme [8]). On peut par la maniere de Mr. Bernouilli deſcrire toute la partie CA, parce que le fil CD va en s'accourciſſant mais rien de l'autre CQ [9]), parce que ce fil devroit s'allonger.

$> \frac{b}{c}$; mais c'est là précisément ce qui a lieu, comme on le verra dans la suite, pour toute la partie CQ de la courbe.

Si, au contraire, le poids H entrave suffisamment le mouvement du rouleau, la corde FD restera tendue, le rouleau E délivrera la longueur de corde $\frac{b+c}{c}\Delta$, dont la portion $\frac{b+c}{c}\Delta - \Delta = \frac{b}{c}\Delta$ servira à allonger le fil CD, et la pointe C, au lieu de rester en place, devra s'avancer vers la direction CD par la distance $\left(\cos CDB - \frac{b}{c}\right)\Delta$.

Ajoutons que l'on rencontre la même méprise dans la remarque de Huygens citée dans la note 14 de la Lettre N°. 2828.

7) Voir l'Appendice N°. 2834 à la présente lettre.

8) On peut consulter, quant aux premières recherches de Huygens sur le problème de Bernoulli, la note 17 de la Lettre N°. 2819. Sans doute Huygens aura dû rencontrer le point de rebroussement à la même occasion qu'il découvrit la nécessité d'employer deux arrangements divers pour les portions CA et CQ de la courbe. En effet, à la même pag. 49 du livre J mentionné déjà dans la note citée, on rencontre l'annotation suivante, qui se rapporte à la détermination du point C comme point limite de la portion de la courbe, dont la description est possible au moyen de l'arrangement de la figure 6. Adaptant les notations à celles de cette figure, l'annotation se lit comme il suit: „Pour tracer CQ infin. Filum affixum stylo in D incedens per DBF trahit orbiculum F. Simulque orbiculum E remittit filum alterum EBDC, quod per foramen stili mobilis D transit, et affigitur stylo describenti C. Quod si velim ut curva CQ sit ejusmodi ut semper tangens CD sit ∞ $\frac{1}{2}$ abscissae DA, debet orbiculus E habere diametrum sesquialterum diametri orbiculi F. Sed hoc modo tantum pars curvae CQ infinita describitur, quam Bernoullii machinula non potest describere. Incipit autem haec pars a puncto C cujus tangens CD abscindit DL inter ipsam et perpendiculum CL, ita ut CD ad DL sit dupla, in hac quidem curva; in omnibus vero ut CD ad DL habent rationem abscissarum ad tangentes".

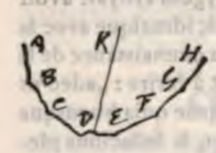
9) Voir toutefois la note 2 de la Lettre N°. 2830.

Je viens, Mons.r, à vostre lettre [10]), où je vois que vous avez fort bien demeslè l'origine de la construction des caustiques qui est dans les Acta; mais ces lignes a peine meritent elles que vous prissiez cette peine, quel que beautè ou utilitè qu'y veuillent trouver Mons. Tchirnhaus [11]) et Ja. Bernoulli.

Mr. l'Abbé Catelan n'a donc pas mieux reussi dans sa science generale des lignes courbes que dans sa critique, qu'il publia cy-devant [12]) contre ma Theorie du centre d'agitation. Il faut avouer que la geometrie n'est pas faite pour toute sorte d'esprits.

J'avois promis de vous dire mon sentiment touchant le livre de la manoeuvre des vaisseaux [13]). Vous allez l'apprendre par l'imprimè cy-joint [14]), qui est une feuille de nos Journaux. Celui, qui les compose, m'aiant prestè ce livre, m'avoit priè de luy donner par ecrit cette Remarque et j'ay bien voulu qu'elle fust publique puis qu'il importoit de refuter une fausse Theorie qu'on propose pour instruire les Pilotes. Je m'estonne que tant de personnes scavantes l'aient pu trouver bonne [15]).

Il y avoit quelques points dans mes lettres precedentes aux quels j'avois souhaitè vostre reponse, mais ce sera à vostre loisir. Pour à cette heure je demande seulement qu'il vous plaise de me faire response au plus tost sur ce que je vais vous demander touchant la recherche de Mr. Jo. Bernoulli, sur la figure de la voile, car vous m'avez fait scavoir que vous aviez conferè la dessus avec luy. Je voudrois donc scavoir s'il pretend qu'une voile faite de parallelogrammes egaux et inflexibles (que je represente icy par des lignes droites) A, B, C, D, E, F, G, H estant etendue par le vent se tiendrait courbée, de mesme que



feroit une telle chaine par son poids, puisqu'il assume que la chaine et la voile font la mesme courbure. Il me semble qu'il doit affirmer cela, parce qu'il me semble impossible autrement de rien penetrer dans cette affaire. Cependant je puis demon-

[10]) La Lettre N°. 2830.

[11]) Voir les articles mentionnés dans la note 4 de la Lettre N°. 2274 et dans la note 15 de la pièce N°. 2626.

[12]) Voyez la pièce N°. 2260 et consultez, pour la polémique qui s'ensuivit, les Tables des Matières des Volumes VIII et IX et du volume présent sous l'article „Polémique avec l'abbé de Catelan".

[13]) Voir la Lettre N°. 2813 à la page 478 et la Lettre N°. 2828 à la page 538.

[14]) Il s'agit de la pièce N°. 2826.

[15]) Probablement Huygens fait allusion aux critiques très favorables qui avaient paru dans le „Journal des Sçavans" du 12 décembre 1689 et dans les „Acta eruditorum" d'août 1690. De plus, dans l'article mentionné dans la note 25 de la Lettre N°. 2819, Jacques Bernoulli avait cité la fin du traité de Renau dans les termes : „sub finem libelli egregii", à propos de quoi Huygens avait annoté en marge de l'article: „sed pleni paralogismis".

Comparez encore la lettre de Huygens à Fatio de Duillier, du 30 novembre 1693.

trer que cela n'eſt pas ainſi [16]). Le Profeſſeur a avancé de grandes abſurditez touchant cette tenſion de la voile [17]), leſquelles j'ay envie de refuter en meſme temps. Je ſuis avec reſpect, etc.

---

[16]) Consultez, sur cette démonstration, l'Appendice II à la présente lettre, la pièce N°. 2835.

[17]) En consultant les „Notes marginales" (voir la note 1 de la pièce N°. 2540) sur les articles de Jacques Bernoulli, citées dans la note 32 de la Lettre N°. 2693 et la note 25 de la Lettre N°. 2819, on s'aperçoit qu'il s'agit des points suivants: 1°. de l'assertion mentionnée dans la note 33 de la pièce N°. 2693 et répétée dans le second des articles cités, d'après laquelle une partie de la voile se courberait en arc de cercle, 2°. de celle, dont Huygens croyait avoir prouvé l'inexactitude, d'après laquelle l'autre portion de la voilière serait identique avec la chaînette, 3°. de l'importance exagérée attachée par Jacques Bernoulli à la connaissance de la forme exacte de la voile au point de vue nautique, ce qui l'avait séduit à écrire: „adeo ut totius negotii certitudo tandem in cognitione *Figurae veli* terminetur, quae quia hucusque latuit, efficit, ut Nautae nondum optatum in his finem assequi potuerint, & fallacibus plerumque conjecturis deludantur" („Nugae!" annota Huygens), attribuant même à l'erreur de traiter la voile comme une surface plane un „damnum inaestimabile hominum merciumque", et ajoutant plus loin: „Ego interea pro homine mediterraneo ad negotium maritimum, quo non est aliud e quo rebus humanis major accedit utilitas, plus satis contulisse mihi videor", à propos de quoi Huygens remarque: „Imo haec nullius usus essent, etiamsi vera"; 4°. du théorème suivant: „Celeritas navium eodem secundo vento velitantium, caeteris paribus, sunt ut velorum subtensae", sur lequel Huygens annota: „Errat, imo sunt in ratione subdupla velorum subtensorum. Ita enim fiunt resistentiae sicut vires impellentes".

A propos de cette dernière remarque nous ajoutons encore qu'on trouve dans le même article de Jacques Bernoulli la phrase: „Vis, qua Velum.... impellitur, componitur ex celeritate venti, et subtensa veli", d'où il s'ensuit que l'auteur y considera en effet la pression du vent sur la voile & la résistance de l'eau contre la proüe comme variant dans la raison simple de la vitesse, ce qui est assez étrange, puisque les mêmes principes qui doivent l'avoir guidé, lui et son frère, dans leurs recherches sur la courbe de la voile (voir sur ces principes la Lettre N°. 2838), conduisent à la raison double. Aussi, dans l'article mentionné dans la note 22 de la Lettre N°. 2818, a-t-il rétracté le théorème en question, prétendant qu'il avait eu en vue les vitesses „initiales"; les vitesses stationnaires étant „ut Radices subtensarum veli".

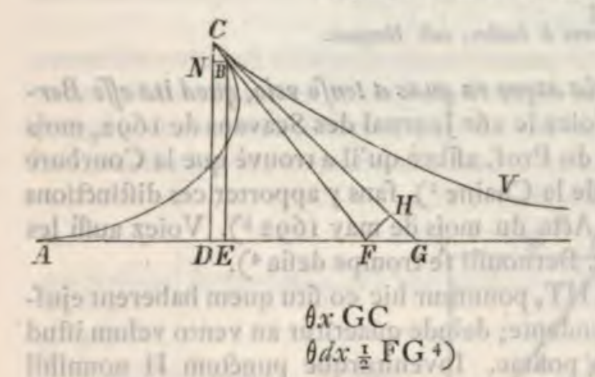
N°. 2834.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[SEPTEMBRE 1693].

Appendice I[1]) *au No.* 2833.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.



$AG = x$; $DG = z$.

$AG : GC = 1 : \theta$ [2]);

Bernoulio[3]) AG eſt n. GC eſt 1

$$\begin{matrix} CG & & DG & & FG & & GH \\ \theta x & : & z & = & dx & : & \frac{zdx}{\theta x} \end{matrix}$$

θx GC

θdx $\frac{1}{2}$ FG[4])

——— s.

$\theta x - \theta dx$ FB vel HB.

$\frac{zdx}{\theta x}$ GH

——— a.

$$\theta x - \theta dx + \frac{zdx}{\theta x} \text{ GB, ex } \theta x = GC, \ BC = \theta dx - \frac{zdx}{\theta x}$$

$$\begin{matrix} CG & & GD & & BC \\ \theta x & : & z & = & \theta dx - \frac{zdx}{\theta x} : \frac{\theta zdx}{\theta x} - \frac{zzdx}{\theta\theta xx} \text{ BN} = \text{DE} = 0 \end{matrix}$$

$\frac{zdx}{x} = \frac{zzdx}{\theta\theta xx}$; $\theta\theta xx = zx$; $\theta\theta x = z$. Cum hoc ita eſt, tunc DE = 0; hoc eſt inde tunc retrograditur curva per CV; quod ſemper fit cum ratio abſciſſae AG ad tangentem GC eſt majoris ad minus. Nunquam ſi contra.

θx tangens : $\theta\theta x$ ſive z ſubtangens = 1 : θ [5]).

---

[1]) Cet appendice, emprunté à une pièce de papier collée sur la page 53 du livre J, contient la *détermination du point de rebroussement de la courbe de Bernoulli.*

[2]) C'est la notation du § V de la pièce N°. 2821. On a donc dans la notation de la Lettre N°. 2833, $\theta = b : c$.

[3]) Jacques Bernoulli. Voir la Lettre N°. 2820.

[4]) Lisez θFG.

[5]) C'est-à-dire $CG : DG = 1 : \theta = c : b$; résultat annoncé dans la Lettre N°. 2833.

Nº 2835.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[AOÛT OU SEPTEMBRE 1693].

Appendice II[1]) *au No.* 2833.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Quaeritur an eadem ſit Catenaria atque ea quae a tenſo velo, quod ita eſſe Bernoulij dicunt, quos decipi video. (Voiez le 16e Journal des Scavans de 1692, mois d'avril, ou Mr. Bernouli le frère du Prof. aſſure qu'il a trouvè que la Courbure de la voile eſt la meſme que celle de la Chaine[2]), ſans y apporter ces diſtinctions que le Prof.r remarque dans les Acta du mois de may 1692[3]). Voiez auſſi les Acta de 1691, mois de Juin, où Jac. Bernoulli ſe trompe defia[4]).

Partes veli aequales MG, GH, HT, ponuntur hic eo ſitu quem haberent ejuſmodi partes aequales in Catena pendente; deinde quaeritur an vento velum iſtud inflante, manſurae ſint partes ita poſitae. Inveniturque punctum H nonnihil depreſſum iri, eoque G aſcenturum. (Hinc quidem ſequitur velum ex rectangulis aequalibus alicujus magnitudinis conſtans, non manſurum eo poſitu quo catena ex talibus rectangulis compoſita: ſed poſſet in infinite parvis, infiniteque multis, evaneſcere exigua iſta diverſitas. Nondum etiam clare ſequitur, ut quia H punctum in velo deprimitur, ideo obtuſior eſſe debeat velaria in vertice quam Catenaria.

---

[1]) Cet Appendice, emprunté aux pages 72 et 73 du livre J, contient la démonstration „qu'une voile faite de certain nombre de rectangles égaux et inflexibles estant étendue par le vent" ne pourra prendre la même position qu'une telle chaîne le ferait par son poids. On y suppose, conformément aux principes mentionnés dans la note 4 de la Lettre N°. 2826, que la pression du vent dans la direction perpendiculaire aux parallélogrammes MG, GH, HT, etc., est proportionelle aux carrés de leurs projections sur le plan perpendiculaire à la direction du vent, c'est-à-dire, dans le cas de la figure, proportionelle aux θG^2, γH^2, VT^2, etc.

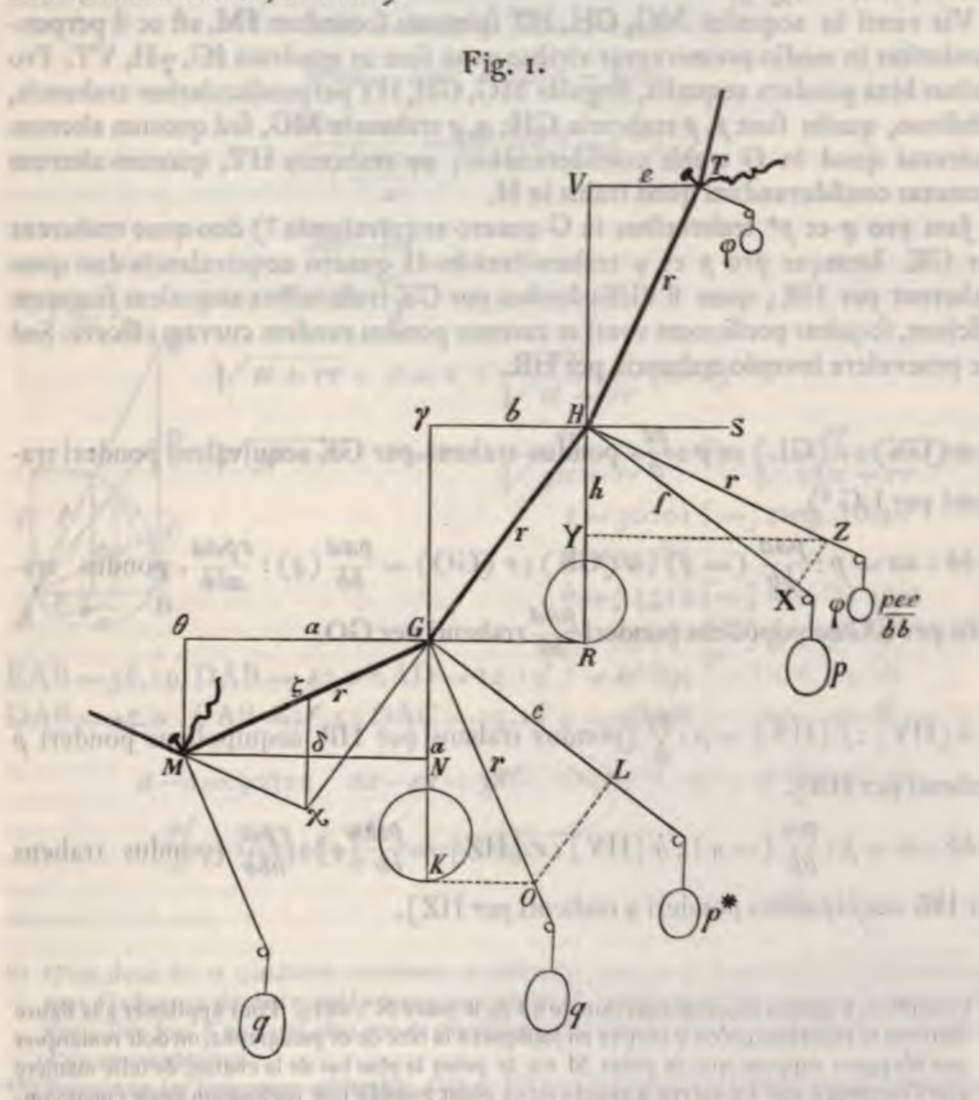
[2]) Voir l'article cité dans la note 2 de la Lettre N°. 2801. Dans cet article Jean Bernoulli assure qu'il avait non seulement retrouvé la méthode par laquelle son frère était arrivé à l'équation différentielle $ads\,ddx = dy^3$ de la voilière (voir la note 20 de la Lettre N°. 2829), mais qu'il avait résolu tout le problème et trouvé „que la courbe de la voile est la même que celle d'une chaîne"; quand on le voudrait il donnerait la manière analytique qui l'avait conduit à la connaissance de cette courbe.

[3]) Il s'agit de l'article cité dans la Lettre N°. 2819, note 25. Jacques Bernoulli y identifie la courbe de la voile avec celle de la chaînette, sauf la restriction que nous avons indiquée dans la note 33 de la Lettre N°. 2693 et qui regarde la partie BC de la voile représentée dans la figure de la note citée.

[4]) Voir les notes 32 et 33 de la Lettre N°. 2693.

Nam depreſſo H attolitur G, unde angulus MGH major fit, et angulus quem facit GM cum horizontali, acutior [5]).

Fig. 1.



Si MG, GH, HT ſint partes planae aequales veli ex pluribus aliis compoſiti et vento inflati; retinantur vero extrema trium partium in M et T, manebit utique earum poſitus.

5) Probablement les phrases que nous avons mises entre parenthèses ont-elles été ajoutées plus tard.

Tangentes angulorum GMN, HGR, THS, ſunt ut 1, 3, 5 cum pondera aequalia R et K, et $\zeta\vartheta = \vartheta\chi$ [6]).

Vis venti in aequales MG, GH, HT ſpirantis ſecundum θM, eſt ac ſi perpendiculariter in medio premerentur viribus quae ſunt ut quadrata θG, γH, VT. Pro quibus bina pondera aequalia, ſingulas MG, GH, HT perpendiculariter trahentia, ſubſtituo, qualia ſunt p, p trahentia GH; q, q trahentia MG, ſed quorum alterum duntaxat quod in G trahit conſiderandum; $\varphi\varphi$ trahentia HT, quorum alterum duntaxat conſiderandum quod trahit in H.

Jam pro q et p^* trahentibus in G quaero aequivalentia [7]) duo quae traherent per GK. Itemque pro p et φ trahentibus in H quaero aequivalentia duo quae traherent per HR; quae ſi dictis duobus per GK trahentibus aequalem ſummam efficiunt, ſequitur preſſionem venti et catenae pondus eandem curvam efficere. Sed hic praevalere invenio trahentia per HR.

$a\,(\mathrm{GK}) : c\,(\mathrm{GL}) = p : \frac{pc}{a}$, pondus trahens per GK aequivalens ponderi trahenti per LG [8]).

$bb : aa = p : \frac{paa}{bb}\ (= q)\,;\ a\,(\mathrm{GK}) : r\,(\mathrm{GO}) = \frac{paa}{bb}\,(q) : \frac{rpaa}{abb}$, pondus trahens per KG aequipollens ponderi $\frac{paa}{bb}$ trahenti per GO.

$h\,[\mathrm{HY}] : f\,[\mathrm{HX}] = p : \frac{pf}{h}$ [pondus trahens per HR aequipollens ponderi p trahenti per HX].

$bb : ee = p : \frac{pee}{bb}\ [= \varphi]\,;\ h\,[\mathrm{HY}] : r\,[\mathrm{HZ}] = \frac{pee}{bb}\,[\varphi] : \frac{rpee}{hbb}$ [pondus trahens per HR aequipollens ponderi φ trahenti per HZ].

---

[6]) Consultez, à propos de cette assertion, le § I de la pièce N°. 2625. Pour appliquer à la figure du texte le théorème qu'on y trouve en italiques à la tête de ce paragraphe, on doit remarquer que Huygens suppose que le point M est le point le plus bas de la chaîne, de telle manière que l'interstice qui va suivre à gauche de ce point possède une inclinaison égale (mais contraire) à celle de l'interstice MG. De cette manière la suite des nombres proportionnels aux tangentes des angles que font les interstices avec l'horizon, doit s'écrire (en commençant par l'interstice à gauche de M) : —1, 1, 3, 5, etc.

[7]) C'est-à-dire équivalent quant au travail virtuel pour un petit déplacement compatible avec les liaisons. Voir les calculs qui vont suivre.

[8]) Ces deux forces, en effet, pour produire le même travail virtuel, devront être inversement proportionnelles aux projections du déplacement virtuel sur leurs directions, et ce déplacement, le point M restant fixe, sera dirigé selon GO.

$$\frac{pc}{a}+\frac{rpaa}{abb}=\frac{pf}{h}+\frac{rpee}{hbb}\ ^{9})$$

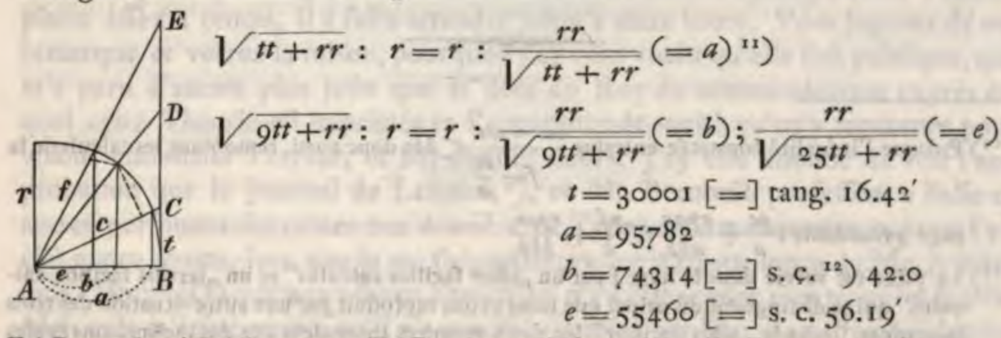
$$hcbb+hraa=fbba+reea$$

$$hraa-eear=bbfa-bbhc$$

$$\frac{har-eer}{f-\frac{hc}{a}}=bb;\ \text{sed } h=e\ ^{10})$$

$$\frac{ear-eer}{f-\frac{ec}{a}}=bb$$

Fig. 2.



$$\sqrt{tt+rr}:r=r:\frac{rr}{\sqrt{tt+rr}}(=a)\ ^{11})$$

$$\sqrt{9tt+rr}:r=r:\frac{rr}{\sqrt{9tt+rr}}(=b);\ \frac{rr}{\sqrt{25tt+rr}}(=e)$$

$t=30001$ [=] tang. 16.42′

$a=95782$

$b=74314$ [=] s. c. [12]) 42.0

$e=55460$ [=] s. c. 56.19′

EAB = 56.19′ DAB = 42.0 EAD = 14.19′ $f=96894$ [=] s. c. 14.19′

DAB = 42.0 CAB = 16.42 DAC = 25.18 $c=90408$ [=] s. c. 25.18′

$a-e=40322$ $aa-ae=3862121804$ [13]) $af=9280701108$

$\frac{af}{e}=167340$ $\frac{af}{e}-c=76932$

---

[9]) C'est donc ici la condition nécessaire et suffisante pour que la situation de la voile obtenue sous l'influence de deux poids égaux en G et en H, puisse se conserver sous la pression du vent. Dès lors il ne s'agit plus que de simplifier cette condition et de l'éprouver par le calcul d'un cas particulier.

[10]) Parce que les longueurs arbitraires GO et HZ ont été égalées par Huygens aux interstices MG, GH, etc.

[11]) Voir la fig. 2, où les droites AE, AD, AC représentent les directions des interstices successives MG, GH, HT de la fig. 1. On a donc, pour BC = t, BD = $3t$, EB = $5t$, et si l'on prend pour t une valeur arbitraire, comme 30001 (le rayon étant 100000), il est facile de trouver les angles et les lignes de la figure et d'en déduire, comme il va suivre, les valeurs de a, b, e, f et c.

[12]) Lisez : „sinus complementi".

[13]) Nous supprimons ici et dans la suite quelques calculs numériques.

$$\frac{aa-ae}{\frac{af}{e}-c}=50202 \qquad \frac{bb}{r}=55226$$

Ergo ſumma ponderum trahentium per GK minor quam per HR [14]).

Ut nihil contra hanc refutationem per numeros ſinuum excipi poſſit, omnes quantitates, cum ad ſummam inferiorum officiendam adhibentur, pauli majores veris ſumantur in numeratoribus, minores in denomin. Cum vero ad ſummum ſuperiorum ponderum adhibentur ſumantur paulo veris minores, id eſt, minores in numeratoribus, majores in denominatoribus, ſed r eſt verus radius $=100000$[15]).

[14]) Puisque l'inégalité constatée entraîne $\frac{ear-eer}{f-\frac{ec}{a}}<bb$; donc aussi, remontant les calculs de la page précédente: $\frac{pc}{a}+\frac{rpaa}{abb}<\frac{pf}{h}+\frac{rpee}{hbb}$.

[15]) La pièce est suivie dans le livre J par un „alius facilior calculus" et un „tertius facilior calculus" qui se distinguent du calcul que nous avons reproduit par une autre situation des trois interstices. Dans le „alius facilior" les deux premiers interstices ont des inclinaisons égales mais contraires par rapport à l'horizon, dans l'autre le premier interstice est horizontal, à propos duquel Huygens remarque encore: „Hinc facillime ulterius calculum prosequi possem ad ulteriores catenae partes"; ce que, toutefois, il n'a pas exécuté.

Tous ces calculs mènent a la conclusion que, pour „équivaler" aux pressions du vent contre les interstices, le poids inférieur devra être moins lourd que le poids supérieur. En étendant cette conclusion à toute la chaîne, on est donc conduit à supposer que la courbe de la voile sera moins pointue que la chaînette correspondante, puisque la partie inférieure, près du sommet M, y est allégée par rapport à la partie supérieure, ou, comme Huygens l'exprime „Ergo rotundior est figura veli quam catenae, magisque a figura parabolica recedit. Falluntur ergo Bernoulij". En effet, dans le cas de la parabole, comme chaînette, les petits interstices égaux devront être chargés par des poids proportionels à leurs projections horizontales (voir la Propositio 12 de la pièce N°. 21), c'est-à-dire, les poids inférieurs y surpasseront tout au contraire les poids supérieurs.

Reste donc la question de savoir si l'effet constaté par Huygens ne s'amoindrira pas de plus en plus avec le nombre croissant des interstices, jusqu'à disparaître quand ce nombre devient infini. C'est, en effet, ce qui a lieu. Et pour le constater il suffira de calculer la différence des deux poids successifs qui équivalent ensemble à la pression du vent dans le cas de trois interstices consécutifs de longueur Δs, faisant des angles α, β et γ avec le plan perpendiculaire à la direction du vent, que nous identifions avec le plan horizontal.

Dans ce calcul nous supposerons d'abord, afin de mieux faire saisir la portée du raisonnement qui va suivre, que la pression du vent soit une fonction arbitraire $f(\alpha)$ de l'angle α de l'interstice avec le plan horizontal. Dans cette supposition on trouve pour le poids inférieur: $\frac{1}{2}f(\alpha)(\cos\alpha)^{-1}+\frac{1}{2}f(\beta)\cos(\beta-\alpha)(\cos\alpha)^{-1}$ et pour le poids supérieur: $\frac{1}{2}f(\gamma)(\cos\gamma)^{-1}+$

N° 2836.

Christiaan Huygens à J. P. Bignon.

12 NOVEMBRE 1693.

La minute et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre fait suite au No. 2831 [1]).

A Monſieur l'Abbé Bignon.

12 Nov. (1693).

J'avois deſſein Monſieur de vous envoier l'imprimé cy [1]) joint lors que la ſemaine derniere je me donnay l'honneur de vous eſcrire mais n'ayant pu avoir l'exemplaire aſſez a temps, il a fallu attendre juſqu'a cette heure. Vous jugerez de ma remarque et verrez la raiſon, pourquoy j'ay bien voulu qu'elle fuſt publique, qui m'a paru d'autant plus juſte que le nom du Roy du commandement exprès du quel cette Theorie eſt imprimée et l'apparence de veritè qu'on y rencontre pouvoient authoriſer l'erreur, et luy donner cours. J'ay eſtè eſtonnè de voir l'approbation que le Journal de Leipſich [2]), et Mr. Bernoulli profeſſeur a Baſle et autres perſonnes ſcavantes ont donné a ce Traitè de la manoeuvre, et je ne l'ay eſtè guere moins, lors que je me ſuis apperceu par quelque lettre de Mr. le marquis l'Hoſpital [3]) que non plus en France, on n'y avoit encore rien trouvè a redire. Mais cela m'a fait croire, qu'il n'a pas eſtè examinè par Mrs. de noſtre Academie,

$+\frac{1}{2}f(\beta).\cos(\gamma-\beta).(\cos\gamma)^{-1}$. Posant alors, comme il est permis en première approximation, $\beta=\alpha+\varepsilon$, $\gamma=\alpha+2\varepsilon$, où $\varepsilon=\Delta s.\,\varrho^{-1}$ représente l'angle de contingence de la voilière et ϱ le rayon de courbure, la différence des deux poids sera représentée, toujours en première approximation, par l'expression : $[2f(\alpha).\sin\alpha.(\cos\alpha)^{-2}+f'(\alpha).(\cos\alpha)^{-1}].\Delta s.\varrho^{-1}$.

Cette différence est donc, généralement parlant, du premier ordre par rapport à la longueur des interstices; mais dans le cas où l'on suppose (avec Huygens et les Bernoulli) $f(\alpha)=k\cos^2\alpha$ et dans ce cas seulement, l'expression entre parenthèses s'évanouit et la différence des poids équivalents devient du second ordre par rapport à Δs, c'est-à-dire elle va disparaître tout le long de la courbe au moment que le nombre des interstices devient infini.

De cette manière la méthode de Huygens nous fournit une nouvelle démonstration, assez élégante, de l'identité de la voilière des Bernoulli avec la chaînette ordinaire.

[1]) Sur la minute de la Lettre N°. 2831, on trouve noté, de la main de Chr. Huygens, la remarque suivante:

„Ecrivis au mesme le 12. Novembre 93 en luy envoiant l'imprimé de ma Remarque sur la Theorie de la manoeuvre des vaisseaux de M. Renaud".

En bas de la même page on lit encore un post-scriptum annonçant l'envoi de l'imprimé en question (notre pièce N°. 2826), mais biffé avec la note marginale: „je n'eus pas l'exemplaire assez à temps".

[2]) Voir la note 15 de la Lettre N°. 2833.

[3]) Voir la Lettre N°. 2825 aux pages 523 et 524.

ou bien qu'ils auront eſtè prevenus par la bonne opinion qu'ils ont du ſcavoir de l'auteur. Je le fus de meſme du commencement, et je ne laiſſe pas d'avoir encore beaucoup d'eſtime pour luy non obſtant cet abus, ou il eſtoit aiſè de tomber. Je ſuis avec reſpect

MONSIEUR Voſtre &c.

N° 2837.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. G. STEIGERTHAL.

19 NOVEMBRE 1693.

La minute et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens. Elle est la réponse à une lettre qui accompagnait la pièce No. 2804 [1]).

Clariſſimo Eruditiſſimoque Viro D°. Jo. Gerg. Steigerthalio Chr. Hugenius S.

Salvum te Pariſios veniſſe longo itinere emenſo, ex animo gaudeo, Vir Humaniſſime, ac certam jam ſpem habeo propediem te hic videndi amplectendique, deque rebus multis narrantem audiendi. Non poſſum interim habendis gratijs non defungi, quod abſens in Italiâ ad me literas ſemel iterumque miſeris, quarum poſtremas Vir Eximius D. Alberti [2]) mihi tradidit, quodque libros Torricelli et Eſchinardi jam ut videtur rariores factos, mihi comparaveris ac perferendi curaveris [3]). Haec omnia quam accepta mihi fuerint lubens literis meis pridem tibi ſignificaſſem, ſed vix ſperandum videbatur ut in itinere continuo vagantem conſequi poſſent. Viros doctos apud Gallos quorum nomina recenſes novi optime, et cum D°. la Hire, Illuſtrique Hoſpitalio literarum mihi commercium intercedit non obſtante bellorum tumultu. Ac Hoſpitalius quidem ſumme peritus eſt analytices ſubtilioris, ac Leibnitiani calculi, à quo multa non vulgaria diſcere poſſes, cum ſatis liberalis ſit ijs quae reperit communicandis. Volumina illa, quae ab Academiâ prodierunt ad me mittenda dedit illuſtris Bignonius [4]) eaque brevi me accepturum ſpero, e quibus illud quod Itineraria continet et Tabulas Jovialium Cl. D°. Caſſini nondum vidi.

[1]) Voir la note 1 de la pièce citée. Nous ne connaissons ni cette lettre, ni aucune des autres envoyées d'Italie.
[2]) Sur Alberti, voir la note 1 de la pièce N°. 2804.
[3]) La recherche de ces livres avait été recommandée par Huygens dans sa lettre à Steigerthal du 9 juin 1692, notre N°. 2756.
[4]) Voir la Lettre N°. 2831.

Mallebranchij Regulas posteriores de corporum impulsu [5]), jam diu est cum a D°. Hartsoeker accepi examinavique, sed nec in his omnia recte se habere memini. An autem huc spectent a D°. Regis objecta an alio, docebis me cum huc adveneris[6]). De Catelani abortivo opere ante intellexeram[7]), quod et vidi, nec quicquam in eo novi ceperi. D.um Rolle aliqua in lucem edidisse scio ad analysin spectantia, quae cum hactenus non viderim, facies mihi gratissimum si exemplum eorum tecum adferas. Huberti Huyghenij opusculum [8]) puto cum hoc transires [9]) jam inspexeram, in quo mihi Barovij Theorema, sicut et tibi ostendit in prioribus Exemplis ex datis quadraturis aequationes Curvarum invenirentur. In secundis aliud te secutum video, sed dubito an recte operatus sis [10]) propter illam quam notas ipse numerorum quorundam praepositorum discrepantiam, quae mihi non occurrit. Sed de his per literas agere longum esset neque necesse est, cum brevi futurum sit ut coram ea tractare liceat. Vale Vir Amicissime et ad hos festina. Dabam Hagae Com. 19 Nov. 1693.

N° 2838.

Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens.

25 novembre 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
La lettre est la réponse au No. 2833.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2842.

A Ouques ce 25 9bre 1693.

Comme il y a assez longtemps Monsieur que j'ai conferé avec Mr. Bernoulli sur la courbure de la voile et que je l'ai fait assez legerement et sans aprofondir

[5]) Voir, sur Malebranche, la note 4 de la Lettre N°. 2512. Les règles du mouvement dans le choc des corps, qui doivent se trouver quelque part dans ses nombreux ouvrages de métaphysique, sont complètement oubliées aujourd'hui.

[6]) Pierre Silvain Régis (voir la Lettre N°. 2616, note 7), avait publié en 1690 à Paris en trois volumes in-4° un ouvrage intitulé „Système de philosophie", contenant la logique, la métaphysique, la physique" etc., dans lequel il combattit l'explication que Malebranche, dans son ouvrage „Recherche de la Vérité", avait proposée pour rendre raison du phénomène que la lune nous paraît agrandie lorsqu'elle se trouve près de l'horizon.

Il semble que Steigerthal, dans sa lettre qui nous manque, a fait quelque allusion à ce différend.

[7]) Voir la Lettre N°. 2830 à la page 545.

[8]) Voir la note 1 de la pièce N°. 2804.

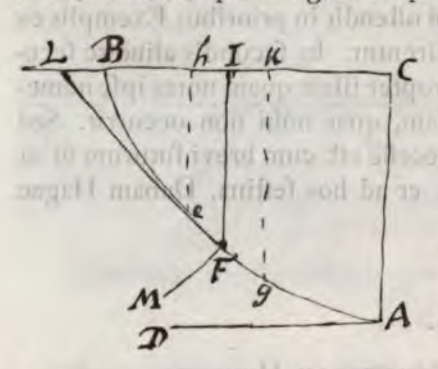
[9]) De mars à juin 1692. Voir les Lettres Nos. 2747, 2755, 2756 et 2757.

[10]) Consultez le dernier alinéa de la pièce N°. 2804 et les notes qui l'accompagnent.

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae Fasc. I, p. 305.

cette matiere autant qu'elle le merite, je craignois de ne pouvoir m'en reſſouvenir, et c'eſt ce qui m'avoit empeſché juſqu'a preſent de vous faire reponce ſur cet article. Cependant des que j'ay receu vôtre derniere, je me ſuis appliqué avec ſoin à rechercher ce qu'il m'avoit communiqué et je trouve que c'eſt à peu près ce qui ſuit.

Jl pretend que la voile AFB attachée par ſes extremités A et B, et enflée par le vent en ſorte que la ligne AD perpendiculaire à la direction CA du vent touche la voile en A, ſe courbe de la meſme maniere que ferait une chaîne egale par ſon propre poids en concevant alors que la tangente AD fuſt horizontale. C'eſt à dire pour oſter tout equivoque que ſi l'on conçoit que la voile AFB ſoit diviſée en un nombre infini de petits parallelogrammes *g*F, F*e* égaux, inflexibles et ſans peſanteur, ils forment la meſme courbure etant etendus par le vent qu'ils feroient par leur propre poids en faiſant partie de la chaîne AFB. Voici les ſuppoſitions dont il ſe ſert pour demontrer ce theorème.

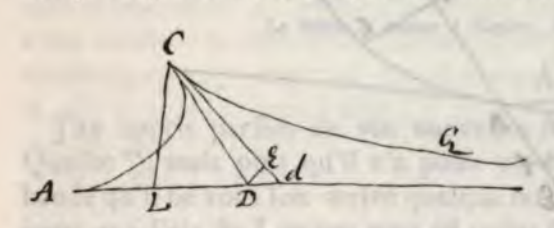


1° Que les petites parties qui compoſent le vent peuvent eſtre conſiderées comme de petites globules. 2° Que ces petits globules après avoir heurté contre la voile s'ecartent librement et ſans trouver d'obſtacle; d'ou il ſuit que chaque globule comme I heurte la voile en F ſelon la perpendiculaire FM à la tangente FL qui paſſe par le point de rencontre F avec une force diminuée qui eſt à ſa force totale comme le ſinus LI de l'angle d'incidence IFL eſt au ſinus total FL. 3° Que ſi l'on prend ſur la courbe AFB, les parties *g*F, F*e* egales entr'elles, le nombre des petits globules qui heurtent en meſme temps c'eſt à dire de compagnie contre la partie *e*F n'eſt pas egal à celui des globules qui heurtent auſſi en meſme temps ou de compagnie contre la partie F*g*, mais que ces nombres ſont entr'eux comme *h*I eſt à I*k*; les lignes *eh*, FI, *gk* ſont paralleles à la direction CA du vent. 4° Que ſi l'on attache la voile en F ſuppoſant que la partie FB ſoit retranchée; la partie reſtante FA ne changera point de courbure. Ces ſuppoſitions etant ainſi faites il me paroît que tout le reſte ſe tire par des conſequences legitimes. C'eſt donc à vous Monſieur de faire voir que quelqu'une de ces hypotheſes eſt fauſſe puiſque vous pouvez demontrer que la concluſion ou elles conduiſent n'eſt pas vraye. Vous me ferez plaiſir de me faire part de ce que vous en penſez.

Vôtre remarque ſur le livre de la manoeuvre des vaiſſeaux eſt tres exacte et ne ſouffre point de replique, je m'etonne auſſi bien que vous que perſonne ne l'ait encore remarqué. Je n'ai point encore lû ce livre, quoi qu'il ſoit fort petit et que l'autheur ſoit beaucoup de mes amis, j'avois toujours remis à le lire lorſque j'aurois achevé certaines ſpeculations qui m'occupoient, ce n'eſt pas que je

n'eusse fort bien pû passer cet endroit car il est facile de se tromper lorsque la geometrie se trouve jointe à la phisique, et c'est neanmoins en cela que je fais consister sa plus grande utilité.

Je vous suis fort obligé de ce que vous avez bien voulu me faire part de la maniere dont vous décrivez les courbes de Mr. Bernoulli qui est sans comparaison meilleure que la sienne. Je n'ai pas eu de peine à comprendre la raison de la longueur des diametres que vous prescrivez pour les rouleaux car elle saute d'abort aux yeux. J'ai aussi trouvé plusieurs manieres de determiner le point C dont voici la plus simple et ou il n'est pas besoin de calcul. Je remarque que les tangentes CD de la partie AC et C*d* de la partie CQ, qui font entr'elles l'angle DC*d* infiniment petit ont pour difference la petite droite E*d* en menant DE perpendiculaire sur CD, et que si l'on mene CL perpendiculaire sur AD les triangles D*de* [2]), CDL seront semblables. Or par la proprieté de la courbe A*d* : *d*C : : AD : DC : : : : A*d*—AD ou D*d* : C*d*—CD ou E*d* : : DC : DL; d'ou l'on voit que sous le point C les lignes AD, DC, DL sont en proportion continuë, et par consequent qu'il ne se rencontre que dans les lignes ou AD surpasse DC.



Je suis parfaitement d'accord avec vous Monsieur sur ce que vous me mandez touchant la necessité d'une seconde suitte pour les quadratures outre celle de Mr. Gregori ou la mienne qui est équivalente [3]), car lorsque je vous ai mandé pouvoir demontrer qu'il en falloit une ma raison étoit qu'en supposant $x = 0$ on trouvoit une quantité constante bien que l'on sçust d'ailleurs que l'espace fust alors nulle, d'ou je concluois qu'il falloit retrancher cette quantité de la quadrature trouvée, et il est si vrai, que ç'a toujours esté la ma pensée que je n'ai formé ma 3e suitte [4]) qu'en supposant dans la 2e $x = 0$. Et ainsi tout ce que j'ai pretendu étoit que la suitte de Mr. Gregori ne donne pas au juste l'espace compris par l'abscisse x et l'appliquée y, et qu'il en falloit toujours retrancher une certaine quantité que l'on peut trouver en supposant $x = 0$, ou dans la quadrature trouvée, ou dans une autre suitte que l'on formera dont il faudra prendre aussi la somme ce qui revient au mesme. Au reste toutes ces suittes ne sont point necessaires lorsque c est un nombre entier, car je puis toujours prouver alors les quadratures sans en avoir besoin. Je crois que pour repondre à tout ce que vous souhaitez de

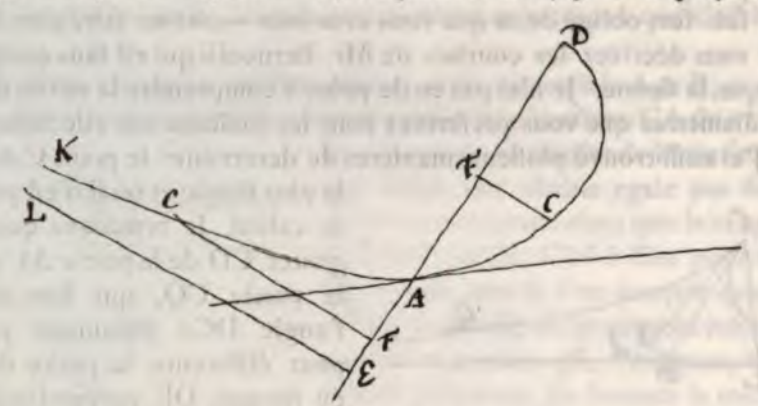
[2]) Lisez: D*d*E.

[3]) Les suites de Gregori et de de l'Hospital sont en effet équivalentes dans ce sens qu'elles mènent, dans les mêmes cas, à un nombre fini de termes; mais, comme Huygens l'avait remarqué à la page 493 de la Lettre N°. 2818, elles ne s'accordent pas terme pour terme.

[4]) Voir la Lettre N°. 2815 à la page 483.

moi je n'ai qu'a vous envoyer la 3e maniere [5]) dont je quarre la feuille de Descartes, qui eſt celle-ci.

Soit AF $= u$, FC $= z$, AD $= b$; l'équation $x^3 + y^3 = axy$ (dans laquelle



x, y et a marquent AB, BC [6]) et $b\sqrt{2}$) je change en cette autre $zz = \dfrac{buu - u^3}{b + 3u}$ et ſi l'on change les ſignes ou u a une dimenſion impaire, on trouve $zz = \dfrac{buu + u^3}{b - 3u}$, d'où l'on connoiſt que la courbe DCA ſe continuë vers C, K en ſorte que, ſi l'on prend $u = \frac{1}{3}b =$ AE l'appliquée z qui eſt en ce cas EL devient infinie, c'eſt-à-dire aſymptote. Or l'element de l'eſpace DCF, ſavoir $-zdu = -udu\sqrt{\dfrac{b-u}{b+3u}}$ et celui de l'eſpace KCFEL infiniment etendu du côté de KL $= -udu\sqrt{\dfrac{b+u}{b-3u}}$, dont les ſommes $\frac{1}{6}(b-u)\sqrt{bb+2bu-3uu}$ [7]) et $\frac{1}{6}(b+u)\sqrt{bb-2bu-3uu}$ [8]) fourniſſent les valeurs des eſpaces DCF et KCFEL. Si l'on fait $u = 0$, on trouve que ces eſpaces qui ſont alors DCAD et KCAFEL ſont égaux chacun à $\frac{1}{6}bb$. Je vous prie de vous reſſouvenir de m'envoyer l'inverſe des tangentes de Neuton [9]), et de me croire toujours avec verité, Monſieur vôtre treſhumble et tres obeiſſant ſerviteur

Le M. de l'Hospital.

[5]) On peut consulter, sur cette 3e manière, les Lettres N°. 2807 et N°. 2810 à la page 461.

[6]) Le point B, qui manque dans la figure du manuscrit, est celui où la tangente de la courbe en A est rencontrée par une perpendiculaire abaissée du point C.

[7]) C'est-à-dire : $\frac{1}{6}(b-u)^{\frac{3}{2}}(b+3u)^{\frac{1}{2}}$.

[8]) C'est-à-dire $\frac{1}{6}(b+u)^{\frac{3}{2}}(b-3u)^{\frac{1}{2}}$.

[9]) Consultez la Lettre N°. 2777 à la page 354. Il s'agit encore toujours de ce même exposé de la méthode de Newton publié par Wallis. De l'Hospital en avait demandé l'envoi pour la première fois dans sa Lettre N°. 2787, du 12 février 1693, pag. 393, et ensuite dans les Lettres N°. 2815 à la page 484 et N°. 2825 à la page 524.

Je n'ai receu vôtre lettre que depuis trois jours dont la raifon eft mon eloignement de Paris [8]).

N° 2839.

Christiaan Huygens à N. Fatio de Duillier.

30 novembre 1693.

La lettre se trouve à Genève, Bibliothèque Publique [1]).

A la Haie ce 30 Nov. 1693.

J'ay appris parfois de vos nouvelles Monfieur par le moien de Mons.r du Quefne [2]), mais puis qu'il n'a point eu de vos lettres il y a longtemps, j'appréhende qu'il ne vous foit arrivè quelque nouvelle indifpofition, m'imaginant tousjours que l'air de Londres vous eft moins fain que celuy de la Haye. Ayez donc la bontè de me faire fcavoir comment vous vous portez, et a quoy vous vous occupez lors que voftre fantè vous permet le travail et la méditation. Si vous avez encore deffein de contribuer a une feconde Edition du livre de Mons.r Newton [3]), et fi vous avez appris bien de chofes dans la converfation de cet Excellent homme, touchant ces fubtilitez des quadratures et de la Regle inverfe des tangentes, où vous aviez trouvè, à ce que vous m'avez efcrit cy-devant [4]), qu'il en fcavoit plus que vous et Mr. Leibnitz et tous les autres enfemble. On m'a envoiè une copie de ce que M. Wallis a inferè de luy dans la nouvelle Edition de fon Algebre [5]) où il y a affurement de belles chofes touchant ces Series abruptes [6]), mais il feroit befoin d'un bon commentaire, pour les bien entendre, et furtout les methodes par où il eft parvenu à ces Etranges Regles. Mons.r Gregori, eftant icy, m'en a expliquè une partie [7]), mais dans l'Extrait de Wallis je trouve de nouvelles difficultez.

[8]) Voir la Lettre N°. 2830 vers la fin.

[1]) Nous devons la copie à l'obligeance de M. H. V. Aubert. Voir la Lettre N°. 2572, note 1.

[2]) Consultez, sur Abraham du Quesne, seigneur de Monros, et sur ses relations avec Fatio de Duillier et Huygens, la note 7 de la Lettre N°. 2739 et les Lettres N°. 2748 et N°. 2752.

[3]) Voir, sur cette édition projetée, les Lettres N°. 2723 et N°. 2777 à la page 354.

[4]) Voir les Lettres N°. 2723 et 2739.

[5]) Voir la note 39 de la Lettre N°. 2777. La copie avait été envoyée par David Gregory, comme il résulte d'une lettre de Huygens à de l'Hospital du 16 juin 1694.

[6]) Voir les pages 390 et 391 du chapitre 95 mentionné dans la note 39 de la Lettre N°. 2777, où l'on rencontre entre autres la règle communiquée à Huygens par Gregory. Comparez la Lettre N°. 2810, note 21.

[7]) Voir la Lettre N°. 2810 aux pages 462—464 et surtout l'Appendice N°. 2812.

Cette lettre vous fera rendue par mon frere de Zulichem qui eſt arreſtè icy par le vent contraire depuis le voiage du Roy [8]) il vous donnera auſſi ma Remarque ſur la theorie de la Manoeuvre des vaiſſeaux [9]), inſerée dans la Bibliotheque univerſelle, dont l'autheur m'avoit preſtè ce livre depuis 2 mois ſeulement. Je ne ſcaurais croire Monſieur que vous n'avez remarquè le paralogiſme qui ruine toute cette theorie, et meſme devant moy, ſi pourtant cet ouvrage eſt tombè entre vos mains. Vous eſtes trop verſè en cette matiere pour ne vous en point appercevoir. Et cependant ni les autheurs des Actes de Leipſich, ni m.rs de l'Academie Roiale de Paris, ni Mr. Bernoulli n'y avoient rien trouvè à dire [10]). Je ne ſcay ſi vous aurez vu certaine quadrature de la Feuille de M.rs des Cartes et Hudden, qui a eſté inſerée il y a quelques mois dans un autre de nos Journaux [11]), avec quelques autres choſes de ma part, et la dimenſion de la Ligne Logarithmique de Mr. le marquis de l'Hoſpital. J'ay continuè du depuis la correſpondance avec ce marquis, qui eſt tres habile Geometre, et aſſez liberal à communiquer ſes inventions. Vous aurez pu voir ſa ſolution du Probleme que Mr. Bernoulli le jeune avoit propoſè aux Geometres dans les Actes de Leipſich [12]), où cette ſolution eſt auſſi rapportée [13]); qui eſt trouvée avec beaucoup d'adreſſe, quoy qu'elle ne ſoit pas la plus courte. Vous verrez dans les meſmes Actes ce que j'ay ecrit touchant ce Probleme [14]).

Vous n'aurez pas encore ſçu peut eſtre que le bon Mons.r Dierquens [15]) a eſtè fait Preſident du Conſeil de Brabant; car pour ce qui eſt du mariage de Mad.lle ſa fille vous l'aurez appris des le temps que Mr. ſon frere eſtoit à Londres. Cependant parmi les bons ſucces et le bon eſtat de ſa famille, il eſt malheureux en ce que certaine melancholie et inquietude d'eſprit, dont autrefois il avoit eu quelque atteinte, l'ont repris de nouveau, et l'empeſchent de dormir. J'en ſuis bien faſché parce qu'il eſt bon ami et que je ſcay qu'il a une eſtime et affection particuliere pour vous. Pendant que j'eſcris cecy Mons.r du Queſne vient me dire qu'il a appris de vos nouvelles par la lettre d'un de ſes amis, qui vous avoit rendu quelque paquet de ſa part. Il conclud que vous eſtes en bonne ſanté, puis qu'on n'eſcrit

---

[8]) Malgré une violente tempête Willem III s'était embarqué le 7 novembre; il arriva à Harwich le jour suivant. Retenu par le mauvais temps, Constantyn Huygens ne put partir que le 1er février. Au lieu d'un bâtiment de guerre, il avait dû prendre un paquebot, qui n'arriva que le 8 février.

[9]) La pièce N°. 2826.

[10]) Voir la note 15 de la Lettre N°. 2833.

[11]) La pièce N°. 2793.

[12]) Voir la note 4, p. 454 de la Lettre N°. 2807.

[13]) Voir l'article cité dans la note 15 de la Lettre N°. 2815.

[14]) Voir la pièce N°. 2823.

[15]) Voir, sur Salomon Dierquens, la note 1 de la Lettre N°. 2094.

pas le contraire. Il m'a apportè un rouleau pour vous, où il y a des figures de vaiſſeaux et galeres nouvellement imprimées en France qui ſont fort belles. Je m'en vay les recommander à mon frère, qui croioit partir aujourd'huy, mais le vent eſt redevenu contraire. Je ſuis avec beaucoup de zele et d'eſtime

MONSIEUR

voſtre treſhumble et tres obeiſſant ſerviteur
HUGENS DE ZULICHEM.

[16]) Mr. Hugens, la Haye 30 9bre 1693 A. N. F.

Il me demande de mes nouvelles, n'en aiant point depuis longtems. Et ſi j'ai beaucoup appris de Mr. Newton ſur les quadratures et l'Inverſion des Tangentes, duquel j'avois écrit que j'avois trouvé qu'il en ſavoit plus que Mr. Leibnitz, que moi, et tous les autres enſemble.

Il a reçu copie de ce que le Dr. Wallis a imprimé dans ſon Algebre touchant Mr. Newton. Qu'il faudroit un bon commentaire pour entendre les Méthodes par où Mr. Newton eſt parvenu a ces Etranges Regles. Mr. Gregory lui en a explique une partie à la Haye.

Il m'envoie ſa Remarque imprimée ſur la théorie de la Manoeuvre des Vaiſſeaux et ſur le Paralogiſme qui ruine cette Théorie. Que je ne ſaurois manquer de m'en apercevoir, bien que ni les Actes de Leipſic, ni l'Académie de Paris, ni Mr. Bernoulli n'y aient rien trouvé à dire.

Il continue ſa correſpondance avec le Marquis de l'Hoſpital, dont il fait l'Eloge.

Je peux voir dans les Actes de Leipſic un Probleme propoſé par le Jeune Bernoulli, réſolu par le Marquis de l'Hoſpital; et ce que Mr. Hugens lui même en a écrit.

Nouvelles particulières de Mr. Dierquens et de ſa Famille; et de l'Affection que Mr. Dierquens a pour moi.

Mr. Du Queſne lui a remis un Rouleau pour moi de tres belles Tailledouces, de Vaiſſeaux et Galeres, nouvellement imprimées en France.

---

[16]) Le résumé suivant de la lettre se trouve écrit au dos, sur un pli, de la main de Fatio.

N° 2840.

CHRISTIAAN HUYGENS à [PH. DE LA HIRE] [1]).

[NOVEMBRE 1693].

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

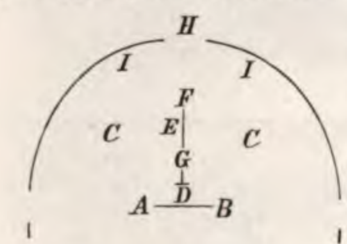
En envoiant le Probleme d'Alhafen en France à

M'eftant fouvenu pendant que je trace la 2e figure de ce Probleme, de ce qu'il eft raporté dans les Memoires de l'Academie au mois de Nov. 1692, de l'Echo pres de Rouen dans une cour environnée d'un mur en demicercle[2]) j'ay penfè qu'on pouroit voir l'effet de ce qui eft demontrè icy en plaçant celuy qui chante ou frappe dans les mains en C [3]), et celuy qui doit ecouter en B; car fi le mur eftoit uni outre le fon fans reflexion, on l'entendroit comme venant des trois divers endroits, H, *h*, *h*, prefque en mefme temps, et fi le mur achevoit le cercle entier, on l'entendroit un peu apres du quatrieme endroit *h**. Mais de plus il y auroit un endroit comme... d'ou le mefme fon viendroit apres une double reflexion et encore apres une triple quadruple &c. felon que la voix approcheroit plus du mur, en quoy il y auroit beaucoup a chercher. Que fi le mur eftoit uni on pourroit encore faire cette experience de fe mettre tout contre et en parlant fort doucement et voir fi on feroit entendu par celuy qui feroit du cofté



[1]) La pièce, inscrite dans le Livre J des Adversaria, ne porte ni date ni adresse. Dans la Lettre, dont notre N°. 2832 reproduit la minute, Huygens offre à de la Hire de lui envoyer, pour être insérée dans les Mémoires de l'Académie, une solution du problème d'Alhazen, meilleure que celle que de la Hire avait publiée dans les „Divers Ouvrages de Mathématique et de Physique". Nous ignorons si de la Hire a accepté cette proposition. Mais, comme la présente pièce N°. 2840 a été écrite pour accompagner la solution du problème d'Alhazen, il est probable qu'elle a été destinée pour être envoyée à de la Hire. Ajoutons que ni la solution du problème, ni l'explication ingénieuse de l'expérience d'acoustique, n'ont été publiées dans les Mémoires de l'Académie.

[2]) Huygens parle de l'„Extrait d'un Ecrit composé par Dom François Quesnet, Religieux Benedictin & envoyé à l'Académie Royale des Sciences, touchant les effets extraordinaires d'un Echo", par M. l'Abbé Galloys (Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, Edition de Paris, Tome X, p. 187), où se trouvent décrits les effets d'écho observés dans une cour à enceinte sémicirculaire de l'abbaye de Saint George près de Rouen, selon que celui qui chante et celui qui écoute se trouvent placés en différents points A, B, D, G, E, F, C.

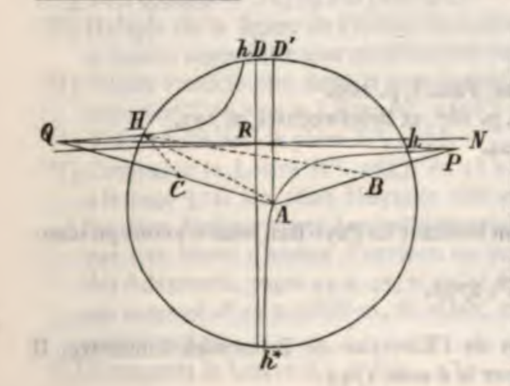


[3]) Voir, pour ce qui suit, la figure ci-jointe, que nous copions d'un manuscrit de Huygens, daté

diametralement oppofé et qui auroit l'oreille auffi toute proche, ce qu'on dit arriver dans des tours rondes de mefme que dans quelques voutes de l'Obfervatoire.

Je veux adjouter icy au fujet de la reflexion du fon une obfervation affez finguliere, que j'ay fait autrefois eftant a la belle maifon de Chantilly de la Cour ou eft la ftatue Equeftre on defcend avec un degré large de.... marches dans le parterre ou il y a une fontaine de celles qu'on appelle gerbe d'eau, qui fait un bruit continuel. Quand on eft defcendu en bas et qu'on fe tient entre le degre et la fontaine on entend du coftè du degrè une refonance qui a un certain ton de mufique qui dure continuellement, tant que la gerbe jette de l'eau. On ne fcavoit pas d'ou venoit ce fon ou en difoit des caufes peu vraifemblables ce qui me donna envie d'en chercher une meilleure. je trouvay bientoft qu'il procedoit de la reflexion du bruit de la fontaine contre les pierres du degrè. Car comme tout fon, ou pluftoft bruit, reiterè par des intervalles egaux et tres petits fait un ton de mufique, et que la longueur d'un tuyau d'orgue determine le ton qu'il a par fa longueur par ce que les battemens de l'air arrivent egalement dans les petits intervalles de temps que fes ondoiements emploient a faire deux fois la longueur du tuyau fcavoir quand il eft fermè par le bout, ainfi je concevois que chaque bruit tant foit peu diftinguè qui venoit de la fontaine, eftant reflechi contre les marches du degrè, devoit arriver a l'oreille de chacune d'autant plus tard qu'elle eftoit plus eloignée, et cela par des differences de temps juftement egales a celuy que les ondoiements de l'air emploient a aller et venir autant qu'eftoit la largeur d'une marche. Ayant mefurè cette largueur qui eftoit de 17 pouces, je fis un rouleau de papier qui avoit cette longueur, et je trouvai qu'il avoit le mefme ton qu'on entendoit au bas du degrè.

Je trouvay comme j'ay dit que la gerbe n'allant point l'on ceffoit d'entendre ce ton. Et aiant eu occafion d'aller a Chantilly pendant l'hyver, qu'il eftoit tombè beaucoup de neige qui oftoit la forme aux marches, je remarquay que on n'entendoit rien quoyque la gerbe allaft et fit du bruit a l'ordinaire.



du 2 septembre 1673, en y omettant quelques lignes inutiles pour le moment et en empruntant les notations à celles de la pièce N°. 1891 qui contient (Tome VII, p. 189) la construction préférée par Huygens à toutes les autres, dans laquelle, pour le cas présent, il y a à remplacer AD par AD'. On s'aperçoit que la situation des points B, C, H, *h*, *h* et *h** dans cette figure correspond très bien avec les données du texte et il nous semble même probable qu'elle est l'original de la figure même que Huygens venait de tracer, d'autant plus que de petites piqûres d'épingle indiquent qu'elle a, en effet, été copiée.

N° 2841.

G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.

11 décembre 1693.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]) *et C. I. Gerhardt* [2]).
Elle fait suite au No. 2829.
Chr. Huygens y répondit par sa lettre du 29 mai 1694.

Hanover ce $\frac{1}{11}$ décembre 1693.

Monsieur

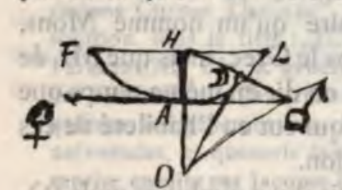
Vous aurés receu la lettre aſſez ample que je me ſuis donné l'honneur de vous écrire, il y a pluſieurs ſemaines. Cependant vous aurés receu auſſi les Actes de Leipzig, tant le mois ou mon effection des quadratures par le mouuement eſt inſerée [3]), que celuy ou voſtre ſolution dû probleme de Mr. Bernoulli [4]) ſe trouue avec mon apoſtille [5]), dont j'eſpere que vous ne ſerés pas mal ſatisfait. Je ſouhaitte ſurtout que vous nous expliquiés bientoſt voſtre ligne enigmatique.

Quand je vous ecrivois ma derniere, je n'avois pas encor vu l'Hiſtoire des ouvrages des Sçavans de cette année, il eſt vray que j'avois fait prier M. Desbordes [6]) de me les envoyer, avec d'autres livres, lorſque le libraire, qui a imprimé le premier tome de mon Code diplomatique [7]) lui en envoyoit quelques exemplaires. Mais M. Deſbordes n'a pas encor ſatisfait au libraire [8]), et envoya quelques unes des choſes que j'avois demandées à Mons. de la Bergerie, Miniſtre françois de la religion reformée [9]), le quel ne ſçachant point que c'eſtoit à mon occaſion, crût que c'eſtoit pour luy et les garda. Ce ne fut que depuis peu et par hazard que je le ſçus. Car c'eſtoit par l'entremiſe de Mr. de la Bergerie que mon libraire avoit envoyé les exemplaires à M. Deſbordes, et comme je m'eſtois enfin informé du retardement, il ſe trouva que Mr. de la Bergerie avoit receu quelques unes des pieces que j'avois ſouhaittées et entre autres l'Hiſtoire des ouurages des Sçavans.

---

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 169.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 167, et Briefwechsel, p. 723.
[3]) L'article cité dans la note 6 de la pièce N°. 2824.
[4]) La pièce N°. 2823.
[5]) La pièce N°. 2824.
[6]) Parmi les nombreux réfugiés français de ce nom habitant les Pays-Bas, nous n'avons pu identifier le personnage en question.
[7]) Voir, sur cet ouvrage, la note 7 de la Lettre N°. 2797.
[8]) Samuel Ammon.
[9]) Claude Guillaume de la Bergerie, chapelain de l'Electrice de Brunswick-Luneburg. Il atteignit l'âge de 84 ans et fut inhumé à Hanover le 6 août 1743.

En ayant lu le mois de feurier, j'ay vu que je vous devois des remercimens de l'honnefteté avec la quelle vous avés bien voulu faire une mention avantageufe de mon calcul [10]). Je dirai feulement un mot de la difference que vous mettés [11]), Monfieur, entre ma conftruction des logarithmes par la Chainette, et entre celle que vous en donnés par la traction; en difant que par la traction le parametre de la courbe, qui eft fa tangente univerfelle, eft donné, au lieu que je n'avois point enfeigné, felon vous, comment on pourroit trouuer le parametre de la Chainette. Cela eft venu fans doute de ce que vous n'aviés pas alors le loifir de jetter les yeux fur ma figure [12]), car vous auriés pu juger d'abord que la defcription de la courbe par le moyen d'une chainette en donne auffi fort aifement le parametre. Car la



ligne FAL eftant formée par le moyen de la chainette donnée ♀♂ fufpendue par les deux bouts F et L, pofés dans une meme horizontale, dont le milieu foit H, et le fommet de la chainette A, joignons H♂, et de fon milieu D menons à angles droits une droite DO, qui rencontrera HA prolongée en O, et AO fera le parametre qu'on demande. Car j'avois déja remarqué dans les Actes de Leipzig, en donnant l'explication de la chainette, que lors qu'on fait A♂ egale à la courbe AL, il fe trouue auffi qu'OH et O♂ font egales [13]). Ainfi puifque dans cette defcription de la courbe, fa longueur, fçavoir celle de la chainette qui fert à la defcription, eft donnée auffi, il eft aifé d'en trouuer encore le parametre. Je ne laiffe pas de preferer la conftruction de la Traction non pas tant à caufe des Logarithmes, qu'a caufe des confequences qui font d'une grande étendue, puisqu'elle fert à conftruire toutes les quadratures par un mouuement exact et regle [14]), dont je fouhaitte d'apprendre voftre jugement.

Je fouhaitte auffi que vous faffiés part au public de vos nouuelles lumieres fur l'attraction electrique [15]), et que nous puiffions jouir enfin de voftre dioptrique [16]); ou j'efpere que nous trouuerons bien des chofes confiderables touchant les Me-

[10]) Voir la pièce N°. 2793 à la page 407. [11]) Voir les pages 412 et 413 de la pièce N°. 2793.

[12]) Il s'agit de la figure de l'article de Leibniz cité dans la note 1 de la pièce N°. 2681, laquelle se trouve reproduite sans modification essentielle dans la Lettre N°. 2688.

[13]) Voyez l'article cité dans la note précédente sous l'en-tête: „Rectam invenire arcui catenae aequalem", ou bien la Lettre N°. 2688 à la page 111.

[14]) Voir la note 7 de la pièce N°. 2824.

[15]) Comparez la Lettre N°. 2633, du 18 novembre 1690, à la page 539, et la Lettre N°. 2643, à la page 572. En 1692 Huygens s'est occupé encore d'expériences électriques en étudiant les effets d'attraction et de répulsion produits sur des flocons de coton et d'autres corps légers par une boule d'ambre d'environ un pouce de diamètre. Il les a consignées dans le Livre G des Adversaria, pages 44 et 45, et tâché d'en rendre raison en supposant qu'un corps électrisé est entouré d'un tourbillon. Il paraît, par une note, qu'il a repris ces expériences le 27 décembre 1693.

[16]) Comparez la Lettre N°. 2784.

teores emphatiques [17]). J'ay tousjours eu du panchant à croire que les queues des cometes font de ce nombre, quoyque les explications qu'on en a données jufqu'icy ne foyent point fatisfaifantes, et que je n'aye pas non plus de quoy me fatisfaire la deffus. Enfin je fouhaitte en mon particulier vos reflexions fur quelques confiderations phyfiques d'une de mes precedentes [18]), que vous m'aviés fait efperer dans voftre derniere [19]).

On me mande de Paris qu'on y a donné au public, à l'imprimerie du Louure et des MS. de la Bibliotheque du Roy, quelques anciens Mathematiciens Grecs. Entre autres Athenaeum de Machinis, des Extraits poliorcetiques d'Apollodore, et quelques ouurages de Philon, et de Biton de la conftruction des machines de guerre, et les Ceftes de Julius Africanus. On adjoute qu'un nommé Mons. Boivin, a eu foin de cette edition [20]), eftant fçavant dans le Grec, mais que Mr. de la Hire en a efté chargé comme Mathematicien. Mais on dit en même temps que l'ouurage aurait efté plus exemt de fautes, fi un feul, qui eut eu l'habileté de ces deux fçavans hommes, eut eu la direction de cette Edition.

Quand Monfieur le Marquis de l'Hofpital m'ecrivit il y a quelques mois [21]), il me demanda, fi je n'avois pas reglé la ligne ifochrone, à l'egard de l'eloignement uniforme d'un point fixe que j'avois propofé [22]). Je me fouuenois d'avoir vû

---

17) Cette division des phénomènes célestes en phénomènes *emphatiques* (κατ' ἔμφασιν), dus, comme l'arc-en-ciel, à quelque réflexion de la lumière, et en phénomènes *substantiels* (κατ' ὑπόστασιν), comme les étoiles filantes, est empruntée probablement à l'ouvrage pseudo-aristotélique „*De Mundo*", Cap. IV. (Aristot. Ed. Didot. Vol. III, p. 683).

18) Voir la Lettre N°. 2797.

19) La Lettre N°. 2822, à la page 509.

20) Veterum Mathematicorum Athenaei, Bitonis, Apollodorii, Heronis, Philonis, et aliorum Opera, Graece et Latina pleraque nunc primum edita. Ex Manuscriptis Codicibus Bibliothecae Regiae. Parisiis, ex Typographia Regia. MDCXCIII. in-f°. L'ouvrage a été commencé par Thevenot et achevé par J. Boivin et Ph. de la Hire.

Jean Boivin de Ville-neuve, né à Montreuil-l'Argilé le 28 mars 1663, obtint en 1692 une place à la Bibliothèque du Roy, où il découvrit et déchiffra un manuscrit palimpseste, contenant la Bible. Il devint professeur de Grec au collège royal et fut membre de l'Académie des inscriptions (1705) et de l'Académie française (1721). Il mourut le 29 octobre 1726.

21) Il s'agit de la Lettre du 24 février 1693, publiée par C. I. Gerhardt dans le Tome II de „Leibnizens Mathematische Schriften", p. 223—227, voir la page 224. Voir encore la note 23.

22) Leibniz l'avait fait vers la fin de l'article d'avril 1689 cité dans la note 2 de la Lettre N°. 2512, et dans les termes suivants: „invenire lineam, in qua descendens grave recedat uniformiter a puncto dato, vel ad ipsum accedat", défiant les Cartésiens à en chercher la solution par leur analyse. Et il répéta ce défi dans les articles des Acta de mai et de juillet 1690, cités dans les Lettres N°. 2640, note 5, et N°. 2623, note 10.

La question d'ailleurs était des plus difficiles pour l'époque, puisqu'elle mène, même dans le cas particulier auquel on s'est borné ordinairement, à une intégrale elliptique, qui ne peut être réduite ni à la quadrature de l'hyperbole, c'est-à-dire aux logarithmes,

le moyen d'y arriver, mais je n'avois pas alors le loifir d'y penfer, comme je temoignais dans ma reponfe à Monfieur le Marquis[23]). Depuis ayant retrouué un vieux brouillon, j'ay vu que je l'avois reduit à une quadrature, qu'il faudra examiner avec plus d'attention, pour voir s'il n'y a pas la deffus quelque chofe de reduifible à la commune Geometrie[24]). Je ne fçay fi le filence que Mr. le Marquis a gardé depuis[25]), ne marque point que ma lettre ne l'a point fatisfait. Comme en

ni à celle du cercle. Aussi, ce ne fut que cinq ans après qu'elle avait été posée que Jacques Bernoulli l'entama dans les Acta de juin 1694 sous le titre: „Jac. B. Solutio problematis Leibnitiani de Curva Accessus & Recessus aequabilis a puncto dato, mediante rectificatione Curvae Elasticae". Puis, dans les Acta d'août 1694, Leibniz publia sa propre solution sous le titre: „G. G. L. Constructio propria problematis de Curva Isochrona Paracentrica. Ubi & generaliora quaedam de natura & calculo differentiali osculorum, & de constructione linearum transcendentium, una maxime geometrica, altera mechanica quidem, sed generalissima. Accessit modus reddendi inventiones transcendentium linearum universales, ut quemvis casum comprehendant, & transeant per punctum datum". Elle fut reprise ensuite par Jacques Bernoulli dans les Acta de septembre 1694 dans l'article: Jac. B. Constructio Curvae Accessus & Recessus aequabilis, ope rectificationis Curvae cujusdam Algebraicae, addenda nuperae Solutioni mensis Junii". Enfin dans ceux d'octobre, Jean Bernoulli publia sa „Constructio facilis Curvae accessus aequabilis a puncto dato per Rectificationem curvae Algebraicae".

[23]) Dans la première de ses Lettres à Leibniz, celle du 14 décembre 1692, de l'Hospital lui avait écrit qu'il ne savait pas encore trouver le moyen de décrire la courbe, définie par l'équation différentielle $a^2xdx + 2y^3dy = 2a^2xdy - a^2ydx$; quoiqu'il s'y fût beaucoup appliqué à cause que cette courbe avait des propriétés considérables. Alors Leibniz, dans sa réponse dont la date est inconnue, lui apprit à résoudre une telle équation au moyen de séries infinies dont on pouvait calculer autant de termes qu'on voudrait, comme, par exemple celle en question (posant $a = 1$) par la série: $x = y - \frac{2}{5}y^3 - \frac{4}{75}y^5 - \frac{64}{4875}y^7$ (lisez $- \frac{64}{5625}y^7$) etc., ou bien par une plus générale renfermant aussi des „termes pairs". Ensuite, dans sa lettre du 24 février 1693, citée dans la note 21, de l'Hospital remarque que l'équation différentielle mentionnée exprimait dans un cas particulier la courbe de descente „que vous avez proposée autrefois aux Cartésiens", montrant comment il était arrivé à cette équation dans ses recherches sur cette courbe. Enfin, dans une lettre de date inconnue, Leibniz lui répondit: „Je suis bien aise de sçavoir que l'équation differentielle que vous m'avés envoyée, Monsieur, sert pour un cas de la ligne ou le poids descendant s'éloigne egalement d'un certain point Cela me servira à y mieux penser un jour. Car autres fois songeant à ce probleme je croyois voir quelque chemin pour le donner".

[24]) D'après la solution de Leibniz mentionnée dans la note 22, il s'agit de la quadrature représentée par l'intégrale: $\int \frac{a^2dz}{\sqrt{az(a^2-z^2)}}$, irréduisible, comme on le sait maintenant, à la „commune Géométrie", puisque c'est une intégrale elliptique.

[25]) Toutefois de l'Hospital n'avait pas tardé à répondre à la lettre de Leibniz par la sienne du 23 avril 1693, dans laquelle le problème de la courbe isochrone n'est plus mentionné; mais d'après la publication de Gerhardt, il y a eu en effet une interruption dans le commerce de lettres de de l'Hospital avec Leibniz depuis celle du 15 juin 1693 jusqu'à celle du 30 novembre 1694.

effect cela ne fçauroit manquer d'arriver à l'egard de celles d'un homme qui fe laiffe diftraire autant que moy. Cependant je n'en eftime pas moins Mons. le Marquis de l'Hofpital, et je trouve que vous avés eu raifon, Monfieur, de luy rendre juftice dans voftre lettre à Mr. de Beauval [26]). Je m'étonne qu'il eft prefque le feul en France qui entre dans la Geometrie profonde. Connoiffés vous Mr. Rolle? [27]) il femble que c'eft luy qui a fait propofer un probleme geometrique avec un prix [28]), mais à condition qu'on le doit refoudre par des voyes différentes de celles que Mr. Rolle a publiées [29]). Je n'ay jamais vû ces voyes, et je ne m'amuferay pas à ce probleme, qui eft trouuer la plus fimple courbe, propre à conftruire l'equation donnée avec une courbe donnée. Mr. Bernoulli le cadet a donné fa Methode la deffus [30]). On a temoigné qu'on n'en eftoit point content [31]). Je crois que Mr. Bernoulli y repliquera bientoft [32]). Ce n'eft pas une chofe fi difficile à une perfonne auffi verfée, qu'il l'eft, dans cette Analyfe. Pour moy j'avois cru

[26]) Voir la pièce N°. 2793 aux pages 407, 416 et 417.

[27]) Voir, sur Michel Rolle, la note 5 de la Lettre N°. 2454.

[28]) Voici l',,Avis aux Geometres" que l'on trouve dans le Journal des Sçavans du 20 juillet 1693: „On a deposé un prix de soixante pistoles chez M. le Normand Notaire au Châtelet de Paris, pour la premiere personne qui résoudra la question suivante.

„Ayant une partie si petite qu'on voudra d'une courbe Geometrique, on demande une metode pour resoudre une égalité donnée par le moyen de cette partie, & d'une autre ligne courbe dont le lieu soit le plus simple qu'il sera possible.

„L'on demande aussi que cette metode paroisse publiquement avant le premier Janvier prochain, & qu'elle ne suppose aucune des regles qui sont de l'invention particuliere de M. Rolle.

„Mons. Descartes a proposé ce probleme pour une des trois sections coniques seulement, & on n'en avoit jamais proposé un plus beau pour la resolution des egalitez. De plus cette resolution estant absolument necessaire pour perfectionner toutes les parties des Mathematiques, il importe de scavoir s'il n'y a point pour cela de metode qui soit differente de celles que Mr. Rolle a données au public".

[29]) Voir l'ouvrage cité dans la note 25 de la Lettre N°. 2709.

[30]) Dans le Journal des Scavans du 31 août 1693, sous le titre: „Solution d'un Probleme proposé dans le 28. Journal de cette année, page 336. Par Mr. Bernoulli le Medecin".

[31]) Voir l'article anonyme du Journal des Sçavans du 14 septembre 1693, intitulé: „Reponse à Mr. Bernoulli le Medecin, au sujet d'une metode qui a paru sous son nom dans le Journal du 31. août dernier".

[32]) C'est ce qu'il fit en effet dans le Journal du 18 janvier 1694 sous le titre: „Response de M. Bernoulli le Medecin, à l'objection inserée dans le Journal du 14 Septembre dernier, contre une metode qui a paru de lui dans le Journal du moi d'Août précedent". L'anonyme (sans doute Rolle lui-même) duplique dans le Journal du 15 février par l'article „Remarques sur la Réponse qui a esté inserée sous le nom de M. Bernoulli dans le 3 Journal de cette année, au sujet d'un probléme de Geometrie", prétendant „que M. Bernoulli n'a point satisfait aux difficultez capitales du probléme, & mesme que l'on seroit infiniment éloigné d'y satisfaire par les metodes qu'il a citées pour ce sujet".

que cette matiere eftoit comme epuifée, et qu'il ne s'agiffoit que d'en donner les canons pour epargner aux autres la peine du calcul. Je fuis avec zele

MONSIEUR

Voftre trefhumble et tres obeiffant ferviteur

LEIBNIZ.

Nº 2842.

CHRISTIAAN HUYGENS au MARQUIS DE L'HOSPITAL.

24 DÉCEMBRE 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]).
La lettre est la réponse au No. 2838.
De l'Hospital y répondit par le No. 2843.

Sommaire[2]): Remercier de ce qui regarde la voile. fuis d'accord des principes. Ce qui me refte a favoir. Bien aife de noftre accord. Bien aife de ce qu'on peut fe paffer des feries.

Trouver ces fommes, c'eft precifement trouver la quadrature de forte de ce qu'il dit je ne puis juger s'il a une 3me voie pour cette quadrature.

Je fuis a quelque traité philofophique[3]).

S'il a vu ce que Leibnitz a mis touchant les tractoria, trop tard et peu de chofe.

Content de fon approbation de ma remarque. Cela fera que Mr. Renaud ne s'embarraffera pas de quelque refponfe.

24 Dec. 1693.

A Mr. le Marquis DE L'HOSPITAL.

Je vous fuis fort obligé Monfieur d'avoir rapellè en ma confideration vos idées touchant la courbure de la voile fuivant la Theorie de M. Jo. Bernoulli. Je vois par ce que vous m'en expliquez que je fuis d'accord avec luy quant aux principes[4]); mais vous ne me repondez point à ce que j'avois fouhaitè uniquement de favoir[5]), qui eftoit s'il veut qu'une voile faite de certain nombre de rectangles egaux, fe courbe exactement de mefme par le vent que par leur poids. C'eft ce que je puis demontrer eftre faux[6]), et il femble que cela doive renverfer fon Theoreme, parce qu'il feroit affez etrange qu'eftant faux dans quelque grand

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 309.
[2]) Ce sommaire se trouve écrit en marge de la minute de la lettre.
[3]) Le „Cosmotheoros"; voir la note 6 de la Lettre Nº. 2844.
[4]) Comparez la note 3 de la pièce Nº. 2835.
[5]) Voir la Lettre Nº. 2833 vers la fin.
[6]) Voir la pièce Nº. 2835.

nombre de rectangles qu'on ſuppoſe, il fuſt pourtant vray dans le nombre infini, quoy que je ne veuille pas dire qu'il ſoit abſolument impoſſible[7]). J'attendray donc ſur ce point encore un mot de reſponſe.

Je ſuis bien aiſe de ce que nous ſommes d'accord en ce qui regarde la quadrature par les ſeries. Et encore beaucoup plus de ce que vous m'aſſurez que ſans leur ſecours vous ſcavez venir à bout des quadratures lors que voſtre c eſt un nombre entier. Car la methode par les ſeries me paroit fatigante, ſur tout en ce qui eſt de ſon origine et demonſtration par les diviſions exponentielles[8]). J'eſpere qu'un jour vous publierez celle que vous avez, ou vous voudrez bien m'en faire part.

Pour ce que vous avez pris la peine de m'expliquer de votre 3me maniere de meſurer la Feuille de Des Cartes, je n'ay point eu de peine à vous ſuivre[9]), juſques à l'équation $-zdu = udu\sqrt{\frac{b-u}{b+3u}}$. Mais de trouver ici la ſomme des $udu\sqrt{\frac{b-u}{b+3u}}$ je vois que c'eſt preciſement la meſme choſe pour moy que de trouver la quadrature de la courbe $zz = \frac{buu-u^3}{b+3u}$ que l'on cherche. De ſorte Monſieur que je demeure auſſi peu inſtruit de cette 3e maniere de quadrature que je l'eſtois auparavant. Permettez moi donc de vous demander quelque peu plus d'eclairciſſement.

Je n'avois nul doute que ma remarque ſur la manoeuvre des vaiſſeaux ne meritaſt voſtre approbation après laquelle je n'attens pas que Mr. Renaud ſonge à defendre ſon erreur[10]), et j'en ſuis bien aiſe.

Je ne ſcay ſi vous aurez vu ce que Mr. Leibnitz a fait publier dans le Journal de Leipſich touchant les Tractoriae avec un titre fort pompeux[11]), comme s'il donnait une methode univerſelle et meilleure que nulle autre pour les Tangentes. J'en apprendrai volontiers voſtre ſentiment, car pour moy je ne trouve rien de

---

7) Voir la note 15 de la pièce N°. 2835.

8) Comparez les §§ 5—13 et la note 4 de la pièce N°. 2812.

9) C'est à la page 90 du Livre J que l'on trouve cet essai de vérification de la 3e manière de de l'Hospital. Ensuite Huygens s'y efforce à retrouver la formule de de l'Hospital, obtenue vers la fin de la Lettre N°. 2838 pour l'espace DCF, en partant de sa propre „quadratura universalis brevior" pour l'aire AωBΔA de la première figure de la pièce N°. 2782, que l'on trouve à la page 378 de cette même pièce; mais il est arrêté par des éliminations laborieuses qui lui semblent devoir mener à une formule plus compliquée. Toutefois, pour le cas particulier $u = \frac{2}{3}b$; $z = \frac{2}{9}b$, il arrive à constater la conformité des résultats.

10) Il en a été autrement. Consultez la Lettre N°. 2847.

11) Voir l'article cité dans la note 6 de la pièce N°. 2824.

plus pauvre ni de plus inutile, vu les descriptions embarassées et tout à fait impraticables qu'il apporte [12]). Car à peine pourroit on construire avec quelque exactitude cette simple Tractoria, que j'ay donnée [13]), laquelle il prétend avoir reconnue devant moy, (de quoy on pouroit douter) pour quadratrice de l'Hyperbole [14]).

Je ne sçay pas quelle Inverse des Tangentes de Newton vous me demandez. Peut estre vous avez voulu dire celle de Mr. Leibnits [15]), qui est peu de chose et je vous ay desia assurè cy-devant [16]) que vous ne sçauriez l'ignorer. Toutefois si c'est celle la, je vous l'expliqueray tres volontiers, estant entierement, etc.

N° 2843.

Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens.

18 janvier 1694.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
Elle est la réponse au No. 2842.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2859.

A Paris ce 18e Janvier 1694.

Je suis si fort occupé Monsieur à cause de la mort de mr. le marquis d'autremonts, lieutenant general des provinces de bresse, bugey &c. oncle de ma femme et dont elle herite que je n'ai pas un moment de loisir pour songer aux sciences. Il a laissé beaucoup de biens mais bien des affaires et des proces, et c'est ce qui ne me convient gueres, cependant il faut tacher d'en sortir. Je vois par vôtre lettre du 24 décembre que je n'avois point compris ce que vous me demandiez touchant la courbure de la voile puisque je croyois que vous supposiez le nombre des rectangles egaux infini et c'etoit seulement dans cette supposition que mr Bernoulli pretend que la courbure est la mesme que celle d'une chaisne, comme il n'etoit point question alors d'un nombre determiné de rectangles je ne sçais point positivement sa pensée la dessus, mais autant que j'en puis juger par ses principes la courbure doit estre alors differente; je n'y vois mesme nul inconvenient, car il peut fort bien arriver que plus le nombre des rectangles est grand,

[12]) Voir la note 7 de la pièce N°. 2824.
[13]) Voir la pièce N°. 2793, p. 408—412.
[14]) Voir la note 4 de la pièce N°. 2824.
[15]) Voir la pièce N°. 2713.
[16]) Voir la Lettre N°. 2819, à la page 494.

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 311.

plus auſſi la courbure de la voile approche de celle de la chaiſne, et qu'elle devient enfin la meſme lorſqu'il eſt infini [2]).

J'ai ecrit expres à mr Bernoulli [3]), pour ſavoir quelle etoit ſa penſée la-deſſus, ſans vous citer, mais comme de moi, je vous ferai ſavoir ce qu'il me mandera dans ſa reponce.

A l'egard des ſeries pour parvenir aux quadratures, je vous enverrai au premier jour ma methode [4]) par laquelle vous verrez que je n'en ai point de beſoin et que j'àrrive au but par une maniere bien plus naturelle. Mais il ne me ſera pas auſſi facile de vous ſatisfaire ſur la 3e maniere de meſurer la feuille de Deſcartes. Pour la demonſtration elle eſt aiſée, car ſi vous prenez la differentielle de la quantité que je vous ai envoyée [5]) vous trouverez $-udu\sqrt{\frac{b-u}{b+3u}}$ ce qui fait voir que cette quantité en eſt la ſomme et cela ſuffit pour la demonſtration. Je vois bien que pour vous contenter il faudroit que je vous fiſſe voir le chemin que j'ai tenu pour parvenir à trouver cette ſomme, c'eſt ce que je ne puis faire dans une lettre parce que cela depend de pluſieurs regles particulieres qui ſont une ſuite les unes des autres et qui demanderoient un petit traité à part, mon deſſein eſt de le faire quand j'auray le loiſir, et je vous le communiquerai alors avec plaiſir me trouvant heureux d'avoir quelque choſe qui ſoit de vôtre gouſt, et à vous dire le vrai c'eſt ce qui m'avoit empeſché juſqu'à préſent de vous envoyer cette 3e maniere me doutant bien de ce qui eſt arrivé.

Je taſcherai de voir Renaud afin de ſavoir ſon ſentiment ſur votre remarque, et je vous en ferai part, comme il eſt galant homme je ne doute point qu'il n'avouë ſa mépriſe [6]).

J'ai lû ce que vous me mandez de mr Leibnitz, et j'ai trouvé qu'il repondoit ſi peu au titre faſtueux, qu'a peine ay-je eu la patience de le lire, car ſa machine eſt ſi fort compoſée, et tellement embaraſſée qu'elle ne peut eſtre d'aucun uſage dans la pratique, et de plus cela ne donne aucune vûe nouvelle pour l'inverſe des tangentes, ce ſont de ces gens qui veullent tout ſavoir et qui d'abort que les autres ont fait paroittre quelque choſe de nouveau s'en veullent attribuer l'invention, ce n'eſt point du tout ſon inverſe des tangentes que je vous demande, mais ceſt celle de Neuton qui eſt imprimée a la fin du traitté de vallis de algebra nouvellement traduite en latin [7]). Vous m'avez mandé autre fois [8]) qu'on vous avoit promis de

---

[2]) Comparez, à ce propos, la note 15 de la pièce N°. 2835.

[3]) Consultez, sur la correspondance de de l'Hospital avec Jean Bernoulli, la note 14 de la Lettre N°. 2829.

[4]) Ce qui n'a pas eu lieu.

[5]) Voir la Lettre N°. 2838.

[6]) Il n'en fut rien. Voir la réponse de Renau, notre N°. 2848.

[7]) Voir la note 39 de la Lettre N°. 2777.

[8]) Voir la Lettre N°. 2810 à la page 464.

vous en envoyer une copie ecrite a la main. je ſuis parfaitement Monſieur vôtre tres humble et tres obeiſſant ſerviteur

Le M. DE L'HOSPITAL.

N° 2844.

CONSTANTYN HUYGENS à CHRISTIAAN HUYGENS.

5 MARS 1694.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
Chr Huygens y répondit par le No. 2846.

Whitehall ce 5. de mars 1694.

[a]) J'ay voulu vous dire, que ce dont vous m'avez chargé pour Fatio[1]) luy a eſté delivré apres que l'on euſt eſte longtemps a le deterrer dans cette grande ville, ou a la fin ſelon que j'apprens il a eſté obligé d'embraſſer la condition d'un Tutor ou Pedagogue des enfants d'un Lord, j'ay oublié ſon nom, la Fortune ne rendant pas tousjours juſtice au merite.

J'ay acheptè il y a deux jours, le 17. volume des Tranſactions de la Societé R.[2]) que depuis un an on imprime derechef touts les mois[3]). Waller Secretaire de la Societé[4]) a le ſoin de l'impreſſion qui ſe continue d'ores en avant ſans interruption. Vous ſerez bien aiſe de voir ce 17.e volume ou il y a de jolies choſes.

On m'a aſſeuré, que la Deſcription de la Tartarie de Mr. Witzen eſt imprimée il y a desja quelque temps et ſe vend: je vous prie de me mander ce qui en eſt[5]). J'ay bien de l'impatience de la voir, ainſi que tout le monde, dites moy quelle ſorte de volume c'eſt.

Les gens icy ſont dans une pareille impatience de voir ſortir en lumiere voſtre livre des Planetes[6]), de quo ſalivam illis movi, dites moy auſſi ce qu'il en faut attendre et en quel temps, a peu près.

---

[1]) Voir la Lettre N°. 2839, à la page 568.
[2]) Celui qui contient les „Transactions" de 1693.
[3]) Consultez, sur l'interruption de cette publication, la note 4 de la Lettre N°. 2552 et la note 2 de la Lettre N°. 2783.
[4]) Richard Waller fut secrétaire de la Société Royale de 1687 à 1693 et de 1710 à 1713.
[5]) Voir la note 4 de la Lettre N°. 2846.
[6]) L'ouvrage posthume de Christiaan Huygens intitulé: Christiani Hugenii ΚΟΣΜΟΘΕΩΡΟΣ, sive De Terris cælestibus, earumque ornatu, Conjecturae. Ad Constantinum Hugenium, Fratrem: Gulielmo III. Magnae Brittanniae Regi, a Secretis. Hagae-Comitum, Apud Adrianum Moetjens, Bibliopolam. M.DC.XCVIII. in-4°.
Chr. Huygens avait confié par ses dernières volontés le soin de terminer l'édition de cet

Fatio avoit dit qu'il viendroit me remercier de luy avoir fait tenir vos papiers, mais je ne l'ay point veu.

Voor Broer VAN ZEELHEM.

[a]) Répondu le 13e Mars [Chriſtiaan Huygens].

N° 2845.

CHRISTIAAN HUYGENS à VAN ASTEN [1]).

18 MARS 1694.

Sommaire 18 Mart 94 geſchreven aen Cap. van Aſten, dat hij mij volgens afspraeck de papieren van Zeelhem in ſijn Broeders Cabinet gevonden noch niet geſonden heeft. vrees of den brief vermiſt waer. of hij met Cools geſproocken heeft. dat ick ſal derwaerts moeten gaen of ſenden van mijnent wegen. dat hij mij ſijn adreſſe ſenden wil in Bruſſel [2]).

ouvrage à son frère Constantyn. L'impression traîna en longueur, de sorte que Constantyn, mourut quelques mois avant que l'ouvrage parût en public.

Une réimpression latine in-12° sous le même titre avec l'addition : *Editio Altera* a paru : Francofurti & Lipsiae, Impensis Christiani Liebezeitii. Leoburgi, Literis Christiani Alberti Pfeifferi, Anno MDCCIV.

Diverses traductions ont paru sous les titres suivants :

De Wereldbeschouwer, of Gissingen over de Hemelsche Aardklooten, en derzelver Cieraad, geschreven van Christiaan Hugens, aan zijn Broeder Konstantyn Hugens. Uit het Latijn vertaald door P. Rabus. Te Rotterdam, Bij Barend Bos, Boekverkooper, MDCXCIX.

Une seconde édition de cette traduction parut chez les mêmes éditeurs en 1717.

Nouveau Traité De la Pluralité des Mondes. Par feu Mr. Hughens, cy-devant de l'Académie Royale des Sciences. Traduit du Latin en François. Par M. D*** A Paris. Chez Jean Moreau, ruë Saint Jacques, vis-à-vis S. Yves, à la Toison d'or. M.DCCII. Avec Approbation & Privilege du Roy. in-12°.

Herrn Christian Hügens Weltbeschauer, oder vernünftige Muthmassungen, dass die Planeten nicht weniger geschmückt und bewohnet sein als unsere Erde. Aus dem Lateinischen übersetzt. Mit Anmerkungen von verschiedenen und Kupfern. Zürich, bey Orell, Geszner und Comp. 1767. petit in-8°.

The Celestial Words discover'd; or, Conjectures Concerning the Inhabitants, Plants and Productions of the Worlds in the Planets. Written in Latin by Christianvs Hvygens, And inscrib'd to his Brother Constantine Hvygens Late Secretary to his Majesty K. *William*. London : Printed for Timothy Childe at the White Wart at the West-end of St. *Paul's* Church-yard. MDCXCVIII. in-12°.

Cosmotheoros : or Conjectures concerning the Planetary Worlds, and their inhabitants. Written in latin by Christianus Huygens. Illustrated with plates. This Translation was first published in 1689 [sic]. In the present Edition many places have been corrected. Glascow, printed and sold by Rob. & And. Foulis. M.DCC.LVII. in-12°.

[1]) Frère de celui mentionné dans la Lettre N°. 1103, note 3.

[2]) Consultez, sur les embarras financiers à Zeelhem, les Lettres Nos. 2715, 2808 et 2817.

N° 2846.

CHRISTIAAN HUYGENS à CONSTANTYN HUYGENS.

19 MARS 1694.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2844.
Const. Huygens y répondit par le No. 2849.

Sommaire [1]) le 19 mars 94. Fatio s'eſt fait précepteur pour voyager. Horological inſtructions qu'il me le cherche. Slydrecht. Graverol contra Burnet ne paroit point. Horloge nouvelle commence a promettre beaucoup. de Planetis moitié francois encore. Je l'adreſſe à luy. Bien aiſe des Transactions, qu'il apporte ce 17e volume. Witſen Tartarie pas encore. Nous avons la ſatire de Boileau contre les femmes. Item Harlequiniana.

Je vous remercie d'avoir eu ſoin des lettres et papiers pour Mr. Fatio. Je m'etonne qu'il n'eſt pas venu de lui meſme les querir, puis qu'il ſcavoit que vous les deviez apporter. La condition de Tutor qu'il a acceptée, a ce qu'on m'a dit icy, n'eſt que pour avoir occaſion de voiager avec ce fils de Lord. Quand vous le verrez, demandez lui un peu ou il en eſt avec ſon invention de vaiſſeau, qu'il medite depuis longtemps pour aller plus viſte que les baſtiments ordinaires.

Je ſuis bien aiſe qu'on continue les Philoſophical Tranſactions, et je vous prie de n'oublier pas d'apporter avec vous, lors que vous paſſerez la mer ce 17me volume.

Je me ſuis informè de Mr. Berckeſteyn [2]) et de Mr. Beauval [3]), touchant *la Tartarie de Mr. Witſen* qui m'aſſurent qu'on ne la debite pas encore, quoyque peut eſtre elle ſoit achevée d'imprimer [4]).

Mon Traité des Planetes eſt achevè, mais il eſt encore moitiè Latin moitiè Francois, de ſorte qu'il y reſte une grande partie a traduire, et puis des figures a faire, qui pourtant ſont peu en nombre. Je depeſcheray le plus que je pourray, et d'autant plus que par la nouvelle que vous avez donnée de mon deſſein, il ſe pourroit faire que quelqu'un entrepriſt le meſme ſujet, en taſchant de me prevenir.

Je crois que vous aurez maintenant le livre de Burnet Archæologiæ &c. [5]), un

[1]) Le sommaire se trouve écrit sur le revers de la Lettre N°. 2844.
[2]) Johan van der Does, seigneur de Berckesteyn. [3]) Voir la note 11 de la Lettre N°. 2426.
[4]) La première édition, excessivement rare aujourd'hui, de cet ouvrage célèbre n'a pas été mise dans le commerce. Elle est intitulée:

Noord en Oost-Tartarije, ofte bondigh ontwerp van eenige dier landen en volken, zo als voormaels bekent zijn geweest. Beneffens verscheyde tot noch toe onbekende en meest niet voorheen beschreven Tartersche en nabuerige gewesten, landstreken, steden, rivieren en plaetzen in de Noorder en Oostelijkste gedeelten van Azia en Europa enz. Met derzelver Lantkaerten. Zedert nauwkeurigh onderzoek van veele jaren en eigen ondervindinge beschreven en in 't licht gegeven door N. W. 't Amsterdam, in 't jaer 1692.

L'ouvrage est dédié aux Tsars Joan et Peter Alexewitz. Une seconde édition a paru à Amsterdam chez Fr. Halma en 1705. Elle a été réimprimée en 1785 chez M. Schalekamp, à Amsterdam.

[5]) L'ouvrage cité dans la note 4 de la Lettre N°. 2808.

imprimeur d'Amſterdam m'a dit il y a plus de 6 ſemaines qu'il imprimoit le Moſes Vindicatus du Sr. Graverol[6]) qui devoit eſtre une refutation de ce livre, mais je n'entens pas qu'il ſoit encore preſt de paroitre. Informez vous, je vous prie, s'il n'y a perſonne que ce Graverol qui ait eſcrit contre.

L'on m'a dit qu'on a publiè un Traitè a Londres avec le titre de Horological Inſtructions[7]). Il faudra neceſſairement que je le voie, ou que je ſcache ce que c'eſt; c'eſt pour quoy vous me ferez plaiſir de le faire chercher. Tempion[8]) ſcaura aſſeurement ce qu'il contient et ou on le trouve. Je ſuis apres a faire conſtruire ma nouvelle invention d'Horloge de Mer[9]), et j'en ay defia vu aſſez pour en avoir fort bonne opinion. Cela m'occupe un peu beaucoup et eſt cauſe que mon Traitè des Planetes s'eſt avancè moins viſte. J'ay a vous dire encore touchant ce petit ouvrage, que je l'ay eſcrit comme en m'adreſſant a vous, et je crois que vous voudrez bien que voſtre nom y paroiſſe; autrement je pourray le deguiſer ſous quelqu'autre, et l'on ſcaura pourtant que je parle a vous, parce que je fais mention des obſervations que nous avons fait enſemble. Mais je ne ſonge pas que nous aurons aſſez de temps d'en conferer quand vous ſerez revenu.

Nous avons icy depuis peu la nouvelle ſatire de Boileau contre les femmes[10]), qui eſt bonne, mais non pas tout a fait de la force des precedentes a mon avis. On a auſſi imprimè les Harlequiniana[11]), ou il y a quelques plaiſanteries qui rejouiſſent.

Mijn Heer
Mijn Heer van Zuylichem
Secretaris van Sijne Koninckliјcke Majeſteit
Tot Londen.

[6]) Jean Graverol, né à Nimes le 28 juillet 1647, étudia la théologie à Genève. Après la révocation de l'édict de Nantes, il se réfugia en Hollande et s'établit à Amsterdam. Plus tard il se rendit à Londres où, comme pasteur il desservit les églises françaises. Il mourut à Londres en 1718. Le livre dont parle Huygens, est intitulé Moses Vindicatus: seu asserta historica creationis mundi, aliarumque quales a Mose narrantur veritas, adversus Clarissimum Virum Th. Burneti archaeologias philosophicas. Amstelodami 1694. in-12°.

[7]) Voir, sur cet ouvrage anonyme, la Lettre N°. 2851.

[8]) Tempion était un horloger dont Huygens avait fait la connaissance lors de son séjour à Londres en 1889. Il est fréquemment mentionné dans le Journal du frère Constantyn.

[9]) Voir la note 16 de la pièce N°. 2823, et consultez la note 32 de la Lettre N°. 2859.

[10]) La satire X, qui parut en 1692:

„Enfin bornant le cours de tes galanteries,
Alcippe, il est donc vrai, dans peu tu te maries" etc.

[11]) Arliquiniana ou les bons mots, les histoires plaisantes et agréables. Recueillies des Conversations d'Arlequin. Suivant la copie. A Paris, chez Florentin et Pierre Delaulne et chez Michel Brunet. M.DC.XCIV. in-12°.

N° 2847.

Le Marquis DE L'HOSPITAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

22 MARS 1694.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
Elle fait suite au No. 2843.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2859.

A Paris ce 22 Mars 1694.

Je vous envoye, Monfieur, la reponce de Mr Renaud [2]); vous me ferez plaifir de m'en mander vôtre fentiment, je n'ai pas encore eu le loifir de l'examiner, car elle ne vient que de paroiftre et de plus la mort de Mr d'Autremonts, oncle de ma femme, m'engage dans beaucoup d'affaires qui ne me laiffent quafi point de temps. Je vous prie cependant de m'eclaircir une difficulté qui regarde les developpées.

Mr Bernoulli dans les actes de Leipfic de l'année 1692, page 116 [3]) pretend qu'au point d'inflexion le rayon de la developpée, ou du cercle baifant, devient toujours infiniment grand. Mr Leibnitz, dans la page 443, dit auffi la mefme chofe [4]). Or je trouve qu'il peut eftre auffi infiniment petit ou zero, car foit une

---

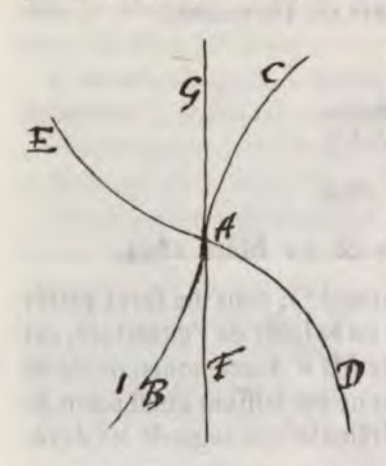
[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 313.

[2]) Cette réponse nous est inconnue dans sa forme primitive d'ouvrage séparé, sous laquelle elle semble être devenue très rare. Pour cette raison nous la reproduisons, dans l'Appendice N°. 2848 à la présente lettre, telle qu'elle a été réimprimée plus tard dans les numéros du 16 et du 23 mai 1695 du Journal des Sçavans. Lors de cette publication, la réplique de Huygens, que nous donnons plus loin dans cette correspondance, avait déjà paru dans le numéro d'avril 1694 de l'Histoire des Ouvrages des Sçavans. Il est donc bien étrange que dans les numéros cités il ne soit fait aucune mention de cette réplique.

[3]) Il s'agit de l'article de Jacques Bernoulli qui parut dans les „Acta" de mars 1692 sous le titre : „J. B. Additamentum ad Solutionem Curvae Causticae fratris Jo. Bernoulli, una cum Meditatione de Natura Evolutarum, & variis osculationum generibus", à la fin duquel on trouve le passage qui suit : „In omni enim flexu contrario circulus osculator abit in lineam rectam, fit radii infinite magni; quanquam non vicissim, ubicunque circulus osculator infinite magnus est, ibi requiritur flexus in contrarium. In Paraboloidibus omnibus (excepta Parabola communi) circulus osculator verticis infinite magnus, veruntamen non nisi in illis, quorum potestates a numero impari denominantur, flexus contrarius supervenit, caeterae ubique versus easdem partes cavae manent".

[4]) Voici le passage en question, tel qu'on le trouve dans l'article cité dans la note 26 de la Lettre N°. 2819 : „Sed & hoc notandum est, *minimam curvedinem* & *maximam obtusitatem* esse in puncto flexus contrarii, & recte dixit Dn. *Bernoullius*, circulum osculantem eo casu degenerare in rectam; radius enim est infinitus, seu centrum cadit in lineae evolutae concursum cum sua asymptoto. Quoniam antequam duae proximae, ad curvam perpendiculares,

ligne courbe BAC, qui ait un point d'inflexion en A, et pour tangente en ce point la droite FAG; il eſt clair qu'en commençant de developper au point A, on decrira la courbe AE par le developpement de la partie CA et la courbe AD par celui de la partie AB: de ſorte que la courbe entiere DAE aura auſſi un point d'inflexion en A, quoi que dans ce point le rayon de ſa developpée BAC ſoit zero. Suppoſons par exemple que la courbe EAD ſoit la paraboloïde $aax^3 = y^5$, qui a un point d'inflexion en A, je puis demontrer que le rayon de ſa developpée en ce point ſera nul ou zero. La raiſon qu'aporte Mr Leibnitz dans la meſme pag. 443 [5]) ne fait rien contre moi, car avant que deux perpendiculaires à une courbe infiniment proches l'une de l'autre deviennent de convergentes divergentes, il faut neceſſairement ou qu'elles deviennent paralelles, comme à remarqué Mr Leibnitz, ou bien qu'elles deviennent nulles ou zero ce qu'il n'a point remarqué. Le premier cas arrive lorſque les rayons de la developpée vont en croiſſant à meſure qu'ils aprochent du point d'inflexion et le ſecond lorſqu'ils vont en diminuant. Mr Bernoulli fait encore ici une faute conſiderable [6]) lorſqu'il dit que dans toutes les paraboloïdes (excepté la parabole commune) le cercle baiſant du ſommet eſt infiniment grand, car il y a une infinité de ces paraboloïdes ou il eſt infiniment petit. En voici la regle [7]). Soit en general m l'expoſant des abſciſſes et n celui des appliquées (je ſuppoſe m moindre que n, afin que ces courbes ſoient convexes par raport à leurs axes), je dis que ſi $2m$ ſurpaſſe n le rayon de la developée au ſommet eſt nul, et qu'au contraire ſi $2m$ eſt moindre que n il ſera infiniment grand. Je vous en enverrai la demonſtration ſi vous le ſouhaitez.



Au reſte il me paroiſt evident que Mr Leibnitz ſe trompe lorſqu'il pretend que les quatre interſections d'un cercle avec une ligne courbe doivent ſe reunir en une afin que le cercle devienne le plus proche qu'il eſt poſſible de la courbe ce

sibi occurentes hactenus ad plagam propositam, fiant sibi occurrentes ad plagam oppositam, seu ex convergentibus divergentes, debent fieri parallelae, quo casu earum concursus infinite abesse debet".

5) Consultez la dernière phrase du passage cité dans la note précédente.

6) Il s'agit de la dernière phrase du passage cité dans la note 3. Remarquons toutefois qu'il nous semble probable que Jacques Bernoulli n'a eu en vue que les paraboloïdes $y = ax^n$, où n représente un nombre entier.

7) Elle est exacte; consultez la réponse de Huygens, notre N°. 2859.

qu'il appelle baifant[8]): au contraire il eſt clair, ce me ſemble qu'il n'y en doit avoir que trois et que le cercle doit alors couper la courbe, comme le pretend Mr Bernoulli[9]).

Faites moi, je vous prie, le plaiſir de me mander vôtre penſée ſur tout cela.

J'ai ecrit à Mr Bernoulli, comme je vous l'avois marqué[10]) pour ſavoir quel etoit ſon ſentiment ſur la courbure de la voile lorſque l'on ſuppoſe le nombre des parallelogrammes, qui la compoſent fini; mais il ne m'a fait reponce que depuis peu et il me mande qu'il n'a point le loiſir de ſonger à ces matieres parce qu'il eſt ſur le point de ſe faire paſſer docteur en medecine pour ſe marier enſuitte. Il me promet cependant qu'après que cela ſera paſſé il me rendra reponce ſur cet article. Je ne manquerai pas de vous la faire ſavoir auſſitoſt[11]). Je ſuis tres parfaitement Monſieur vôtre tres humble et tres obeiſſant ſerviteur

LE M. DE L'HOSPITAL.

---

8) On rencontre l'erreur en question pour la première fois dans l'article de Leibniz des „Acta" de juin 1686, cité dans la note 3 de la Lettre N°. 2699. On y lit: „Ut autem habeatur & modus inveniendi circulum osculantem, sciendum est, quemadmodum *tangentes* inveniuntur per aequationes quae habent duas radices aequales, seu duos occursus coincidentes, & *flexus contrarii* per tres radices aequales; ita circuli vel aliae quaevis lineae datam *osculantes* inveniuntur per quatuor radices aequales, seu per duos contactus in unum coincidentes". Et qu'il s'agit ici en effet d'une erreur, et non pas d'une conception différente du cercle osculateur, c'est ce qu'on peut voir en consultant soit la définition de ce cercle, telle qu'on la trouve plus haut dans l'article cité, soit les pages 156 et 157 de la Lettre N°. 2699, où la même faute est répétée et où l'on aperçoit encore plus clairement son origine, qui consiste en ce que Leibniz considère à tort l'„osculation" comme le résultat de la coïncidence de deux contacts. Même après la critique de Bernoulli, que l'on trouve dans l'article cité dans la note 3, Leibniz persistait dans son opinion, prétendant, dans l'article mentionné dans la note 4, que le cas des quatre intersections était le cas général et celui des trois l'exception. Bernoulli répliqua encore dans les „Acta" de juin 1693, aux pages 249—251 de l'article cité dans la note 22 de la Lettre N°. 2819.

9) A la page 112 de l'article cité dans la note 3. Huygens lui-même était d'ailleurs arrivé depuis longtemps à la même conclusion. Consultez là-dessus la Lettre N°. 2709 et surtout l'annotation d'octobre 1654 que l'on trouve mentionnée dans la note 6 de cette lettre.

10) Voir la Lettre N°. 2843.

11) De l'Hospital n'y est plus revenu.

N° 2848.

B. RENAU à CHRISTIAAN HUYGENS.

Appendice au No. 2847.

[JANVIER 1694].

La pièce a été reproduite dans les livraisons du 16 et du 23 mai 1695 du Journal des Sçavants pp. 329—337 et 355—363 de l'édition d'Amsterdam [1]).
's Gravesande en donna une traduction latine dans les Chr. Hugenii Opera Varia, p. 296.
Elle est la réponse à la pièce No. 2826.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2869.

Réponſe de M. RENAU à M. HUGUENS [2]).

Mr. Huguens dit [3]) : *Que bien qu'on puiſſe imaginer que le mouvement au vaiſſeau par BG eſt compoſé des mouvemens par BK & KG, il ne s'enſuit pas que ſi dans l'efet on lui laiſſe le ſeul mouvement ſuivant BK.... que le vent qui en pouſſant la voile CD, le pouſſeroit de B en G, le pouſſera dans un temps égal de B en K.* Et c'eſt en cela où je trouve d'abord qu'il ſe trompe. Car afin que le

---

[1]) Elle y est précédée d'une Introduction intitulée : „Remarque de M. Huguens sur le Livre de la Manœuvre des vaisseaux imprimée à Paris in-8." (p. 310) et ainsi conçue : „Mr. Renau Capitaine de Vaisseau, & depuis Ingenieur General de la Marine & Chevalier de l'Ordre de Saint Louis, donna au Public en 1689. un traité de la Manoeuvre des Vaisseaux, qui fut merveilleusement bien reçu. M. Huguens qui est le seul qui y a trouvé à redire avouë luy mesme que cet ouvrage est écrit avec beaucoup de soin & de neteté, & qu'on n'y supose point de principes qui ne soient veritables; en sorte que si toute la theorie estoit tirée de là par des consequences legitimes, il n'y auroit rien à reprendre : mais comme il ne lui paroit pas que cela soit ainsi, il a cru qu'il seroit bon pour l'utilité du public d'avertir d'une erreur considerable qu'il croit avoir reconnuë dans ce traité. M. Renau soutient au contraire qu'il n'est pas tombé dans cet erreur, & que s'il s'est trompé en quelque endroit de cet ouvrage, c'est touchant un point que M. Huguens croit tres conforme à la raison".

„Les preuves des deux parties ayant trop d'étenduë pour trouver place dans un seul Journal, on a cru qu'il seroit à propos de mettre dans celui-ci l'objection de M. Huguens & de reserver la réponse de M. Renau pour le suivant".

„Voici l'objection de M. Huguens comme elle se trouve inserée dans la Bibliothèque Universelle et Historique du mois de septembre 1693".

Après ce début, l'article fait suivre la „Remarque de Huguens sur le Livre de la Manoeuvre des Vaisseaux", elle-même, notre pièce N°. 2826, à commencer par la phrase : „Je commencerai en raportant le contenu de l'Article I du 2. Chapitre", etc. (p. 525) jusqu'à la fin.

Consultez d'ailleurs sur la pièce présente la note 2 de la Lettre N°. 2847.

[2]) Il est probable que l'écrit primitif contenait une introduction, qui nous manque, puisqu'elle a été remplacée dans la reproduction de 1695 par celle citée dans la note précédente.

[3]) Consultez la page 527 de la pièce N°. 2826.

vaiſſeau puiſſe aller de B en G dans un meſme temps déterminé, *(voyez la figure du Journal précedent)* [4]) il faut qu'il ait réellement dans la détermination BK une viteſſe capable de faire dans un temps égal la quantité BK, & dans la détermination KG la quantité KG. Et afin qu'on ne puiſſe pas douter de cete verité, imaginons-nous que le vaiſſeau eſt pouſſé dans la détermination BK d'une force capable de le faire aller dans un certain temps déterminé de B en K; & qu'en meſme temps il ſoit auſſi pouſſé dans le ſens KG d'une force capable de lui faire faire dans le meſme temps déterminé la quantité KG : comme ces deux forces n'ont rien d'opoſé l'une à l'autre, ni qu'elles ne concourent point enſemble, atendu que BK eſt perpendiculaire à KG, le vaiſſeau obeïra entiérement à chacune de ces deux forces, & par conſequent la viteſſe qu'il aura dans chaque inſtant dans le ſens BK, ſera à [la] viteſſe qu'il aura dans les meſmes inſtans dans le ſens KG comme BK eſt à KG. C'eſt pourquoi le vaiſſeau ſatisfaiſant à l'efet de ces deux forces, ſe mouvra le long de BG, & parviendra en G dans le temps déterminé. Et par conſequent ſi dans l'efet on lui laiſſe le ſeul mouvement par BK, la force telle qu'elle puiſſe eſtre qui le pouſſeroit de B en G, le pouſſera dans un temps égal de B en K, puis qu'en rendant inutile l'efet de la partie de la force qui convient pour parcourir en meſme temps KG, on n'augmente ni on ne diminuë, comme nous avons dit, la viteſſe ſelon BK. J'avouë que ſi l'angle BKG eſtoit aigu, la force particuliere qui pouſſeroit le vaiſſeau ſelon KG, diminueroit la viteſſe qu'il auroit ſelon BK, comme lui eſtant opoſée : au contraire, ſi l'angle BKG eſtoit obtus, elle augmenteroit comme allant du meſme ſens; mais comme l'angle BKG eſt droit, cete force ne diminuë ni n'augmente la viteſſe du vaiſſeau ſelon BK.

M. Huguens dit aprés : *Car pour ſçavoir quel eſpace il parcourra par BK, il faut voir avec quelle force il eſt pouſſé dans cete route, & de plus avoir égard à la reſiſtance qu'il ſoufre de l'eau.* Je viens de faire voir que les raports des viteſſes dans les diferentes déterminations perpendiculaires l'une à l'autre, ſufiſoient pour faire voir la route du vaiſſeau, ſans avoir beſoin du raport des forces, ni des reſiſtances de l'eau; mais comme ces viteſſes dépendent des forces, je puis faire voir la meſme choſe par le raport des forces.

J'ai démontré au 13. art. du 1. chap. de la Theorie de la Manœuvre des Vaiſſeaux, dont M. Huguens convient, que les forces qui pouſſoient le vaiſſeau eſtoient entr'elles comme les quarrez des viteſſes. C'eſt pourquoi la force qui convient pour faire faire au vaiſſeau la quantité BK dans le ſens BK, dans un temps déterminé, eſt à la force qui convient pour faire faire au vaiſſeau la quantité KG

---

[4]) Elle est identique dans tous les points essentiels avec celle de la pièce N°. 2826, p. 526, à laquelle nous renvoyons; seulement on doit ajouter à cette figure une perpendiculaire AV, abaissée du point A sur la droite DCO.

dans le ſens KG, comme le quarré BK eſt au quarré de KG : d'où il ſuit que ſi le vaiſſeau eſtoit pouſſé en meſme temps dans les deux déterminations que je viens de dire, qui ſont perpendiculaires l'une à l'autre, il auroit une force égale à ces deux forces, atendu que l'une n'ajoute ny ne diminuë rien à l'autre. Ainſi cete force ſeroit exprimée par le quarré de BG, parce que le quarré de BG eſt égal au quarré de BK & de KG. De maniere que le vaiſſeau aura alors une viteſſe qui ſera produite par cete force, c'eſt à dire que le vaiſſeau fera la quantité de BG dans le meſme temps qu'il a eſté dit. C'eſt pourquoi ſi le vaiſſeau eſtoit pouſſé ſelon BG avec la force exprimée par le quarré de BG, il ariveroit en G en meſme temps qu'il ariveroit en K, s'il eſtoit pouſſé ſelon BK avec une force exprimée par le quarré de BK.

M. Huguens continuë de cete ſorte : *Or il eſt certain par les regles de Mecanique, que la force avec laquelle la voile* DC *pouſſe le vaiſſeau par* BK, *eſt à celle dont la meſme voile, & dans la meſme poſition a l'égard du vent, la pouſſeroit par* BG *comme* BK *à* BG. Je ne conviens point que cela ſoit ſelon les regles de Mecanique, au contraire il eſt certain que le raport de ces forces eſt comme le quarré de BK au quarré de BG, & non pas comme BK à BG; & pour qu'on n'en puiſſe pas douter, imaginons-nous preſentement que l'air ſe meuve ſuivant la ligne AB une fois plus vîte dans un temps que dans un autre. Lors qu'il ſe mouvera une fois plus vîte, il frapera la voile quatre fois plus fort, atendu que chaque partie frape une fois plus fort à cauſe d'une fois plus de viteſſe, & à cauſe d'une fois plus de viteſſe il y a auſſi une fois autant de parties qui frapent en meſme temps. C'eſt pourquoi la viteſſe eſtant double & la maſſe double, la puiſſance ou la force eſt quadruple. Si la viteſſe eſtoit triple, chaque partie fraperoit trois fois auſſi fort, parce que la viteſſe eſt triple; & auſſi parce que la viteſſe eſt triple il y auroit trois fois autant de parties qui fraperoient en meſme temps. C'eſt pourquoi la viteſſe eſtant triple & la maſſe triple, la puiſſance ou la force ſera neuf fois auſſi grande; d'où on voit que la maſſe augmente en meſme raiſon de la viteſſe, & chaque partie frapant auſſi plus fort à raiſon de la viteſſe, la puiſſance ou la force du vent contre la voile, eſt en raiſon doublée des viteſſes du vent; c'eſt à dire en raiſon des quarrez des viteſſes du vent contre la voile. M. Huguens convient de ce principe: ainſi il ne s'agit plus qu'à en faire l'aplication.

La premiere aplication ſera pour faire voir pourquoi la force du vent contre la voile, lors que le vent eſt perpendiculaire à la voile, eſt à la force du meſme vent contre la voile lors qu'elle eſt inclinée au vent, comme le quarré du rayon eſt au quarré du ſinus de l'angle d'incidence, ou, ce qui eſt la meſme choſe, pourquoi les forces d'un meſme vent contre des voiles diverſement inclinées au vent, ſont entr'elles en raiſon des quarrez des ſinus des angles d'incidence; ce que j'ai démontré dans les articles 7. 8. & 9. du chap. 1. & que je prouve encore de cete maniere. J'ai fait voir dans la Theorie de la Manœuvre des vaiſſeaux au 6. art. du chap. 1. qu'un corps qui ſe mouvoit de A en B, ne rencontroit la ſuperficie

CD qu'avec fa détermination AT [5]), fupofant AT [5]) perpendiculaire fur DC prolongée, & ne faifoit d'impreffion fur cete fuperficie que fuivant cete détermination, & M. Huguens en convient. Cela eftant, le vent AB n'agit contre cete voile que fuivant cete détermination, c'eft à dire avec la viteffe AT [5]). Et fi la voile CD eftoit perpendiculaire au vent AB, ce vent agiroit contre la voile avec la viteffe AB. Et par confequent par le principe que je viens d'établir ci-devant, la force avec laquelle le vent agiroit contre cete voile fi elle eftoit perpendiculaire au vent, eft à la force du vent contre la voile CD qui eft inclinée au vent, comme le quarré de AB eft au quarré de AT [5]), c'eft à dire comme le quarré du rayon eft au quarré du finus de l'angle d'incidence.

La feconde aplication eft celle qui fert à réfoudre la queftion dont M. Huguens & moi ne fommes pas d'acord, c'eft à dire pour faire voir que lors que la voile eft dans la fituation CD, & le vaiffeau dans celle de BK, la force avec laquelle le vaiffeau eft pouffé par le vent fuivant BG, par le moyen de la voile, eft à la force avec laquelle il eft pouffé par le mefme vent, & par le moyen de la mefme voile fuivant BK, comme le quarré de BG eft au quarré de BK, & non pas comme BG eft à BK, comme M. Huguens le prétend.

Pour le faire voir, imaginons-nous que le vent frape la voile avec la viteffe BG. Comme il ne la frape qu'avec un mouvement fuivant BG, il faut regarder le vent comme allant de B en G avec la viteffe de BG. Mais lors qu'il va de B en G avec cete viteffe, il va dans la détermination de BK avec la viteffe de BK, & dans le fens de KG avec la viteffe de KG. C'eft pourquoi par ce que j'ai dit ci devant, la force avec laquelle le vaiffeau eft pouffé fuivant BG, eft à celle avec laquelle il eft pouffé fuivant BK, comme le quarré de BG eft au quarré de BK: & à celle avec laquelle il eft pouffé fuivant KG, comme le quarré de BG eft au quarré de KG; & on remarquera que la mefme force du vent contre la voile, c'eft à dire la force totale fuivant BG, qui eft exprimée par le quarré de BG, eft divifée fuivant BK & fuivant KG en deux parties, dont la fomme eft égale à la totale, & en cela la force, la puiffance ou le mouvement, qui font trois mots pour fignifier la mefme chofe, ne reçoit ni augmentation ni diminution par nos manieres d'envifager le mouvement, qui ne confifte pas dans la viteffe feule des corps, il y faut encore comprendre les maffes. Ainfi la puiffance, la force ou le mouvement, eft le produit de la viteffe par le maffe. C'eft pourquoi une mefme puiffance qui a efté produite par deux puiffances, eft égale à ces deux puiffances, pourvu que la détermination de l'une foit perpendiculaire à la détermination de l'autre, parce qu'en ce cas là ces deux puiffances ne peuvent rien ajouter l'une à l'autre, ni rien ôter l'une de l'autre, les deux déterminations n'ayant rien l'une contre l'autre ni

---

[5]) Lisez „AV" et consultez la note précédente.

l'une pour l'autre, comme nous avons dit. C'eſt ce qui fait qu'une puiſſance ſuivant BK peut demeurer la meſme, & par conſequent ſon efet toujours le meſme, quoi qu'on augmente ou diminuë à l'infini la puiſſance ſuivant KG. En ce cas-là il n'ariveroit de changement qu'à la puiſſance totale BG qui ſera toujours égale à la ſomme des deux puiſſances qui l'auront produite.

Il s'enſuit de tout ce que je viens de dire, que le vaiſſeau HBM eſtant pouſſé ſelon BG par le moyen de la voile DC, la viteſſe avec laquelle le vaiſſeau ſe meut de côté, eſtant à celle avec laquelle il ſe meut de pointe, comme GK à LK[6]); il s'enſuit, dis-je que le vaiſſeau ira le long de BL, & arivera en L dans le meſme temps qu'il ſeroit arivé en G, s'il fendoit l'eau de tous côtez avec la meſme facilité qu'il la fend de pointe, & ſi le vaiſſeau eſtoit ataché, comme dit M. Huguens, avec une corde BR infiniment longue & perpendiculaire à BK: c'eſt à dire pour empêcher que le vaiſſeau ne ſe muſt aucunement ſelon la détermination KG, il s'enſuivroit que le vaiſſeau ariveroit encore au point K, au meſme temps qu'il ſeroit arivé au point G, ce qui eſtoit en queſtion, & ce qu'il faloit prouver.

Si la regle de Mecanique dont parle M. Huguens, ſçavoir que la force avec laquelle DC pouſſe le vaiſſeau ſelon BK, eſt à celle avec laquelle la meſme voile pouſſe le vaiſſeau ſelon BG, comme BK eſt à BG [étoit véritable]; non ſeulement le vaiſſeau n'iroit point en K en meſme temps qu'il auroit eſté en G dans les circonſtances dont on a parlé, mais meſme le vaiſſeau fendant également l'eau de tous côtez, & la voile DC le pouſſant ſelon BG qui lui eſt perpendiculaire, n'iroit pas ſelon la ligne BG: Car par la meſme regle de Mecanique la force avec laquelle le vaiſſeau ſeroit pouſſé ſelon BK par le moyen de la voile, ſeroit à celle avec laquelle il ſeroit pouſſé ſelon KG, comme BK eſt à KG, & les viteſſes du vaiſſeau ſeroient entr'elles comme les racines des forces. Donc les viteſſes qui reſulteroient de ces forces, ſçavoir la viteſſe que le vaiſſeau auroit pris dans chaque inſtant ſelon BK, ſeroit à celle qu'il auroit dans les meſmes inſtans ſelon KG, comme la racine de BK eſt à la racine de KG. Mais pour ſe mouvoir ſelon BG, il faut que ces viteſſes, lors qu'elles ſont inégales, comme nous ſupoſons ici, ſoient entr'elles dans chaque inſtant, comme BK eſt à KG, & non pas comme leurs racines. Donc le vaiſſeau n'iroit pas ſelon BG; ce qui eſt abſurde. Car la force totale qui pouſſe le vaiſſeau eſtant ſelon BG, en ſupoſant que le vaiſſeau fend l'eau également de tous côtez, il faut qu'il aille neceſſairement ſelon cete ligne.

Mr. Huguens dit plus bas[7]): *La meſme erreur que je viens de remarquer influë dans preſque tout le traité, & empêche de ſubſiſter pluſieurs theorêmes qui autre-*

---

[6]) Liſez: comme LK à GK.

[7]) Voir la page 528 de la pièce N°. 2826.

ment paroiſſent fort élegans, comme entre autres celuy qui dit, que quand l'angle de la voile avec le vent OBA *eſt donné, la plus avantageuſe ſituation de la quille pour gagner au vent eſt celle qui diviſe également ſon complement* OBE, *dont l'auteur prouve enſuite, &c.*

Puis que je viens de faire voir que ce que M. Huguens croyoit une erreur n'en eſt pas une, tous les theorêmes du traité demeurent entiers.

Enſuite il dit[8]): *Au reſte M. Renau ne pourra gueres douter que notre regle ne ſoit vraye puis que par elle on trouve le meilleur angle du gouvernail avec la quille, pour faire tourner le vaiſſeau le plus promptement, tout à fait tel qu'il l'a déterminé dans le chap. 7. En quoy il a fait une découverte fort utile. Car en prenant*[9]) $x \infty \sqrt{\frac{2}{3}aa}$; *de meſme qu'il trouve le ſinus de l'angle que la quille ou la ligne du mouvement de l'eau fait avec le gouvernail, ce qui doit eſtre ainſi.* Je ne puis eſtre encore ici du ſentiment de M. Huguens ni par conſequent de celui de mon livre, où il y a une erreur tres conſiderable, comme je vas le faire voir. Mais auparavant j'avouerai ingenuement la cauſe de cete erreur. J'avois premierement fait mon livre en ſupoſant pour vrai un principe faux que le P. Pardies a donné dans la ſcience des forces mouvantes art. 118. quoi que tout ſon ouvrage ſur le mouvement d'un vaiſſeau[10]) ne conſiſte qu'en ce ſeul principe, qu'il n'a apliqué à rien, ni donné aucun moyen de reſoudre aucune des propoſitions de la theorie de la manoeuvre des vaiſſeaux[11]). Comme je m'apperçus de la fauſſeté de ce principe à peu près à la fin de l'impreſſion du 1. livre, je le ſuprimai entiérement, parce que ce principe faux eſtoit répandu dans toutes les propoſitions du livre, qui en rendoit toutes les reſolutions fauſſes. Je les reſolus toutes de nouveau

[8]) Voir la page 529 de la pièce N°. 2826.

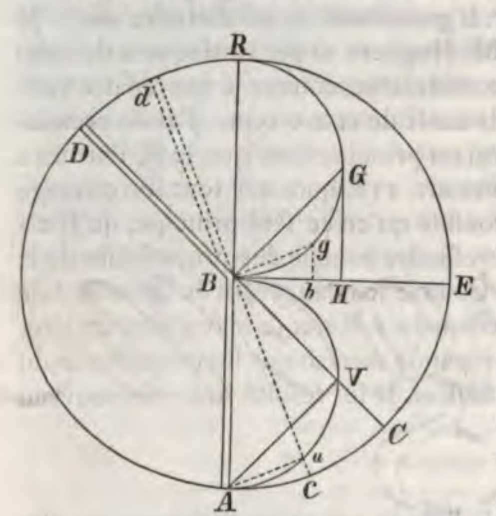
[9]) Intercalez ici: „$p = a$, c'est-à-dire en faisant la ligne du vent perpendiculaire sur la quille, on trouve par cette règle le sinus".

[10]) Les articles 115—119 de l'ouvrage de Pardies, cité dans la note 4 de la Lettre N°. 1946, contiennent ce qu'il appelle l'„Application des régles de Méchanique au mouvement d'un Vaisseau". Après avoir traité de la dérive dans le cas d'un „Vaisseau poussé par un vent de côté", il examine, dans l'article 118 en question, l'influence de la situation de la voile sur la vitesse du vaisseau au cas que la direction de la quille reste invariablement perpendiculaire à celle du vent. De même que Renau et Huygens, il suppose la pression du vent sur la voile comme étant proportionnelle au carré du sinus de l'angle d'incidence du vent; quant à la résistance de l'eau contre le mouvement du vaisseau, il ne dit pas expressément de quelle manière il la fait dépendre de la vitesse du vaisseau, mais la construction qu'il donne exige, pour être correcte (laissant de côté la question de la dérive), que cette résistance soit dans la raison simple de la vitesse et non pas, comme Renau et Huygens l'admettaient, dans celle du carré.

[11]) En effet, dans l'article 119 Pardies n'avait fait que poser un certain nombre de ces propositions, ajoutant seulement que „Tout cela se peut résoudre par ces régles de Méchanique; mais" dit-il „je croy que ce qui a été expliqué peut suffire pour le dessein que je m'étois proposé".

ſur un fondement veritable, & fis faire une ſeconde impreſſion, qui eſt celle qui a eſté donnée au Public. Mais comme j'eſtois ocupé à d'autres choſes, je laiſſai par mégarde le mot de *force* dans la démonſtration de l'art. 5 du chap. 2 au lieu du mot de *viteſſe* qu'il faut y ſubſtituer [12]); & à quoi M. Huguens n'a pas pris garde. Il eſt vrai que dans l'art. 6. ch. 1. [13]) je me ſers indiferemment des mots de viteſſe ou de force, parce que je n'y conſidere que le mouvement d'un ſeul corps dans le vuide, & qu'en ce cas la viteſſe & la force ont toujours le meſme raport. Je ne me ſuis aperçu de l'erreur du chap. 7. qu'aprés la ſeconde édition de mon livre, & dans un temps où mes ocupations ne me permirent pas d'y retoucher. Voici la démonſtration qui en marque la fauſſeté.

Du centre B ſoit décrit le cercle ADREC, & ſoit la ligne AB repreſentant la quille du vaiſſeau, BR la quille prolongée, & ſur BR comme diametre ſoit décrit le demi cercle BGR, & de meſme ſur AB le demi cercle ABV, & ſoit BD une ſituation du gouvernail, & BC le gouvernail prolongé, BE perpendiculaire ſur AB, BG & AV perpendiculaires ſur DC, GH perpendiculaire ſur BE. Prenant une autre ſituation du gouvernail comme B*d* prolongée en *c*. Soit tirée dans les mêmes circonſtances B*g*, A*u*, & *gh*. Si le vaiſſeau ſe meut en avant ſuivant la ligne BA, les angles ABC & AB*c* égaux aux angles GBE & *g* BE ſont les angles d'incidence de l'eau ſur le gouvernail. D'où il ſuit que lors que le gouvernail eſt dans la ſituation BD, l'eau frape dans la détermination AV, & avec la viteſſe AV, & par conſequent avec la force exprimée par le quarré de AV. Et comme la viteſſe du vaiſſeau n'eſt que comme la racine de la force à cauſe de la reſiſtance de l'eau, le vaiſſeau eſt pouſſé dans la détermination BG avec une viteſſe exprimée par



[12]) En consultant l'article mentionné on s'aperçoit qu'il s'agit, ici encore, de l'opinion que la décomposition usuelle, suivant des directions perpendiculaires, valable pour les „vitesses" ne le serait pas, sans modification, pour les „forces".

[13]) Consultez, sur le contenu de ce premier chapitre, la note 4 de la pièce N°. 2826. A l'art. 6 Renau s'occupe de l'impulsion ou „impression", comme il l'appelle, produite par un petit corps matériel rencontrant obliquement une surface donnée. La „vitesse, ou la force absoluë, avec laquelle ce corps iroit frapper une superficie perpendiculaire au mouvement" y est décomposée à la manière usuelle suivant les directions perpendiculaire et parallèle à la surface donnée.

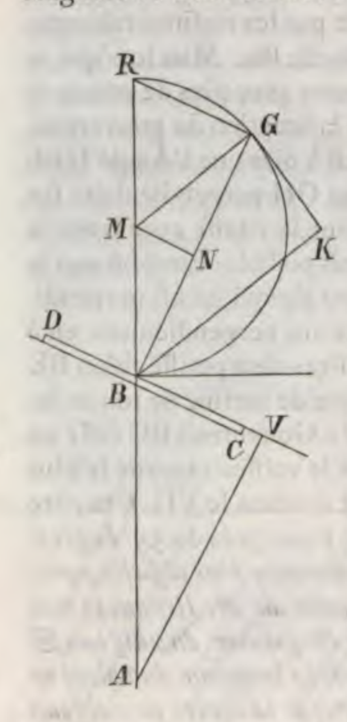
BG, parce que BG eſt égale & parallele à AV. Mais lors que le vaiſſeau eſt pouſſé ſelon BG avec la viteſſe BG, il eſt pouſſé ſelon BE avec la viteſſe BH. Si le gouvernail eſtoit dans une autre ſituation B*d*, on verroit par les meſmes raiſonnemens que le vaiſſeau ſeroit pouſſé ſelon BE avec la viteſſe B*h*. Mais lors que le vaiſſeau eſt pouſſé avec plus de viteſſe ſelon BE, il tourne avec plus de promptitude. C'eſt pourquoy ſi BG qui eſt perpendiculaire à la ſituation du gouvernail, coupe le demi cercle BGR en deux parties égales, c'eſt à dire que l'Angle GBE égal à l'angle d'incidence ABC ſoit de 45. degrez, alors GH perpendiculaire ſur BE, ſera tangente d'un demi cercle. Ainſi BH qui exprime la viteſſe avec laquelle le vaiſſeau eſt pouſſé ſelon BE, eſt la plus grande qu'il eſt poſſible : car ſi on met le Gouvernail dans une autre ſituation comme en B*d*, alors B*g* qui lui eſt perpendiculaire, coupera le demi cercle en *g*, d'où laiſſant tomber une perpendiculaire en *h* qui ſera plus prés du point B que n'eſt GH, & le vaiſſeau ſera pouſſé ſelon BE avec la viteſſe B*h* qui ſera plus petite que BH. Il en ſera de meſme de toutes les autres ſituations. C'eſt pourquoy il faut que la barre du Gouvernail BC faſſe un angle de 45. degrez avec la quille du vaiſſeau, pour que le vaiſſeau tourne le plus promptement qu'il eſt poſſible, & non pas comme il eſt dit dans le VII. Chapitre de la Theorie de la Manoeuvre des vaiſſeaux, un angle à peu prés de 55. degrez.

M. Huguens finit en diſant; *Quoyque cette theorie devienne plus difficile aprés la reforme que j'ay indiquée, qu'elle n'eſtoit dans le traité de M. Renau, je vois toutefois qu'il y auroit moyen de determiner par regle la poſition du vaiſſeau & de la voile la plus avantageuſe pour gagner au vent, mais la longueur du calcul ne me le permet pas preſentement. Outre que la conſideration de la derive du vaiſſeau n'y ſeroit pas compriſe.*

Dans mon traité il n'y auroit rien de ſi ſimple que de prouver [14]) la poſition la plus avantageuſe de la voile & du vaiſſeau, non ſeulement pour gagner au vent, mais meſme pour faire quelque route que ce puiſſe eſtre, ſi la dérive du vaiſſeau n'y eſtoit pas compriſe. Pour le faire voir, ſoit la ligne du vent AB [15]), & ſoit donnée une route BK, faiſant avec le vent quelque angle que ce puiſſe eſtre ABK pour trouver la ſituation la plus avantageuſe de la voile pour que le vaiſſeau aille le plus viſte qu'il eſt poſſible dans cete route, ſupoſé qu'il n'eût point de dérive. Prenant BR pour diametre du centre M, ſoit décrit le demi cercle BGR, & du point M ſoit tirée MG parallele à la route BK, & du point B au point G ſoit tiré BG, & ſoit enſuite tiré DBC perpendiculaire à BG. Je dis que DC eſt la ſituation la plus avantageuſe de la voile pour aller dans la route BK le plus viſte qu'il eſt poſſible. Pour le prouver, ſoit tiré GK perpendiculaire à BK. Par tout ce qui eſt dit ci-devant, le vent AB pouſſe le vaiſſeau par le moyen de la voile DC ſelon BG avec la viteſſe BG, il le pouſſe ſelon BK avec la viteſſe BK. Et parce que GK

[14]) Liſez: trouver. [15]) Voir la figure de la page ſuivante.

eſt perpendiculaire ſur BK, GK ſera auſſi perpendiculaire à MG. Ainſi GK eſt tangente au demi cercle. C'eſt pourquoi toutes les perpendiculaires qu'on menera de tous les autres points de la circonference de ce demi cercle ſur BK tomberont entre B & K. Donc le vaiſſeau aura plus de viteſſe lors que la voile eſt dans la ſituation DC que dans toute autre. Et je dis de plus, que la voile DC coupe l'angle ABK, qui eſt l'angle du vent & de la route en deux parties égales. Pour le démontrer, ſoit menée MN perpendiculaire ſur BG. Cete ligne coupe l'angle BMG qui eſt égal à l'angle ABK en deux parties égales, & parce que MN eſt parallele à DC, l'angle BMN qui eſt la moitié de l'angle BMG égal à l'angle ABK, eſt égal à l'angle ABC. Donc ce dernier eſt égal à la moitié de l'angle ABK. D'où il ſuit qu'il faudroit toujours que la ſituation de la voile coupaſt l'angle du vent & de la route en deux parties égales, & que lors que ce ſeroit pour aller le plus au vent qu'il eſt poſſible, il faudroit que le vent fiſt avec la voile 30. degrez, & la prouë avec la voile auſſi 30. d. parce qu'on a démontré dans la theorie de la Manoeuvre [16]), que dans quelque ſituation qu'on mete la voile par raport au vent, il faut que la prouë coupe ſon complement en deux parties égales; & par cete propoſition on voit qu'en quelque ſituation qu'on miſt la prouë, qui eſt la meſme choſe que la route, parce qu'on ſupoſe que le vaiſſeau n'a point de dérive; il faut que la voile coupe l'angle que la prouë fait avec le vent en 2 parties égales. D'où il ſuit qu'il faudroit que la prouë & la voile coupaſſent un angle droit en 3. parties égales, c'eſt a dire que le vent fiſt avec la voile 30. degrez, la prouë auſſi avec la voile 30. degrez, & avec le vent 60.



[16]) Voir la note 7 de la pièce N°. 2826.

N° 2849.

CONSTANTYN HUYGENS frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

30 MARS 1694.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2846.
Elle s'est croisée avec le No. 2850.

Kenſington ce 30e Mars 1694.

Apres la recepte de voſtre derniere j'ay eſté chez Mr. Smith l'Imprimeur des Tranſactions, pour achepter ces Horological Inſtructions dont vous parlez dans voſtre lettre que j'ay trouvées et voudrois avoir occaſion pour vous les envoyer. Je verray ſi je pourray le faire, par Jannetje Jagers ſi elle n'eſt pas encore partie. Je ne puis pas vous rien dire touchant ce qu'elles contiennent n'ayant pas eu le temps de les lire.

J'ay demandé audt. Smith ſi l'on avoit imprimé des livres pour combattre les ſentiments de Burnet dans ſon Archeologia [1]) il m'a dit qu'il y avoit des perſonnes, qui y travailloyent mais que rien n'avoit encore paru.

Ce Smith paſſera avec le Roy en Hollande et ſouhaitte fort de vous connoitre, j'ay promis de le vous amener alors, il eſt aſſez honneſte homme pour un homme de ſa profeſſion.

Hier commença icy au Commingarden une vente publique de deſſeins et de Tailledouces, que fait vendre mylord [2]) ou parmy le grand nombre qu'il y en a il s'en trouve quelques bonnes pieces; mais depuis quelque temps le gouſt pour cette ſorte de choſes eſt icy tellement accreu que ces jeunes virtuoſi acheptent les choſes trois fois plus qu'elles ne valent et je vis vendre hier une ſeule figure deſſiegnee de crayon rouge par Rafael et qui fait partie de ſon maſſacre des petits enfants, pour 11 livres Sterl. et encore n'eſtoit elle pas fort finie. Si je voulois vendre ma collection j'en ferois bien de l'argent. Mais je n'en ay point d'envie.

Voor Broer van Zeelhem.

[1]) Voir l'ouvrage cité dans la note 4 de la Lettre N°. 2808.
[2]) Le nom (Yarmouth, voir la Lettre N° 2851) a été laissé en blanc.

N° 2850.

CHRISTIAAN HUYGENS à CONSTANTYN HUYGENS, frère.

2 AVRIL 1694.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre fait suite au No. 2846, et s'est croisée avec le No. 2849.
Constantyn Huygens y répondit par le No. 2851.

A la Haie ce 2 avr. 1694.

Je ſuis ſurpris de ce que Mad.e de Zuylichem m'envoie dire que vous me demandez reſponſe a la lettre que vous m'avez eſcrite du 5me mars [1]). Car je vous ay fait cette reſponſe dès le 19 du meſme mois [2]), et il faut que chez Williet [3]) on n'ait pas eu ſoin de ma lettre comme il faloit. Le contenu eſtoit a peu pres, que je vous remerciois d'avoir fait tenir a mr. Fatio tout ce que je vous avois donnè pour luy, ſur quoy je m'etonne qu'il ne m'ait encore rien eſcrit. qu'on m'avoit dit qu'il s'eſtoit engagè avec les jeunes milords pour voiager avec eux. que j'eſtois bien aiſe de ce qu'on continuoit les Philoſophical Tranſactions, vous priant de ne pas oublier d'apporter avec vous cette 17e et autres que vous auriez pu avoir. Je vous priois auſſi de faire chercher pour moy un traitè publiè depuis peu, dont le titre eſt *Horological inſtructions*, ce que je vous prie derechef. Je vous mandois que le livre de mr. Witſen ne paroiſſoit pas encore en public, quoyque il y en a qui diſent qu'il eſt achevè d'imprimer. Que mon Traitè de Planeticolis eſtoit achevè, mais comme il eſtoit moitiè en Latin moitiè en Francois, il me reſtoit a mettre tout en Latin. que j'eſtois occupè a cela, mais que la conſtruction de ma nouvelle Horloge pour les Longitudes me cauſoit beaucoup d'interruption. que nous avions icy la nouvelle ſatire de Boileau contre les femmes, et Harlequiniana où il y a quelques bons mots. que le Moſes Vindicatus du Sr. Grauerol contre les Archaeologiæ de Burnet ne paroiſſoit pas encore, quoy qu'il y ait longtemps qu'on ait commencè a l'imprimer a Amſterdam. Voila tout ce qui eſtoit dans ma lettre, a quoy je n'ay pas beaucoup a adjouter maintenant ſi ce n'eſt de vous prier de faire chercher *un Traitè de Harmonia*, je crois qu'il eſt en Anglois, ecrit depuis peu [4]). *Les oeuvres de Wallis* [5]) doivent deſia ſe vendre comme je crois, mais je n'en veux point parce qu'elles ſeront trop cheres, et que j'en ay une grande partie ſeparement. Si vous n'avez pas ſon Traitè d'Algebre en Anglois in fol.° [6]) vous feriez bien d'acheter cette nouvelle Edition de ſes ouvrages, où elle eſt traduite en Latin, avec quelque choſe de Newton qu'on eſtime beaucoup [7]).

---

[1]) La Lettre N°. 2844.

[2]) La Lettre N°. 2846.

[3]) Sur Williet, consultez la note 1 de la Lettre N°. 2507.

[4]) Sans doute l'ouvrage: A Treatise of the Natural Grounds and Principles of Harmony. By Will. Holder, D. D. &c. London, 1694. in-8°.

[5]) Voir la note 2 de la pièce N°. 2606.

[6]) L'ouvrage cité dans la note 3 de la Lettre N°. 2660.

[7]) Voir la note 39 de la Lettre N°. 2777.

Je ſcay qu'en partant d'icy je vous ay recommandè la requeſte du Sr. van Aſten [8]) Capitaine dans le Regiment du Brigadier l'Ecluſe. Je vous recommande derechef ſa perſonne et ſes intereſts, parce qu'il me rend de bons ſervices a Bruxelles en ce qui regarde mon cocquin de Receveur Cools [9]). Car ſans luy je ne ſcay comment faire pour le mettre a la raiſon, ou pour tirer quelque choſe du revenu de Zeelhem dont j'ay ſi fort beſoin. Vous ne ſcauriez me faire plus grand plaiſir que de dire ou faire quelque choſe en ſa faveur quand il y aura occaſion pour cela. Il paroit fort honneſt homme et ſon frere a eſtè fidelle ſerviteur de ſa Majeſtè et de ſes anceſtres. J'eſpere que nous vous verrons dans peu, et vous ſouhaite un heureux paſſage.

Mijn Heer
Mijn Heer VAN ZUYLICHEM
Secretaris van Sijne Koninclijcke Maj.t van Engelandt
Tot Londen.

N° 2851.

CONSTANTYN HUYGENS, frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

13 AVRIL 1694.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse aux Nos. 2846 et 2850.

Whitehall ce 13. d'Avril 1694.

Je viens de recevoir la voſtre du 2.e de ce mois, qui a eſté bien long temps en chemin. J'ay auſſi receu celle du 19. mars, qui eſt venue bien tard auſſi. Les vents de Weſt, qui continuent depuis ſi long temps ſont cauſe de tout cela. Je vous ay mandé [1]) que j'allois vous envoyer les Horological Inſtructions par Jannetje Jagers, mais cette femme là n'eſt pas encore partie, et voudra apparemment attendre le convoy que l'on croid devoir partir d'icy, demain en huict jours. Or je croy que le Roy partira vers le meſme temps et qu'il n'y aura point de temps perdu ſi je les apporte moi meſme. Apres tout je ne croy pas que vous y trouviez de fort grandes decouvertes, l'autheur n'eſtant qu'un Horologier et un virtuoſo du 3.me rang. Dans ſon Traité il ne met pas ſon nom, et dit luy meſme qu'il eſcrit pour inſtruire les ouvriers.

Je n'ay pas encore veû Fatio, depuis que je ſuis icy. Il a dit (je croy que c'eſt à Wiljet) qu'il viendroit me voir mais il n'en a encore rien fait.

Je chercheray ces oeuvres de Wallis dont vous parlez et ce traité de Harmonia.

---

8) Voir la Lettre N°. 2845, note 1. 9) Voir la Lettre N°. 2845, note 2.

---

1) Voir la Lettre N°. 2849.

Il y a eu icy ces jours paſſes une vente d'un grand nombre de deſſeins et de Tailledouces du Lord Yarmouth [2]). Je vous en feray voir quelques uns a mon retour. On avoit fait accroire au pauvre Lord, qui vend ſes deſſeins pour avoir de l'argent, qu'il en avoit pour 22000 livres, et il ſe trouve qu'ils ont eſté vendus pour environ 7000. Encore ont ils eſté vendus aſſez bien.

Ce Pacquetboate qui a eſté pris eſt le meſme avec lequel je ſuis venu icy. Le Capitaine s'appelle Stevens. Le pauvre Marot [3]) mandé par la Reine pour venir icy y a eſté fait priſonier auſſi.

Voor Broer van Zeelhem.

N° 2852.

G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.

26 avril 1694.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]) *et par C. I. Gerhardt* [2]).
Elle fait suite au No. 2841.
Chr. Huygens y répondit par les Nos. 2854 *et* 2856.

A Hanover ce 26d' Avril 1694.

Monsieur

Je me conſoleray de toutes les raiſons de voſtre ſilence, pour veu que ces deux n'en ſoyent point, une indiſpoſition de voſtre part, ou quelque refroidiſſement à mon egard, que je m'imagine de ne pouvoir meriter, vous honorant comme je fais, et dont je donne des témoignages publics [3]).

J'attendois voſtre ſentiment ſur deux choſes principalement. 1. Sur mes reflexions phyſiques touchant le vuide, les Atomes, et quelques autres choſes de cette nature [4]); 2. Sur quelques points de Geometrie, comme ſur ma ſolution

[2]) William Paston, second et dernier earl of Yarmouth, né en 1652. Il fut membre de la Société royale et mourut, criblé de dettes, le 25 décembre 1732.

[3]) Probablement Daniel Marot, fils de l'architecte et graveur français Jean Marot. Il naquit à Paris en 1660 et vint se fixer à la Haye où, comme architecte, il travailla pour Willem III. On a de lui plusieurs taille-douces et gravures et des ouvrages d'architecture décorative.

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 172.

[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 170, Briefwechsel, p. 726.

[3]) En effet, Huygens est mentionné très fréquemment et d'une manière louangeuse dans les articles de Leibniz; la dernière fois dans celui qui constitue notre pièce N°. 2824.

[4]) Comparez le second alinéa de la Lettre N°. 2829.

generale de toutes les quadratures per constructionem tractoriam [5]) que vous aurez remarquée dans les Actes de Leipzig [6]), et sur la solution d'un probleme de soustangentielle, que vous m'aviés proposé, et que je vous avois donnée dans ma lettre [7]). Je vous supplie donc de me faire sçauoir vostre sentiment sur ces choses là, d'autant que vous me fites esperer vos reflexions sur les miennes qui se rapportent à la physique [8]).

Voicy un discours de la Refraction [9]) d'un sçavant professeur à Witenberg [10]), qui s'est attaché à expliquer dans ses theses vostre doctrine publiée dans le liure de la lumiere. Il me cite aussi [11]) comme reformateur de l'hypothese de Mr. Des

---

[5]) Comparez la Lettre N°. 2829, aux pages 540 et 541.

[6]) Ceux de septembre 1693, qui contiennent l'article cité dans la note 6 de la pièce N°. 2824.

[7]) Voir la Lettre N°. 2829 aux pages 541 et 542. [8]) Voir la Lettre N°. 2822 à la page 509.

[9]) Il s'agit de l'ouvrage suivant: „Dissertatio dioptrica de refractione luminis, quam praeside Martin Knorre, Mathem. Infer. Prof. Publ. publice defendet, In Auditorió Majori, M. Joannes Jacobus Hartman, Norimbergensis, d. XX Decembr. A. M. DC.XCIII. horis matutinis. Wittenbergae, Typis Christiani Schrödteri, Acad. Typ.". in-4°. 22 p.

[10]) Martin Knorre, le véritable auteur de l'ouvrage mentionné était professeur à Wittenberg depuis 1689. Il mourut à Leipzig le 23 mars 1699. On connaît encore de lui: „Q. D. B. V. J! Dissertationem Astronomicam De Crepusculis praeside Martino Knorre, Mathem. Infer. Professore Publico, respondendo tuebitur M. Frieder. David Stubnerus, Heilsbronna-Francus, St. B. B. Ad D. April. A. C. MDCIIC. H. L. Q. C. Wittenbergae, Typis Christiani Kreusigii, Acad. Typogr." in-4°. 26 p.



[11]) Voici le passage en question dans lequel l'auteur expose à sa manière l'histoire des hypothèses diverses sur la cause de la réfraction „Quamvis autem varia celebrentur Physicorum placita de natura luminis & diaphanorum, & Cartesii sententia, praesertim ut emendata est a Viro summi ingenii exquisitaeque doctrinae, *G. G. Leibnüzio in Act. Erud. A.* 1682, *p.* 189. aut interpolata à doctissimo *Fr. Bayle in Dissertat. physic. edit. Hagae* 1678, *p.* 160 *ss.* probabilitate omni non destituatur, aeque ac illa quam acutissimus Geometra *Isaacus Newton* proposuit in *Scholio prop.* 96. *lib.* 1. *Princip. Mathem. Philosoph. natur. p.* 232, eam tamen in praesentia hypothesin assumemus, quam Illustris *Hugenius* non ita pridem explicavit in *tractatu de lumine Lugd. Batav. A.* 1690. excuso, quamque, rem ipsam si spectes, non vero exponendi modum, olim quoque tradiderunt celeberrimi viri *R. Hoocke in Micrographia p.* 54 *ss. P. Pardies in praefat. in Staticam ed. Paris,* 1674. *P. Ango in Optica edit. Paris.* 1682: Lumen scilicet propagari per undas aethereas DCF, quae quovis instanti ab impulsu particularum lucidarum A, quae undarum illarum centra sunt, procreantur; & diaphana illa esse corpora, per quae undulatio illa aetheris continuari potest".

Voyez d'ailleurs les remarques de Huygens sur ce passage dans sa réponse à Leibniz du 29 mai 1694, notre N°. 2854.

Cartes, et j'auois dit quelque chose en effect dans les Actes de Leipzig [12]) d'autresfois qui s'y rapporte, mais vostre hypothese me paroist bien plus plausible. J'ay appris de Mons. Fatio par un de ses amis [13]), que M. Neuton et luy, sont plus portés encor à croire que la lumiere consiste en des corps qui viennent actuellement du soleil jusqu'à nous, et que c'est par là qu'ils expliquent la difference refrangibilité des rayons, et les couleurs, comme s'il y auoit des corps primitifs, qui gardoient tousjours leur couleur, et qui venoient materiellement du soleil jusqu'a nous. La chose n'est pas impossible, cependant il me paroist difficile que, par le seul moien de ces petites fleches, que le soleil decoche selon eux, on puisse rendre raison des loix de la refraction. Outre que Mr. Mariotte pretendoit faire voir par des experiences mises dans son essay des couleurs [14]), qu'il n'y a point de ces rayons colorés primitifs et que la couleur d'un rayon est changeable; c'est ce que je n'ay pas encor assez examiné. Mais comme vous l'auiez fait sans doute, je vous supplie de m'en faire sçavoir vostre sentiment.

On me fait sçauoir encor [15]) que Mons. Fatio pretend d'auoir donné une raison Mecanique de la pesanteur differente de la force centrifuge. En effect je m'etois imaginé déja autres fois [16]), qu'il y pourroit auoir une espece d'explosion ou

[12]) L'article de Leibniz cité par Knorre (voir la note précédente) parut dans les „Acta" de juin 1682 sous le titre: „Unicum Opticae, Catoptricae & Dioptricae Principium. Autore G. G. L." Comme Fermat (voir les pièces Nos. 990, 991 et 992) et d'une manière tout à fait analogue, Leibniz, pour déduire les lois de la réflexion et de la réfraction, y applique le principe „que la nature agit toujours par les voies les plus faciles". Reconnaissant que de cette façon il s'est servi d'une „cause finale", il défend l'emploi de ces causes dans la physique. Ensuite il critique l'explication de Descartes de la loi de la réfraction, telle qu'on la trouve dans sa „Dioptrique", ne croyant pas, toutefois, qu'il soit nécessaire de la rejeter, mais seulement de la modifier de la manière qu'il indique.

[13]) La lettre en question, que nous reproduisons comme Appendice à la présente lettre, du 30 mars 1694 S. V., fut adressée, d'après Dutens qui la publia dans Leibnitii Opera Omnia, T. 3, p. 658—660, par Fatio de Duillier à De Beyrie, Résident à Londres pour les Ducs de Zell & Hanovre, pour être envoyée à Leibniz. Elle se trouve maintenant à Hannover dans la Bibliothèque royale.

[14]) Dans les „Œuvres de Mariotte", citées dans la Lettre N°. 1621, note 2, le quatrième des „Essais de Physique, ou Mémoires pour servir à la Science des choses naturelles", traite de la nature des couleurs. A la page 227 Mariotte cite une expérience qui ne peut convenir à l'„hypothèse" de Newton. Ayant reçu le spectre d'un faisceau de rayons sur un écran placé à une distance de 25 à 30 pieds, il fait passer la lumière violette par une fente de deux lignes pour l'analyser au moyen d'un second prisme. Il trouve que la lumière contient encore du rouge et du jaune. Il est évident que le premier spectre n'a pas été assez pur.

[15]) Voir toujours l'Appendice N°. 2853.

[16]) Consultez l'article des Acta de mai 1690, cité dans la note 5 de la Lettre N°. 2640, où on lit: „Alia ejusdem [i. e. gravitatis] assignari posset causa...., concipiendo dispositionem materiae cujusdam ex globo telluris aut alterius sideris in omnes partes propulsae, quae radiationem

recessus, rejection d'une matiere tres menue et par consequent plus solide, ou si vous voules, plus dense, qui obligeroit par consequent celle qui est plus rare et plus grossiere de s'approcher. Et pour entretenir ce mouvement je m'imaginois que la matiere menue estant eloignée du centre entroit dans la nourriture des corps grossiers; et que la matiere grossiere arrivée vers le centre de l'attraction estoit brisée en echange, et par consequent rendue menue, à peu pres comme le feu se nourrit par l'attraction de la matiere et particulierement de l'air. Mais cependant vostre explication par la force centrifuge me paroissant aussi tres plausible, je me trouve comme suspendu entre ces deux sentimens. La proportion reciproque des quarrés des distances vient naturellement et aisement de l'emission rectilineaire à l'imitation des rayons de lumiere; j'auois pourtant pensé encor à quelque explication par la force centrifuge. Et peuteſtre que la nature, qui est abondante dans ses moyens, pour obtenir ses fins, joint ces deux causes ensemble, comme j'ay quelque penchant de croire à l'egard du mouuement des planetes, ou peuteſtre la trajection propre et la circulation d'un ether deferant, sont conciliables, et conciliés effectivement [17]), tout s'accommodant dans la nature. Le consentement des planetes d'un meme systeme & l'analogie du magnetisme rendant tres probable qu'il y a quelque chose de plus que la simple trajection de Mons. Neuton. On me mande aussi [18]) que vous aviés fait une objection tres forte a Mons. Facio touchant son explication de la pesanteur, mais qu'il auoit trouvé moyen de la resoudre & de vous faire convenir qu'elle estoit resolue. Et que Mons. Facio ne met que tres peu de matiere dans tout l'univers avec du vuide entremelé incomparablement plus grand. Mais que ce peu de matiere estant extremement repandu, comme les filets et comme l'or en feuilles, il suffit pour remplir ou plus tost pour embarasser l'espace. Je conviens qu'on se peut imaginer cela quand on peut admettre le vuide & les atomes. Mais je croy que cela n'est pas assez convenable à l'ordre de la nature, & bien des raisons me dissuadent d'admettre le vuide & les atomes, c'est à dire des corps infrangibles, comme je crois pourtant que sont encor ceux de Mons. Facio. Cependant comme M. Facio a bien de la penetration, j'attends de luy des belles choses quand il viendra au detail; et ayant profité de vos lumieres et de celles de Mons. Neuton, il ne manquera pas de donner des productions qui s'en ressentiront.

---

quandam producat, radiationi lucis analogam; ita enim habebimus recessum a centro materiae aethereae, quae corpora crassiora eandem (ut alibi explicabo) vim recedendi non habentia versus centrum depellet seu gravia reddet".

[17]) On peut consulter, sur cette opinion de Leibniz, la note 8 de la Lettre N°. 2561 et les Lettres Nos. 2628 (pp. 523—526); 2751 (p. 284); 2759 (p. 297); 2766 (p. 317—319); 2785 (pp. 384—385) et N°. 2797 (p. 426).

Je voudrois eſtre auſſi heureux que luy, & à portée pour conſulter ces deux oracles.

Voicy encor une choſe dont je vous ſupplie. Il y a une Academie illuſtre [18]), ou des princes, comtes, et jeunes gentilhommes ſont élevés. Le profeſſeur des mathematiques y eſt mort. On m'a mandé qu'on en deſiroit un autre, mais qui outre la theorie, eut encor la practique et le talent d'enſeigner ſur tout dans l'architecture militaire et dans les mecaniques, et s'il eſtoit encor bon dans l'Architecture civile, tant mieux. Les gages ſont aſſeurement tres raiſonnables et le poſte fort avantageux; d'autant que c'eſt dans le lieu de la reſidence d'un prince [19]), qui eſt luy meſme extremement curieux & intelligent, et qui honnore les gens de merite. Je vous ſupplie, Monſieur, d'y ſonger et de me faire ſçauoir ſi vous en connoiſſés quelqu'un qui y ſeroit propre. J'auois ſongé à un ſçavant homme qui demeure comme je crois en Hollande, mais dont je ne ſçaurois maintenant trouuer le nom [20]), qui a publié il y a quelques années un petit livre in 4° [21]), où il commence d'expliquer les principes de la fortification d'une maniere tres ingenieuſe et par un calcul ſingulier, en faiſait l'eſtime de la quantité de la defenſe, commençant par cette conſideration, où il y a pourtant quelque choſe à dire, que la ligne AB quoy que plus grande que BC ne ſçauroit donner plus de feu que BC, ſi les tirades doivent eſtre paralleles à DE [22]). On m'auoit dit que l'autheur de ce petit liure eſtoit Hollandais ou du voiſinage, mais qu'il auoit eſté ingenieur de Brandebourg, et depuis auoit eu une entrepriſe en Hollande pour faire imprimer des figures ſur de la ſoye à la façon des tailles douces. Je ne le ſçaurois mieux deſigner. Mais je ne me borne pas à luy. On ne peut auſſi rien encor promettre de certain, car le Prince

---

[18]) Celle de Wolfenbüttel; voir la Lettre N°. 2856.

[19]) Rudolf August, duc de Braunschweig-Wolfenbüttel, qui en 1666 succéda à son père August (surnommé le senex divinus) mort à l'âge de 88 ans. Rudolf August mourut en 1705.

[20]) Johannes Teyler. Voir les Lettres Nos. 2854 et 2856.

[21]) Il s'agit sans doute de l'ouvrage suivant: „Johannis Teyler Architectura Militaris" in-4°. (56 p.) publié, à ce qu'il semble, sans indication de lieu, ni de date; du moins les deux exemplaires que nous connaissons ne contiennent pas de titre imprimé; mais seulement le titre gravé que nous indiquons.

[22]) Voici, en effet, la „Propositio II" du livre cité qui est rédigé entièrement dans la forme de définitions et propositions avec leurs démonstrations. Nous avons adapté les notations de la proposition à la figure de la lettre.

„Propositio II. Linea defensionis obliqua BA, quantacunque ea sit, inter parallelas defendentes lineas AC, BF, capacitate personarum aequivalet lineae directae BC inter easdem parallelas AC, BF".

du lieu qui eſt intelligent aura fait encor demander ailleurs et choiſira. Mais je pourray contribuer à ſon choix. Je ſuis avec zele

Monsieur

Voſtre treſhumble et treſobeiſſant ſerviteur
Leibniz.

Nº 2853.

N. Fatio de Duillier à [De Beyrie] [1]).

9 avril 1694.

Appendice au Nº. 2852.

La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.
Elle a été imprimée par L. Dutens [2]).

Je ſuis extremement obligé, Monſieur, à Monſieur Leibnitz de toutes ſes honetetez. Vous ſavez, dans quels engagemens je ſuis entré depuis peu [3]). Ils ſont d'une telle nature, qu'ils ne me laiſſent pas en liberté, d'écouter les propoſitions qui me peuvent étre faites d'ailleurs. Mais ils n'empechent pas, que ie ne reſſente les offres de Monſieur Leibnitz avec toute la reconnoiſſance que j'en dois avoir. Il me fait pluſieurs queſtions dans la lettre qu'il vous a écrite [4]). Voici, Monſieur, à peu pres ce que j'y dois répondre.

---

[1]) De Beyrie était conseiller et Résident de Brunsvic à Londres.

[2]) Leibnitii Opera Omnia, T. III, p. 658—660.

[3]) Voir la Lettre Nº. 2846.

[4]) Le Post-scriptum de la Lettre en question a été reproduit également par Dutens. On y lit e. a. „Je serois bien ayse d'apprendre ce que dit M. Newton sur quelques objections de M. Huygens dans son traité de la lumière, & ce qu'il juge de ses ondes de lumière, qui me paraissent heureusement trouvées. Il n'y a rien de si beau que l'explication de la route des planètes, que M. Newton nous a donnée par la seule Trajection, jointe à la Pesanteur. Je m'imagine néanmoins qu'il y faudra joindre quelque mouvement de la matière fluide. Si la pesanteur est l'effet d'une force centrifuge, suivant Kepler, Descartes & Mr. Huygens, elle viendra d'une manière de tourbillon. Il me paroit aussi très probable que les queues des Comètes soient des émissions réelles. M. Huygens m'a mandé que M. Fatio avoit fait des progrès très considé-

Monſieur Newton perſiſte à croire, que toutes les parties des corps terreſtres s'attirent les unes les autres, non obſtant ce que Monſieur Hugens dit à la page 159e de ſon traitté [5]) de la Peſanteur. Je ſuis, Monſieur, du même ſentiment que Monſieur Newton et j'ai fait voir à l'un et à l'autre de ces illuſtres Philoſophes qu'il y pouvoit avoir une cauſe mechanique de la Peſanteur [6]), qui rende raiſon non ſeulement de cette attraction mutuelle, mais encore de la diminution de la Peſanteur dans la proportion reciproque du Quarré de la diſtance. Et cette cauſe eſt univerſelle pour le Soleil, la Lune, la Terre et tous les Aſtres, et la longueur du tems ne peut la détruire ni le mouvement des corps celeſtes n'en peut empêcher l'effet.

Nous convenons Monſieur Newton et moi, que la quantité de matière, qui eſt dans l'Univers, ne remplit qu'une partie extrement petite de l'eſpace, de ſorte qu'il demeure non ſeulement plus de vuide que de plein, mais encore incomparablement davantage. Il eſt vrai que l'explication de la Lumière telle que Monſieur Hugens la donne, ne s'y accorde pas tout à fait, à moins d'y faire une petite correction [7]). Mais quoique cette Theorie ſoit parfaitement belle et digne de ſon Auteur, il y a des raiſons tres fortes, tirées des proprietés de la Lumière et des couleurs, qui nous perſuadent que les raions de Lumière ſont des corpuſcules qui viennent actuellement du Soleil et des Etoiles juſques à nous.

La rareté que Monſieur Hugens paroit avoir de la peine d'admettre [8]) dans le monde, eſt abſolument neceſſaire. Car ſi toutes les parties, qui compoſent l'Ether, ſe repoſoient, il eſt evident qu'elles feroient une extreme reſiſtence aux mouvemens des corps celeſtes et que cette reſiſtence ſeroit plus grande plus on ſuppoſeroit l'eſpace rempli des corpuſcules. Or j'ai une demonſtration exacte que ſi on fait ceſſer le repos de ces parties de l'Ether et qu'on leur donne des mouvemens entremêlés, tels que l'on concoit ceux des fluides, la reſiſtence augmentera et cela d'autant plus qu'on donnera plus de rapidité à ces mouvemens. La viteſſe de la Lumière et des autres corps peut étre auſſi grande que l'on veut dans un eſpace que l'on ſuppoſe étre preſque abſolument vuide.

---

rables sur la converse des Tangentes, mais qu'en ayant communiqué avec M. Newton il avoit trouvé que celui-ci étoit allé bien au delà. Ce que je voudrois savoir est, si M. Newton peut toujours reduire cette converse aux quadratures. Pardonnez moi, Monsieur, d'insérer dans votre lettre ce qui ne peut convenir qu'à M. Fatio".

[5]) Consultez, sur ce passage, la note 6 de la Lettre N°. 2558.

[6]) Voir, sur cette théorie de la cause de la pesanteur de Fatio, les Lettres Nos. 2570 et 2582.

[7]) Nous n'avons rien trouvé dans la correspondance de Huygens et Fatio qui puisse expliquer en quoi cette correction consisterait.

[8]) Voir p. e. les pages 161—163 de l'édition originale du „Discours de la cause de la pesanteur".

Pag. 163 du Traitté de Mr. Hugens [9]). Monsr. Newton eſt encore indeterminé entre ces deux ſentimens. Le premier que la cauſe de la Peſanteur ſoit inherente dans la matière par une Loi immediate du Createur de l'Univers: et l'autre que la Peſanteur ſoit produite par la cauſe Mechanique que j'en ai trouvée, qui fait que toutes les parties de la matière s'attirent mutuellement, excepté celles qui produiſent la Peſanteur même, et les autres qui pourroient étre moins groſſieres que celles ci.

Pag. 164. Mr. Newton ſe rend à ce raiſonnement de Mr. Hugens [10]).

Pag. 166. Mr. Newton eſt perſuadé que la Peſanteur vers la Terre eſt moindre ſous l'Equateur, non ſeulement à cauſe du mouvement journalier de la Terre, mais encore à cauſe de la diſtance de l'Equateur au Centre, qui eſt plus grande que celle du Pole au Centre [11]).

Il n'eſt pas neceſſaire de joindre à la Peſanteur vers le Soleil un mouvement de la matière qui l'environne, pour faciliter celui des Planetes et la Peſanteur n'eſt pas l'effet d'une force centrifugue. Il eſt indubitable que les queues des Cometes ſont des emiſſions reelles, et il ne faut que conſtruire quelques uns de leurs Orbes, pour voir que ces emiſſions ſont toujours ſituées dans le plan du mouvement des Cometes.

Il eſt vrai que Mr. Newton a fait des progres extraordinaires ſur la converſe des Tangentes, mais je ne penſe pas qu'il la puiſſe toujours reduire aux Quadratures.

Dans ma Theorie de la Peſanteur je ſuppoſe la rareté des corps terreſtres preſque immenſe. Mais les dernieres parties, dont ils ſont compoſés doivent étre d'une même groſſeur. Si par exemple on donnoit aux dernieres particules d'un certain corps terreſtre la figure d'un Dodecahedre je n'en voudrois conſerver que les arrêtes, qui auroient la figure d'un filé, et vuider tout le reſte de la figure. Et ces arrêtes ou fibres feroient formées par des Cylindres preſque infiniment déliez, mais de la même groſſeur, c'eſt à dire du même diametre que toutes les autres fibres qui compoſent les autres corps terreſtres.

Je ſuppoſe encore une matière preſque infiniment rare et extremement déliée, diſperſée par tout l'Univers, et dont les parties ſoient mues chacune avec une viteſſe immenſe en ligne droite, mais l'une en un ſens et l'autre en un autre. Et je demontre que ces ſeules ſuppoſitions ſuffiſent pour expliquer exactement tous les Phénomenes de la Peſanteur.

Je ſcai, Monſieur, que je ne dis rien que je ne puiſſe prouver. Mr. Newton

9) Voir encore la note 6 de la Lettre N°. 2558.

10) Il s'agit de la réponse de Huygens à l'objection, soulevée par Newton contre la théorie ondulatoire de Huygens, qu'elle ne sauroit expliquer la propagation rectiligne de la lumière.

11) On peut consulter, sur ce point, la Lettre N°. 2617 à la page 483.

convient de l'exactitude de mes demonſtrations : mais il m'a fallu beaucoup de tems pour en convaincre Monſieur Hugens. Il avoit dans l'eſprit une objection[12]) qui m'a arrêté moi même dans mes recherches pendant trois ans. Car il ſemble que dans ma Theorie la matière ſe doit épaiſſir autour de la Terre, parce que la Peſanteur reſulte de ce qu'une partie de la matière qui vient de toutes parts à la Terre s'en éloigne aprez avoir perdu tant ſoit peu de ſon mouvement. Mais cette objection s'evanouit entierement quand on l'examine avec exactitude : et c'eſt de quoi Mr. Hugens eſt à preſent perſuadé[13]). Il ſe paſſe en ceci quelque choſe d'admirable qu'il faut avoir remarqué avant qu'on ne puiſſe voir que l'objection n'a rien de ſolide, quoiqu'elle paroiſſe d'abord avoir une force invincible. Pour produire toutes les Peſanteurs que nous connoiſſons dans le ſyſteme du Soleil et des Planetes il ſuffit de ſi peu de matière que l'on voudra, pourvu qu'elle ſoit ſuffiſament diviſée et qu'elle ſe meuve avec une aſſez grande rapidité[14]). Ainſi il y a dans un ſeul grain de ſable plus de matière qu'il n'en faut pour produire toutes ces Peſanteurs, et à proportion il n'en faut pas davantage pour les autres parties du monde.

Je ne ſcai, Monſieur, ſi cette reponſe ſatisfera Monſieur Leibnitz[15]), qui auroit peut étre demandé un plus grand detail, mais il me ſemble que ce que j'ai dit ſuffira. Adieu, Monſieur. Je ſuis tout à vous

N. Fatio de Duillier.

A Londres ce 30 mars 1694. S. V.

---

[12]) Consultez encore, sur cette objection, la Lettre de Fatio à Huygens du 6 mars 1690, notre N°. 2570, à la page 387 et l'annotation *d* de Huygens à la page suivante. Huygens l'avait maintenue sans doute dans sa réponse, la Lettre N°. 2572, dans le dernier des passages supprimés par Prévost (voir le sommaire en tête de cette lettre), et Fatio y répondit en quelques lignes dans la Lettre N°. 2582, à commencer par le bas de la page 409.

[13]) Voir toutefois la Lettre N°. 2854.

[14]) Comparez la page 408 de la Lettre N°. 2582.

[15]) La réponse de Leibniz a encore été publiée par Dutens à la suite de la présente lettre.

N° 2854.

Christiaan Huygens à G. W. Leibniz.

29 mai 1694.

La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.
La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]) *et C. I. Gerhardt*[2]).
Elle est la réponse aux Nos. 2829, 2841 et 2852.
G. W. Leibniz y répondit par le No. 2863.

Sommaire[3]): Penſee de Fatio et Newton pour la lumiere ſujette a des grandes difficultez. tenuitè, vuide, viteſſe comment. Hypotheſe de Fatio pour la Peſanteur impoſſible: perdu ſon traitè[4]): Idem parce que.
Livre de Newton a reimprimer par Gregorius.
Mouvement tantum relatives: en quoy il s'abuſoit.
Teiller pour Utrecht. je doute s'il avoit ſon fait: Invention peu d'importance.

29 May 1694.

Je vous prie de croire, Mons., que ce n'eſt aucun refroidiſſement de mon coſtè qui ait cauſè ce long ſilence[5]). Car au contraire j'ay tout ſujećt d'eſtre tres ſatisfait de vous, et vous ſuis trop obligè de la maniere que vous avez parlè de moy encore dans les Aćtes du mois d'Oćtobre[6]) de la derniere année. J'ay attendu longtemps pour voir cette Apoſtille dont vous m'aviez parlè dans une de vos lettres[7]), et ne l'ay point eue que vers la fin du mois de Mars, par la faute de nos libraires, ou plus toſt de ceux de Leipſic, que l'on dit qu'ils tardent tousjours à envoier ces livres de peur qu'en ce pais on n'en faſſe d'autre edition à leur prejudice. Cependant cela m'incommode et parfois me fait tort; c'eſt pourquoy je vous ſupplieray icy, puisque je ſuis ſur cette matiere, d'avoir la bontè, quand vous verrez paroitre quelque choſe dans ces Nouvelles qui me regarde, ou quelque curioſitè de mathematique, de me la faire copier, quand il ne ſera pas long.

Cette attente m'a donc fait differer longtemps de vous eſcrire. Apres cela ſont venu des etudes nouvelles un petit traitè en matiere Philoſophique[8]), et une application aſſez longue à faire executer et mettre en perfećtion mon invention de

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae. Fasc. I, p. 176.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 173, Briefwechsel, p. 728. La minute, publiée par Uylenbroek, ne diffère sensiblement de la Lettre elle-même que dans quelques endroits que nous indiquerons dans les notes.
[3]) Le sommaire se trouve écrit en marge de la minute.
[4]) Comparez les Lettres Nos. 2739 et 2745.
[5]) La dernière lettre de Huygens, notre N°. 2822, datait du 17 septembre de l'année précédente.
[6]) Voir la pièce N°. 2824.
[7]) Voir le premier alinéa de la Lettre N°. 2841.
[8]) Le Cosmotheoros. Voir la Lettre N°. 2844, note 6.

l'horloge, dont j'ay cy devant fait mention [9]); et puis des indispositions de plus d'une maniere, mais dont la derniere me deplait le plus, estant une intermission et battement irregulier du pouls, que je n'avois jamais senti auparavant, et que je ne crois pouvoir mieux guerir qu'en me donnant de longues vacances. Pour ce qui est de cette horloge, je vous diray en passant qu'elle reussit à souhait, et qu'elle sera de grande utilitè, parce qu'estant aussi juste qu'une à pendule de 3 pieds, avec laquelle elle s'accorde 5 ou 6 jours sans differer d'une seconde, elle pourra souffrir le mouvement du vaisseau sans peine et aura encore d'autres avantages considerables.

Je trouve tant de matiere dans vos 3 dernieres lettres, que vous me pardonnerez si je ne repons à tout que succinctement.

Ce que vous dites pour justifier l'usage de la Chainette [10]) et qu'on peut trouver son parametre est vray, je n'avois pas assurè aussi que cela estait impossible [11]), et j'en scavois une maniere sans etendre et mesurer la longueur de la chaine [12]), que je voulois voir si vous l'aviez rencontrée de mesme. Mais je ne m'estois point avisè de la vostre qui est bonne.

Lors que je reçus vostre lettre [13]) où est la solution de ce que je vous avois proposé, de trouver la courbe pour la toutangente $\frac{2ayy}{2aa-yy-xx}$, je l'examinay et construisis la courbe [14]) et vis que vous aviez resolu fort elegamment ce Probleme par une voie peu commune et que je serois bien aise d'apprendre un jour [15]). Ce sont des coups de maitre que vous vous estes reservè, Monsieur, quoyque par modestie vous disiez, à l'égard de l'usage que moy et d'autres faisons de vostre nouveau calcul, que *jam voti damnatus es* [16]). Vous pourriez faire un excellent Traitè des usages divers de ce calcul, et je vous y exhorte comme à un ouvrage tres beau et utile, et qui doit plustost venir de vous que de tout autre. Mr. Wallis m'a envoiè sa nouvelle edition Latine de son grand ouvrage de *Algebra*, augmentè de quelque chose de nouveau des series de Mr. Newton, où il y a des equations differentielles, qui ressemblent tout à fait aux vostres, hormis les characteres [17]). Au reste ce calcul des series me paroit bien fatiguant, et jay estè bien

---

[9]) Voir la pièce N°. 2823 à la page 514 et la Lettre N°. 2846 à la page 584.

[10]) Voir la Lettre N°. 2841 à la page 573.

[11]) Comparez la pièce N°. 2793 en haut de la page 413.

[12]) Nous ne la connaissons pas.

[13]) Il s'agit de la Lettre N°. 2829. Voir les pages 541 et 542.

[14]) Voir la note 18 de la Lettre N°. 2829.

[15]) La minute supprime „un jour" et remplace la phrase qui suit, par celle-ci : „Je jugeay que ce que vous dites à l'égard de l'usage qu'on fait de vostre nouveau calcul, *voti damnatus sum*, n'estoit que par modestie, car je vois en effet, par des solutions comme celle-cy et d'autres, que vous en scavez des secrets que les autres ignorent".

[16]) Voir la Lettre N°. 2829 à la page 539.

[17]) Consultez la note 39 de la Lettre N°. 2777 et sur les séries que Huygens a en vue la Lettre N°. 2810, p. 462—464.

aiſe de ce que Mr. le M. de l'Hoſpital m'a mandè [18]), qu'il ſcait faire ſans les ſeries tout ce qu'on fait avec elles.

Touchant l'application que vous avez faite des *Tractoriae* à la quadratures des Courbes [19]), j'avoue que je n'y puis trouver cet avantage que vous promettez, car ces deſcriptions ſont tres embaraſſées, et incapables d'aucune exactitude [20]). A peine peut on tracer avec quelque juſteſſe cette premiere et plus ſimple que j'ay propoſée [21]), celles de Mr. Bernouilli eſtant deſia beaucoup plus difficiles, deſquelles j'ay envoiè la maniere, par des rouleaux et des cordes, à Mr. le Marquis [22]), comme auſſi l'equation que j'avois trouuée pour ces lignes et la conſtruction univerſelle du probleme [23]). Il eſt vray, comme vous dites, que toute courbe eſt *Tractoria*, mais je n'en vois point qu'il vaille la peine de conſiderer que celles dont je viens de parler. Je ne ſcay ſi vous aurez vu ma refutation [24]) de la Theorie de la manoeuvre des vaiſſeaux, dont l'autheur eſt Mr. Renaud, Ingenieur-General de la Marine en France. Je voudrois que vous euſſiez auſſi vu ſa reſponſe imprimée [25]), mais ſans elle vous pouvez fort bien juger par ma remarque ſeule, ſi j'ay eu raiſon à le reprendre, et je ſerois bien aiſe d'avoir ce jugement pour l'alleguer dans la replique que je vay y faire [26]). Mr. de l'Hoſpital m'a mandè que ce que j'avois objectè eſtoit ſans replique [27]).

Je vous rens graces de la Theſe du Profeſſeur de Wittenberg [28]), et ſuis bien aiſe de voir ma Theorie approuvée, quoyqu'il me faſſe un peu tort de dire [29]) que mon explication de la refraction eſt dans le fond la meſme que celle de Hoocke [30])

---

[18]) Consultez la Lettre N°. 2843 à la page 580.

[19]) Comparez la Lettre N°. 2829 aux pages 540 et 541.

[20]) La minute a „perfection".

[21]) Dans la pièce N°. 2793 aux pages 408—411.

[22]) Voir la Lettre N°. 2833.

[23]) Voir les Lettres Nos. 2820 et 2828.

[24]) Voir la pièce N°. 2826.

[25]) Voir la pièce N°. 2848.

[26]) Voir la pièce N°. 2869.

[27]) Voir sa Lettre N°. 2838 à la page 564.

[28]) Voir la note 9 de la Lettre N°. 2852.

[29]) Voir le passage cité dans la note 11 de la Lettre N°. 2852.

[30]) Il suffira de dire que, contrairement à la théorie de Huygens, Hooke admet avec Des Cartes que dans le milieu le plus réfringent la vitesse de la lumière est la plus grande. D'ailleurs il aurait pu partir tout aussi bien du point de vue opposé, parce que, dans la prétendue explication, il n'explique rien quant à la réfraction même. Il imagine que la lumière consiste en une *pulsation orbiculaire* dans un plan qui doit être perpendiculaire au rayon, et tâche de prouver ensuite que par l'effet de la réfraction ce plan doit tourner d'autant plus que la réfraction est plus forte, de manière que l'angle qu'il fait avec le rayon devient aigu. C'est à cette cause que, plus loin, Hooke attribue les couleurs qui accompagnent la réfraction. D'après cette théorie, la couleur, même de la lumière homogène, devrait donc changer après chaque nouvelle réfraction. Remarquons que sa figure de la réfraction a quelque vague ressemblance avec celle du rayon réfracté de Huygens lorsqu'on a supprimé dans celle-ci les arcs de cercle représentant les ondes élémentaires. Hooke, en formulant la règle de la réfraction, parle du *sign* de l'inclinaison et du *sign* de la réfraction au lieu de *sine* (sinus), ce qui ferait presque croire qu'il ne connaît la règle de Des Cartes que par ouï-dire.

et de Pardies [31]), et n'en differe qu'en la maniere d'expliquer. Car tout consiste dans cette maniere, et ces autheurs auroient estè bien empeschez à rendre raison des bizarreries du cristal d'Islande, outre que Hooke a fait des bevues honteuses que j'aurois bien pu relever si j'eusse voulu [32]).

Quant à l'hypothese pour la lumiere que Mr. Newton et Fatio croient possible, je remarque que si la lumiere consiste en des corpuscules, qui vienent actuellement du soleil jusqu'à nous, et de mesme de toutes les etoiles et objets que nous voions, il faut de necessité que cette matiere soit extremement rare, et que le vuide occupe incomparablement plus de place qu'elle, a fin qu'elle ne soit pas empeschée dans son cours en venant à l'oeil d'une infinité de costez differents. Mais estant si rare, c'est-à-dire composée de particules si fort separées, comment est ce qu'on peut

[31]) Dans la préface de l'ouvrage de Pardies, cité dans la note 4 de la Lettre N°. 1946, l'auteur annonce son „dessein de faire une Mécanique entiére, & de réduire en ordre toute la science du Mouvement" en six „Discours", dont le premier n'était autre que l'ouvrage cité dans la note 1 de la Lettre N°. 1800 et le second celui qu'il venait de publier. Le sixième, qui ne parut jamais, mais des manuscrits duquel le père Ango a puisé dans son „Optique" (consultez la Lettre N°. 2628 aux pages 522 et 523), traitait d'après la description de l'auteur dans la préface mentionnée: „du mouvement *d'Ondulation*, sur l'exemple de ces cercles qui se font dans la surface de l'eau quand on y jette une pierre. On considére quelques semblables cercles qui peuvent se former dans l'air, & même dans quelques autres substances plus subtiles, que de très manifestes expériences nous convainquent étre repandues partout. Et c'est ce mouvement que nous appellons *Mouvement d'Ondulation*, qui servant de jeu & de divertissement aux enfans, peut servir de sujet d'une très profonde méditation aux plus habiles Philosophes. On examine donc comment ces cercles se peuvent former, comment ensuite leur mouvement se communique, quelles sont les lignes de leur direction, avec quelle force ils pourroient agir près ou loin, comment ils se réfléchiroient, & comment ils se romproient, & puis suposant avec tous les Philosophes, que le son a pour véhicule cette sorte de mouvement dans l'air, on explique tout ce qui concerne les sons, & faisant une conjecture sur la propagation de la lumière, on examine si l'on ne pourroit pas aussi suposer, que la lumière eût pour véhicule quelque semblable mouvement dans un air plus subtil; & l'on fait voir qu'en effet dans cette hypothése on expliqueroit d'une manière tres naturelle toutes les propriétez de la lumière & des couleurs, qu'on a bien de la peine à expliquer sans cela; & j'espère qu'on aura quelque satisfaction de voir la manière dont on y démontre la mesure des refractions". Voir encore sur ce dernier point la Lettre N°. 2628 à la page 523.

[32]) Comparez le passage qui suit, p. 18 du Traité de la lumière, où il est question du principe de Huygens bien connu: „C'est ce qui n'a point esté connu à ceux qui cy-devant ont commencé à considerer les ondes de lumiere, parmy lesquels sont Mr. Hook dans sa Micrographie, & le P. Pardies. qui dans un traitté dont il me fit voir une partie, & qu'il ne pût achever estant mort peu de temps aprés, avoit entrepris de prouver par ces ondes les effets de la reflexion & de la refraction. Mais le principal fondement, qui consiste dans la remarque que je viens de faire, manquoit à ses démonstrations, & il avait dans le reste des opinions bien differentes des mienes, comme peut estre l'on verra quelque jour si son écrit s'est conservé".

expliquer l'extrême viteſſe de la lumiere, qui eſt prouvée par la demonſtration de Mr. Romer? [33]) Mr. Fatio me reſpondoit qu'il concevoit ce paſſage ſi rapide des corpuſcules depuis le Soleil ou Jupiter juſqu'à nous, eſtre poſſible [34]), en quoy je ne ſcaurois conſentir. Et outre cela je ne vois pas, non plus que vous, que dans leur hypotheſe ils puiſſent expliquer les loix de la refraction [35]) et encore moins celle du criſtal d'Iſlande, qui me ſert d'*Experimentum Crucis*, comme l'appelle Verulamius. Les Experiences qu'a fait Mr. Newton de la differente refraction des raions colorez [36]) ſont belles et curieuſes [37]), mais il n'explique pas ce que c'eſt que la couleur dans ces raions, et c'eſt en quoy je ne me ſuis pas pleinement ſatisfait non plus juſqu'à preſent.

La raiſon mechanique [38]) de la Peſanteur que s'eſtoit imaginè Mr. Facio me paroiſſoit encore plus chimerique que celle de la lumiere. Elle eſtoit preſque la meſme que celle de Mr. Varignon [39]), que vous aurez pu voir puis qu'elle eſt imprimée. Ils veulent que ce qui pouſſe les corps peſants vers la terre, c'eſt que la matiere etherée aiant du mouvement de tous coſtez, elle en doit avoir plus qui tende vers la terre, que qui vient de ſon coſtè, à cauſe de la maſſe de ce globe, et qu'ainſi les corps ſont pouſſez vers ſa ſurface.

J'objectois à Mr. Fatio [40]) que par ce moien il ſe devoit continuellement accumuler de la matiere etherée aupres de la terre, à quoy il reſpondoit qu'il concevoit ſi peu de corps ou de ſolidité dans cette matiere, qu'en s'accumulant auſſi longtemps qu'on vouloit, elle ne faiſoit point de maſſe conſiderable. Vous ſemble-t-il qu'il y a là de la raiſon ou de la vraiſemblance? [41]) Il y auroit plus d'apparence dans voſtre penſée de l'immutation des corpuſcules [42]), et dans la comparaiſon de l'attraction de l'air par le feu, ſi ce n'eſtoit pas en ſuppoſant la peſanteur qu'on explique cette attraction.

[33]) Voir la note 2 de la Lettre N°. 2103.
[34]) Nous n'avons pas rencontré cette réponse dans la correspondance de Fatio et Huygens, mais peut-être s'agit-il d'une communication orale.
[35]) Voyez toutefois la „Sectio XIV" du „Livre Primus" des „Principia", où Newton déduit la loi de la réfraction au moyen de la théorie corpusculaire de la lumière.
[36]) Voir, entre autres, la note 2 de la Lettre N°. 1873.
[37]) La minute a seulement: „sont fort belles".
[38]) La minute fait suivre „de Mr. Fatio pour la pesanteur me paroissoit".
[39]) Consultez la note 11 de la Lettre N°. 2677.
[40]) Voir la note 12 de la Lettre N°. 2853.
[41]) La phrase qui va suivre se lit dans la minute: „Vostre pensée de l'immutation des corpuscules et la comparaison de l'attraction de l'air par le feu resoudroit mieux cette difficulté, si ce n'estoit pas en supposant la pesanteur qu'on explique cette attraction. Car l'air plus dense et pesant est poussé à la place de l'air estendu par la chaleur, qui en devient plus leger et pour cela monte en haut".
[42]) Voir la Lettre N°. 2852, à la page 603.

Je ne toucheray pas encore cette fois noſtre queſtion du vuide et des atomes[43]), n'aiant eſtè deſia que trop long, contre mon intention. Je vous diray ſeulement, que dans vos notes ſur des Cartes[44]) j'ay remarquè que vous croiez *abſonum eſſe nullum dari motum realem, ſed tantum relativum*[45]). Ce que pourtant je tiens pour tres conſtant, ſans m'arreſter au raiſonnement et experiences de Newton dans ſes Principes de Philoſophie[46]), que je ſcay eſtre dans l'erreur[47]), et j'ay envie de voir s'il ne ſe retractera pas dans la nouvelle edition[48]) de ce livre, que doit procurer David Gregorius[49]). Des Cartes n'a pas aſſez entendu cette matiere.

---

[43]) Consultez la Lettre N°. 2822 à la page 509 et surtout la note 6 de cette lettre.

[44]) Voir sur cet écrit de Leibniz la note 23 de la Lettre N°. 2759.

[45]) Il s'agit de l'annotation suivante de Leibniz, que l'on trouve à la page 369 de la publication de Gerhardt mentionnée dans la note précédente: „Si motus nihil aliud est quam mutatio contactus seu viciniae immediatae, sequitur nunquam posse definiri, quaenam res moveatur. Ut enim in Astronomicis eadem phaenomena diversis hypothesibus praestantur, ita semper licebit, motum realem vel uni vel alteri eorum tribuere quae viciniam aut situm inter se mutant; adeo ut uno ex ipsis pro arbitrio electo, tanquam quiescente, aut data ratione in data linea moto geometrice definiri queat, quid motus quietisve reliquis tribuendum sit, ut data phaenomena prodeant. Unde si nihil aliud inest in motu quam haec respectiva mutatio, sequitur nullam in natura rationem dari cur uni rei potius quam aliis ascribi motum oporteat. Cujus consequens erit, motum realem esse nullum. Itaque ad hoc, ut moveri aliquid dicatur, requiremus non tantum ut mutet situ respectu aliorum, sed etiam ut causa mutationis, vis, actio, sit in ipso".

Cette annotation se rapporte à l'article 25 de la seconde partie des „Principes" de Descartes où on lit: „Mais si, au lieu de nous arrêter à ce qui n'a point d'autre fondement que l'usage ordinaire [d'après le quel le mouvement „n'est autre chose que l'action par laquelle un corps passe d'un lieu en un autre"] nous désirons savoir ce que c'est que le mouvement selon la vérité, nous dirons, afin de lui attribuer une nature qui soit déterminée: qu'il est le transport d'une partie de la matière ou d'un cörps du voisinage de ceux qui le touchent immédiatement, et que nous considérons comme en repos, dans le voisinage de quelques autres".

[46]) Voir le premier „Scholium" des „Principia" p. 5—11 de l'édition originale de 1687, où Newton expose sa théorie de l'espace et du mouvement absolu, d'après laquelle on peut reconnaître la rotation absolue aux „vires recedendi ab axe motus circularis", et où l'on trouve la célèbre expérience du seau d'eau suspendu à un long fil tordu par laquelle Newton démontre que l'ascension du liquide contre les parois du seau ne dépend pas du mouvement relatif de l'eau par rapport à ces parois, mais du mouvement de rotation „vrai et absolu" qui se propage peu à peu dans le liquide, à partir des parois, dès que le seau commence à tourner.

[47]) Malheureusement nous n'avons pu rien rencontrer, ni dans les manuscrits de Huygens ni dans sa correspondance, qui puisse servir à préciser la portée de cette assertion remarquable.

[48]) Il n'en fut rien, puisque le „Scholium" en question se retrouve sans modification sensible dans les éditions postérieures.

[49]) D'après Rouse Ball, p. 132 de l'ouvrage cité dans la note 2 de la pièce N°. 1956, il est incertain si, oui ou non, il fut jamais question de confier à Gregory la nouvelle édition qui, en effet, ne parut qu'en 1713 par les soins de R. Cotes. Remarquons toutefois que l'assertion de

J'ay parlè au Sr. Teiller touchant ce que vous m'aviez mandè, mais il femble qu'il afpire à eftre profeffeur de Mathematique à Utrecht, et je le vois avec cela encore occupè dans fa manufacture de toiles imprimées. Je doute auffi s'il feroit bien voftre fait, n'aiant rien vu de ce qu'il fcait en cette fcience que fa maniere de Fortification, où il y a une application d'Algebre bien mince [50]), à ce que je me fouviens. Je m'informeray à Leyde de Mr. de Volder s'il ne connoit perfonne pour l'employ que vous marquez. Je fuis etc.

N° 2855.

CHRISTIAAN HUYGENS, à CONSTANTYN HUYGENS, frère.

6 JUIN 1694.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse au No. 2851.

A Hofwijc ce 6 juin 1694.

Je vous ay priè cy devant de vous fouvenir du Capitaine van Aften [1]) lors que l'occafion s'offriroit de le recommander au Roy. Il me mande quil eft mort dans fon Regiment, fcavoir celuy du Brigadier l'Eclufe, un Capitaine nommé Fumal, et fouhaiteroit bien de pouvoir avoir fa compagnie vacante, au lieu de celle qu'il a, qui eft chargée d'une penfion incommode. Je ne puis luy refufer mon interceffion aupres de vous, puis que je luy fuis obligè de ce qu'il a foin de mes affaires de Zeelhem, comme cydevant fon frere, et qu'il m'en a fait depuis peu toucher de l'argent, et une fomme affez confiderable, que fans luy je ne fçay comment j'aurois pu avoir de mon impertiment receveur [2]). Il ne manquera pas de vous recomman-

Huygens a d'autant plus d'importance qu'il était en correspondance avec Gregory lequel lui avait fait parvenir, après leur entrevue personnelle de 1693 (voir la Lettre N°. 2810), la copie d'une partie de l'„Algebra" de Wallis, comme cela résulte de la Lettre N°. 2859.

[50]) En effet, l'algèbre et la géométrie appliquées dans l'ouvrage en question (voir la note 21 de la Lettre N°. 2852) sont des plus élémentaires, quoique présentées avec une certaine prétention.

[1]) Voir la Lettre N°. 2850.

[2]) Cools, voir la Lettre N°. 2850.

der ſa propre affaire, dans la quelle ſi vous le pouvez faire reuſſir vous me ferez un fort grand et ſingulier plaiſir.

J'ay appris ces jours paſſé une choſe que je m'eſtonne, que vous n'aiez ſceue eſtant a Londres, qui eſt que le celebre Mr. Newton a eu une atteinte de phreneſie, qui luy a duré 18 mois. Je le tiens d'un Ecoſſois, venu depuis peu d'Angleterre, qui m'en a meſme raconté des circonſtances. Il me dit auſſi que ſes bons amis l'avoient tenu enfermè quelque temps, et tant fait a force de remedes, qu'il eſtoit a la fin gueri de ce mal, et qu'il commençoit a entendre derechef ſon livre Principia Philoſophiae Mathematica[3]). Voila pourtant un homme confisquè et comme mort pour les Eſtudes, comme je crois, ce qui eſt grand dommage. M.rs les Anglois, a ce qu'il ſemble, avoient taſchè de cacher cet accident mais en vain. Outre ſes eſtudes trop vehementes, on croit qu'un malheur qu'il a eu d'une incendie, qui a emportè ſon Laboratoire et quelques eſcrits, aura contribuè a luy troubler ainſi l'eſprit, qui eſt bien le pire de tous les maux, qui peuvent arriver a un homme.

Je ne ſuis pas encore delivrè de ces interruptions et battemens inordonnez du pouls, mais les reſſens de temps en temps. Je ſuis bien faſchè de n'y trouver point d'autre remede que l'abſtinence des eſtudes, que je compte pour autant de temps perdu. Ma Traduction de Veriſimilia de Planetis s'avance pourtant[4]).

---

[3]) Voici ce qu'on trouve noté par Christiaan Huygens au livre J des Adversaria, page 112
29 Maj. 1694. Narravit mihi D. Colm, Scotus, virum celeberrimum ac summum geometram, Is. Neutonum in phrenesin incidisse ab hinc anno et 6 mensibus. an ex nimia studij assiduitate, an dolore infortunij quod incendio Laboratorium chymicum et scripta quaedam amiserat? Cum ad Archepiscopum Cantabrigiensem venisset, ea locutum quae alienationem mentis indicarent. Deinde ab amicis curam ejus susceptam domoque clauso remedia volenti nolenti adhibita, quibus jam sanitatem recuperavit, ut jam rursus librum suum Principiorum Philosophiae Mathematicorum intelligere incipiat.

[4]) Comparez la Lettre N°. 2846.

N° 2856.

Christiaan Huygens à G. W. Leibniz.

8 juin 1694.

La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.
Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Le sommaire a été publié par P. J. Uylenbroek[1]), *la lettre par C. I. Gerhardt*[2]).
La lettre fait suite au No. 2854.
G. W. Leibniz y répondit par le No. 2863.

Sommaire:[3]) 8 juin 1694. Efcrit pour informer d'avantage Mr. Leibnitz touchant la perfonne du Sr. Teiler, que j'en ay parlè à Mr. de Volder, qui m'en a dit du bien, et qu'il le croit fort propre pour remplir la charge à laquelle on le vouloit appeller en Allemagne. Que j'avois parlè auffi derechef à Teiler, qui me dit que d'autres perfonnes luy avoient parlè touchant ce mefme employ; que c'eftoit chez Mr. le Prince de Wolfenbuttel, et que je le trouvois affez difpofè à l'accepter. Que je n'ay pas voulu manquer de luy faire fcavoir ces chofes, puifqu'il m'a fait l'honneur de m'en confulter, et que je n'eftois pas affez informè en efcrivant ma precedente lettre.

Que j'avois oubliè dans la mefme de luy marquer deux vilaines fautes, qu'on avoit faites en imprimant dans le journal de Leipfich ce que j'avois donnè touchant le problema Bernoulianum fçavoir en mettant *abftinere ftatuerim* au lieu de *ftatuiffem*, et *omnia erui poffe* au lieu de *eam* Que je le prie d'en avertir par occafion l'Editeur de ce Journal, à qui je ne fçay fi je dois imputer cette faute ou à voftre copifte.

Que je ne fcay s'il aura fçu l'accident arrivè au bon Mr. Newton; fcavoir qu'il a eu un atteinte de phrenefie qui a durè 18 mois et dont on dit que fes amis, à force de remedes et e le tenant enfermé, l'ont gueri maintenant.

A la Haye ce 8 juin 1694.

J'efpere que ma lettre du 29 du mois dernier vous aura eftè rendue. J'ay parlè du depuis à Mr. de Volder pour m'informer touchant ce que je vous avois mandè, qui m'a nommè quelques perfonnes qu'on pourroit propofer pour l'employ dans l'Academie inconnue, mais m'affurè en meme temps qu'il n'en connoiffoit pas de plus capable que le Sr. Teiller dont vous m'aviez efcrit. Il m'en a dit auffi touchant fes bonnes qualitez des chofes que je ne fcavois pas, et entre autres qu'il avait voiagè en Italie, en Sicile, et jufqu'au Cairo, et qu'il avoit deffinè en tous ces pais une infinitè d'antiquitez et de belles vues. Au refte que fa follicitation ou celle de fes amis pour la profeffion de Mathématique à Utrecht n'avoit pas reuffi, feulement par ce qu'il avait efté le difciple de Mr. Cranen[4]), car ces partialitez du Carte-

---

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 181.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 177. Briefwechsel, p. 732.
[3]) Le sommaire se trouve écrit à la suite de la minute de la Lettre N°. 2854.
[4]) Sur Theodorus Craanen, voir la Lettre N°. 346, note 1.

ſianiſme et et du Voetianiſme s'etendent juſques meſme les profeſſions, où il n'eſt pas queſtion de Theologie. J'ay auſſi vu apres cela Mr. Teiler et toute ſa boutique de la Manufacture des toiles imprimées, eſtant logè à une demie lieux d'icy dans une maiſon de campagne qui eſt grande et belle. Il me dit que d'autres perſonnes luy avoient encore parlè touchant cet employ en Allemagne, que c'eſtoit chez Mr. le Prince de Wolfenbuttel, et me paroiſſoit aſſez bien diſpoſè maintenant à l'accepter. Mr. de Volder m'a dit qu'il a eſtè cy-devant profeſſeur à Nimwegen. Je n'ay pas voulu manquer, Monſieur, à vous faire ſcavoir toutes ces choſes, puis que vous m'avez fait l'honneur de demander mon avis, et que je n'eſtois pas aſſez informè en vous eſcrivant ma precedente lettre.

J'oubliay de vous marquer dans la meſme deux vilaines fautes qu'on a faites dans le Journal de Leipſich en donnant ce que j'ay eſcrit de *Problemate Bernouliano*, ſcavoir *abſtinere ſtatuerim* au lieu de *ſtatuiſſem*. Et *omnia erui poſſe* au lieu de *eam* [5]). Vous me ferez grand plaiſir d'en avertir par occaſion l'Editeur de ces Journaux, à qui je ne ſcay ſi je dois imputer cet Erratum ou à voſtre copiſte, car je ſuis bien aſſurè d'avoir eſcrit autrement.

Je ne ſcay ſi vous aurez ſceu l'accident arrivè au bon Mr. Newton[6]), ſcavoir qu'il a eu une atteinte de phreneſie, qui a durè 18 mois, et dont on dit que ſes amis à force de remedes et de le tenir enfermè, l'ont à peu pres gueri maintenant. Voila un grand malheur, et le plus facheux qui puiſſe arriver à un homme. J'avois encore d'autres choſes à vous mander, mais je ſuis preſſè d'envoier cette lettre, c'eſt pourquoy je finis en vous aſſurant que je ſuis etc.

---

[5]) Voir la pièce N°. 2823, notes 5 et 10.
[6]) Consultez à ce sujet, la Lettre N°. 2855, note 3.

N° 2857.

CHRISTIAAN HUYGENS à [GEELVINCK ?].

15 JUIN 1694.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Mijn Heer en Neef.

Ick hebbe met leetwesen verstaen uyt UEd. brief van den 30 der voorlede maendt het schielijck overlijden van mevrouw UEd. moeder, mijn waerde Nichte Jacoba Becker [1]). Nae mijn rekeningh soo had haer Ed. maer weijnighe jaeren meer als ick. ende was soo ick meene de oudste van mijn nae vrienden overgebleven, waer uijt wel te concluderen is dat het al haest mede ons beurt sal werden om te vertrecken. Ondertusschen moet Godt gelooft sijn die mij tot goeden ouderdom en in redelijcke gesondheijdt heeft laeten leven. Het is hij die mevrouw UEd. moeder nu gelieft heeft tot sich te nemen, wiens wille wij ons moeten onderwerpen, en in wiens protectie UEd. en mejoffrouw UEd. suster bevelend ick blijve

Mijn Heer ende Neef

UEd. beide ootmoedighe dienaer

CHR. H.

Hofwijck den 15 Jun.
1694.

[1]) Jacoba Becker, fille de Petronella van Baerle et son second époux Everard Becker, veuve Geelvinck (voir la Lettre N°. 2356).

N° 2858.

CHRISTIAAN HUYGENS à W. WICHERS [1]).

15 JUIN 1694.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.

Den WelEd. Geftrenghen Heere Mijn Heer W. WICHERS, Gedeputeerde ter Vergaderinghe van Haer Hoogmoghende tegenwoordigh tot Groningen.

WelEd: Geftrenghe Heer

Ick hebbe met UEd. feer aengenaeme ontfangen de gepretendeerde quadratura Circuli in twee gedruckte bladeren, die fchijnen de laetfte te fijn van een Tractaet, waer in den autheur oock de Duplicatio Cubi meent gevonden te hebben. Sijn naem blijft mij onbekent. Sijn wetenfchap in de Geometrie moet niet veel wefen, dewijl hij eijndelijck befluyt dat de Circumferentie des Circels is tot den Diameter als 16 tot 5. 't welck al waere het een Engel uyt den Hemel die het feyde, geenfins bij mij foude aengenomen werden, foo feecker weet ick het contrarie door veeler andere ende oock mijn eygene demonftratie. Soo dat het niet de pijne weerdt is nae te foecken, wat miflagh hij begaen heeft in de fijne, 't welck anders licht te vinden waere. Sijnde over eenighe daegen bij de Heer Profeffor de Volder, feijde hij mij, dat de vacerende plaets tot Groeninghen van den Profeffor mathefeos tot noch toe niet en was geremplifleert, 't welck mij heeft doen dencken of het door UEd. toedoen mochte gefchiet fijn, om dat miffchien noch gedachten hadde om den broeder van den Profeffor Bernoulli daertoe te beroepen, die ick om fijne fonderlinghe capaciteyt aen UWEd. gerecommandeert hebbe, en foo het tijdt is, nochmaels recommandeere, fijnde mij anderfins onbekent. Het is mij leet dat de toeftandt der faecken van de Provintie UWEd. niet eerder als feeckeren tijdt toe en laet wederom hier te komen refideren, welcke ick met verlanghen

[1]) Wicher Wichers, fils unique d'Abraham Wichers et de Wibbina van Drews, né en 1651 à Groningen, se distingua au siége de Groningen en 1672 (voir la note 1 de la Lettre N°. 1910). Il devint secrétaire de la chambre de justice, puis bourgmestre de Groningen. Comme député aux Etats-Généraux des Provinces-Unies, il prit part à plusieurs négociations diplomatiques importantes. Il épousa Beerta Tammen et mourut en 1715.

te gemoet siende, sal mij gelukkigh achten indien ondertusschen occasie mocht hebben om door UWEd. te werden geemployeert als sijnde

Mijn Heer

UWEd. seer oodtmoedigen Dienaer

Chr. Huygens.

Haghe den 15.e Jun. 1694.

Nº 2859.

Christiaan Huygens au Marquis de l'Hospital.

16 juin 1694.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
La lettre est la réponse aux Nos. 2843 *et* 2847.
De l'Hospital y répondit le 4 *octobre* 1694.

Sommaire [2]): Affaires. les siennes valent mieux la peine.
Je m'etonne que Bernoulli n'ait pas repondu a sa demande puis qu'il le pouvoit faire en 2 mots.
Cela me fait douter s'il est bien seur de son invention. Je doute si c'est pas la Parabole.
Que la methode de Newton est tres longue a copier. Semblable a celle de Leibnitz et Gregorius.
Ce que conclud Wallis. Passage qui me paroit considerable. Seray bien aise de voir comment il supplee par sa maniere ce qui autrement demande ces series.
De Volder quadre la Feuille.
Ne voit on pas les grandes erreurs de M. Renaud dans sa reponce? il renverse toutes les loix des mechan. Je repondray par un imprimé. Sans replique disiez-vous.
J'avois receu de Mr. Bignon.
Horologe succede bien, consume du temps.
Sur la question du flexus contrarius, qu'il a raison. et n'avoit pas besoin de me demander mon sentiment. Bernoulli se trompe 2 fois.
Bien aise de ce qu'il est de mon sentiment touchant le probl. de Leibnitz.
Dispute de Regis et Mallebr. de la grandeur app[aren]te de la lune. une chose si aisée a decider, ils s'embrouillent [3]).

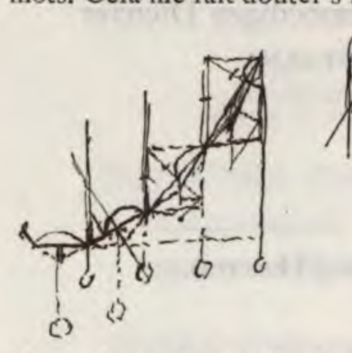
A la Haye ce 16 juin 1694.

Il y a trop longtemps, Monsieur, que je dois responce aux lettres que vous m'avez fait l'honneur de m'escrire du 18 janv. et 12 mars [4]). Plusieurs affaires que j'ay eues, non pas si bonnes que les vostres, sont cause de ce retardement, et avec cela certaine indisposition nouvelle d'une intermission et un battement

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 315.
[2]) Le sommaire se trouve écrit en marge de la minute.
[3]) Ce dernier alinéa a été biffé par Huygens. Consultez d'ailleurs, sur la dispute en question, la note 6 de la Lettre Nº. 2837. Le Journal des Sçavans de 1694 contient, dans ses numéros du 18 janvier et du 1, 8 et 15 mars plusieurs articles qui s'y rapportent.
[4]) Lisez: 22 Mars. Il s'agit des Lettres Nos. 2843 et 2847.

inordonnè du pouls, qui m'a contraint de moderer les etudes geometriques.

Je m'etonne que Mr. Bernoulli ait differè de repondre [5]) a ce que vous aviez demandè touchant ſon Theoreme de la voiliere, puis qu'il pouvoit le faire en 2 mots. Cela me fait douter s'il eſt bien ſur de ce qu'il a avancè.



(Et par une petite figure, que je viens de tracer en eſcrivant cecy, il me ſemble que cette courbe eſt pluſtoſt celle de la parabole que celle de la chaine [6]). Des le temps du P. Merſenne j'etois pour la Parabole [7]), mais la demonſtration que j'entrevois maintenant [8]) eſt meilleure que celle que je luy envoiay alors [9])).

Toutefois je ne veux encore rien aſſurer par ce que j'ay trouvé cy-devant [10]) que lors que les parties de la voile ſont des rectangles égaux, la courbure eſt moins pointée, en bas que celle de la chaine.

Mr. Wallis m'a envoié ſon livre de Algebra [11]), ou ſont les ſeries et methodes de Mr. Newton. Peut eſtre l'aurez vous auſſi à Paris, autrement je pourray vous envoier, ſi vous le ſouhaitez, une copie de cet endroit, que j'avois receu auparavant de Mr. Gregori [12]), mais il y a une grande feuille d'écriture. Il me paroit au reſte, qu'il n'y aura rien de nouveau pour vous, Monſieur, puiſque vous ſcavez et le calcul differentiel de Mr. Leibnitz et les ſeries de Mr. Gregori [13]). Wallis dit à la fin des inventions de Mr. Newton [14]): Huic methodo affinis eſt tum methodus

---

[5]) Comparez la Lettre N°. 2847 à la page 587.

[6]) Voir l'Appendice N°. 2860 où l'on rencontrera une figure analogue à celle du texte et où l'on voit de quelle manière Huygens est arrivé à cette conclusion erronée.

[7]) Huygens veut dire problablement que déjà dans ce temps là, c'est-à-dire en 1646, il savait quelle devrait être la distribution de la gravité sur une corde pour la faire prendre la forme de la parabole. Comparez la pièce N°. 2724 à la page 217.

[8]) Nous ne la connaissons pas.

[9]) En marge de la minute Huygens écrivit plus tard : je m'etois abuſé ici.

[10]) Consultez la note 15 de la pièce N°. 2835, surtout le deuxième alinéa de cette note. La réserve faite ici était en effet très fondée.

[11]) Voir la Lettre N°. 2843 vers la fin.

[12]) Après et par suite de leur entrevue personnelle de 1693, voir la Lettre N°. 2810 à la page 464 et la Lettre N°. 2839 à la page 567.

[13]) Elles lui avaient été communiquées par Huygens dans sa Lettre N°. 2819 à la page 492.

[14]) Voir la page 396 de l'„Algebra" de Wallis, où le passage qui va suivre est précédé par les phrases suivantes qui en font connaître la portée. „Methodi autem hae omnes, tam particulares quam generales collectim sumptae, solutionem exhibent secundae partis problematis, quod Newtonus sub initio istius Epistolae [la Lettre du 24 octobre 1676, mentionnée dans la note 21 de la Lettre N°. 2810] his verbis proposuit: *Data aequatione quotcunque fluentes quantitates involvente fluxiones invenire, & vice versa.* Nam tota fluxionum Methodus in hujus directa et & inversa solutione consistit".

differentialis Leibnitij tum utraque antiquior illa, quam D. Js. Barrow in Lectionibus Geometricis [15]) expofuit; quod agnitum eft in actis Lipfienfibus (anno 1691 menfe Jan.) a quodam, qui methodum adhibet Leibnitij fimilem [16]). Quodque ab his duobus eft fuperadditum, eft formularum analyfeos brevium et commodarum adaptatio illius theorijs. En quoy pourtant il fait tort à ces Meffieurs.

L'on m'a donné depuis peu une folution du probleme de la quadrature de la Feuille de Des Cartes par les appliquées à l'axe, qui pourtant fera differente, comme je crois, de celle que vous m'aviez promife [17]), par ce qu'elle va par de grands détours et par la comparaifon des termes des equations à la maniere de Des Cartes [18]). Ces folutions fe trouvent, lors qu'on en a defia d'autres, mais je ne laiffe pas de l'eftimer. J'ay veu que Mr. de Volder, Profeffeur à Leyde, en eft l'autheur [19]).

---

[15]) Voir l'ouvrage cité dans la note 14 de la Lettre N°. 1767.

[16]) Il s'agit de Jacques Bernoulli qui dans l'article cité, intitulé: „Specimen calculi differentialis in dimensione Parabolae helicoidis, ubi de flexuris curvarum in genere, earundem evolutionibus, aliisque", s'était exprimé comme il suit: „Cum ex Actis nuperis" [voir l'article cité dans la note 10 de la Lettre N°. 2623] „conjecerim, Celeb. Dn. L. Analysin problematis a se propositi" [il s'agit du problème de la courbe isochrone, résolu par Jacques Bernoulli dans l'article cité dans la note 2 de la pièce N°. 2491] „calculo suo differentiali institutam minime displicuisse, credidi nec aegre laturum sequens illius specimen, quod in gratiam Lectorum nostrorum, quibus calculum hunc agitare volupe fuerit, in lucem emitto; ut si forte mentem Viri Acutissimi, ex iis quae in Actis 1684 de Invento isthoc suo edidit, ob summam brevitatem non satis assecuti sint, vel hinc ejus applicandi methodum discere possint. Quanquam, ut verum fatear, qui calculum *Barrovianum* (quem decennio ante in Lectionibus suis Geometricis adumbravit *Auctor*, cujusque specimina sunt tota illa propositionum inibi contentarum farrago) intellexerit, alterum a Dn. L. inventum ignorare vix poterit; utpote qui in priori illo fundatus est, & nisi forte in differentialium notatione, & operationis aliquo compendio ab eo non differt".

[17]) Il s'agit de la „troisième manière" dont il est question pour la première fois dans la Lettre N°. 2807 et ensuite dans les Lettres Nos. 2810 (p. 461), 2838 (p. 566), 2842 (p. 578) et 2843 (p. 580).

[18]) Allusion à la „Façon generale pour trouver des lignes droites qui coupent les courbes données, ou leurs contingentes, a angles droits" que l'on trouve dans le Livre second de la „Géométrie" (pp. 413—423 du T. VI de l'édition d'Adam et Tannery) et où Descartes emploie une telle méthode (voir surtout les pp. 419—422).

[19]) Nous possédons dans la collection Huygens deux solutions du problème de la quadrature du folium de Descartes auxquelles les qualifications du texte sont plus ou moins applicables. Toutes deux ont passé sous les yeux de Huygens puisque sur chacune d'elle on trouve une petite annotation de sa main. L'une d'elle, notre pièce N°. 2861, qui va par de plus „grands détours" que l'autre, est rédigée en langue hollandaise. Elle n'est certainement pas de l'écriture de de Volder, écriture que nous croyons reconnaître avec sûreté dans la seconde, notre N°. 2862, qui est rédigée en Latin. Elles se distinguent l'une de l'autre principalement parce que dans la première la methode de différentiation de de Sluse et dans la seconde celle de Leibniz a été suivie. Nous sommes inclinés à supposer qu'elles sont toutes deux de de

J'avois defia receu 8 jours auparavant la Refponfe de Mr. Renaud [20]) de la part de Mr. l'Abbè Bignon, ce qui n'empefche pas que je ne vous fois obligè du foin de me l'avoir envoiée. Je vois que pour maintenir fa Theorie, Mr. Renaud renverfe toutes les loix de la mechanique, et qu'il condamne mefme ce qu'il avoit trouvè de bon touchant la pofition du Gouvernail. Après avoir receu voftre approbation [21]) je ne croiois pas devoir attendre de refponfe à ma cenfure. Car M. Renaud vous eftant partic[ulieremen]t connu, comment ne vous communiquerait-il pas? Maintenant je ne puis m'etonner affez de ce que Mr. de la Hire me mande [22]), que depuis qu'on avoit vu mon efcrit, il s'eftoit repandu quelque bruit que je n'avois pas affez confideré ce qu'avance Mr. Renaud, et il femble, dit il, que quelques uns de nos mathematiciens n'en font pas contents. Il arrive que par megarde on ne remarque pas un paralogifme, mais après que je l'ay indiquè, comment fe peut-il qu'on ne le reconnoit pas encore? Mr. de la Hire dit qu'il a fait des objections contre cette Theorie devant qu'elle fuft imprimée, mais que l'autheur n'y a pas eu egard, ce qui me fait croire qu'il aura de la peine à revenir de fon erreur. Je ne laifferay pas de faire imprimer une courte confirmation de ma Remarque [23]) a fin d'eclaircir d'avantage ce que je vois que quelques uns ne comprennent pas affez.

Pour ce qui eft de la difficultè touchant les courbes developpées, vous avez raifon, Monfieur, de dire que Mrs. Leibnitz et Bernoulli fe font trompez. J'avois annotè l'erreur groffiere de ce dernier dans le journal de Leipfich là où il dit que dans toutes les paraboloides, exceptè la parabole, le cercle baifant au fommet eft infiniment grand [24]), car je voiois qu'il eftoit faux pour la paraboloide $ax^3 \propto y^4$. Je n'avois pas examinè s'il y avoit de ces paraboloides, qui paffant de l'autre coftè de l'axe, euffent le rayon de la developpée infini, au point de l'inflexion contraire, ce que vous avez fort bien remarquè eftre ainfi. Et voftre regle eft bonne. La demonftration paroit de ce que dans toutes ces paraboloides, dont l'equation eft $a^d x^m \propto y^n$, la fubnormalis BD, qui devient le raion de la developpée pour le

Volder qui aurait fait copier la première par un de ses disciples. Dans ce cas la seconde constitue une rédaction améliorée de la première, moins soignée dans la forme toutefois, ce qui expliquerait la différence, d'ailleurs assez minime, des notations, c'est-à-dire l'emploi du „M." dans la première pour indiquer une multiplication et l'emploi de la virgule dans la seconde pour le même but.

[20]) Voir la pièce N°. 2848.

[21]) Voir la Lettre N°. 2838 à la page 564.

[22]) Nous ne connaissons pas cette lettre, à laquelle Huygens répondit par la sienne du 15 juillet, notre N°. 2870.

[23]) Voir l'Appendice N°. 2869 à la lettre de Huygens à Bignon du 15 juillet 1694, N°. 2868.

[24]) Voir la note 3 de la Lettre N°. 2847. D'après la copie des notes marginales dont il est question dans la note 1 de la Lettre N°. 2540, Huygens n'avait annoté que le seul mot „Fallitur".

point de l'axe E, eſt $\infty \frac{m}{n}\sqrt[n]{(a^{2d} \times x^{2m-n})}$ [25]), que l'on voit facilement devenir infiniment petite en appetiſſant x, lorſque $2m$ eſt plus grand que n, et au contraire infiniment longue, quand $2m$ eſt plus petit que n. Ces courbes ont un ſommet lors que l'expoſant m eſt impair et n pair, mais un point d'inflexion contraire lors que m et n ſont impairs[a]) [26]). Je crois que voſtre demonſtration ne differera point de celle-cy.

Je ſuis bien aiſe de ce que vous jugez comme moy du titre trop faſtueux du Probleme de Mr. Leibnitz, qui regarde les Tractoriae [27]). Je luy ay mandé [28]), que je ne trouve point qu'il ait avancé par là la quadrature des courbes, parce qu'on ne ſcauroit parvenir à aucune exactitude en decrivant les courbes par ſa maniere embaraſſante. J'eſtime bien plus [29]) la ſolution qu'il m'envoia il y a quelque temps [30]) touchant la courbe qui convient à la ſouſtangente déguiſée $\frac{2ayy}{aa-yy-xx}$, qui eſt l'une des trois que je vous ay propoſée cy-devant [31]). Il

[25]) Nous n'avons pas rencontré la déduction de cette formule dans les manuscrits de Huygens, mais de quelques petits calculs qui se trouvent à la page 66 du Livre J il résulte que Huygens a dû commencer par établir l'expression $nx:m$ pour la soustangente BA, ce qui lui a été facile puisque sa règle, mentionnée dans la note 3 de la pièce N°. 2612, amenait immédiatement l'expression $ny^n : ma^d x^{m-1}$, où $y^n = a^d x^m$. Ensuite la proportion : $AB : BC = BC : BD$ lui donnait $BD = my^2 : nx$, d'où l'on tire facilement l'expression du texte.

En effet, à cette page 66 la sousnormale est calculée dans les cas particuliers $ax^3 = y^4$, $aax = y^3$ et $aax^3 = y^5$ de la manière décrite, c'est-à-dire, en partant de l'expression $nx:m$ comme d'une formule connue. A propos du premier cas, où $BD = {}^3/_4 \sqrt{ax}$, Huygens ajoute encore : „non habet circuli circumferentiam in vertice intus tangentem, etsi ex utraque diametri parte aequaliter jaceat"; à propos du second, où $BD = {}^1/_3 \sqrt[3]{a^4 x^{-1}}$ „BD fit infinite longa"; et à propos du troisième, où $BD = {}^3/_5 \sqrt[5]{a^4 x}$ „BD fit infinite parva. quamvis „CEH" [voir la figure du texte en ajoutant la lettre H à l'autre extrémité de la courbe] „habeat flexus contrarios".

[26]) A la page 66, mentionnée dans la note précédente, Huygens dessine les paraboloïdes $ax^3 = y^4$, $aax = y^3$, $a^3xx = y^5$, $axx = y^3$, $aax^3 = y^5$, $ax^3 = y^4$, $ax^3 = y^4$, $a^4x = y^5$, et $ax^4 = y^5$ pour observer leurs sommets et leurs points d'inflexion ou de rebroussement.

[27]) Consultez, sur le titre de cet ouvrage, la note 6 de la pièce N°. 2824, et comparez la Lettre N°. 2842 à la page 578.

[28]) Dans la Lettre N°. 2854 à la page 611.

[29]) Comparez la même Lettre N°. 2854 à la page 610.

[30]) Dans la Lettre N°. 2829 aux pages 541 et 542.

[31]) Consultez la note 22 de la Lettre N°. 2822. Il s'agit, comme on le voit, du troisième exemple qu'on y trouve mentionné.

trouve que cette courbe eſt non ſeulement le Cercle, mais qu'une certaine tranſcendante y convient encore, ce que je n'avois point ſçu.

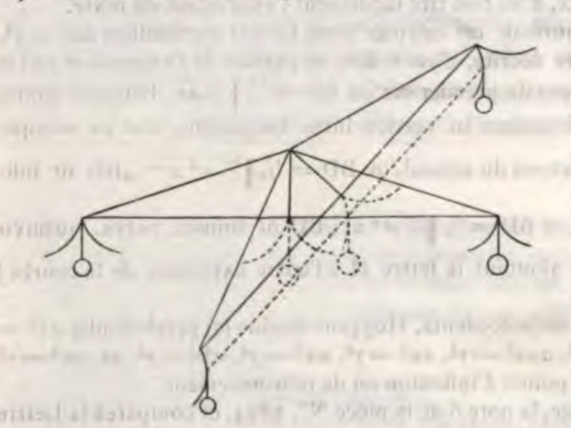
J'ay fait conſtruire l'horloge de ma nouvelle invention[32]), qui ſuccede tres bien, de ſorte que je pretens maintenant pouvoir porter ſur mer des horloges auſſi juſtes que le ſont les Pendules de 3 pieds, dont on ſe ſert à l'obſervatoire. Les divers eſſais et experiences[33]) m'ont couſté du temps et de la peine, comme cela arrive dans toutes les nouvelles entrepriſes de machines.

Je ne ſcay ſi vous aurez appris le faſcheux accident arrivé au celebre Mr. Newton[34]), qui, à ce qu'on m'a dit, a eu la cervelle troublée pendant 18 mois, mais par les ſoins de ſes amis et à force de remedes ſe porte mieux maintenant. Je ne ſcay ce que deviendra avec cela la nouvelle edition de ſon livre[35]), que j'avois grande envie de voir.

Apres une ſi longue ceſſation des lettres, quoy qu'arrivée par ma faute[36]), j'eſpere que vous voudrez bien au pluſtoſt me donner de vos nouvelles, eſtant comme je ſuis avec beaucoup d'affection et de reſpect etc.

[a]) Il y a flexion contraire quand les expoſants m et n ſont impairs. Et le raion de la developpée dans ce point d'inflexion alors eſt infiniment petit ſi n eſt plus petit que $2m$. [Chriſtiaan Huygens].

[32]) Voir la note 16 de la pièce N°. 2823. Ajoutons toutefois que Huygens avait inventé le 15 mars 1694 une modification nouvelle du système de la Fig. 5 de la note citée, modification à laquelle il attachait beaucoup d'importance. On la trouve mentionnée aux pages 165 et 166 de l'ouvrage d'Uylenbroek cité dans cette note. Elle consistait en ce que, au lieu de la seule languette attachée au balancier au-dessous de l'axe, Huygens en employait deux attachées plus près de ses extrémités, comme le montre la figure ci-jointe où l'on voit de même pourquoi les deux poids avec leurs deux languettes étaient considérés comme équivalents à un seul poids de la double valeur appliqué au-dessous de l'axe.



[33]) On trouve aux pages 108—111 du Livre J un compte-rendu de ces „essais et expériences", reproduit par Uylenbroek aux pages 167—170 de l'ouvrage mentionné dans la note précédente. Ils furent exécutés depuis le 16 avril jusqu'au 21 mai 1694.

[34]) Voir la Lettre N°. 2855.

[35]) Comparez la Lettre N°. 2854 à la page 614.

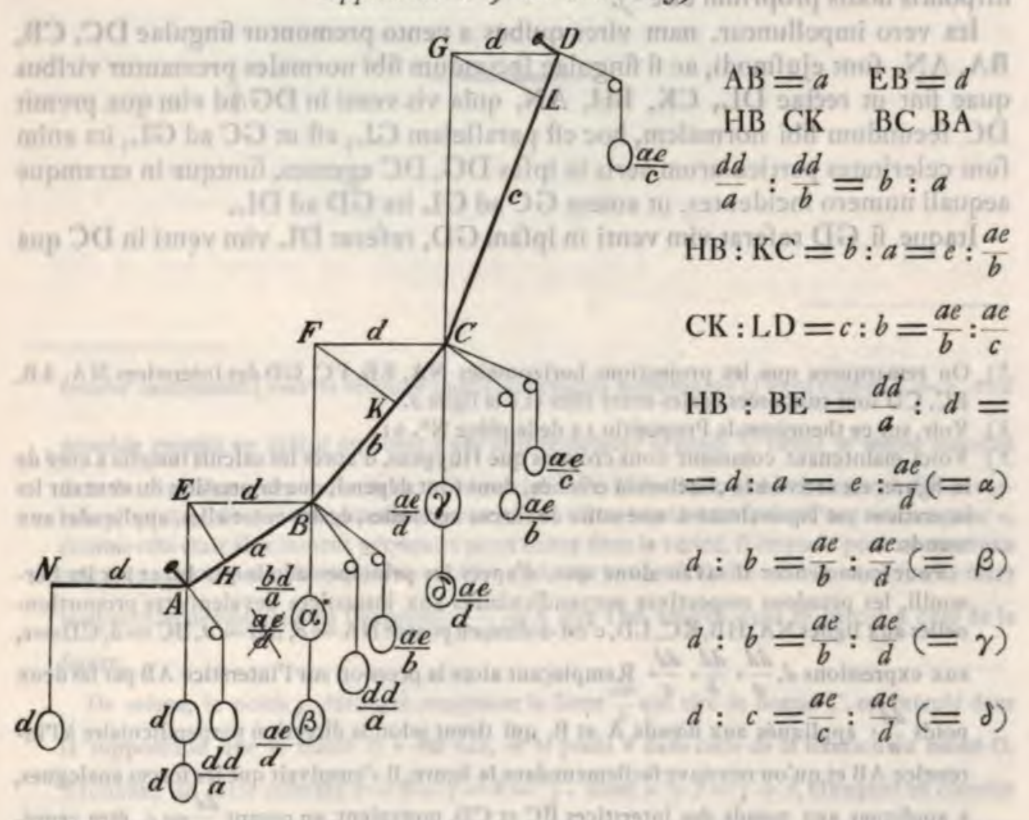
[36]) La dernière lettre de Huygens à de l'Hospital, N°. 2842, datait du 24 décembre 1693.

N° 2860.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[16 JUIN 1694].

Appendice I[1]) *au No.* 2859.



[1]) Cet Appendice est emprunté à la page 120 du Livre J. On y trouve une figure analogue à la „petite figure", dont il est question dans la Lettre N°. 2859, à la page 622, et les calculs et considérations qui ont mené Huygens à la conclusion erronée que la voilière des Bernoulli serait une parabole. Sans doute Huygens, après avoir tracé la figure, a débuté par les calculs que nous avons reproduits à côté d'elle; ensuite ayant acquis, en conséquence de ces calculs, la conviction que les forces verticales qui, appliquées aux nœuds A, B, C, D des interstices AB, BC, CD à projections horizontales égales, pourraient remplacer la pression du vent sur ces interstices, que ces forces, disons nous, devraient être égales entre elles, il en a conclu, profitant d'un théorème qui lui était connu depuis longtemps, que la véritable courbe de la voile était la parabole. Alors il a commencé une démonstration en règle de ce résultat. C'est cette démonstration, d'ailleurs inachevée, qui constitue le texte de cet Appendice et que l'on fera bien de lire avant de s'occuper des calculs mentionnés, qui se trouvent à côté de la figure et sur lesquels nous reviendrons dans la dernière note de cette pièce.

Sint NABCD [2]) in parabola. Ventus vero fecundum axem ejus, hoc eft parallelè ad EA, FB, GC impellat rectas NA, AB, BC, CD. dico manfuras eo quo funt pofitu.

Manebunt enim fi, inflante fic vento, nodi C, B, A, ita impellantur ac fi ab aequalibus ponderibus rectà deorfum traherentur, quia hoc fcimus in parabola difpofitis nodis proprium effe [3]).

Ita vero impelluntur. nam vires quibus a vento premuntur fingulae DC, CB, BA, AN, funt ejufmodi, ac fi fingulae fecundum fibi normales premantur viribus quae fint ut rectae DL, CK, BH, AN. quia vis venti in DG ad vim qua premit DC fecundum fibi normalem, hoc eft parallelam GL, eft ut GC ad GL, ita enim funt celeritates particularum aeris in ipfas DG, DC agentes, funtque in utramque aequali numero incidentes. ut autem GC ad GL ita GD ad DL.

Itaque fi GD referat vim venti in ipfam GD, referat DL vim venti in DC qua

---

[2]) On remarquera que les projections horizontales NA, EB, FC, GD des interstices NA, AB, BC, CD sont supposées égales entre elles et à la ligne d.

[3]) Voir, sur ce theorème, la Propositio 12 de la pièce N°. 21.

[4]) Voici maintenant comment nous croyons que Huygens, d'après les calculs inscrits à côté de la figure, est arrivé à la conclusion erronée, dont tout dépend, que la pression du vent sur les interstices est équivalente à une suite de forces verticales, égales entre elles, appliquées aux nœuds.

Pour commencer il savait donc que, d'après les principes admis par lui et par les Bernoulli, les pressions respectives perpendiculaires aux interstices devaient être proportionnelles aux lignes NA, HB, KC, LD, c'est-à-dire, en posant NA $=d$, AB $=a$, BC $=b$, CD $=c$, aux expressions $d, \frac{dd}{a}, \frac{dd}{b}, \frac{dd}{c}$. Remplaçant alors la pression sur l'interstice AB par les deux poids $\frac{dd}{a}$, appliqués aux nœuds A et B, qui tirent selon la direction perpendiculaire à l'interstice AB et qu'on retrouve facilement dans la figure, il s'ensuivait que les forces analogues, à appliquer aux nœuds des interstices BC et CD, pouvaient, en posant $\frac{dd}{a}=e$, être représentées par les quatre poids $\frac{ae}{b}$ et $\frac{ae}{c}$ de la figure. (Comparez la première partie des calculs à côté de la figure).

Or, dès ce moment, il ne s'agissait plus que de remplacer ces forces par d'autres appliquées aux mêmes nœuds, mais tirant dans le sens vertical. Pour y réussir Huygens part du principe qu'il a déjà appliqué dans la pièce N°. 2835, et d'après lequel des systèmes de forces équivalentes doivent accomplir le même travail pour tout déplacement virtuel compatible avec les liaisons.

Sans doute, puisque les clous qui figurent aux points A et D le prouvent, Huygens a alors considéré le mouvement virtuel bien défini qui reste possible après la fixation des nœuds A et D et il a commencé par calculer, dans cette supposition, la force verticale α capable de remplacer la force $\frac{dd}{a}$, ou e, tirant le nœud B. Pour cette force α il

normaliter impellitur. Eodemque modo vires venti in CB, BA, NA, normaliter interpellentis referent rectae CK, BH, AN, quae ultima horizonti parallela ponitur [4]).

---

trouve facilement (voir la seconde partie des calculs mentionnés) l'expression $\frac{ae}{d}=\alpha$, et il procède ensuite au calcul du poids β qui doit remplacer le poids $\frac{ae}{b}$ tirant le même nœud B dans la direction perpendiculaire à l'interstice BC. Mais alors, dans un moment d'inadvertance, au lieu de recourir au même mouvement virtuel qui avait fourni l'expression pour α, comme cela était absolument nécessaire pour rester dans la vérité, il emploie pour ce nouveau calcul le mouvement virtuel qu'on obtient en fixant le nœud C. En effet il est clair que cette supposition devait mener à l'expression $\frac{ae}{d}=\beta$ que l'on trouve dans le calcul à côté de la figure.

De même, le poids γ, destiné à remplacer la force $\frac{ae}{b}$ qui tire le noeud C, est calculé dans la supposition que le nœud B a été fixé, et le poids δ dans celle de la fixation du nœud D. Trouvant de cette manière $\alpha=\beta=\gamma=\delta=\frac{ae}{d}$, donc $\alpha+\beta=\gamma+\delta$, Huygens en conclut à l'égalité de toutes les forces verticales, destinées à remplacer les pressions du vent sur les interstices sans intervenir dans l'équilibre de la chaîne formée par eux.

Remarquons encore que plus tard, comme nous l'avons reproduit dans la figure, Huygens a biffé l'expression $\frac{ae}{d}$, écrite d'abord à côté du poids α, et l'a remplacé par $\frac{bd}{a}$; mais cette correction est le résultat d'un nouveau malentendu, puisqu'on ne peut obtenir cette valeur qu'en supposant que la force $\frac{dd}{a}$, qui doit être remplacée par α, soit perpendiculaire sur BC (et non sur AB comme elle l'est en réalité) et que c'est le nœud C qui a été fixé.

Ajoutons que la pièce N°. 2835, où le même principe est appliqué en toute rigueur, nous prouve, si cela était nécessaire, que la bévue commise ici par Huygens, n'est qu'accidentelle, étant la conséquence d'une première pensée sur laquelle il est revenu d'ailleurs, comme il résulte de la phrase ajoutée en marge de la Lettre N°. 2859 et reproduite dans la note 9 de cette pièce.

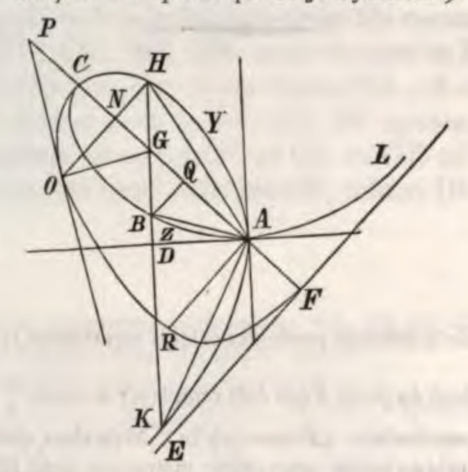
N° 2861.

[B. DE VOLDER?] à CHRISTIAAN HUYGENS.

Appendice II [1]) *au No.* 2859.

[MAI OU JUIN 1694].

La pièce a été publiée par P. J. Uylenbroek [2]).



AD ∞ x BD five DH ∞ y $x^3 + y^3 \infty nxy$

AN ∞ z,

NH ∞ t, $\frac{z-t}{\sqrt{2}} \infty x, t^2 \infty z^2$ [3]) M. [4]) $\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}$, $t \infty \pm z \sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}$

$\frac{z+t}{\sqrt{2}} \infty y, \frac{2z}{\sqrt{2}} \infty x+y, \frac{2t}{\sqrt{2}} \infty y-x$

[1]) Cet Appendice, sur l'origine duquel on peut consulter la note 19 de la Lettre N°. 2859, contient une solution du problème de la quadrature du folium de Descartes. Pour en faciliter la lecture nous croyons faire bien en faisant suivre ici un aperçu de la méthode employée: Après avoir déduit l'équation $t = \pm z \sqrt{-2z+n\sqrt{2}} : \sqrt{6z+n\sqrt{2}}$ de la courbe, rapportée aux axes AC et AR, où AN $= z$, NH $= t$, l'auteur applique le théorème, alors si bien connu, de Barrow que nous avons mentionné dans la note 8 de la Lettre N°. 2721. D'après ce théorème il suffit, pour carrer la courbe CHA, de trouver l'équation de la courbe CORF dont la sousnormale NG soit égale à l'ordonnée NH, puisque alors l'aire CHN est égale à $\frac{1}{2}$ ON². En notation moderne l'auteur a donc réduit de cette manière le problème à l'intégration de l'équation différentielle $u\frac{du}{dz} = z\sqrt{-2z+n\sqrt{2}} : \sqrt{6z+n\sqrt{2}}$, où u représente ON.

Pour parvenir à cette intégration il emploie une méthode appelée „Methodus Craigii" par Huygens (voir la note 7 de la présente pièce), qui consiste à poser $u^2 = (az^2 + bz + c)$ $\sqrt{-2z+n\sqrt{2}} : \sqrt{6z+n\sqrt{2}}$, laissant indéterminés les coëfficients a, b, c, sauf à

$$AQ \infty z, \quad BQ \infty t, \quad \frac{z+t}{\sqrt{2}} \infty x, \quad \frac{2z}{\sqrt{2}} \infty x+y, \quad \frac{2t}{\sqrt{2}} \infty x-y.$$

$$\frac{z-t}{\sqrt{2}} \infty y, \quad t^2 \infty z^2 \,\mathrm{M}.\, \frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}, \quad t \infty \pm z\sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}.$$

Laet beſchreven worden de kromme CORF, wiens diameter is CF, ende de ordinatim applicata NO; de natuure van deze kromme is ſoodanigh dat de intercepta tuſſchen de ordinatim applicata NO en de perpendiculaer op de kromme OG, naementlijck NG, zoo groot is als de ordinatim applicata van de kromme CHA te weten NH Qu. [aeritur] de aequatie, die de natuur van de kromme CORF denoteert, te vinden.

NG is dan volgens het geſupponeerde $\infty z\sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}$. de regel

calculer ensuite les valeurs qu'on doit leur donner pour obtenir l'expression prescrite de la sousnormale. A cet effet l'auteur détermine d'abord la soustangente NP par la règle de de Sluse (voir la note 5 de la présente pièce) dont l'application exige la réduction préalable de l'équation de la courbe à sa forme rationnelle. Après l'achèvement de ces calculs l'expression obtenue pour NP est égalée à celle qu'on obtient par la division de $NG = NH = z\sqrt{-2z+n\sqrt{2}} : \sqrt{6z+n\sqrt{2}}$ sur $ON^2 = u^2$. Substituant ensuite dans cette égalité la valeur supposée de u^2 on trouve, par la comparaison des coefficients des puissances de z, qu'elle se réduit à une identité, pourvu qu'on suppose: $a = -1$, $b = \frac{1}{3} n\sqrt{2}$, $c = \frac{1}{6} n^2$; mais alors on a : aire $CHN = \frac{1}{2} u^2 = \frac{1}{2}(-z^2 + \frac{1}{3} nz\sqrt{2} + \frac{1}{6} nn)\sqrt{-2z+n\sqrt{2}} : \sqrt{6z+n\sqrt{2}}$; donc, pour $z=0$, $CHA = \frac{1}{12} n^2$, et $ANHYA = \frac{1}{12} n^2 + \left(\frac{1}{2} z^2 - \frac{1}{6} nz\sqrt{2} - \frac{1}{12} nn\right)\sqrt{-2z+n\sqrt{2}} : \sqrt{6z+n\sqrt{2}}$. Retranchant de cette dernière expression l'aire $\frac{1}{2} zt$ du $\triangle$ ANH on trouve le segment $AHYA = \frac{1}{12} n^2 - \left(\frac{1}{6} nz\sqrt{2} + \frac{1}{12} nn\right)\sqrt{-2z+n\sqrt{2}} : \sqrt{6z+n\sqrt{2}} = \frac{1}{12} n^2 - \frac{1}{6} nt\sqrt{2} - \frac{1}{12} nn\sqrt{-2z+n\sqrt{2}} : \sqrt{6z+n\sqrt{2}}$. Enfin, remplaçant z par $\frac{1}{2} x\sqrt{2} + \frac{1}{2} y\sqrt{2}$ et t par $\frac{1}{2} y\sqrt{2} - \frac{1}{2} x\sqrt{2}$, l'auteur arrive, après quelques réductions fondées sur l'emploi de l'égalité $n = (x^3 + y^3) : xy$, aux formules $AHYA = \frac{1}{6} nx^2 : y$, $ABZA = \frac{1}{6} ny^2 : x$, qu'on retrouve dans la pièce N°. 2793 au bas de la page 417.

[2]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 184.

[3]) A l'exemple d'Uylenbroek nous avons changé en t^2, z^2, a^2 etc. les notations *tt*, *zz*, *aa* etc. du manuscrit.

[4]) La lettre M., ici et dans la suite, remplace le signe de la multiplication.

van Sluſius [5]) leert nu dat om van deze kromme te ſoeken de linie NP ofte 't welk het ſelfde is de linie NG. (OP zijnde geſtelt te wezen de raeklijn) men in deſſels aequatie de quantiteijten waar in z gevonden worden een dimenſie moet vermin-deren; zal dienſvolgens dan de quantiteijt $z\sqrt{\dfrac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}$ met z wederom moeten werden gemultipliceert, om z te brengen tot dezelfde dimenſien, die in de aequatie van de kromme gevonden worden; komt $z^2\sqrt{\dfrac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}$ maer om deze quantiteijt te brengen tot een andere, waarin geen termen ten reſpecte van z zullen ontbreecken, zoo laet in plaets van zz geſtelt worden [a]) az^2+bz+c (a, b en c zijn quantiteijten, waermede ider term zal geafficieerd moeten worden), $(az^2+bz+c)\sqrt{\dfrac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}$ kan nu gelijck geſuppo-neert worden aen u^2; NO geſtelt zijnde $= u$, want $(az^2+bz+c)\sqrt{\dfrac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}$ moet geconſidereerd worden als te zijn maer van 2 dimenſien, en CF is geſteld geweeſt te zijn de diameter van de kromme CORF; zoo is dan $(az^2+bz+c)\sqrt{\dfrac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}} \propto uu$. En van het ſurdiſe getal gelibereert, en de termen aan eene zijde gebraght zijnde:

$$\begin{array}{l|l|l|l|l} -2a^2z^5 - 4ab & z^4 - 4ac & z^3 - 4bc & z^2 - 2c^2 & z + c^2n\sqrt{2} \propto 0. \\ \quad + a^2n\sqrt{2} & \quad -2b^2 & \quad +2acn\sqrt{2} & \quad +2bcn\sqrt{2} & \quad -u^4n\sqrt{2} \\ & \quad +2abn\sqrt{2} & \quad -b^2n\sqrt{2} & \quad -6u^4 & \end{array}$$

hieruijt wort door den regel van Sluſius [5]) gevonden

$$NP \propto \cfrac{24u^4z + 4u^4n\sqrt{2}}{\begin{array}{l|l|l|l} -10a^2z^4 - 16ab & z^3 - 12ac & z^2 - 8bc & z - 2c^2 \\ \quad +4a^2n\sqrt{2} & \quad -6b^2 & \quad +4acn\sqrt{2} & \quad +2bcn\sqrt{2} \\ & \quad +6abn\sqrt{2} & \quad +2b^2n\sqrt{2} & \quad -6u^4 \end{array}}$$

NP is mede $\propto \dfrac{u^2}{-z\sqrt{\dfrac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}}$; want gelijck GN tot NO, alſo NO tot

---

[5]) On peut consulter, sur cette règle de de Sluse, l'article cité dans la note 1 de la Lettre N°. 1924. Ajoutons toutefois qu'elle ne diffère pas essentiellement de celle de Huygens expliquée dans la Lettre N°. 1101 et publiée dans l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 1912, note 7.

NP; en dienvolgens [illegible] M. $\overline{6z+m\sqrt{2}}$ M. $-z\sqrt{(-2z+m\sqrt{2})}\ \infty$

$$\infty -5a^2z^4 \begin{array}{l} -8ab \\ +2a^2m\sqrt{2} \end{array} \left| z^3 \begin{array}{l} -6ac \\ -3b^2 \\ +3abm\sqrt{2} \end{array} \right| z^2 \begin{array}{l} -4bc \\ +2acm\sqrt{2} \\ +b^2m\sqrt{2} \end{array} \left| z \begin{array}{l} -c^2 \\ +bcm\sqrt{2} \\ -3u^4 \end{array} \right.$$

en in plaats van u^2 en u^4 haere valeuren gestelt.

$\overline{2az^2+2bz+2c}$ M. $\overline{2z^2-zm\sqrt{2}}\ \infty$

$$\infty -5a^2z^4 \begin{array}{l} -8ab \\ +2a^2m\sqrt{2} \end{array} \left| z^3 \begin{array}{l} -6ac \\ -3b^2 \\ +3abm\sqrt{2} \end{array} \right| z^2 \begin{array}{l} -4bc \\ +2acm\sqrt{2} \\ +b^2m\sqrt{2} \end{array} \left| z \begin{array}{l} -c^2 \\ +bcm\sqrt{2} \end{array} \right. \div$$

$$\div \frac{3\,\square\,\overline{az^2+bz+c}\ \text{M.}\ \overline{-2z+m\sqrt{2}}}{6z+m\sqrt{2}}$$

ende door de multiplicatie komt.

$$\left.\begin{array}{r} 24az^5 \\ +(24b-8am\sqrt{2})z^4 \\ +(24c-8bm\sqrt{2}-4an^2)z^3 \\ -(4bn^2+8cm\sqrt{2})z^2 \\ -4cn^2z \end{array}\right| \infty \left|\begin{array}{l} -24a^2z^5 \\ -(36ab-4a^2m\sqrt{2})z^4 \\ -(24ac+12b^2-4abm\sqrt{2}-4a^2n^2)z^3 \\ -(12bc-6abn^2)z^2 \\ -(4bcm\sqrt{2}-4acn^2-2b^2n^2)z \\ -4c^2m\sqrt{2}+4^{6)})bcn^2 \end{array}\right.$$

de termen van de aequatie met malkanderen vergelijckende is

$$24\,az^5 \infty -24\,a^2z^5 \text{ en } a \infty -1$$

verders is $(24b-8am\sqrt{2})\,z^4 \infty (-36ab+4a^2m\sqrt{2})z^4$,

en in plaets van a gestelt -1 komt $b \infty +\frac{1}{3}n\sqrt{2}$ en $+4c^2n\sqrt{2} \infty +4$[6]$)\,bcn^2$, en in plaets van b gestelt $\frac{1}{3}n\sqrt{2}$ komt $c \infty \frac{1}{6}n^2$ deze valeuren van a, b, c dan gestelt in d'aequatie $\overline{az^2+bz+c}\sqrt{\dfrac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}} \infty u^2$ komt

$\overline{-z^2+\frac{1}{3}nz\sqrt{2}+\frac{1}{6}n^2}\sqrt{\dfrac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}} \infty u^2$ voor de aequatie van de kromme CORF, z zijnde $=$ AN en NO $= u$, uyt welke aequatie de natuur van deze kromme openbaer genoegh is, want de ordinatim applicata NO ofte u wordende gestelt ∞ o, komt $z \infty \frac{1}{2}m\sqrt{2}$ en $z \infty -\frac{1}{6}m\sqrt{2}$ tot een teecken dat de kromme de linie CF zal snijden in C en F want AC is $\infty \frac{1}{2}n\sqrt{2}$ en AF $= -\frac{1}{6}n\sqrt{2}$ met het signum $-$ omdat F aen d'andre zijde contrary als C wort genomen, zoo dat AF dan $\frac{1}{3}$ is van AC door welk punt F oock loopt d'asymptotos van het blatie AHCBAL. dewijle nu de linie NG ∞ NH is zoo zal volgens het theorema

[6]) Lisez: 2.

Barrovii de area die begrepen is tusſchen de linien CN, NH en de kromme CH zoo groot zijn als een $\frac{1}{2}$ quadraat NO; om nu te vinden de groote van het geheele blaetie, behoeve z maer te ſtellen ∞ o, en is $u^2 \infty \frac{1}{6} n^2$ hier van de helft komt $\frac{1}{12} n^2 \infty$ ∞ de area tusſchen CA en de kromme CHA begrepen; voor het geheele blaetie dan $\frac{1}{6} n^2$. CHNC is $\infty \overline{-\frac{1}{2} z^2 + \frac{1}{6} nz\sqrt{2} + \frac{1}{12} n^2}$ M. met $\sqrt{\dfrac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}$.

Dit getrocken van $\frac{1}{12} n^2$ komt voor ANHYA

$$\frac{1}{12} n^2 + \overline{\frac{1}{2} z^2 - \frac{1}{6} nz\sqrt{2} - \frac{1}{12} n^2} \sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}};$$ en het triangel

ANH $= \frac{1}{2} z^2 \sqrt{\dfrac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}$ hier van getrocken, voor het ſpatium AHYA,

$$\frac{1}{12}n^2 - \overline{\frac{1}{6}nz\sqrt{2} - \frac{1}{12}n^2} \sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}} \infty \frac{1}{12}n^2 - \frac{1}{6}nt\sqrt{2} - \frac{1}{12}n^2 \sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}$$

in de plaets van z nu geſtelt zijnde $\frac{1}{2} x\sqrt{2} + \frac{1}{2} y\sqrt{2}$ (gelijck z gevonden is) komt $\frac{1}{12} nn - \frac{1}{6} nt\sqrt{2} - \frac{1}{12} n^2 \sqrt{\dfrac{-x-y+n}{3x+3y+n}}$ en voor, n, genomen $\dfrac{x^3+y^3}{xy}$

$$\frac{1}{12}n^2 - \frac{1}{6}nt\sqrt{2} - \frac{1}{12}n^2 \sqrt{\frac{-x^2y-xy^2+x^3+y^3}{3x^2y+3xy^2+x^3+y^3}} \infty \frac{1}{12}n^2 - \frac{1}{6}nt\sqrt{2} - \frac{1}{12}n^2 \text{ M } \overline{\frac{\pm x \mp y}{x+y}}$$

y genomen zijnde grooter als x, 't welk geſchiet wanneer wij AN ∞ z ſtellen, komt voor het ſpatium AHYA

$$\frac{1}{12}n^2 - \frac{1}{6}nt\sqrt{2} + \frac{\frac{1}{12}n^2x - \frac{1}{12}n^2y}{x+y} \infty \frac{\frac{1}{6}n^2x}{x+y} - \frac{1}{6}nt\sqrt{2},$$

en in plaets van t geſtelt ſijne valeur $\frac{1}{2}y\sqrt{2} - \frac{1}{2}x\sqrt{2}$,

$$\text{AHYA} \infty \frac{\frac{1}{6}n^2x}{x+y} - \frac{1}{6}ny + \frac{1}{6}nx \infty \frac{\frac{1}{6}n^2x - \frac{1}{6}ny^2 + \frac{1}{6}nx^3}{x+y}$$

en, n, zijnde $\infty \dfrac{x^2}{y} + \dfrac{y^2}{x}$, AHYA $\infty \dfrac{\frac{1}{6}\frac{nx^3}{y} + \frac{1}{6}ny^2 - \frac{1}{6}ny^2 + \frac{1}{6}nx^2}{x+y} \infty \frac{1}{6}\dfrac{nx^2}{y}$

maer x grooter zijnde als y, naementlijck wanneer AQ ∞ z geſtelt is zoo zal het ſpatium ABZA ∞ zijn $\frac{1}{12}n^2 - \frac{1}{6}nt\sqrt{2} - \dfrac{\frac{1}{12}n^2x + \frac{1}{12}n^2y}{x+y} \infty \dfrac{\frac{1}{6}n^2y}{x+y} - \frac{1}{6}nt\sqrt{2}$

en in plaets van t geſtelt ſijne valeur $\frac{1}{2}x\sqrt{2} - \frac{1}{2}y\sqrt{2}$

$$\text{ABZA} \infty \frac{\frac{1}{8}n^2y}{x+y} - \tfrac{1}{8}nx + \tfrac{1}{8}ny \infty \frac{\frac{1}{8}n^2y - \frac{1}{8}nx^2 + \frac{1}{8}ny^2}{x+y} \text{ en, } n, \text{ zijnde } \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x},$$

$$\text{ABZA} \infty \frac{\frac{1}{8}nx^2 + \frac{1}{8}\frac{ny^3}{x} - \frac{1}{8}nx^2 + \frac{1}{8}ny \cdot}{x+y} \infty \frac{\frac{1}{8}ny^2}{x}.$$

---

[a]) Method. Craigii [Christiaan Huygens] [7]).

---

[7]) On rencontre cette méthode de Craig, sous la forme précise dans laquelle elle a été appliquée ici, pour la première fois dans le „Tractatus Mathematicus" de 1693, ouvrage mentionné dans la note 5 de la Lettre N°. 2748. Pour le montrer il suffira de citer le passage suivant emprunté à l'Exemplum 1, page 4 de cet ouvrage, où on lit, en adaptant les notations à celles de la figure et du texte de la présente pièce: „Invenienda sit Quadratura Figurae CNH cujus Natura exprimitur hac aequatione..... t [=NH] $= v\sqrt{vv+aa}$ [v=CN]: Ut habeatur hujus Figurae Quadratura, invenienda est alia Curva COR in qua intercepta NG sit $v\sqrt{vv+aa}$ ....; ideo juxta Regulam.... praescriptam, multiplicandus est valor datus lineae NG (seu NH) per v, unde productum erit $vv\sqrt{vv+aa}$: Jam quia maxima dignitas extra vinculum est v^2, ideo apponendi sunt omnes termini inferiores scil. $v^2, v^1, v^0 (=1)$ ipso semper maximo termino incluso, qui coefficientibus incognitis affecti aequari debent Quadrato quantitatis u [= ON], unde aequatio quaesitam eminenter continens erit $(bv^2+cav+ea^2)\sqrt{v^2+a^2} = uu$. Ex hac aequatione investigetur valor Analyticus Lineae NG per Leibnitii Methodum hoc modo"; après quoi Craig égale la valeur de NG, obtenue par la méthode de Leibniz, à celle de $v\sqrt{vv+aa}$, pour calculer ensuite les coefficients indéterminés de la manière indiquée dans la note 1 de la présente pièce.

On remarquera l'analogie de cette méthode, qui peut être considérée comme une extension au cas des expressions irrationnelles de celle employée par Craig dans l'ouvrage de 1685, cité dans la note 3 de la Lettre N°. 2725, avec le „compendium", décrit dans la note 3 de la N°. 2738, dont Huygens se servit en 1692.

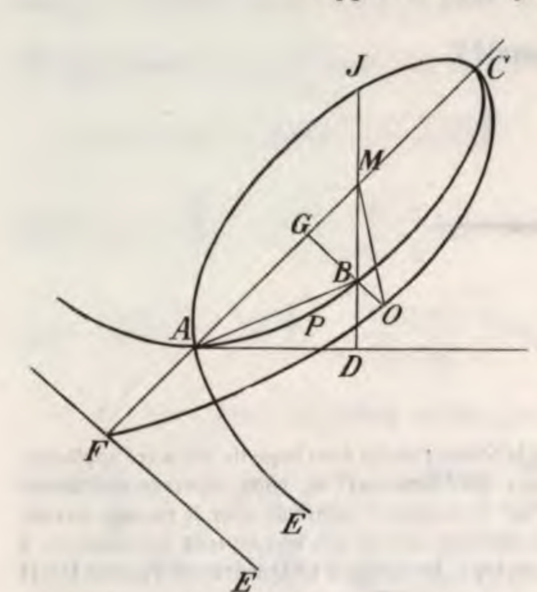
D'ailleurs déjà dans l'article „Additio ad Methodum Figurarum Quadraturas Determinandi", qui parut dans les Philosophical Transactions, N°. 183, pour les mois juillet—septembre 1686, Craig avait exposé une méthode analogue, laquelle, appliquée par lui au même „Exemplum", consistait à poser $a^2u^4 = na^6 + ma^5v + la^4v^2 + ha^3v^3 + ka^2v^4 + gav^5 + fv^6$, dans la prévision que l'expression rationnelle pour u^4 en v devrait être du sixième degré.

N° 2862.

[B. de Volder] à Christiaan Huygens.

[1694].

Appendice III[1]) *au No.* 2859.



Sit AD $\infty\, x$ DB $\infty\, y$ AG $\infty\, z$ GB $\infty\, t$ et $x^3 + y^3 \infty\, nxy$

erit $z\sqrt{2} \infty\, x+y$ $t\sqrt{2} \infty\, x-y$

$t \infty\, z \sqrt{\dfrac{n - z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2}+n}}$.

Sit curva COF, talis, ut ducta ex M recta ad punctum O, in quo GB secat curvam COF, sit in curvam normalis, posita GO $= v$, ponatur pro illa curva

$$azz + bz + c\sqrt{\frac{n-z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2}+n}} \infty\, vv$$ [2])

Ex qua aequatione ut inveniatur GM, secundum methodum Leibn.[3]) fiat $azz + bz + c \infty\, p$ et $\sqrt{\dfrac{n-z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2}+n}} \infty\, q$. erit[a]) $\overline{2az+b},\, dz$[4]) $\infty\, dp$ et $\dfrac{-2n\sqrt{2},\, dz}{n+3z\sqrt{2}\sqrt{n-z\sqrt{2},\, 3z\sqrt{2}+n}} \infty\, dq$[5]) et $pdq + qdp \infty\, 2vdv$, sive

---

[1]) Cet Appendice, comme celui qui précède, contient une solution du problème de la quadrature du folium de Descartes. Consultez d'ailleurs la note 19 de la Lettre N°. 2859.

[2]) Comme dans la solution précédente, c'est encore ici la méthode de Craig, décrite dans la note 7 de la pièce N°. 2861, qui va être appliquée, en combinaison, comme chez Craig luimême, avec le théoreme de Barrow (voir la note 8 de la Lettre N°. 2721), d'après lequel on a ici: aire CBG $= \frac{1}{2}$ OG$^2 = \frac{1}{2} v^2$, puisque, par construction, la sousnormale GM de la courbe COF égale BG l'ordonnée de la courbe CBPA.

[3]) Celle publiée par Leibniz dans l'article cité dans la note 5 de la Lettre N°. 2205.

[4]) Ici et dans la suite la virgule figure comme signe de multiplication. D'ailleurs la notation employée est un peu singulière et pas toujours conséquente. Toutefois nous n'y avons rien changé, puisqu'en refaisant les calculs on trouvera facilement la vraie signification des formules.

$$\frac{\overline{-2an\sqrt{2},\,zz-2bn\sqrt{2},\,z-2cn\sqrt{2}},\,dz}{n+3z\sqrt{2}\,\sqrt{n-z\sqrt{2},\,3z\sqrt{2}+n}}+\frac{\overline{2az+b},\,dz,\,n-z\sqrt{2}}{\sqrt{3z\sqrt{2}+n,\,n-z\sqrt{2}}}\infty\, 2v\,dv.$$

adeoque dz ad dv ut $2v$ ad $-2an\sqrt{2}$, zz etc., five OG ad GM.

Erit itaque $\mathrm{GM}=\dfrac{-na\sqrt{2},\,zz-bn\sqrt{2},\,z-cn\sqrt{2}}{n+3z\sqrt{2}\,\sqrt{n-z\sqrt{2},\,3z\sqrt{2}+n}}+$

$$+\frac{az+\tfrac{1}{2}b,\,n-z\sqrt{2}}{\sqrt{3z\sqrt{2}+n,\,n-z\sqrt{2}}}\infty\, z\sqrt{\frac{n-z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2}+n}}$$

adeoque $-6az^3-3bzz+annz+\frac{1}{2}bnn\infty-6z^3+2nzz\sqrt{2}+nnz$
$\qquad +na\sqrt{2}, \qquad -cn\sqrt{2}$

Unde $a\infty 1$ $\;b\infty-\frac{1}{3}n\sqrt{2}$ $\;c\infty-\frac{1}{6}nn$. adeoque cum $z\sqrt{2}$ nequeat effe major, quam n[6]), erit mutatis fignis[7]) $-zz+\frac{1}{3}n\sqrt{2},z,+\frac{1}{6}nn\sqrt{\dfrac{n-z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2}+n}}\infty vv$ five $+\overline{\frac{1}{6}n-\frac{1}{6}z\sqrt{2}}$, in $\overline{3z\sqrt{2}+n}\sqrt{\dfrac{n-z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2}+n}}\infty vv$. Hinc fi $v\infty o$, ponatur, erit $z\infty n\sqrt{\frac{1}{2}}$, aut $z\infty-\frac{1}{3}n\sqrt{2}$. Ex quo patet curvam COF rectam CF fecturam in punctis C et F. Hinc erit fpatium GCB $\infty-\frac{1}{2}zz+\frac{1}{6}n\sqrt{2},z+$

---

[5]) Ici on lit encore en marge: „Verum hoc esse patet ex seq. calculo:

$$\frac{n-z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2}+n}\infty\, qq \qquad -dz\sqrt{2}\infty 3qq\sqrt{2},dz+6zq\sqrt{2},dq+2nq,dq$$

$$\frac{-dz\sqrt{2}-3n\sqrt{2},dz+6z\,dz}{3z\sqrt{2}+n}\infty\, 6zq\sqrt{2},dq+2nq,dq$$

$$\frac{-4n\sqrt{2},dz}{\overline{3z\sqrt{2}+n},\text{ in }\overline{6z\sqrt{2}+2n}\sqrt{\dfrac{n-z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2}+n}}}\infty\, dq$$

$$\frac{-2n\sqrt{2}\,dz}{3z\sqrt{2}+n\,\sqrt{n-z\sqrt{2},\,3z\sqrt{2}+n}}\infty\, dq$$

[6]) Puisque alors l'expression pour $t=\mathrm{GB}$, qui se trouve en tête de cette pièce, deviendrait imaginaire.

[7]) En effet, sans ce changement de signe l'expression pour vv, qui va suivre, aurait, pour $z\sqrt{2}$ positif et $< n$, une valeur toujours négative, puisqu'on a $z^3-\frac{1}{3}nz\sqrt{2}-\frac{1}{6}n^3=$ $=\frac{1}{6}\left(z\sqrt{2}-n\right)\left(3z\sqrt{2}+n\right)$.

$+ \frac{1}{12} nn \sqrt{\frac{n - z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2} + n}}$ [8]) et poſito $z \infty o$, erit ſpatium ABC, ut et AFE ∞

$\infty \frac{1}{12} nn$, et ABG $\infty \overline{\frac{1}{12} nn + \frac{1}{2} zz \div \frac{1}{6} n\sqrt{2}, z \div \frac{1}{12} nn} \sqrt{\frac{n - z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2} + n}}$,

demtoque triangulo ABG $\infty \frac{1}{2} tz$, $\infty \frac{1}{2} zz \sqrt{\frac{n - z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2} + n}}$ erit ſpatium ABP ∞

$\infty \frac{1}{12} nn - \overline{\frac{1}{6} n\sqrt{2}, z - \frac{1}{12} nn} \sqrt{\frac{n - z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2} + n}}$ Eſt autem $\sqrt{\frac{n - z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2} + n}} \infty$

$\infty \frac{t}{z} \infty \frac{x - y}{x + y}$ Hinc ABP $\infty \frac{1}{12} nn, \overline{- \frac{1}{6} nx - \frac{1}{6} ny - \frac{1}{12} nn, \frac{x - y}{x + y}}$

$$\text{ABP} \infty \frac{\frac{1}{6} nny - \frac{1}{6} nxx + \frac{1}{6} nyy}{x + y} \infty \frac{nnyx - nx^3 + ny^2x}{6x, \; x + y}.$$

Eſt autem $nyx \infty x^3 + y^3$ Hinc ABP $\infty \frac{ny^3 + nyyx}{6x, \; x + y} \infty \frac{nyy}{6x}$ [9]).

Nec diſſimili ritu res ſe habet in caeteris caſibus.

---

[a]) aequ.° diff.lis [Chriſtiaan Huygens].

---

[8]) D'après le théorème de Barrow; voir la note 2.

[9]) C'est un des résultats annoncés par Huygens vers la fin de la pièce N°. 2793.

N° 2863.

G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.

22 juin 1694.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]) *et C. I. Gerhardt*[2]).
Elle est la réponse aux Nos. 2854 et 2856.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2873.

Hanover, ce $\frac{12}{22}$ juin 1694.

Monsieur

J'ay esté bien aise de recevoir l'honneur de vostre lettre[3]), appres un assés long silence[4]), dont pourtant je n'ay garde de me plaindre sçachant bien combien vostre temps est pretieux, et d'ailleurs je feray tousjours des plus ardens à vous exhorter de ménager vostre santé, d'autant plus que j'apprends par vostre lettre même, qu'elle a esté un peu chancelante. Plût à Dieu que nos études servissent à nous faire avancer considerablement dans la medecine. Mais jusqu'icy cette science est presqu'entierement empirique. Il est vrai que l'Empirie même seroit de grand usage, si on s'attachoit à bien observer, et même à bien employer tant d'observations déja faites, mais comme la Medecine est devenue un Mestier, ceux qui en font profession ne la font que par maniere d'acquit, et autant qu'il faut pour sauver les apparences; sçachant bien que peu de gens sont capables de juger de ce qu'ils font. Je voudrois que quelque ordre religieux, tel que celuy des Capucins par exemple, se fût attaché à la Medecine par un principe de charité. Un tel ordre bien reglé la pourroit porter bien loin. Mais laissons là ces souhaits inutiles et venons aux points de vostre lettre.

Je souhaitte que le public apprenne bien tost des particularités de vostre horloge, qui ne sçaurait manquer d'estre de grande consequence. Pour ce qui est du traité d'une Matiere philosophique que vous avés fait; je serois bien aise d'apprendre un jour ce que ce pourra estre. Vous estes trop reservé jusqu'icy, ne voulant donner au public que des demonstrations; au lieu que des personnes de vostre force ne doivent pas luy envier jusqu'à leur conjectures. C'est pourquoy,

---

1) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 182.

2) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 179, Briefwechsel p. 733.

3) Il s'agit de celle du 29 mai 1694, notre N°. 2854. Celle du 8 juin, notre N°. 2856, à laquelle Leibniz va répondre vers la fin de la présente lettre, ne lui était évidemment pas encore parvenue lorsqu'il commença à écrire.

4) La lettre de Huygens, qui précéda celle du 29 mai, datait du 17 septembre de l'année antérieure. Voir nôtre N°. 2822.

quand vous vous ouuririés fur toute fortes de matieres encor que philofophiques et problematiques, vous ne feriés que bien. Voftre exhortation me confirme dans le deffein que j'ay de donner quelque Traité [5]) qui explique les fondemens et les ufages du Calcul des fommes et des differences; et quelques matieres connexes. J'y adjouteray par maniere d'appendice les belles penfées et découuertes de quelques Geometres, qui ont bien voulu s'en fervir, s'ils veulent avoir la bonté de me les envoyer. J'efpère que M. le Marquis de l'Hofpital voudra bien nous faire cette faveur fi vous jugés à propos de le luy propofer. Meffieurs Bernoulli freres en pourront faire autant. Si je trouue quelque chofe dans les productions de Mr. Neuton inferées dans l'Algebra de Mr. Wallis, qui nous donne moyen d'avancer, j'en profiteray en luy rendant juftice. Mais oferois-ie bien vous fupplier vous même de me favorifer de ce que vous jugerés à propos, comme par exemple de voftre analyfe du probleme de Mons. Bernoulli [6]) donnée par cette maniere de calcul?

J'expliqueray entre autres ces Equations exponentiellement Tranfcendentes dont je vous ay parlé autres fois [7]), lors que dans l'Equation de la courbe eftoit $x^z = y$ ou pour garder la loy des homogenes $\overline{(x:a)}^{\overline{z:a}} \overset{(1)}{=} y:a$ [8]) et fi z eftoit une grandeur explicable par le moyen des interdeterminées x et y et de la determinée a; cette equation pourra eftre delivrée de fon exponentialité et reduite au calcul des differences; car en vertu de noftre equation, fuppofant le logarithme de la grandeur a eftre o, ou $\log. a \overset{(2)}{=} 0$, il y aura $z:a$ multipliée par $\log. x, = \log. y$, ou bien $z \log. x \overset{(3)}{=} a \log. y$. Mais $\log. x \overset{(4)}{=} \int(dx:x)$ et $\log. y \overset{(5)}{=} \int(dy:y)$ donc $z\int(dx:x) \overset{(6)}{=} a\int(dy:y)$ et differentiando $zdx:x + dz\int(dx:x) \overset{(7)}{=} ady:y$. Et c'eft par là qu'on peut avoir $dy:dx$, c'eft-à-dire la raifon de l'ordonnée à la fouftangente, en expliquant dz par la valeur de z que je fuppofe eftre connue. Car fi par exemple z eftoit $\overset{(8)}{=} xy:a$; en forte que l'equation 1. fignifieroit $\overline{(x:a)}^{\overline{xy:aa}} \overset{(9)}{=} y:a$, dz feroit $\overset{(10)}{=} xdy + ydx:a$, et de l'équation (7) pro-

5) Un tel traité n'a jamais paru.

6) Celle annoncée dans la pièce N°. 2823 et qu'on retrouve dans la pièce N°. 2821.

7) En 1690 et 1691; consultez les Lettres N°. 2627 (pp. 517 et 518)); N°. 2632 (pp. 532 et 533); N°. 2636 (pp. 548 et 549); N°. 2639 (pp. 557 et 558) et N°. 2659 (pp. 13 et 14).

8) En marge Leibniz écrivit : $z:a$ m'eft autant que $\frac{z}{a}$.

(11)

viendroit $ydx : a + xdy \int (dx : x) : a + ydx \int (dx : x) : a = ady : y$ et par cette equation on aura $dy : dx \left(\text{ou } \frac{dy}{dx}\right)$ c'eſt-à-dire on conſtruira la tangente de la courbe en employant, x et y et le logarithme d'x. Mais pour delivrer icy l'equation ab omni vinculo ſummatorio il faudroit deſcendre aux differentio-differentielles. Souvent il ſuffit de venir aux Equations differentielles du premier degré, et alors ces Equations differentielles (qui ſont des problemes de la converſe des tangentes) ſe peuuent conſtruire par Logarithmes, et ſe peuuent exprimer par des Equations Exponentiellement tranſcendentes, comme je fis un jour dans un Exemple que vous m'aviés propoſé, ou pourtant à cauſe d'un meſentendu nous n'avions pas viſé à une même ligne [9]). Je ſouhaitterois de pouuoir tousjours reduire les autres tranſcendentes aux Exponentielles, car cette maniere d'exprimer me paroiſt la plus parfaite et bien meilleure que celle qui ſe fait par les differences, et par les ſeries infinies. puiſque elle n'employe que des grandeurs communes, quoyque elle les employe extraordinairement. Cependant j'eſtime fort les ſeries, car elles expriment veritablement ce qu'on cherche et donnent le moyen de le conſtruire auſſi prochainement qu'on deſire, et achevent par conſequent la Geometrie ou analyſe quant à la practique. Et ce qui eſt le plus important, quand les autres voyes ſe trouuent courtes, les ſeries viennent au ſecours. Car il peut arriver qu'un probleme deſcende aux differentielles du 2, 3me ou 4me degré, c'eſt-à-dire qu'il y aie non ſeulement x et y et dx, dy, mais encor ddx, ddy et même d^3x, d^3y; alors par les ſeries la courbe ou la conſtruction ſe trouve quelquefois auſſi aiſement, que ſi ce n'eſtoit qu'une Equation ordinaire, ſelon la maniere generale que j'ay donnée dans les Actes [10]), et que je n'ay encor vue chez perſonne. car la methode que Meſſieurs Mercator et Neuſon [ſic] auoient publiée [11]) en eſtoit toute

---

9) Voir la note 6 de la Lettre N°. 2627.

10) Dans l'article intitulé „G. G. L. Supplementum Geometriae Practicae sese ad problemata transcendentia extendens, ope novae Methodi generalissimae per series infinitas" qui parut dans les „Acta" d'avril 1693.

11) Dans l'article cité dans la note précédente, Leibniz spécifie comme il suit la méthode qu'il a en vue: „Cum antea Series infinitae fuerint quaesitae cum primo inventore Nicolao Mercatore Holsato per divisiones, & cum summo Geometra Isaaco Neutono per extractiones; visum mihi fuit, posse ad eas perveniri commodius & universalius per suppositionem ipsius seriei quaesitae, tanquam inventae, ita ut terminorum coëfficientes ex successu definirentur". Il s'agit donc de l'emploi par Mercator de la série pour $1 : (1 + x)$ dans sa „Logarithmotechnia" (voir l'ouvrage cité dans la note 5 de la Lettre N°. 1669) et de l'application de la formule du binôme de Newton, dans le cas d'une valeur fractionnaire de l'exposant, à la quadrature du cercle et de l'hyperbole, dont il est question dans la note 6 de la Lettre N°. 2723.

differente. Ainſi je ne ſçaurois demeurer d'accord de ce que M le Marquis de l'Hoſpital vous a ecrit, qu'on peut faire ſans les ſeries tout ce qui ſe peut faire par elles. quant à ma conſtruction Generale des Quadratures par la Traction, il me ſuffit pour la ſcience qu'elle eſt exacte en theorie quand elle ne feroit pas propre à eſtre executée en practique. La plus part des conſtructions les plus Geometriques, quand elles ſont compoſées, ſont de cette nature. Comme par exemple les regles du Meſolabe organique de M des Cartes [12]) ne ſçauroient operer exactement, lors qu'elles doivent eſtre un peu multipliées. Et quoyque M des Cartes ait propoſé de conſtruire les Equations du 5.me ou 6.me degré par un mouuement de la parabole materielle [13]), je crois qu'on auroit bien de la peine à faire une telle conſtruction avec exactitude pour ne rien dire des degrés plus hauts. Cependant la conſtruction generale de toutes les quadratures eſt infiniment plus difficile, et neantmoins je crois que les difficultés pourroient eſtre aſſez diminuées en practique en ſe ſervant d'une bonne appreſſion. Car non obſtant tous les embarras apparens, l'appreſſion faiſant ſon devoir, la ligne de la traction ne ſçauroit manquer de toucher la courbe. Monſieur Bernoulli le cadet, ayant conſideré attentivement ma deſcription, en a reconnu et admiré la verité, quoyqu'il croye auſſi qu'il ſeroit difficile de la bien exécuter [14]). Je voudrois avoir des moyens ſemblables bien generaux pour conſtruire les autres equations differentielles, ou les courbes ex tangentium natura.

Je n'ay point vû encor voſtre refutation de la Theorie de la Manoeuvre des Vaiſſeaux. Apparemment elle ſera dans l'Hiſtorie des ouurages des Sçavans [15]) que nos libraires n'ont pas encor receus par leur negligence ordinaire. il faudra que je mette ordre pour me les faire tousjours envoyer par la poſte. Lors que je conſiderois autres fois cette theorie, elle me paroiſſoit un peu ſuperficielle, et je n'achevay pas de la parcourir. Mais j'y penſeray un de ces jours. je me ſouuiens maintenant, qu'il negligeoit entre autres choſes le centre de gravité du vaiſſeau, le quel ne deuuroit pas eſtre negligé, ce me ſemble, ſur tout pour la derive, puiſque les impreſſions du choc des corps opérent diverſement ſelon la ſituation de ce centre. Il y avoit bien d'autres choſes qui m'arreſtoient. Le meilleur y eſt ce qu'il

---

[12]) L'instrument décrit au début du „Livre second" de sa „Géométrie".

[13]) Consultez le dernier article de la „Géométrie", intitulé en marge: „Façon generale pour construire tous les problesmes reduits à une Equation qui n'a point plus de six dimensions".

[14]) On peut consulter à ce propos, dans le T. III de „Leibnizens mathematische Schriften" par Gerhardt, la lettre de Jean Bernoulli à Mencke du 18 févr. 1693 (p. 134—135) et celle à Leibniz du 9 mai 1694 (v. s.) à la page 138.

[15]) Elle avait paru dans la „Bibliothèque Universelle et Historique". Voir la pièce N°. 2826.

y a de la practique et je voudrois avoir vu le liure de la manoeuvre de Mr. de Tourville [16]) qu'il cite [17]).

Asseurement Mr. Hook et le p. Pardies n'avoient garde d'arriver à l'explication des loix de la refraction par les pensées qu'ils avoient sur les ondulations. Tout consiste dans la maniere dont vous vous estes avisé de considerer chaque point du rayon, comme rayonnant, et de composer une onde generale de toutes ces ondes auxiliaires. Si Mr. Knorr m'avoit consulté je luy aurois dit mon sentiment la dessus. Le p. Ango qui ne scauoit de cela que ce qu'il avoit pû trouuer dans les papiers du p. Pardies, apres avoir bien suë inutilement pour rendre raison de la loy des sinus, a enfin fabriqué un pur paralogisme habillé en demonstration, pour se tirer d'affaire [18]). Ne pouvant pas rendre raison de la refraction ordinaire, comment auroient ils osé penser à expliquer celle du cristal d'Islande. Il me semble qu'il y auoit encor quelques phenomenes de ce cristal, qui vous arrestoient [19]) et je voudrois scauoir si vous avés fait depuis des progres la dessus. N'avés vous pas trouue que ce cristal fournit quelques phenomenes extraordinaires à l'egard des couleurs.

Je ne scay si je vous ay mandé [20]), que Mons. Facio m'a communiqué quelque chose des pensées qu'il a pour expliquer mecaniquement les sentimens de M. Newton, il est vray que ce n'est qu'avec reserve et en enigme. Il croit que la matiere ne remplit qu'une partie tres petite de l'espace; il croit les corps percés à jour comme les squelettes, pour donner aisement passage. Il croit aussi que si

---

[16]) Anne Hilarion de Cotentin, comte de Tourville, né à Tourville en 1642. A l'âge de 14 ans il fut reçu chevalier de Malte. Après avoir servi sur la flotte de la République de Venise, il fut nommé capitaine de vaisseau par Louis XIV en 1667, et se distingua dans presque toutes les actions navales de la marine de guerre française. Après la paix de Rijswijk, en 1697, il quitta le service et se fixa à Paris, où il mourut le 28 mai 1701. D'après ses ordres et sous ses auspices le père P. l'Hoste, aumônier sur les vaisseaux commandés par de Tourville, écrivit un Traité de la tactique navale, longtemps en usage dans la marine française.

[17]) Voir la préface de l'ouvrage de Renau (mentionné dans la note 17 du N°. 2813) où il s'excuse de n'avoir traité „que de ce qui doit servir de Principe à la science de profiter des vents le plus qu'il est possible; Ce qui consiste uniquement, à déterminer la situation la plus avantageuse des voiles & de la Proüe du vaisseau, par rapport au vent & à la route qu'il est à propos de faire..... sans s'arrêter mesme à expliquer l'usage particulier de chaque Manoeuvre parce qu'il sera facile aprés cette connaissance de s'en bien servir, & que ceux qui auront besoin de ce détail, pourront s'en instruire dans l'exercice de la Manoeuvre, de Monsieur le Chevalier de Tourville".

[18]) Comparez la Lettre N°. 2628 aux pages 522 et 523.

[19]) Voir la Lettre N°. 2751, note 3.

[20]) Comparez la Lettre N°. 2852 à la page 603. En effet, dans ce qui va suivre, il s'agit toujours de la Lettre de Fatio à de Beyrie que nous avons reproduite au N°. 2853.

l'efpace eftoit affes rempli d'une matiere fluide muë en tout fens, cette matiere empecheroit extremement le mouuement des corps. Il parle de l'objection que vous luy aviés faite qui eft que la matiere fe deuroit epaiffir autour de la terre, et que cela l'a arrefté mais qu'enfin cette objection s'eft evanouie quand on l'a examinée avec exactitude, c'eft de quoy (dit-il) Mons. Hugens eft à prefent perfuadé. Il fe paffe en cecy (adjoutet-il) quelque chofe d'admirable, qu'il faut avoir remarqué, avant qu'on puiffe voir, que l'objection n'a rien de folide.

Il y a de l'apparence qu'il fe fait une circulation ou reciprocation dans la nature en forte qu'une matiere fubtile mais denfe ou ferrée, s'eloignant des corps qui attirent les autres, force la matiere groffiere de s'y approcher, mais cette matiere groffiere, quand elle y eft arriuée eft broyée et rendue fubtile, pour eftre renvoyée derechef à la circumference ou eftant difperfée de nouueau elle fert d'aliment à d'autres corps groffiers. il y peut avoir plufieurs raifons de l'attraction; comme la force centrifuge, née d'un mouuement circulaire, que vous avés employée [21]); item le mouuement droit des corpufcules en tout fens, que j'ay vû déja employé autres fois d'une maniere femblable par un auteur qui tachoit par là de rendre raifon de la fermeté des corps et des phenomenes qu'on attribue communement à la pefanteur de l'air, mais que vous aviés pourtant obfervés dans le vuide [22]). Et comme il femble que la maffe de la terre doit faire en forte que plus de corpufcules y tendent, qu'il n'en viennent; on pourra dire que cela pouffera les corps vers la terre felon le fentiment de quelques uns que vous marqués. On peut encor adjouter l'explofion comme feroit celle d'une infinité d'arquebufes à vent. Car ne pourroit on point dire que les corps qui font la lumiere, la pefanteur et le magnetifme, font encor groffiers en comparaifon de ceux qui feroient leur propre reffort, et qu'ainfi ils enferment une matiere comprimée; mais quand ils arrivent au foleil, ou vers le centre des autres corps, qui font émiffion (dont l'interieur pourroit repondre au foleil) le grand mouuement qui s'y exerce les brifant et les défaifant, deliureroit la matiere qui y eftoit comprimée. Il femble effectivement que c'eft de cette maniere que le feu agit. Peut eftre auffi que plufieurs moyens fe trouuent joints enfemble, pour caufer la pefanteur, puifque la nature fait en forte que tout s'accorde le plus qu'il eft poffible. quoy qu'il en foit, il nous fera tousjours difficile de bien determiner ces chofes. Si quelqu'un y peut reuffir de noftre temps, vous le ferés. il eft vray que toute matiere etheree qui tend vers la terre ou vers quelque autre corps fans percer n'en fçauroit revenir. Car celle qui ne perce point, rejalliffant, rencontrera d'autre matiere qui y arrive apres elle. Ainfi ces matieres fe doivent brouiller enfemble,

---

[21]) Dans le „Discours de la cause de la pesanteur", cité dans la note 8 de la pièce N°. 2519.
[22]) Consultez la pièce N°. 1899, qui avait paru dans le Journal des Sçavans du 25 juillet 1672.

et s'amaſſer à l'entour du corps, mais peut eſtre que la maſſe qui s'en forme eſt diſſipée derechef à peu pres comme les taches du ſoleil.

Quant à la difference entre le mouuement abſolu et relatif, je croy que ſi le mouuement ou plus toſt la force mouuante des corps eſt quelque choſe de reel comme il ſemble qu'on doit reconnoiſtre, il faudra bien qu'elle ait un ſubjectum. Car *a* et *b* allant l'un contre l'autre, j'avoue que tous les phenomenes arriveront tout de meme, quel que ſoit celuy dans le quel on poſera le mouuement ou le repos; et quand il y auroit 1000 corps, je demeure d'accord que les phenomenes ne nous ſcauroient fournir (ny même aux anges) une raiſon infallible pour determiner le ſujet du mouuement ou de ſon degré; et que chacun pourroit eſtre concû à part comme eſtant en repos, et c'eſt auſſi tout ce que je crois que vous demandés; mais vous ne nierés pas je crois que veritablement chacun a un certain degré de mouuement ou, ſi vous voulés de la force; non-obſtant l'equivalence des Hijpotheſes. Il eſt vray que j'en tire cette conſequence qu'il y a dans la nature quelque autre choſe que ce que la Geometrie y peut determiner. Et parmy pluſieurs raiſons dont je me ſers [23]) pour prouuer qu'outre l'etendue et ſes variations, qui ſont des choſes purement Geometriques, il faut reconnoiſtre quelque choſe de ſuperieur, qui eſt la force; celle-cy n'eſt pas des moïndres. Monſieur Newton reconnoiſt l'equivalence des Hypotheſes en cas des mouuemens rectilineaires [24]); mais à l'egard des Circulaires, il croit que l'effort que ſont les corps circulans de s'eloigner du centre ou de l'axe de la circulation fait connoiſtre leur mouuement abſolu. Mais j'ay des raiſons qui me font croire que rien ne rompt la loy generale de l'Equivalence [25]). Il me ſemble cependant que vous même, Monſieur, eſtiés

[23]) Voir, entre autres, l'article de Leibniz cité dans la Lettre N°. 2759, note 16.

[24]) Leibniz fait allusion ici au Corollarium V (p. 19 de l'édition originale): „Corporum dato spatio inclusorum iidem sunt motus inter se, sive spatium illud quiescat, sive moveatur idem uniformiter in directum absq; motu circulari". Voir encore l'explication de ce „Corollarium" et le Corollarium VI „Si corpora moveantur quomodocunq; inter se & a viribus acceleratricibus aequalibus secundam lineas parallelas urgeantur; pergent omnia eodem modo moveri inter se ac si viribus illis non essent incitata".

[25]) Cette question de l'équivalence du mouvement absolu et relatif avait été traitée amplement par Leibniz dans le grand ouvrage manuscrit „Dynamica de Potentia et Legibus Naturae corporeae" qu'il écrivit à Rome en 1689 et qui fut publié par Gerhardt dans le Tome VI de „Leibnizens mathematische Schriften" (voir les pages 15 et 501—507 du Tome mentionné). Il y est revenu encore dans la seconde partie du „Specimen Dynamicum pro admirandis Naturae Legibus circa corporum vires et mutuas actiones detegendis et ad suas causas revocandis" publié par Gerhardt au même Tome p. 246—254, et dont la première partie avait paru dans les „Acta" d'avril 1695. On y trouve à la page 253 les phrases suivantes qui se rapportent aux idées de Newton: „Ex his quoque intelligi potest, cur magnorum quorundam Mathematicorum sententiis quibusdam philosophicis hac in re stare non possim, qui praeterquam quod vacuum spatium admittunt et ab attractione non abhorrere videntur, etiam motum habent pro re absoluta, idque ex circulatione indeque nata vi centrifuga probare con-

autres fois du fentiment de M. Neuton à l'egard du mouuement circulaire [26]).

Je crois [27]) que M. Teiler fera bien toft à Wolfenbuttel. Je vous fuis bien obligé de la bonté que vous avés eue de vous en informer. J'auray foin d'écrire qu'on marque les errata, dans les Actes de Leipzig, dont je ne fcaurois concevoir la raifon, il faut que voftre écriture ait efté un peu obfcure en ces endroits.

Je fuis bien aife d'apprendre la guerifon de Mons. Newton auffi toft que la maladie, qui eftoit fans doute des plus facheufes. C'eft à des gens comme vous, Monfieur, et luy, que je fouhaitte une longue vie, et beaucoup de fanté, preferablement à d'autres, dont la perte ne feroit gueres confiderable en parlant comparativement. fi je remarqueray quelque chofe dans les Actes de Leipzig, ou vous puiffiés avoir intereft, je vous en donneray part. Je n'ay pas encor celles du mois de May. Au refte je fuis avec zele

MONSIEUR

Voftre trefhumble et tres obeiffant ferviteur

LEIBNIZ.

P. S. Je ne fcay quand je verray l'ouurage que Mons. Wallis vient de publier [28]). Voudriés vous bien me faire la grace, Monfieur, d'en faire copier des endroits où Mr. Newton donne des nouuelles decouuertes. Je ne demande pas proprement fa maniere de trouuer des feries, mais s'il donne des moyens pour la converfe des tangentes ou pour quelque chofe de femblable. Car en m'ecrivant autres fois il couurit fa maniere fous des lettres tranfpofées [29]). Il marquoit d'avoir deux façons, l'une plus generale, l'autre plus elegante. Je ne fcay s'il en aura parlé.

---

tendunt. Sed quoniam circulatio quoque non nisi a rectilineorum motuum compositione nascitur, sequitur si salva est aequipollentia Hypothesium in motibus rectilineis suppositis utcunque, etiam in curvilineis salvam fore".

[26]) Comparez encore à ce sujet la réponse de Huygens du 24 août 1694, et la Lettre de Leibniz à Huygens du 14 septembre 1694.

[27]) Ici commence la réponse à la Lettre N°. 2856.

[28]) Voir la Lettre N°. 2854 au bas de le page 610.

[29]) Comparez la Lettre de Newton à Oldenburg du 24 octobre 1676, dont la copie fut envoyée à Leibniz par l'intermédiaire d'Oldenburg. Elle se trouve publiée e. a. dans le „Briefwechsel von Gottfried Wilhelm Leibniz" par C. I. Gerhardt, où l'on rencontre à la page 224 l'anagramme en question avec l'explication que Wallis en a publiée à la page 393 de l'ouvrage mentionné dans ce post-scriptum.

N° 2864.

CHRISTIAAN HUYGENS à CONSTANTYN HUYGENS.

6 JUILLET 1694.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Constantyn Huygens y répondit par le No. 2865.

A Hofwijck ce 6 Jul. 94.

Mon Receveur de Zeelhem Cools m'ayant mandè qu'il attendoit mon ordre pour vous remettre la ſomme de 200 ₶ pour mon compte, je luy envoie cet ordre preſentement et je n'ay pas voulu manquer de vous en avertir, afin que non ſeulement vous vouliez bien accepter cet argent pour moy, mais que meſme vous l'en faſſiez ſouvenir, lors qu'il vous viendra ſupplier et recommander la protection du village, car je ſcay par experience qu'il eſt ſujet à ne ſe pas ſouvenir de ce qu'il promet, lors qu'il s'agit de donner de l'argent [1]). Les pauvres habitants de Zeelhem au reſte ſouffrent beaucoup cette annee par les troupes qui y logent et fouragent, et je n'oſe pas me promettre que vous puiſſiez beaucoup les ſoulager. Eſt enim vis major.

Il ſemble de ce que vous aviez mandè dernierement a Mad.e voſtre femme, qu'on parle plus de paix dans voſtre armée qu'icy, quoy que tout le monde la ſouhaite pour le moins autant icy que là. Je ſuis bien aiſe toutes les fois que les nouuelles m'apprennent qu'on demeure ſans ſe battre, parce que je crois que noſtre Roy ne ſcauroit mieux faire preſentement que de ſuivre l'Exemple du general Romain qui avoit a faire à Hannibal, qui cunctando reſtituit rem. Mon mal [2]) ne veut pas encore me quiter et me contraint de m'abſtenir du travail, de peur de pis.

Mijn Heer
Mijn Heer van Zuylichem
Secretaris van Sijne koninklijcke majt van groot Brittannien
Int
Leger.

---

[1]) Consultez les Lettres Nos. 2845 et 2850.
[2]) Voir la Lettre N°. 2859, page 622.

N°. 2865.

Constantyn Huygens à Christiaan Huygens.

8 juillet 1694.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2864.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2872.

Au Camp de Roosbeec ce 8de Juillet 1694.

J'ay receu ce matin la vostre du 6. de ce mois et cy devant une autre du 8. de Juin [1]).

Pour Zeelhem j'ay une sauve garde preste et j'attends que Cools vienne pour la prendre, mais depuis deux trois jours je n'entends plus parler de luy, en mesme temps je prendray de luy les 200 ℔ dont vous me parlez. Je suis fort fasché de ce qu'apparemment la Terre de Zeelhem aura souffert par ces Cantonnements icy, mais c'est une chose sans remede. J'espere que v[ost]re Intermission de poulx ne sera pas de mesme. Mais comment se font ces Cessations du mouuement du coeur, sont-elles accompagnees de quelques foiblesses et maux de coeur? et durent-elles quelque temps? C'est estrange comme l'estude et l'application les font venir. Je suis veritablement bien marry de vous scavoir incommodé de ce mal; je croy que le traitte des Planetes [2]) en souffrira aussi et ne verra pas le jour si tost, qu'il auroit fait autrement qu'est ce que les medecins vous disent? ne vous precrivent ils point d'autres remedes que l'abstinence des estudes?

On ne parle pas encore de decamper d'icy mais le manque de fourage nous y obligera bientost. Toute l'herbe est mangée par icy, et depuis hier on a commencé a fourager le seigle qui n'est pas en grande quantité et qui estant mangé nous obligera de tourner du costé de la Flandre, ou il y a encore du fourage.

Ma femme me manda l'autre jour qu'on auoit adresse un gros pacquet [3]) de Livres qui estoit pour vous, s'il y a quelque chose de curieux, je feray bien aise de le scauoir.

Voor de Heer van Zeelhem.

---

[1]) Constantyn, évidemment, veut parler de la lettre du 6 juin, notre N°. 2855.
[2]) Voir la note 6 de la Lettre N°. 2844.
[3]) Il s'agit probablement des livres envoyés par l'abbé Bignon; voir la Lettre N°. 2868.

N° 2866.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

9 JUILLET 1694.

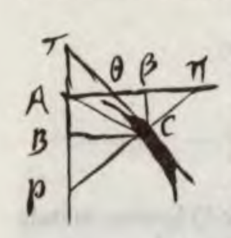
La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]) *et C. I. Gerhardt*[2]).
La lettre fait suite au No. 2863.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2873.

MONSIEUR

Vous aures receu ma derniere. Cependant ſuivant votre ordre [3]) je vous mande que dans les Actes de Leipzig du mois de May, on a inſeré la ſolution du probleme de Mons. Bernoulli, donnée par M. le Marquis de l'Hoſpital [4]) qui avoit eſté inſerée dans les memoires dans l'Academie royale des Sciences [16]93, 30 juin. On y adjoute l'objection d'un anonyme inſerée dans le Journal des Scavans [5]) qui pretend que cette ſolution n'eſt point ſatisfaiſante, en ayant fait l'eſſay dans le cas

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 190.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 186, Briefwechsel, p. 739.
[3]) Voir la Lettre N°. 2854 à la page 609.
[4]) Elle avait déjà paru sous une forme abrégée dans les „Acta" de septembre 1693 (voir la note 15 de la Lettre N°. 2815); mais il s'agit maintenant d'une traduction de l'article des „Mémoires" (voir la même note) insérée dans les „Acta" de mai 1694 sous le titre: „Dn. Marchionis Hospitalii solutio problematis Geometrici nuper in Actis Eruditorum, (Anno 1693, p. 235) quae Lipsiae eduntur, propositi". Cette publication répétée fut motivée par la phrase introductoire que voici: „Quamvis Illustrissimi Marchionis Hospitalii solutio strictim jam proposita fuerit in Actis Anno 1693. non tamen possumus quin eam, prout in Commentariis extat Mathematico—physicis Parisiensibus fusius exposita, denuo afferames, ut vis objectionum, quas anonymus Analysta contra eam direxit, eo melius possit percipi". Ajoutons que l'„anonymus Analysta" n'était autre que l'abbé de Catelan, comme cela résulte de l'„Index Autorum" qu'on trouve vers la fin du volume des „Acta" de 1694. Même sans cela on aurait reconnu facilement l'auteur de l'objection, au procédé que nous allons mentionner dans la note suivante.
[5]) Dans celui du 29 mars 1694, sous le titre: „Difficulté sur la solution d'un Probleme de Mr. Bernoulli, inserée dans les Memoires de Matematique & de Phisique du 30 Juin 1693". Toutefois la pièce publiée dans les „Acta" de Mai 1694, quoique portant le titre: „Difficultas super solutione Problematis Bernoulliani, quae habetur in Commentariis Mathematico-physicis Parisiensibus Anno 1693, d. 30. Junii, ab Analysta anonymo proposita, & ex Gallico in Latinum idioma conversa", n'était pas une simple traduction de l'article des Mémoires, puisqu'on y avait ajouté subrepticement quelques phrases constituant une réplique indirecte, complètement manquée d'ailleurs, à la réponse de de l'Hospital qui avait paru dans le Journal des Sçavants du 26 Avril 1694 (voir la note suivante).

de la proportion double. J'ay appris que M. le Marquis a repondu depuis[6]), et fait voir, que si l'auteur de l'objection avoit pris la peine de pousser son calcul à bout, il en auroit trouvé le succés[7]). Je ne doute point que la solution de Mons. le Marquis ne vous soit connue autrement je l'aurois copiée. pour moy je trouve qu'on peut tousjours donner la solution quand la raison est donnée entre deux fonctions quelconques. J'appelle fonctions l'abscisse AB ou $A\beta$, l'ordonnée BC ou βC; la corde AC, tangente AT ou $A\theta$[8]), perpendiculaire CP ou $C\pi$, sousperpendiculaire BP ou $\beta\pi$, soustangente BT ou $\beta\theta$, retranchées, resectas, par la tangente ou par la perpendiculaire AT ou $A\theta$, AP ou $A\pi$, corresectas TP ou $\theta\pi$, et quantité d'autres. Le probleme se peut tousjours reduire aux quadratures et souvent par là à la Geometrie ordinaire. Meme s'il y avoit une equation, où il n'entreroient d'autres droites que ces fonctions, quelque nombre des fonctions pourroit entrer à la foy, la courbe ne laissera d'estre construisible.



Dans les memes actes Monsieur Jean Bernoulli fait voir[9]) par le calcul, que si un fil parfaitement flexible estait poussé par tout par une puissance egale et perpendiculaire à sa courbure, ce fil seroit circulaire. Puis il a fait un calcul sur la force necessaire pour enfler les muscles et dit que la tabelle qu'il en a tirée est bien différente de celle de Borelli[10]). Il me semble qu'il considere seulement les commencemens de l'action de l'elasticite du fluide qui pousse le muscle, mais il faut une acceleration pour produire un effect notable. Quoy qu'il en soit, ce qu'il dit paroist toujours fort ingenieux, et il est bon qu'on tasche d'appliquer les Ma-

[6]) Dans le Journal des Sçavans du 26 avril 1694 sous le titre: „Eclaircissement d'une difficulté proposée dans le XIII. Journal sur la solution d'un problème de Mr. Bernoulli, inserée dans les Memoires de Matematique & de Phisique du 30 Juin 1693". Cette réponse fut publiée de même dans les „Acta" d'octobre 1694 en traduction Latine et amplifiée de manière à contenir encore la réfutation des phrases ajoutées dont il est question dans la note précédente.

[7]) En effet toute la „difficulté" consistait en ce que l'„analyste anonyme" n'avait pu réussir à vérifier l'égalité de deux formes algébriques qui, dans le cas particulier traité plus spécialement par de l'Hospital (DC = 2 AD; voir la figure de la note 20 de la Lettre N°. 2819), devaient représenter toutes les deux la soustangente de la courbe de Bernoulli..

[8]) Lisez: CT ou $C\theta$.

[9]) Au début de l'article des „Acta" de mai 1694 intitulé: „De motu musculorum meditationes Mathematicae, communicatae a Joh. Bernoullio Basil. Med. Doctore", où il détermine, en partant de certaines hypothèses, la dépense en esprits animaux („spiritus animales") nécessaire à soulever au moyen de nos muscles des poids donnés, pour remarquer ensuite que cette dépense n'est nullement proportionnelle à ces poids; ce qui expliquerait pourquoi nous pouvons élever de grands poids, quoique toujours proportionnés à nos forces, sans beaucoup plus de peine que des poids plus petits.

[10]) Voir la page 203 de l'article cité. Il s'agit probablement de l'édition originale de l'ouvrage cité dans la note 7 de la Lettre N°. 1146

thematiques à ces chofes. il cite fouuent je ne fcay quelle propofition fondamentale de Mons. Varignon. J'ay parcouru autres fois le liure de Mons. Varignon [11]), mais il ne me paroiffoit point dire des chofes fort nouuelles. Il eft vray qu'elles ont paru telles a bien des gens [12]).

Au refte je me rapporte à mes precedentes et vous fupplie de me faire part de vos penfées fur les points de ces lettres, ou vous n'avés pas encor touché. Je fuis tousjours perfuadé de plus en plus qu'il n'y a point d'Atomes ny vuide, et que la moindre particelle de la matiere contient veritablement un monde infini de creatures differentes. Je vous ay fupplié un jour [13]) de me faire part de ce que Mr. Neuton vous a communiqué fur les couleurs, fi cela vous eft permis. Je prends la liberté de vous en faire reffouuenir. Je fuis dans la curiofité d'apprendre s'il y aura quelque chofe de confiderable dans ce que M. Wallis vient de donner de Mr. Neuton [14]). Je fuis avec zele.

MONSIEUR

Votre trefhumble et trefobeiffant feruiteur

LEIBNIZ.

Hanover ce 29 Juin 1694 [15]).

---

[11]) L'ouvrage mentionné dans la note 9 de la Lettre N°. 2479.

[12]) Voir p. e. les critiques très élogieuses qui avaient paru dans l'Histoire des ouvrages des Sçavans" d'octobre 1687, dans le „Journal des Sçavans" du 2 février 1688, les „Nouvelles de la République des Lettres" de mars 1688 et les „Acta eruditorum" d'août 1688, comme aussi la manière dont l'ouvrage, même avant de paraître, fut annoncé dans les „Nouvelles" de mai 1687.

[13]) Voir la Lettre N°. 2727 au bas de la page 229.

[14]) Comparez le postscriptum de la Lettre N°. 2863.

[15]) Sur la troisième page de cette lettre Chr. Huygens a noté cette chanson:

que pour un coeur tendre et fidelle
l'absence est un cruel tourment
Tous les meaux sont rassemblés en elle
mais que surtout elle est cruelle
pour un heureux amant.

N° 2867.

CONSTANTYN HUYGENS à CHRISTIAAN HUYGENS

12 JUILLET 1694.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre fait suite au No. 2865.

Au Camp de Roosbeeck le 12. Juill. 1694.

Vostre Receveur Cools est icy au Camp depuis un jour ou deux, je l'ay assisté en ce que j'ay pû et lui ai fait auoir des Sauvegardes, sans qu'il luy en a cousté. Je luy ay parle de l'argent qu'il a pour vous et il m'a dit qu'il me le fera auoir dans un jour ou deux, adjoutant qu'il y a trois cent francs au lieu des 200 dont vous parlez. Je voudrois ensuitte vous le pouvoir faire tenir en Hollande sans l'exposer au danger des larrons des batailles etc., mais je n'en sçay pas encore le moyen.

Cependant nous pourrions bien marcher d'icy dans un jour ou deux. Les ennemys ont fait une petite marche et sont presentement campés entre Boschloon et Tongres a 3. lieues de Mastricht, qu'ils menacent de bombarder, et ainsi il se pourroit qu'on en viendroit aux coups, dans peu de temps.

Adieu il fait icy depuis hier au matin le plus vilain temps du monde.

Mijn Heer
Mijn Heer CHRISTIAAN HUYGENS,
Heer van Zeelhem.

N° 2868.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. P. BIGNON.

15 JUILLET 1694.

La minute et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.

A Mr. l'Abbé BIGNON.

du 15 Juill. 94.

La lettre par la quelle vous me fiftes l'honneur Monfieur de refpondre a mes deux premieres [1]), eftoit pleine d'expreffions fi obligeantes et me dit des chofes fi au deffus de ce que je merite, que j'eus de la confufion en la lifant. Je differay de vous en remercier, croiant dans peu vous pouvoir donner des nouvelles de l'arrivée des trois volumes que vous m'aviez fait la grace de me procurer [2]). Mais par je ne fcai quels accidents, il s'eft ecoulè bien du temps depuis, et il n'y a que peu de jours que je les ai reçus, non fans de nouveaux fentiments de la reconnoisfance que j'ay tafchè de vous en tefmoigner cy devant. Je trouve dans ces livres bien de la matiere foit pour m'exercer, foit pour contenter ma curiofitè, et fur tout pour admirer la diligence et le fcavoir de ceux qui ont le plus contribuè a ce qu'ils contiennent, et encore de ceux qui ont travaillè, a les mettre en l'eftat ou ils font. J'efpere que vous continuerez Monfieur de tenir la main a ce que nous en puiffions voir encore d'autres que l'on promet dans ceux cy. Vous ne fcauriez rien faire de mieux pour l'honneur de l'Academie ni qui perpetue plus avantageufement la gloire du Roy dans les fiecles a venir. L'on m'a envoiè il y a quelques mois, de voftre part la Reponse de Mr. Renau a ma Remarque fur fon Livre [3]), a la quelle j'aurois repliquè pluftoft, fans une interruption a ma fantè, qui m'a fait pour quelque temps quiter les eftudes, et qui m'oblige encore de les moderer. J'ay eu de la peine, a rendre courte cette Replique, en m'abftenant d'examiner tout du long les raifonnements de mon antagonifte, parce que je voiois que noftre dispute en feroit devenue trop embaraffée, et difficile a juger. J'ay cru que c'eftoit affez de bien prouver et efclaircir le fondement de mon objection, afin d'en faciliter l'intelligence a ceux qui voudront prendre connoiffance de noftre different, la matiere eftant affez obfcure. Je ne m'eftonne point, que Mr. Renau, parmi beaucoup d'occupations, n'ait pas pu examiner avec l'attention neceffaire les

---

[1]) Les Lettres Nos. 2831 et 2836. [2]) Voir la Lettre N°. 2831.
[3]) Voir la pièce N°. 2848.

difficultez que j'avois propofées. Je fouhaite qu'il puiffe avec plus de loifir confiderer le contenu de ces trois feuillets, dont je vous fupplie Monfieur, de vouloir luy faire part [2]), et je ne doute prefque point, avec l'efprit et la fcience qu'il a, qu'il ne reconnoiffe de luy mefme, ce qui eft de la verité. Je vous demande la continuation de vos bonnes graces, et demeure avec refpect.

MONSIEUR

Voftre &c.

N° 2869.

CHRISTIAAN HUYGENS à H. BASNAGE DE BEAUVAL, rédacteur de l'Hiftoire des Ouvrages des Scavans.

[JUIN 1694] [1]).

Appendice au No. 2868.

Une partie de la minute [2]) *et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.*
La pièce a été publiée dans l'Histoire des Ouvrages des Sçavans pour les mois de Mars, Avril & Mai 1694, *sous le mois d'Avril, p.* 355.
Une traduction latine a paru dans les Opera Varia, p. 305.
La pièce est la réponse au No. 2848.
Renau y répondit par le No. 2881.

Replique de Mr. HUGUENS à la Reponfe de Mr. RENAU, Ingenieur General de la Marine en France.

Ce que j'avois avancé dans ma Remarque, inferée dans la Bibliotheque Univerfelle du mois de Sept. 1693. [3]) touchant l'erreur capitale qui eft dans le Traité de la Manoeuvre des Vaiffeaux de M. Renau, me fembloit affez clair; & des per-

---

[2]) Voir l'Appendice à cette lettre, notre N°. 2869.

---

[1]) Quoique la pièce parût dans l'Histoire des Ouvrages des Sçavans, sous le mois d'avril 1694, il est certain qu'elle n'était pas encore achevée le 29 mai 1694, puisque sous cette date Huygens demanda l'opinion de Leibniz sur le sujet de sa polémique avec Renau „pour l'alleguer dans la replique que je vay y faire" c'est-à-dire à la „Réponse" de Renau (voir la Lettre N°. 2854 à la page 611). La pièce a donc été antidatée par le Rédacteur de l'„Histoire".

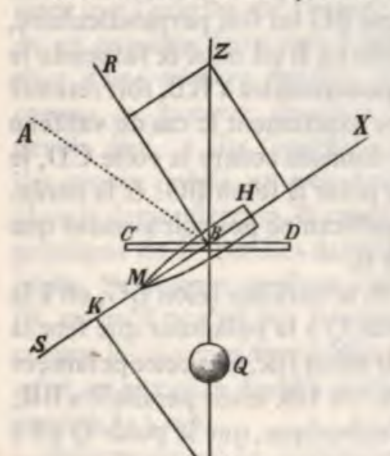
[2]) Elle occupe la page 107 du Livre J. Elle a quelques variantes de peu d'importance, dont nous indiquerons toutefois quelques-unes dans les notes.

[3]) Voir la pièce N°. 2826.

ſonnes tres-verſées [4]) dans les Mathematiques, avoient jugé qu'il étoit ſans replique. C'eſt pourquoy je n'avois pas cru qu'il y voudroit faire reponſe pour ſoutenir ſa Theorie. Cependant il paroît par ce qu'il a publié [5]). qu'il ne s'eſt pa tenu pour convaincu. Et comme il ſe ſert de raiſonnemens qui pourroient donner quelque peine à demêler à ceux qui n'ont pas aſſez penetré ces matieres, je me trouve obligé de montrer encore avec plus d'evidence que je n'ai fait, que ſa Theorie ne peut être ſoutenuë qu'en renverſant les principes de la Mechanique établis dès long tems, & dont il n'oſeroit ni ne voudroit nier la verité.

Pour ne pas allonger inutilement nôtre diſpute, en m'arrêtant à pluſieurs raiſons que Mr. Renau m'oppoſe, je montrerai ſeulement que comme j'avois remarqué, il s'eſt mepris dans la propoſition ſur laquelle roule toute ſa Theorie; après quoi j'indiqueray en peu de mots ce qui a pu donner occaſion à ſon erreur.

Pour faire voir de quoi il eſt queſtion, je repete ici les mêmes choſes pour la plûpart qui etoient ſuppoſées dans nos figures [6]), ſavoir que HM eſt la quille d'un vaiſſeau, ſa vergue ou voile CD, AB la ligne du vent qui pouſſe la voile. BG eſt perpendiculaire ſur CD, GK perpendiculaire ſur BK, qui eſt la quille prolongée. Je prolonge auſſi GB en Z, & MH en X.



Mr. Renau dit dans ſa Theorie, chap. II art. 1.[7]) que ſi on ſuppoſe que le vaiſſeau fend l'eau de tous côtez avec la même facilité qu'avec ſa pointe, il ſera pouſſé par le vent en ſorte qu'il avancera ſelon la droite BG, ce qui eſt vrai. Mais ſi la poſition de ſa quille ne lui permet que d'avancer dans la droite BK; ou bien ſi une corde BR, perpendiculaire ſur BK, & dont la longueur eſt cenſée infinie, l'oblige de tenir cette route de BK; il ſoutient que la voile & le vent demeurant comme auparavant, le vaiſſeau parcourra l'eſpace BK, dans le même tems qu'il auroit parcouru BG; & moi je dis qu'il parcourra l'eſpace BS, moyen proportionel entre BK & BG. Voilà le grand point [8]) de nôtre diſpute.

[4]) De l'Hospital était du nombre (voir la Lettre N°. 2838 au bas de la page 564), de la Hire aussi (voir la Lettre N°. 2859 à la page 624). La réponse de Leibniz à la question mentionnée dans la note 1 de la présente pièce était moins décisive; voir la Letttre N°. 2863, à la page 642.

[5]) La pièce N°. 2848.

[6]) Voir la figure de la page 526 et consultez, sur la figure de Renau, la note 4 de la pièce N°. 2848.

[7]) Voir, sur le contenu de cet article, les pages 525 et 526 de la pièce N°. 2826.

[8]) La minute a „le point essentiel".

Dans la preuve qu'il apporte dans ſa Reponſe [9]), au lieu du vent AB, qui tombe obliquement ſur la voile CD, il ſubſtitue [10]) le vent ZB, qui la frappe perpendiculairement; ce qui eſt permis, & il n'en arrive aucun changement à nôtre queſtion; étant certain que de quelque ſens que le vent tombe ſur cette voile CD, il fait effort pour faire aller le vaiſſeau par la route BG, perpendiculaire à CD. Et il ne ſert de rien du tout de conſiderer, comme fait Mr. Renau, les differentes determinations dans le mouvement du vent [11]). Il trouve en ſuite par ſon raiſonnement, que la force avec laquelle le vaiſſeau eſt pouſſé par le vent ſuivant BG par le moyen de la voile, eſt à la force avec laquelle il eſt pouſſé par le même vent, & par le moyen de la même voile, ſuivant BK, comme le quarré de BG au quarré de BK; et non pas comme BG à BK, ainſi que je pretens; & c'eſt de quoy tout depend [12]).

Pour ſavoir qui de nous deux a raiſon, imaginons nous que le plan où eſt notre figure ſoit dreſſé ſur l'horiſon, en ſorte que la ligne BG lui ſoit perpendiculaire, & que RBX ſoit une corde attachée en R, à laquelle en B eſt noué & ſuſpendu le poids Q. Concevons de plus que la partie BX, perpendiculaire à RB, ſoit retenuë par la main en X. Il eſt clair que ceci repreſente exactement le cas du vaiſſeau dont il eſt queſtion. Car au lieu du vent, qui en donnant contre la voile CD, le pouſſe ſelon BG, nous avons le poids Q, qui tire le point B ſelon BG: & la corde, cenſée infiniment longue, BR, qui faiſoit que le vaiſſeau ne pouvoit avancer que ſelon BK, fait ici le même effet à l'égard du noeud B.

Donc comme la force avec laquelle le vent pouſſe le vaiſſeau ſelon BG, eſt à la force dont il le pouſſe ſelon BK, ainſi eſt le poids Q à la peſanteur que ſent la main en X, en empêchant le noeud B de ſe mouvoir ſelon BK. Car cette peſanteur eſt égale à la force dont ce noeud eſt tiré ſelon BK. Or GK étant parallele a BR, il eſt certain par les regles très-connues de la Mechanique, que le poids Q eſt à celui qui retient la corde BX, ou bien à la peſanteur que ſent la main en X, comme BG à BK. Donc auſſi la force avec laquelle le vent pouſſe le vaiſſeau ſelon BG, eſt à la force dont il eſt pouſſé ſelon BK, comme BG à BK; & non pas comme les quarrez de ces lignes, comme veut Mr. Renau [13]).

Suppoſons maintenant que le vaiſſeau HM, fendant l'eau avec égale facilité de tous cotez, & étant pouſſé par le vent ZB ou AB, (car il n'importe) aille dans un certain tems par BG, la voile étant en CD; & qu'on veuille ſavoir combien il

---

[9]) Aux pages 591 et 592 de la pièce N°. 2848.

[10]) La minute a „il emploie".

[11]) La minute ajoute la phrase suivante, biffée depuis: „Cela ne sert qu'à l'embrouiller et à le faire tomber d'une erreur en l'autre lesquelles je ne prendray pas la peine de detailler, mais je montreray que ce qu'il en conclud est faux".

[12]) Ici finit la minute mentionnée dans la note 2.

[13]) Comparez le second alinéa de la page 591 de la pièce N°. 2848.

avancera ſelon BK, dans un tems égal avec le même vent, & la même poſition de la voile. Je dis que puis que les viteſſes du vaiſſeau dans ces deux routes, doivent être telles, que les reſiſtances que lui fait l'eau ſoient comme les forces dont il eſt pouſſé, (car ce n'eſt qu'alors qu'il avance avec un mouvement égal) & que ces reſiſtances ſont comme les quarrez des viteſſes; il faut donc que les quarrez des viteſſes ſoient comme les forces, c'eſt à dire comme GB à BK. Et par conſéquent que les viteſſes ſoient comme GB à BS; puis que les quarrez de GB, BS, ſont comme les lignes GB à BK par la conſtruction. J'ai donc prouvé par les principes ordinaires de la Mechanique, que ce que j'avois avancé dans ma Remarque eſt veritable.

Il feroit ſuperflu d'examiner les autres argumens de Mr. Renau, par leſquels il veut confirmer cette même propoſition que je viens de refuter. Je diray ſeulement que l'origine de l'erreur qui ſe trouve dans tout cela, vient principalement de ce que dans l'art. 7 du I. chap. [14]) de ſa Theorie, il conclut *que les forces relatives d'une matiere fluide à des ſuperficies diverſement inclinées, ſont entre elles comme les quarrez des ſinus de leurs angles d'incidence*, ſans ſe ſouvenir qu'il devoit dire, *à des ſuperficies égales diverſement inclinées:* lequel mots *d'égales* il a encore oublié un peu devant dans le même article pag. 7. Si on le ſupplée, alors la demonſtration, & ce qu'elle conclut ſont comme il faut, & dans les mêmes principes du P. Pardies dans l'art. 118 de ſes *Forces mouvantes* [15]), qui ſont veritables. Seulement ce Pere s'eſt trompé dans ce même article, parce qu'il n'a pas ſu, ou qu'il ne s'eſt pas ſouvenu, que les reſiſtances de l'eau contre un corps ſont comme les quarrez des viteſſes de ce corps; car c'eſt pour cela que pag. 225. il fait *af à au en raiſon doublée de bo à mp*, au lieu qu'il devoit faire ſimplement *af* à *au* comme *bo* à *mp*.

Pour ce qui eſt de la plus avantageuſe poſition du Gouvernail, je dis que Mr. Renau ſe condamne à tort ſoi-même, & que voulant corriger ſa premiere recherche, il raiſonne mal pag. 24. de ſa Reponſe [16]); parce qu'il s'agit uniquement de ſavoir dans quelle ſituation du Gouvernail l'eau le pouſſera avec le plus de force, ſelon la perpendiculaire à la quille; car de la s'enſuivra neceſſairement le

[14]) Voici l'article en question : „S'il y avoit donc un mesme nombre de petits corps d'une matiere fluide, qui frapassent des superficies diversement inclinées; les forces relatives de cette matière, à ces superficies, seroient entr'elles, dans la mesme proportion que celles d'un seul corps, c'est à dire, comme les sinus de leurs Angles d'incidence. Mais il y a un plus grand nombre de ces corps qui frappent les superficies qui sont moins inclinées, que les superficies que le sont plus, & cela encore dans la proportion des sinus des Angles d'incidence; Donc ces forces relatives seront entr'elles, en raison doublée des sinus de leurs Angles d'incidence, ou, ce qui est la mesme chose, comme les quarrez de ces sinus sont entr'eux". Après quoi Renau fait suivre la „Demonstration" qui conclut par la phrase, citée par Huygens.

[15]) Consultez, sur cet article 118, la note 10 de la pièce N°. 2848.

[16]) Voir les pages 594 et 595 de la pièce N°. 2848.

plus de viteffe du derriere du vaiffeau dans cette perpendiculaire. Il verra auffi qu'il fe trompe quand il veut que pag. 25. de fa Theorie de la Manoeuvre des vaiffeaux, on life *viteffe* au lieu de *force* [17]).

Je remarque au refte que toute cette Theorie, comme il l'avoit donnée, feroit vraye, fi les refiftances de l'eau etoient comme les viteffes du vaiffeau, au lieu qu'elles font comme les quarrez de ces viteffes.

N° 2870.

Christiaan Huygens à Ph. de la Hire.

15 juillet 1694.

Le sommaire et sa copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse à deux lettres que nous ne connaissons pas [1]).

Sommaire: du mefme 15 Juill. 94. A Mon.r de la Hire que je dois response a fes 2 lettres, l'une qu'a apporte Mr. Steigerthal [2]), l'autre qui m'eft venu par Mons.r Pofuël le libraire. Touchant ma controverfe avec M. Renau. qu'il veuille bien l'examiner et particul.t ma Replique [3]) que j'envoie cy jointe, que fi j'avois fcu, qu'il avoit examinè le livre de la manoeuvre tout expres et avec ordre, je luy aurois communiquè mon objection devant que de la faire imprimer. Que j'ay la fatisfaction que M. le marquis de l'Hofpital a approuvè ma Remarque [4]) et que je ne crois pas qu'il change de fentiment. Que j'ay receu les 3 volumes de l'Academie. que j'en remercie derechef Mons. l'Abbe Bignon [5]) en luy envoiant un Exemplaire de ma Replique. que j'admire la diligence et le travail fur tout de Mr. Caffini dans ce Recueil [6]), et ne fcay pas comment il peut fuffire et pour les obfervations et pour les meditations que j'y trouve de luy. que j'admirois de mefme la 1.e partie de vos Tables Aftronom.es [7]) que je fouhaite de voir fuivies par la 2.e. qu'il me femble que Mr. l'Abbè Epagnol m'a efcrit [8]) qu'il luy avoit remis les 2 livres de Relations phyfiques et mathematiques des P. P. Jefuites envoyées de la Chine [9]), que j'ay donne commiffion a Leers de me les acheter. que fi ces nouvelles obfervations envoiees de mefme pais s'impriment, il veuille dire a Leers qu'il me les apporte auffi. que je n'ay garde de luy envoier mon obferv.on de l'Eclipfe derniere du Soleil [10]). que je n'en obfervay jamais qu'en affiftant a d'autres. que je n'ay pas feulement d'inftrument pour obferver des hau teurs, ni que je ne m'en fervirois pas a caufe de ma fantè peu ferme. qu'il demande au mar quis de l'Hofpital s'il a receu ma lettre du 16.e Juin. Je fuis veritablement, et avec une par faite eftime &c.

---

[17]) Comparez la page 594 de la pièce N°. 2848.

---

[1]) Consultez, sur l'une d'elles, la Lettre N°. 2859 à la page 624.
[2]) Voir la Lettre N°. 2837 vers la fin.
[3]) La pièce N°. 2869.
[4]) Voir la Lettre N°. 2838, à la page 564.
[5]) Voir la Lettre N°. 2868.
[6]) Celui cité dans la Lettre N°. 2432, note 1.
[7]) Voir la Lettre N°. 2658, note 13.
[8]) Nous ne connaissons pas cette lettre.
[9]) Probablement l'ouvrage cité dans la note 10 de la Lettre N°. 2455.
[10]) Celle du 22 juin.

N° 2871.

G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.

27 juillet 1694.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]) *et C. I. Gerhardt*[2]).
Elle fait suite au No. 2864.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2873.

Monsieur

Voicy un fragment des Actes de Leipzig du mois de juin [3]), que vous ne serez peut estre point faché de voir de bonne heure. Et j'en souhaitte vostre jugement, aussi bien que sur les points de mes lettres precedentes. Comme je suis comme invité de dire quelque chose sur ce discours de Mons. le professeur jacques Bernoulli [4]) je ne scaurois me dispenser d'envoyer quelque chose au plustost à Leipzig [5]). Je croy qu'il est tousjours vray que les tensions sont proportionelles aux forces [6]), mais qu'il ne faut pas tousjours prendre ses [sic] tensions dans le change-

---

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 192.

[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 187, et Briefwechsel, p. 741.

[3]) Le fragment contenait sans doute les deux articles de Jacques Bernoulli qui se suivent dans ce numéro et dont nous avons cité le second dans la note 22 de la Lettre N°. 2841, tandis que le premier porte le titre: „Jac. B. Curvatura laminae elasticae. Ejus Identitas cum Curvatura Lintei a pondere inclusi fluidi expansi. Radii Circulorum Osculantium in terminis simplicissimis exhibiti, una cum novis quibusdam Theorematis huc pertinentibus, &c."

[4]) Allusion au début du second article de Jacques Bernoulli, où on lit: „Felicitatem inventi praecedentis" [c'est-à-dire de la construction de la courbe élastique dont la rectification va servir à la solution du problème dont il va traiter] „commendare potest solutio elegantissimi Problematis *Leibnitiani*, de invenienda *Linea, per quam descendens grave aequaliter aequalibus temporibus a dato puncto recedat, vel ad illud accedat*: quod laudatissimo suo Auctori ita placuit, ut non tantum ad ejus tentamen Amicos pariter & Adversarios aliquoties in *Actis* provocarit (vid. *Anno* 1689, *Apr. p.* 198, & 1690. *Maj. p.* 229, & *Jul. p.* 360) sed & ipse quoque strenue in illo desudarit, testibus nonnullis Curvae proprietatibus, quas *Gallorum Diario* inseri curavit, ut ex relatione *Fratris* habes, qui tamen illas nominare mihi non potuit". Ajoutons que ce renseignement fourni par Jean Bernoulli était erroné. Leibniz n'avait rien écrit sur la courbe paracentrique en dehors des articles cités que nous avons déjà mentionnés au début de la note 22 de la Lettre N°. 2841.

[5]) Voir dans les „Acta" d'août 1694, l'article de Leibniz sur la courbe isochrone paracentrique, que nous avons cité dans la note 22 de la Lettre N°. 2841 et qui commence par la phrase: „A celeberrimo Viro *Jac. Bernoullio*, Matheseos apud Basileensis Professore, in *Actis mensis Junii* nuperi velut invitatus; praesertim circa problema a me olim, cum nondum nostra calculandi methodus frequentari coepisset, propositum; responsionem defugere nolui; tametsi & valetudo vacillans & aliae multiplices causae, excusare me fortasse possent".

[6]) Leibniz ici fait allusion au passage suivant, qu'on trouve dans le premier des deux articles de

ment de la longitude du corps, puifqu'elles dependent plus toft des changemens du contenu folide; ainfi la figure d'une lame elaftique ne me paroiffant pas affez arreftée, j'avois efté d'autant moins porté à l'examiner. Les theoremes fur les cercles ofculateurs (dont les centres font dans vos courbes generatrices par evolution) que M. le profeffeur Bernoulli confidere comme des clefs [7]), ne me paroiffent point difficiles à trouuer et fans aucune infpection de la figure, par le feul calcul des differences on en trouve, et des plus generaux; non feulement pour la grandeur du rayon de ce cercle, mais encor pour la pofition du centre car lors qu'on veut chercher la generatrice evolutive d'une ligne qui n'eft donnée que differentiellement, le calcul meme ordonne qu'on paffe aux differentio-differentielles, et quand on n'auroit pas ces theoremes on les employe virtuellement et fans y penfer. je remarque un peu d'emulation entre les deux freres, mais elle eft louable et leur fert d'eguillon. Je n'entreray point dans l'examen des Elaftiques et de leur proprietés. Car je n'ofe gueres m'enfoncer dans des nouueaux travaux qui demandent trop d'attachement, furtout quand la chofe a efté faite; car de pouuoir dire et nos hoc poteramus, ce n'eft pas une raifon fuffisante pour moy qui dois menager mon temps. Je n'ay pu m'empefcher de fourire un peu, quand il dit que pour me faire honneur, il veut appeller les courbes ou grandeurs ordinaires, Algebraiques [8]). Car je ne voy pas quel honneur m'en revienne. Je voudrois plus toft qu'il n'appellât pas les autres Mecaniques.

Jacques Bernoulli mentionnés dans la note 3: „Vulgaris (ut modo dixi) est hypothesis, *extensiones viribus tendentibus proportionales esse:* qua & usus olim Celeberrimus Dn. *Leibnitius* in acutissima sua lucubratione de *Resistentia solidorum;* & ipsemet ego in praesente materia, prius quam generalem Problematis constructionem adinvenissem. Quapropter operae praetium existimo, naturam & proprietates Curvae nostrae in hac hypothesi paulo specialius exponere: quanquam pro ipsa hypotheseos hujus, sicut & pro cujusvis alterius, veritate multum militare nolim, persuasum potius habens, nullam constantem tensionum legem in natura observari, sed eam pro diversa corporum textura diversam existere; id quod experimenta tum nostra tum aliorum abunde confirmare videntur, quorum plurima praelaudatur *Author* industrius" [Franciscus Tertius de Lanis] „*Magisterii naturae & artis, loco cit.*" [Tom. 2. lib. 7] „recenset".

L'article mentionné de Leibniz était celui qui parut dans les „Acta" de juillet 1684 sous le titre: „Demonstrationes novae de resistentia Solidorum, autore G. G. L."

7) Il s'agit de diverses expressions analytiques très élégantes pour le rayon de courbure en coordonnées cartésiennes et polaires au moyen des différentielles du second ordre. On les rencontre aux pages 264 et 265 de l'article cité.

8) A la page 269 de l'article cité, où Bernoulli, après avoir mentionné le cas qu'une courbe serait „ex numero Geometrarum", ajoute encore: „h. e. Algebraicarum (sic enim illas posthac appellabo in honorem *Viri celeberrimi*, qui hoc nomine dessignatas cupit". Comme on le sait, l'expression „courbe algébrique" s'est maintenue avec le sens précis, que l'on y trouve attaché par Jacques Bernoulli.

Il dit p. 271, que la maniere de resoudre la Catenaire par des points (qui ne demandent qu'une seule grandeur constante transcendente, la quelle donnée, on n'a plus besoin des quadratures) est veritablement la plus parfaite qu'on puisse employer pour les transcendentes [9]), mais, que le mal est qu'elle n'est pas universelle, et n'a lieu qu'a l'egard de celles qui dependent de la quadrature de l'Hyperbole, et ne pouuant estre employée à son avis pour ce qui depend de la quadrature du cercle, ny pour des quadratures plus composées. Mais je ne suis pas en cela de son sentiment, car la meme maniere reussit aussi pour la quadrature du cercle; se servant de la section des angles, comme pour l'hyperbole on se sert de la section des raisons. Et il y a une infinité d'autres constructions semblables qui pourront servir pour d'autres lignes transcendentes.

Il donne aussi p. 271. 272. un indice qui doit servir pour connoistre si une quadrature se peut reduire a celle de l'Hyperbole, mais cet indice n'est point universel, et on peut donner une infinité d'instances, ou la reduction reussit, sans que cet indice ait lieu [10]).

Il prend les series de pag. 274 pour nouuelles, mais Mons. Newton et moy, nous les avons employées il y a long temps [11]).

Enfin je viens à la construction que M. Bernoulli donne de mon probleme de la ligne isochrone paracentrique, comme je l'appelle, ou le mobile pesant s'approche ou s'eloigne egalement d'un même point. Cela m'oblige de reprendre mes vieilles meditations la dessus, que j'auois presque oubliées ou perdues. Il a trouué cette solution par un heureux hazard. Je donneray cependant ma Methode [12]) qui

---

[9]) En consultant la page citée on voit qu'il s'agit de la méthode de Leibniz „construendi Catenariam ope solius Logarithmicae absque suppositione quadraturae". Comparez la Lettre N°. 2688 aux pages 110 et 111.

[10]) En effet, cet indice dont Jacques Bernoulli voudrait qu'on se serve pour découvrir si une courbe „mécanique", donnée par son équation différentielle, peut être construite, ou non, au moyen des logarithmes, n'était applicable qu'au cas où cette équation se laissait réduire à la forme $dy = f(x)\,dx$, et même alors il ne consistait, exprimé en langage moderne, que dans la recherche d'une fonction algébrique $\varphi(x)$, choisie de telle manière qu'on aurait $\varphi'(x) : \varphi(x) = f(x)$; et pour trouver cette fonction Bernoulli n'indique d'autre moyen que celui de chercher une courbe $y = \varphi(x)$ dont la soustangente serait égale à $f(x)^{-1}$.

[11]) Les séries en question ne représentent en effet que le développement, au moyen de la formule du binôme, des intégrales $\int_0^1 x^2(1-x^4)^{-\frac{1}{2}}dx$ et $\int_0^1 (1-x^4)^{-\frac{1}{2}}dx$, méthode connue depuis longtemps par Leibniz et par Newton, qui la publia par l'intermédiaire de Wallis dans les Chapitres 85 et 91 de l'ouvrage de 1685 cité dans la note 3 de la Lettre N°. 2660. Consultez encore la note 6 de la Lettre N°. 2723.

[12]) Voir l'article cité dans la note 5.

paroiſtra peut eſtre plus analytique, et moins dependante d'un ſecours exterieur. Je l'avois reduite autresfois [13]) à la quadrature d'une figure, dont l'abſciſſe eſtant x, l'ordonnée eſt $\frac{a^3}{\sqrt{a^3z - az^3}}$. Mais Mons. Bernoulli ayant taché avec raiſon de conſtruire la courbe demandée non pas tant par une quadrature, que par l'extenſion ou evolution d'une autre courbe, je l'ay auſſi voulu faire à ſon exemple. La difference qu'il y a entre nous la deſſus eſt qu'il ſe ſert de la rectification d'une courbe qui eſt elle même deja tranſcendente, ſcauoir de ſon Elaſtique, et qu'ainſi ſa conſtruction eſt tranſcendente du ſecond genre, au lieu que me je ſers ſeulement de la rectification d'une courbe ordinaire dont je donne la conſtruction par la Geometrie commune. Au reſte je me rapporte à mes precedentes, ſur les quelles je vous ſupplie de repaſſer et de me donner les lumieres que j'y ſouhaitte à l'egard de pluſieurs points qui ont eſté touchés entre nous. En vous ſouhaittant une parfaite ſanté je ſuis avec zele

MONSIEUR

Voſtre treſhumble et tres obeiſſant ſerviteur

LEIBNIZ.

Hanover ce $\frac{7}{27}$ Juillet 1694.

№ 2872.

CHRISTIAAN HUYGENS à CONSTANTYN HUYGENS, frère.

27 JUILLET 1694.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse aux Nos. 2865 et 2867.

A la Hofwyck ce 27 Jul. 1694.

Jay receu vos lettres du 8e et 12e de ce mois. Je vous rends graces de la Sauvegarde pour Zeelhem. Pour ces 300 ℔ que Cools avoit promis de vous apporter, je ſouhaite qu'il l'aura fait, mais j'en doute, par ce que je connois le perſonnage. En cas qu'il y ait manquè. je vous prie de luy teſmoigner que vous

[13]) Voir la Lettre N°. 2841, à la page 575.

en eftes mal fatisfait lors qu'il s'adreffera encore à vous. Je viens auffi de luy en efcrire.

Je me trouve mieux depuis quelque temps pour ce qui eft de la ceffation du pouls [1]), et j'ay beaucoup avancè dans 3 ou 4 jours mon Traitè des Planetes. Quand ce mal me venoit je ne fentois qu'une petite preffion a l'endroit du coeur, et taftant alors le pouls, je trouvais qu'il manquoit par fois d'un coup, et puis reprenoit d'un mouvement fort irregulier. Il faloit alors me lever et promener et quiter toute meditation. Le medecin Lieberghe [2]) me dit, que cela venoit de quelque preffion vers l'orifice de l'eftomac, et en effet je trouvay qu'il en montoit des vents, et que cela me foulageoit. Pour remede il me confeilloit d'abftenir ab alimentis crudioribus et leguminibus. mais je crois pourtant que le rafraichiffement du fang qui vient de manger des cerifes et des grofeilles rouges m'a fait du bien.

Depuis que vous eftes decampè avec l'armée, on eft icy dans une grande attente d'une bataille. Pour moy je fouhaite qu'il n'en arrive rien, et je fuis bien aise que les Enemis, a ce qu'il femble, ont affez grande opinion des nos forces pour ne point chercher le combat. On parle auffi de paix, et on veut que le voiage que Mr. de Dyckvelt [3]) eft venu faire fignifie quelque chofe a cet efgard.

La perte qu'a fait Mr. Citters eft terrible [4]), et ce n'eft pas fans fraieur que je penfe que deux fois l'an vous eftes obligé de paffer cette mefme mer et le Roy auffi.

Le pacquet de livres dont Mad.e voftre femme vous a efcrit eftoient ceux que j'attendois il y a longtemps de Paris, et dont on m'a bien voulu faire prefent comme aiant eftè de l'Academie des Sciences, et ayant contribuè quelques traitez que ces livres comprennent [5]).

Vous en achetaftes 2 Volumes de Van Bulderen [6]) peu devant noftre depart pour Angleterre, et le 3me qui vous manque, fi je ne me trompe, eft celuy, qui contient quelques Autheurs grecs des Tactiques et Hydrauliques [7]), que l'on m'a envoié avec les 2 autres.

En recompence je defabufe M.rs les Francois pour la feconde fois de leur fauffe Theorie de la manoeuvre des vaiffeaux, par une Replique [8]) que j'ay inferée dans l'Hiftoire des Ouvrages des Scavans pour confirmer la Remarque que

---

[1]) Comparez la Lettre N°. 2855, vers la fin.

[2]) Voir le Lettre N°. 955, note 2.

[3]) Everard van Weede, seigneur de Dijkveld; voir la Lettre N°. 2138, note 14.

[4]) D'après le Journal de Constantyn, frère, 15 juillet 1694, Citters perdit un fils et deux filles dans un naufrage, où périrent 300 personnes. Voir, sur Aernout van Citters, la Lettre N°. 2215, note 6.

[5]) Voir la Lettre N°. 2435, note 1.

[6]) Henry van Bulderen, libraire-éditeur à la Haye.

[7]) L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2841, note 20.

[8]) La pièce N°. 2869.

j'avois publiée auparavant ſur le livre du Sr. Renau, Ingenieur General de la Marine, qui m'avoit envoiè une Réponſe imprimée.

Mijn Heer
Mijn Heer van Zuylichem
Secretaris van Sijn Koninglijcke Matj.t van Engelandt
In 't Legher.

N° 2873.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

24 AOÛT 1694.

La minute[1]) *se trouve à Leiden, coll. Huygens.*
La minute a été publiée par P. J. Uylenbroek[2]), *la lettre par C. I. Gerhardt*[3]).
La lettre est la réponse aux Nos. 2863, 2866 *et* 2871.
G. W. Leibniz y répondit par le No. 2876.

Sommaire: [4]) Que j'avois le mois de Juin. Je voudrois un exemple des differentiodifferentieles. de la valeur je doute. les 2 fautes aux Acta. Extrait de Wallis. Ma replique a Renau. Comment il s'eſt ſouvenu de mon ancien ſentiment ſur le mouvt. circulaire, que je l'ay corrigè. De longtemps rien du Marquis. Bernoulli triomphe et vous brave. vous vous avez attiré [mots illiſibles] mais de peu d'utilitè. Peut eſtre on peut conſtruire plus ſimplement. Vous le ſurpaſſez pour la conſtruction. il y a tant d'autres cas. Je crois qu'il emploie bien le principe du reſſort, en conſiderant la courbure en raiſon contraire de la force, quoyque cela ſe faſſe par condenſation en partie. Reſteroit a vous proprie dictus et ces autres cas. Je veux croire qu'il demontre bien ſa paracentrique, ce que je ne ſcay comment il a pu rencontrer. Je feray faſchè d'emploier tant de temps à ces choſes. La forme du ſac eſt tres ſubtilement trouvée, et il eſt admirable que cette identitè de courbes ſe rencontre. J'aurois cru n'avoir rien a moins sans reduire aux quadratures du cercle ou de l'hyperbole. toutefois on ne laiſſe pas de trouver des proprietes conſiderables de ces courbes. Vous pouvez faire mention de mes penſees dans ce que vous envoierez pour les Acta. ferez bien de le reprendre ſur l'indice des conſtructions par l'hyperbole que je ſuis autant pour le cercle en cecy.

A la Haye ce 24 Aouſt 1694.

MONSIEUR

J'avois receu les Acta de Leipſich juſqu'au mois de Juin, il y avoit 8 jours, lorsqu'arriva l'Extrait que vous m'avez fait la faveur de m'envoier [5]), dont je ne

[1]) Elle ne diffère pas sensiblement de la lettre qui se trouve à Hannover.
[2]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 195.
[3]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 189, Briefwechsel, p. 743.
Une traduction latine fragmentaire de la lettre parut dans les „Acta Eruditorum" de septembre. Comme elle est incomplète et assez libre, nous la reproduisons, avec les remarques que Leibniz y a ajoutées, comme Appendice à cette lettre.
[4]) Ce sommaire, biffé par Huygens, probablement à mesure qu'il avait traité dans sa lettre le sujet indiqué, est à peine lisible. Nous en reproduisons ce que nous avons pu déchiffrer.
[5]) Avec la Lettre N°. 2871.

laiſſe pas de vous eſtre obligè. Il ſemble que meſme chez vous ces nouvelles ne ſe debitent que bien tard. Je trouve le travail triennal de Mr. Bernoully bien conſiderable, pourvu que tout ce qu'il avance ſoit vray; auſſi s'en glorifie-t-il beaucoup[6]). Pour le principe du reſſort, je crois qu'il l'a bien emploiè, et qu'il eſt vray que les raions qui meſurent la courbure ſont en raiſon contraire des forces qui font plier[7]) le reſſort, quoyque, ſelon moy, ce ne ſoit pas ſeulement la ſurface exterieure qui s'etend mais l'interieure en meſme temps s'accourcit[8]), l'acier ou matiere pliante ſe condenſant d'un coſtè et comme rentrant en elle meſme, pendant que de l'autre elle ſe dilate. Si ce principe n'eſtoit pas le veritable et l'unique mais que la ligne AFC[9]) fuſt une courbe dependante d'infinies experiences, je trouverois toute ſa recherche fort vague et peu digne qu'on s'y amuſaſt. Et meſme à cette heure tout ce qu'il a trouvè ne me paroit d'aucune utilitè, mais ſeulement des exercitations fort belles et ſubtiles, lors qu'on ne trouve pas de quoy emploier les mathematiques avec plus de fruit.

C'eſt une etrange ſuppoſition de prendre les quadratures de toute courbe

---

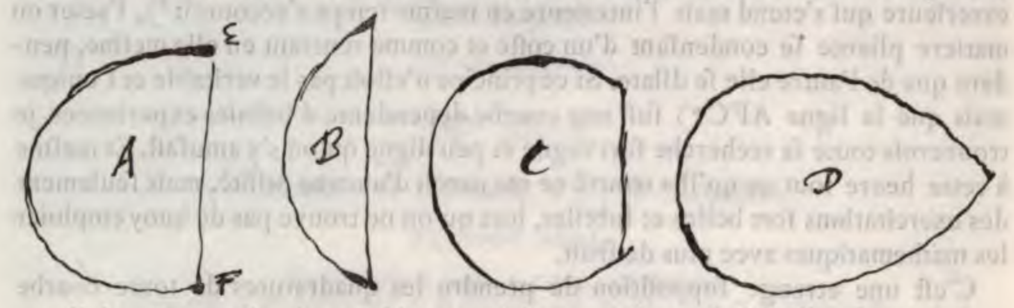
6) Allusion au début du premier des articles mentionnés dans la note 3 de la Lettre N°. 2871, où il dit: „Post triennale silentium promissi tandem fidem libero, sed ita, ut moram quam Lector alias inique ferre posset, nonnullo foenore compensum, dum Elaterum curvatorum non in una sola, (ut initio fueram pollicitus), sed generaliter in quacunque Extensionum hypothesi constructam exhibeo; quod primus ni fallor exequor, postquam a multis inutiliter tentatum Problema fuisset".

7) La minute a: „qui agissent a faire plier".

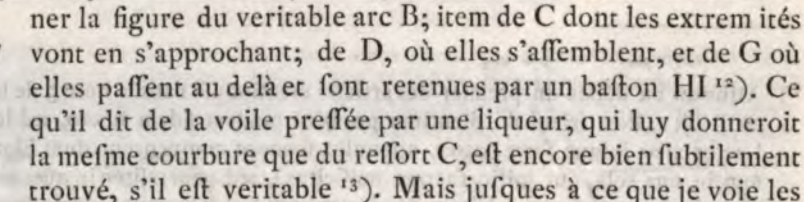
8) Dans l'article intitulé „Jac. B. Explicationes, annotationes et additiones ad ea, quae in Actis sup. anni de Curva Elastica, Isochrona et Paracentrica, & Velaria, hinc inde memorata, & partim controversa leguntur; ubi de Linea mediarum directionum aliisque novis", qui parut dans les „Acta" de déc. 1695, Jacques Bernoulli reconnaît la justesse de cette remarque, qu'il connaissait par la traduction latine, notre N°. 2874, de la présente lettre. En conséquence il modifie sa construction, en remarquant toutefois qu'il avait emprunté le principe erroné en question à l'article de Leibniz, cité dans la note 6 de la Lettre N°. 2871, tout en doutant de sa justesse: „propterea quia quicquid extensionis, etiam compressionis capax esse debet".

9) Une grande partie de l'article de Bernoulli, mentionné dans la note 6, est consacrée à la construction de la courbe élastique dans la supposition que ce que Bernoulli appelle la „tensio", au lieu d'être proportionnelle aux „vires tendentes" en est une fonction quelconque définie par cette ligne AFC, qu'il nomme: „Linea Tensionum". Ajoutons que, d'après la manière donc la „Linea Tensionum" est employée par Bernoulli dans sa construction, la „tensio" représente en chaque point de la courbe élastique la flexion locale, réciproquement proportionnelle au rayon de courbure, et les „vires tendentes" le moment, par rapport au même point, de la force fléchissante appliquée à l'extrémité du ressort; d'où il suit que dans le cas de la proportionnalité de la „tensio" et des „vires tendentes" le rayon de courbure est „en raison contraire" du moment „des forces qui font plier le ressort", conformément au principe que Huygens considère comme „le véritable et l'unique".

comme eftant données[10]), et quand la conftruction d'un probleme aboutift à cela, hors mis que ce ne foit la quadrature de l'hyperbole ou du cercle, j'aurois cru n'avoir rien fait, par ce que mefme mechaniquement on ne fcauroit rien effectuer. Il vaut un peu mieux de fuppofer qu'on peut mefurer toute ligne courbe, comme je vois auffi que c'eft voftre fentiment[11]). Je trouve au refte que Mr. Bernoulli n'a determiné que la courbure de l'arc A, où les tangentes des extremités E,F font



paralleles, les quelles je confidere conjointes par la corde EF. Il refteroit à donner la figure du veritable arc B; item de C dont les extrem ités vont en s'approchant; de D, où elles s'affemblent, et de G où elles paffent au delà et font retenues par un bafton HI[12]). Ce qu'il dit de la voile preffée par une liqueur, qui luy donneroit la mefme courbure que du reffort C, eft encore bien fubtilement trouvé, s'il eft veritable[13]). Mais jufques à ce que je voie les demonftrations, je me defie un peu des Theoremes de Mr. Bernoulli, depuis que



---

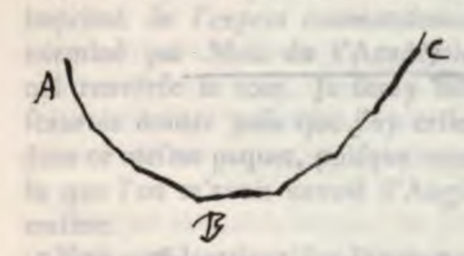
[10]) La construction générale de Bernoulli de la courbe élastique dépend de la quadrature de la „Linea Tensionum" et de celle d'une autre courbe, construite au moyen de cette première quadrature; sa construction particulière, pour le cas de la proportionnalité de la „tensio" et des „vires tendentes", de celle de la courbe $y = ax^2 : \sqrt{a^4 - x^4}$. Dans l'article cité dans la note 8, de décembre 1695, Jacques Bernoulli motive, à la page 543, l'emploi qu'il fait des quadratures.

[11]) Voir la Lettre N°. 2829 à la page 541 et la Lettre N°. 2871 à la page 662.

[12]) En réponse à cette remarque, Jacques Bernoulli, dans l'article cité dans la note 8, renvoie d'abord au Scholium 5 de son premier article sur la courbe élastique (voir la note 3 de la Lettre N°. 2871), où on lit en effet: „Si directio ponderis vel cujusvis potentiae inflectentis, ad Laminam, ejusve tangentem in puncto appensionis sit obliqua, nascetur curva paululum diversa ab AQR" [l'arc A de la présente lettre], „quam tamen eadem facilitate determinare possum. Sed nolo nimium evagari". Ensuite il montre la quadrature un peu plus compliquée à laquelle le problème se réduit dans cette supposition plus générale au cas de la proportionnalité de la „tensio" aux „vires tendentes".

[13]) Au passage que Huygens a en vue, Jacques Bernoulli identifie la courbe élastique avec celle formée par une voile remplie de liquide et étendue entre deux droites parallèles. Et il le fait à raison, puisque dans les deux cas le rayon de courbure doit être partout réciproquement proportionnel à la distance à une droite fixe, c'est-à-dire, dans le cas de la voile, à celle du niveau du liquide, la pression du liquide étant proportionnelle à cette distance, et dans celui de la courbe élastique à celle dans laquelle agit la force fléchissante.

j'ay vu qu'il ſe trompe et ſe retracte quelques-fois, comme en ce qu'il avoit aſſurè cy-devant que la voile tendue par le vent ſe plioit en arc de cercle, et, en quelques cas, moitié en cercle et moitié en courbe de la chaine [14]). Je doute encore s'il eſt



bien vray que la voiliere ſoit la meſme que la *Funicularia*, comme les deux freres le croient maintenant, par ce que je puis demontrer [15]) qu'une voile compoſée d'un nombre fini de pieces egales et droites, comme ABC, ſera courbée autrement par le vent et autrement par ſon poids. Il faudroit donc que dans le nombre infini cette difference vint à rien [16]).

Il ſemble que vous teniez pour veritable ſa conſtruction de voſtre paracentrique [17]), apres en avoir comme je crois [18]) examinè ſa demonſtration, ce que je n'ay pas encore fait. C'eſt une rencontre aſſez etrange d'y avoir pu emploier ſa courbe du reſſort. Mais voſtre conſtruction ſera aſſurement bien meilleure ſi vous n'avez beſoin que de meſurer une courbe geometrique, ou de laquelle vous ſcachiez du moins trouuer les points [19]). Lors qu'il dit qu'il n'y a qu'une ſeule courbe comme Aκωη, qui faſſe eloigner egalement le mobile du point A apres la

---

[14]) Voir la note 33 de la Lettre N°. 2693. Plus tard, dans l'article de mai 1692 (voir la note 25 de la Lettre N°. 2819), Jacques Bernoulli, après avoir annoncé que la partie AB de la voile était identique avec la chaînette, avait mitigé un peu son assertion étrange, en admettant qu'il y aurait sur la voile une partie intermédiaire, où elle prendrait une forme qui tiendrait à la fois de la nature de la chaînette et de celle du cercle. Or, dans sa réponse à la présente remarque, il proteste de ne s'être jamais contredit en principe, puisqu'il n'avait admis la forme circulaire que dans l'hypothèse que l'air ne trouverait pas d'occasion de s'échapper de la voile. Toutefois il assure maintenant que de fait la voile prendra la forme de la chaînette.

[15]) Voir la pièce N°. 2835.

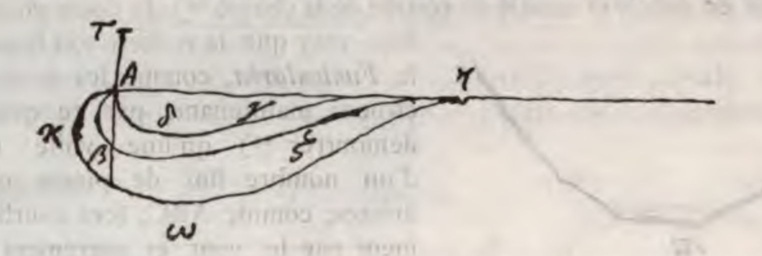
[16]) A cette remarque Bernoulli répondit, non sans raison : „Nec moror discrimen, quod fortasse intercederet, si velum ex numero finito rectarum compositum intelligeretur; cum nihil sit frequentius in natura, quam ut in casu infinite parvorum quantitatum differentia evanescat; nec magis hoc mirandum, quam miramur, quod evanescente base trianguli evanescit crurum differentia".

[17]) Comparez la Lettre N°. 2871, à la page 661, et consultez, sur la courbe en question, la Lettre N°. 2841 aux pages 574 et 575 et surtout la note 22 de cette lettre.

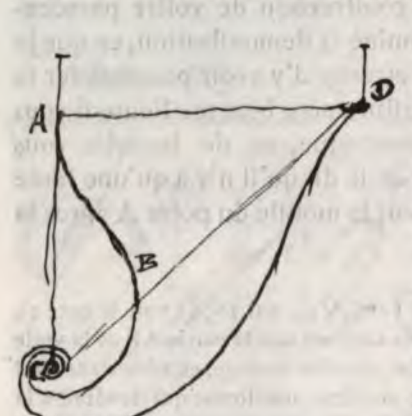
[18]) Les mots „comme je crois" manquent dans la minute.

[19]) Voir la Lettre N°. 2871, vers la fin. Ajoutons que Bernoulli à ce propos renvoie à l'article cité dans la note 22 de la Lettre N°. 2841, contenant sa première solution au moyen de la rectification de la courbe élastique, où il avait déjà annoncé qu'il possédait de même une solution dépendant de la quadrature d'une courbe algébrique, et à sa seconde solution de septembre 1694, citée dans la même note, où le problème est réduit à la rectification de la lemniscate, observant d'ailleurs que la courbe élastique était bien plus facile à construire que mainte courbe algébrique.

chute par TA, je vois clairement qu'il fe trompe [20]), et qu'il y a une infinité de telles courbes, comme font $A\beta\zeta$, $A\delta\gamma$, jufqu'à la droite $A\eta$ inclufivement, quoyque



je n'aye pas encore cherché comment il les faut decrire. Je vois auffi qu'il refte d'autres courbes à determiner en cette matiere, comme pour aprocher egalement du point C en venant du point directement au deffus A, ou de D, qui eft plus haut, et à cofté aux quels cas les courbes ABC, DEC feront des tours infinis autour du point C [21]). Voila encore bien d'exercice pour voftre calcul differentiel ou double differentiel, duquel je fouhaite fort de voir une fois un exemple.



Vous ferez bien de reprendre Mr. Bernoulli fur l'indice des courbes conftructibles par la quadrature de l'hyperbole [22]). Ce feroit vouloir l'impoffible que de les vouloir reduire toutes à cela. Et pour moy j'eftime qu'on a tout auffi bien reuffi quand on aboutit à la mefure des arcs de cercle.

Je ne fcay fi vous aurez encore vu ma remarque [23]) fur la manoeuvre des

[20]) Dans sa réponse Jacques Bernoulli reconnaît cette erreur, s'excusant, entre autres, par la hâte avec laquelle il avait écrit son article. En effet, il n'avait étudié que le cas particulier où la tangente de la courbe en A est horizontale.

[21]) L'existence de ces courbes paracentriques isochrones à tours infinis a été niée par Jacques Bernoulli dans sa réponse et par Jean Bernoulli dans les „Acta" de février 1695, à la page 65 de l'article : „Joh. Bernoulli, animadversio in praecedentem solutionem Illustris D. Marchionis Hospitalii", etc. Toutefois Huygens avait parfaitement raison. Et pour s'en convaincre il suffit de considérer : 1°. que, si v_0 signifie la vitesse de départ au point D, le pôle C devra être atteint dans le temps fini CD : v_0, 2°. que la vitesse d'arrivée au pôle étant égale à $\sqrt{v_0^2 + 2gh}$, où $h = AC$, l'angle de la vitesse avec le rayon vecteur devra s'approcher de plus en plus de la valeur : arc cos $(v_0 : \sqrt{v_0^2 + 2gh})$. La courbe, en s'approchant du centre, ressemblera donc de plus en plus à une spirale logarithmique et ne pourra y arriver qu'après un nombre infini de tours.

[22]) Voir la note 10 de la Lettre N°. 2871.

[23]) Voir la pièce N°. 2826.

vaiſſeaux de Mr. Renaud. Mais quand vous ne l'auriez pas vue, vous ne laiſſerez pas de pouvoir juger de noſtre different par ma replique [24]), que je vous envoie. Ce ne ſont pas de petites bevues ou omiſſions, qui ſe rencontrent dans cet ouvrage imprimé de *l'expres commandement du Roy* (comme il y a au titre [25])) et examiné par Mrs. de l'Academie des Sciences, mais une erreur capitale, qui renverſe le tout. Je feray bien aiſe d'avoir voſtre approbation, et n'en ſcaurois douter puis que j'ay celle de Mr. le M. de l'Hoſpital [26]). J'adjoute dans ce meſme paquet, puiſque vous le ſouhaitez [27]), l'extrait du livre de Wallis que l'on m'avoit envoiè d'Angleterre [28]), devant que j'euſſe receu le livre meſme.

Vos conſiderations ſur l'avancement de la medecine [29]) ſont fort bonnes et ce que vous projettez ne paroit pas tout à fait impraticable.

En entreprenant le Traitè de voſtre nouveau Calcul [30]), je vous recommande de le rendre autant clair qu'il eſt poſſible et qu'il puiſſe ſe rapporter principalement à ce qui pourroit avoir uſage dans la geometrie, où je doute ſi ces equations exponentiellement tranſcendantes [31]) pourront avoir lieu. J'y contribueray volontiers l'exemple du probleme de Mr. Bernoulli le medecin, quoyque ce que j'en ay dans mes brouillons [32]), que je viens de revoir, ſoit ſi abregè et denuè d'eclairciſſement, que j'auray de la peine à y rentrer.

Je crois vous avoir communiquè [33]) cy-devant la ſolution que pretendoit donner Mr. Fatio à ce que j'objectois contre ſa theorie de la peſanteur, et que je n'en eſtois nullement ſatisfait. C'eſt pourquoy je m'etonne qu'il vous ait mandè le contraire [34]). Je ne vois pas qu'on ait encore apportè de difficultè conſiderable contre la cauſe que j'ay expliquée dans mon diſcours, et l'on me fera plaiſir de me les propoſer, lors qu'on en rencontrera. Pour ce qui eſt du mouvement abſolu et relatif, j'ay admirè voſtre memoire, de ce que vous vous eſtes ſouvenu, qu'autrefois j'eſtois du ſentiment de Mr. Newton, en ce qui regarde le mouvement circulaire. Ce qui eſt vray, et il n'y a que 2 ou 3 ans que j'ay trouvè celuy qui eſt plus

---

[24]) Voir la pièce N°. 2869.
[25]) Voir la note 17 de la Lettre N°. 2813.
[26]) Voir la Lettre N°. 2838, à la page 564.
[27]) Consultez la Lettre N°. 2863, à la page 646 et N°. 2866, à la page 651.
[28]) Par D. Gregory; voir la Lettre N°. 2859, à la page 622.
[29]) Voir la Lettre N°. 2863, à la page 639.
[30]) La minute a: „vostre calcul differentiel". Voir, sur ce „Traité" projeté, la Lettre N°. 2863, à la page 640.
[31]) Consultez toujours la Lettre N°. 2863, à la page 640.
[32]) Voir la pièce N°. 2821, où ces brouillons ont été reproduits pour la plus grande partie.
[33]) Voir la Lettre N°. 2854, à la page 613.
[34]) Voir la Lettre N°. 2863, à la page 644.

veritable [35]), duquel il ſemble qu vous n'eſtes pas eloignè non plus maintenant, ſi non en ce que vous voulez, que lorſque pluſieurs corps ont entre eux du mouvement relatif, ils aient chacun un certain degrè de mouvement veritable, ou de force, en quoy je ne ſuis point de voſtre avis.

Je vois qu'on a mis bien amplement pour la ſeconde fois dans les *Acta* la ſolution de Mr. le M. de l'Hoſpital [36]), du probleme de Bernoulli, qui eſtant aſſez embaraſſée, il me ſemble que la miene merite pour le moins autant d'y paroitre. C'eſt pourquoy je voũs l'envoie icy [37]), et vous prie de la faire tenir à ces Meſſieurs a Leipſich.

Ils pourront corriger à cette occaſion, s'ils ne l'ont pas deſia fait, les 2 fautes que je vous marquay dans ma precedente [38]). En leur envoiant vos conſiderations [39]) ſur le diſcours de Mr. Bernoulli, vous me ferez plaiſir de faire auſſi mention des mienes [40]), autant que vous les trouverez bien fondees. Je ſuis parfaitement etc.

Apres avoir copié la conſtruction du probleme, je me repens preſque d'en avoir pris la peine. Je le laiſſe à voſtre jugement ſi vous croiez, qu'il vaut la peine qu'elle paraiſſe dans les *Acta* [41]).

---

[35]) Voir la note 47 de la Lettre N°. 2854. Nous regrettons de ne pas connaître les considérations qui ont déterminé l'opinion de Huygens, d'autant plus que nous croyons qu'elles auront été d'autre nature que celles de Leibniz, mentionnées dans la note 25 de la Lettre N°. 2863.

[36]) Voir le commencement de la Lettre N°. 2866 et surtout la note 4 de cette lettre.

[37]) Voir l'Appendice N°. 2875 à la présente lettre.

[38]) Voir la Lettre N°. 2856.

[39]) Celles de la Lettre N°. 2871. On les retrouve en grande partie dans l'article de Leibniz des „Acta" d'août 1694, cité dans la note 22 de la Lettre N°. 2841.

[40]) Leibniz y donna suite en faisant insérer dans les „Acta" de septembre 1694 la traduction latine d'une grande partie de la présente lettre. Voir notre pièce N°. 2874.

[41]) La phrase „si vous croiez, qu'il vaut la peine qu'elle paroisse dans les Acta" manque dans la minute.

N° 2874.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

[SEPTEMBRE 1694].

Appendice I au No. 2873.

La pièce[1]) *a été publiée dans les Acta Eruditorum de septembre* 1694, *p.* 339—341.

Excerpta ex epiſtola C. H. Z. ad G. G. L.

Principium quo uſus eſt *Clariſſimus Matheſeos Profeſſor Bernoullius* verum puto, & bene adhibitum, quod radii qui curvedinem metiuntur, ſint in ratione contraria virium rem elaſticam flectentium. Puto tamen, non tantum ſuperficiem externam extendi, ſed & internam contrahi[2]). Magnum admodum poſtulatum eſt, figurarum curvilinearum quadraturas tanquam datas aſſumere[3]). Ego me nihil admodum egiſſe putarem, ſi problema aliquod huc tantum reduxiſſem, excepta tamen Circuli & Hyperbolæ Quadratura. Præſtat Linearum Curvarum Rectificationes tanquam ſemper in poteſtate exiſtentes aſſumere, quod etiam Tibi probari video[4]).

De reliquo *Clariſſimus Bernoullius* videtur mihi tantum determinaſſe figuram, ubi tangentes extremitatum ſunt parallelæ, cum arcus Elaſtici A termini per chordam EF[5]) junguntur. Sed ſi arcus ſit ut in B vel C vel D, aut extremitates non chorda ſed recta rigida HI jungantur, figuræ determinandae ſuperſunt[6]). Subtile etiam fatebor inventum conſenſus inter figuram elaſticam & lintei vel veli a liquoris pondere preſſi, ſi modo demonſtratum videam[7]). Alioqui cogor ſuſtinere aſſenſum, quia & ipſum Autorem circa figuram veli ſententiam mutaſſe video[8]) & demonſtrare poſſum[9]) velum ex numero finito rectarum æqualium compoſitum aliam a vento quam a pondere figuram accepturum, cum tamen *Bernoulliana* ſententia ſit, eandem eſſe velariam cum catenaria: Oporteret ergo diſcrimen evaneſcere in caſu infiniti[10]). Præſtat haud dubie Iſochronam tuam Paracentricam[11]) conſtrui, ut a Te fieri ſcribis, rectificatione lineæ ordinariæ, vel ſaltem

[1]) Elle constitue une traduction libre par Leibniz d'une partie de la lettre précédente, notre N°. 2873, suivie de quelques remarques de Leibniz.

[2]) Voir la note 8 de la Lettre N°. 2873.

[3]) Voir la note 10 de la Lettre N°. 2873.

[4]) Voir la note 11 de la Lettre N°. 2873.

[5]) Voir, pour les figures, la Lettre N°. 2873.

[6]) Voir la note 12 de la Lettre N°. 2873.

[7]) Voir la note 13 de la Lettre N°. 2873.

[8]) Voir, pour la réponse de Bernoulli à cette remarque, la note 14 de la Lettre N°. 2873.

[9]) Voir la pièce N°. 2835.

[10]) Voir la note 16 de la Lettre N°. 2873.

[11]) Voir la note 17 de la Lettre N°. 2873.

talis cujus puncta possint construi, quam per lineæ Elasticæ extensionem, quæ ipsamet nondum est constructa [12]).

Quod ait *Clarissimus Bernoullius* unicam tantum esse paracentricam ut A$x\omega\eta$ respectu ejusdem puncti vel centri A, post descensum ex TA, ejus contrarium manifeste video, Tibique assentior dari infinitas [13]), ut A$\beta\zeta$, A$\delta\gamma$, &c. easque sumo usque ad rectam Aη inclusive. Quin imo supersunt adhuc aliæ Curvæ determinandæ, si scilicet æqualiter accedendum sit ad punctum C, linea autem incipiat vel ab A, directe supra C, vel ad latus a D. Quo casu lineæ ut ABC, AEC [14]) infinitos facient gyros circa C [15]).

G. G. L. *Additio:* Puto in fig. 2, ex *Bernoulliana* determinatione arcus A [16]) etiam duci posse determinationem arcuum B, C, D, G, assumendo lineæ partem aut eam producendo [17]), sed hoc tamen distincte admonere operæ pretium fuit. Rationi consentaneum est principium determinandæ figuræ Elasticæ, quod vires flectentes sint curvedinibus proportionales; potestque ad Hypotheseos aptæ modum assumi, tametsi non prorsus sit exploratum, quousque natura eo utatur, cum fingi possint constitutiones corporum, ubi res aliter procedat. Præclara sunt monita de diversis Isochronarum paracentricarum speciebus & constitutionibus; omnes tamen mea constructione comprehenduntur [18]). Et licet ipsam lineam rectam AD visus sim excludere, quia in ea nullus revera sit descensus vel ascensus; quia tamen concipi potest in ea descensus vel ascensus, ut infinite parvus seu evanescens, haberi potest pro limite seu ultima harum linearum. Problemata curvarum transcendentium ad quadraturas reducere magna quidem ad solutionem præparatio est; fateor tamen (seposita mea generali constructione tractoria) [19]) præstare rem reduci ad linearum jam constructarum reductiones; quod & ego quoties opus, feci faciamque.

---

[12]) Voir la note 19 de la Lettre N°. 2873.

[13]) Voir la note 20 de la Lettre N°. 2873. On remarquera que les mots : „Tibique assentior" ont été intercalés par Leibniz. De fait, Leibniz n'avait exprimé aucune opinion sur ce point dans ses lettres à Huygens.

[14]) Lisez : DEC.

[15]) Voir la note 21 de la Lettre N°. 2873.

[16]) Voir la figure A de la Lettre N°. 2873, à la page 666.

[17]) Il n'en est rien. En réalité les cas représentés par les figures B, C, D et G mènent à une quadrature un peu plus compliquée que dans le cas de la figure A. Comparez la note 12 de la Lettre N°. 2873.

[18]) Cette assertion n'est vraie que pour les courbes représentées dans la figure en haut de la page 668 de la Lettre N°. 2873, celles de la figure qui suit ne sont pas comprises dans la solution de Leibniz qui, comme les Bernoulli, s'est borné au cas particulier où le point de départ et le centre se trouvent sur la même ligne horizontale, la vitesse de départ étant dirigée vers le centre.

[19]) Consultez la pièce N°. 2824 aux pages 517 et 518.

N° 2875.

CHRISTIAAN HUYGENS aux EDITEURS des „Acta Eruditorum".

[AOÛT 1694].

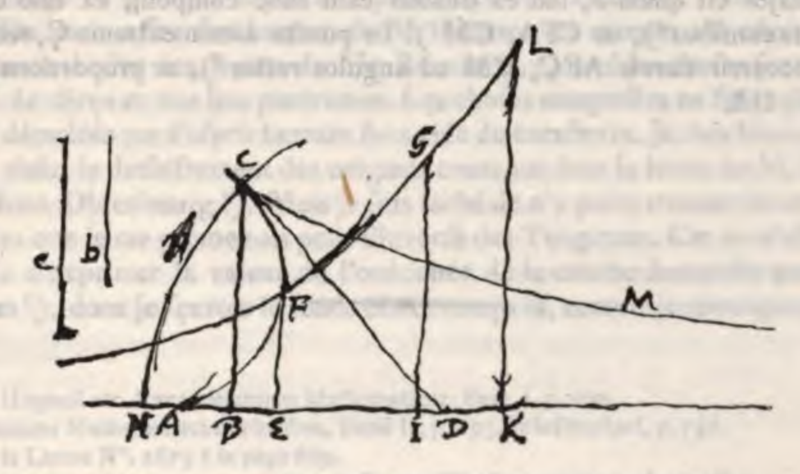
Appendice II au No. 2873.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens [1]).

La pièce a été publiée dans les Acta Eruditorum de septembre 1694, *p.* 338 *et* 339 [2]).

C. H. Z. Conſtructio univerſalis Problematis a Clariſſimo Viro, Jo. BERNOULIO, ſuperiori anno menſe Majo propoſiti.

Cum in *Actis Lipſienſibus* Conſtructionem hanc me reperiſſe ſignificarem, menſe Octobri A.° 1693 [3]), edenda tamen ea ſuperſedi, quod futurum putabam, ut vel ab Auctore ipſo vel Clar.° Viro fratre ejus, vel alio quopiam, haud multum abſimilis brevi in lucem prodiret, ac ſubverebar etiam ne actum agerem. Quoniam vero nuſquam adhuc comparuit, & eſt inter eas quæ dari poſſint quo-



dammodo ſimpliciſſima; non videtur abſque ea diutius relinquendum tam eximium problema. Eſt autem hujuſmodi [4]). Sit in recta AB datum punctum A, et oporteat

[1]) Elle y fait suite à celle du N°. 2873.

[2]) Nous imprimons d'après la minute. Le texte des Acta en diffère en plusieurs endroits par un autre choix des mots, qui peut être le fait de la rédaction, et contient de plus quelques erreurs importantes du copiste ou du typographe. La figure, au contraire, y est beaucoup plus exactement construite.

[3]) Voir la pièce N°. 2823 à la page 513.

[4]) La construction qui va suivre est presque identique avec celle que l'on trouve dans la Lettre N°. 2828 aux pages 535 et 536. On peut donc consulter les notes de cette lettre qui s'y rapportent.

invenire curvam AFC ejuſmodi ut tangens ejus quævis CD abſcindat ab recta AB portionem AD, quæ ad ipſam CD habeat rationem datam lineæ *c* ad *b*.

Conſtructio: ſicut *c* ad *b*, ita quælibet AE in recta AB aſſumpta ad EF ipſi perpend. et per F punctum ponatur deſcripta Logarithmica quæcunque cujus aſymptotos ſit AB, ad quam deſcendat illa verſus A. Deinde ab A verſus E accepta diſtantia qualibet AD, ſit ut *c* ad *b* hoc eſt ut AE ad EF, ita AD ad aliam DH et ea tanquam radio, et centro D deſcribatur circuli circumfer. HC. ac præterea applicetur ad Logarithmicam recta IG aſymptoto perpendicularis, ipſique DH æqualis. Jam ut *b* ad duplum *c*; ita fiat IE ad EK, ſumendam in aſymptoto in partem alterutram, nihil enim refert [5]), et applicetur rurſus ad logarithmicam recta KL; utque ſumma duarum KL, EF ad earum differentiam, ita ſit DH ad DB; quæ ſumenda verſus A punctum ſi AD major ſit quam AE; at in contrariam, ſi minor. Jam recta BC ad aſymptoton perpendicularis ſecabit circumferentiam HC in puncto C, quod erit in curva quæſita AFC. Tangit autem hanc rectam EF in F punctum.

Eſt porro animadverſione dignum, non ſimplicem eſſe curvaturam lineæ hujus cum *c* major eſt quam *b*, ſed ex duabus eam tunc componi, ex uno quodam puncto exeuntibus [6]), ut CFA, CM [7]). In puncto autem extremo C, recta ex A educta occurrit curvis AFC, CM ad angulos rectos [8]), ac proportionales ſunt DA, DC, DB.



[5]) Comparez la note 8 de la Lettre N°. 2828; c'est ici la seule modification réelle de la construction formulée dans la Lettre N°. 2828.

[6]) Voir, à propos du point de rebroussement C, la note 17 de la Lettre N°. 2819, la Lettre N°. 2828 à la page 536, celle N°. 2833 à la page 552, et la pièce N°. 2834.

[7]) Le texte des Acta ajoute: quarum haec in infinitum progreditur.

[8]) On ne retrouve pas cette remarque dans la correspondance. Il s'agit d'ailleurs d'une conséquence immédiate de la proportion: DC : DB = *c* : *b* = DA : DC, indiquée entre autres dans la Lettre N°. 2833, p. 552.

N° 2876.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

14 SEPTEMBRE 1694.

Le lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]) *et par C. I. Gerhardt* [2]).
Elle est la réponse au No. 2873.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2884.

Hanover, ce $\frac{4}{14}$ de Septembre 1694.

MONSIEUR

Je commence par vous remercier de la communication de l'extrait de l'ouurage de Mr. Wallis touchant M. Newton [3]). Je voy que fon calcul s'accorde avec le mien, mais ie penfe que la confideration des differences et des fommes, eft plus propre à eclairer l'efprit; ayant encor lieu dans les feries ordinaires, des nombres, et repondant en quelque façon aux puiffances et aux racines. Il me femble que M. Wallis parle affez froidement de M. Newton et comme s'il eftoit aifé de tirer ces methodes des leçons de Mr. Barrow [4]). Quand les chofes font faites il eft aifé de dire: et nos hoc poteramus. Les chofes compofées ne fçauroient eftre fi bien démelées par l'efprit humain fans aide de caracteres. Je fuis bien aife auffi de voir enfin le dechifrement des enigmes contenus dans la lettre de M. Newton à feu Mons. Oldenbourg [5]). Mais je fuis faché de n'y point trouuer les nouuelles Lumieres que je me promettois pour l'inverfe des Tangentes. Car ce n'eft qu'une methode d'exprimer la valeur de l'ordonnée de la courbe demandée per feriem infinitam [6]), dont je fçavois le fonds dés ce temps là, comme je témoignay alors à

[1]) Chr. Hugenii etc. Excercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 199.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 193, Briefwechsel, p. 746.
[3]) Voir la Lettre N°. 2873 à la page 669.
[4]) Consultez, sur le passage en question, la Lettre N°. 2859 aux pages 622 et 623.
[5]) Voir le déchiffrement de ces énigmes ou anagrammes dans la note 14 de la Lettre N°. 2859 et dans la note qui suit la présente lettre.
[6]) Voici le passage de la lettre de Newton, citée dans la note 29 de la Lettre N°. 2863, auquel Leibniz fait allusion ici: „Attamen ne nimium dixisse videar, inversa de Tangentibus Problemata sunt in potestate, aliaque illis difficiliora. Ad quae solvenda usus sum duplici Methodo, una concinniori, altera generaliori. Utramque visum est impraesentia literis transpositis consignare, ne propter alios idem obtinentes, institutum in aliquibus mutare cogerer"; après quoi Newton fait suivre l'anagramme dont l'explication suivante se trouve dans l'ouvrage que Wallis venait de publier: „*Una Methodus consistit in extractione fluentis quantitatis ex aequatione simul involvente fluxionem ejus: altera tantum in assumptione Seriei pro quantitate qualibet incognita, ex qua caetera commode derivari possunt, et in collatione terminorum homologorum aequationis resultantis ad eruendos terminos assumptae Seriei*".

Mons. Oldenbourg [7]). Et j'en ay donné le moyen depuis quelque temps dans les Actes de Leipzig [8]), d'une maniere aſſez aiſée et tres univerſelle.

Il eſt raiſonnable de ſe ſervir de cette Hypotheſe, que les courbures ſont comme les forces qui les produiſent, pour avoir quelque choſe d'arreſté; mais ſi cela a aſſez lieu en effect, c'eſt ce que je ne voy pas encor bien clairement. Et on ſe peut figurer des conſtitutions des corps ou il n'en iroit pas ainſi. C'eſt ce qui m'a rebuté de cette recherche. Voyant que ma ſanté commence à chanceler, j'ay bien de la peine à me reſoudre à des meditations qui ne ſervent qu'à exercer l'eſprit. Je n'ay pas meme examinè la conſtruction de ma paracentrique iſochrone donnée par M. Bernoulli, m'eſtant contentè de donner mon analyſe, qui eſt aſſez naturelle, avec ma conſtruction qui n'a beſoin que de la rectification d'une courbe ordinaire [9]).

Je ſuis de voſtre ſentiment, Monſieur, en ce que vous croyés que le probleme n'eſt pas encor bien reſolu, lors qu'on ne fait que le reduire à quelque quadrature. Ainſi la courbe dont la rectification eſt employée par M. Bernoulli à la conſtruction de la paracentrique n'eſtant pas aſſés conſtruite encor elle même, eſt peu propre à la fin qu'il ſe propoſe. Mais je ne l'en reprends point. Eſt aliquid prodire tenus. Cependant je ſuis d'accord avec M. Bernoulli [10]), que c'eſt tousjours beaucoup quand un probleme eſt reduit aux quadratures. C'eſt à mon avis un grand et neceſſaire acheminement à ſa veritable ſolution. Il y a pluſieurs degrés dans les ſolutions; la plus parfaite ſans doute eſt celle qui reduit les tranſcendentes à l'aire du cercle ou de l'Hyperbole. Au défaut de cela je voudrois pouuoir décrire la ligne tranſcendente per puncta à l'imitation de la Logarithmique qui ſe décrit par les moyennes proportionelles. Et quand cela manque encor, je me contente d'obtenir mon but per rectificationes linearum. Mais il y a des cas ſi difficiles, ou tout ce que j'y puis juſqu'icy, eſt de donner ſeriem infinitam. Je ne doute point qu'on ne trouue un jour la methode de reduire le tout aux plus ſimples quadratures poſſibles. Je croy même d'en voir les moyens, dont j'ay auſſi des echantillons, mais je ne ſuis pas en eſtat d'y travailler.

---

[7]) Leibniz avait, en effet, dans sa Lettre à Oldenbourg du 21 juin 1677, écrite le même jour qu'il avait reçu copie de la Lettre de Newton, répondu comme il suit au passage mentionné dans la note précédente: „Quod ait, Problemata Methodi Tangentium inversae esse in potestate, hoc arbitror ab eo intelligi per Series scilicet Infinitas. Sed a me ita desiderantur, ut Curvae exhibeantur Geometrice, quatenus id fieri potest, suppositis (minimum) quadraturis". Voir la page 244 du „Briefwechsel von Gottfried Wilhelm Leibniz" publié par Gerhardt.

[8]) Voir l'article cité dans la note 10 de la Lettre N°. 2863.

[9]) Voir toujours, sur ces solutions diverses du problème de l'isochrone paracentrique, la note 22 de la Lettre N°. 2841.

[10]) C'est ici la réponse à la phrase de la Lettre N°. 2873 marquée par la note 10.

Si M. Bernoulli a bien determiné l'arc du reſſort ou les tangentes des extremités ſont paralleles, il me ſemble qu'il aura auſſi les cas, ou ces tangentes ſont convergentes au deſſus ou au deſſous de la corde, car il n'aura qu'a continuer la courbe ou en prendre la partie, puiſque la partie du reſſort bandé eſt encor un reſſort bandé, en quelque endroit qu'on l'attache ou qu'on en prenne les extremités [11]). Cela fait voir encor que l'arc peut n'eſtre pas ambidextre, lors qu'en le bandant on pouſſe inégalement les extremités. Je ſuis auſſi en doute ſur ce quil dit de la voile, et la choſe merite d'eſtre approfondie. Je crois que ma conſtruction comprend toutes les iſochrones paracentriques, tant celles de Mr. Bernoulli que celles que vous avés profondement conſiderées [12]) mais ie ne ſuis pas en eſtat ny en humeur de venir au detail.

Pour ce qui eſt du calcul des differentio-differentielles, ſur lequel vous deſirés d'eſtre eclairci, je ſuis bien aiſe de pouvoir ſatisfaire à vos ordres en quelque choſe. Ce n'eſt que trop ſouuent que je voy qu'on eſt obligé d'y venir : mêmes la recherche de la chainette y mene naturellement; mais c'eſt par une faveur ſpeciale qu'on y peut s'en deliurer. Mes ſeries infinies ont cela d'avantageux qu'elles reſolvent les differentio-differentielles, de quelque degré qu'elles ſoyent, auſſi aiſement que les differences premieres. Comme les equations differentielles du premier degré ſont pour l'inverſe des tangentes, lors qu'on determine la courbe ex data proprietate tangentium, je trouue que celles des autres degrés peuuent venir lors que la courbe eſt determinée per proprietatem curvedinum ſeu linearum oſculantium; ou bien par le melange des ſommes parmy les differences. Car pour ſe deliurer des ſommes, on deſcend à des differences plus profondes, tout comme pour ſe delivrer des racines on monte à des puiſſances plus hautes. Voicy un Exemple aiſé pour les differences ſecondes pro linea ſinuum, ç'eſt-à-dire lors que les arcs de cercle étendus en ligne droite eſtant les ordonnées, les ſinus ſont les abſciſſes. Soit l'arc y, le ſinus de complement ſoit x, le rayon a, l'arc y ſera egal

(1) [13]) à $a\int\frac{dx}{\sqrt{aa-xx}}$ et differentiando dy (2) $=\frac{adx}{\sqrt{aa-xx}}$ ou bien

---

[11]) Cette remarque, vraie en soi-même, n'est pas applicable à la solution de Jacques Bernoulli, puisque cette solution suppose que les forces appliquées aux extrémités de la courbe élastique soient perpendiculaires à la tangente, ce qui n'aurait plus lieu pour la force qu'on devrait appliquer à la nouvelle extrémité pour faire conserver sa forme à la courbe. Ainsi la courbe élastique de Bernoulli n'est qu'un cas particulier de la courbe élastique générale, ce qu'il reconnaît lui-même dans le passage cité dans la note 12 de la Lettre N°. 2873.

[12]) C'est une illusion, puisque, en réalité, Leibniz aussi, comme les Bernoulli, ne s'était occupé que d'un cas particulier, qui ne contient pas les courbes spirales de Huygens; voir la note 17 de la pièce N°. 2874.

$\sqrt{(aa-xx)}\,dy\,(3)=adx$. Pour abreger faiſons $\sqrt{aa-xx}\,(4)=v$, et il y aura $vdy\,(5)=adx$, et rurſus ipſam aeq. 5. differentiando $vddy+dvdy\,(6)=addx$. Et ſi nous faiſons que les arcs y croiſſent uniformement, c'eſt-à-dire ſi dy eſt conſtante ou $ddy=0\,(7)$, au lieu de 6 il y aura $dvdy\,(8)=addx$. Differentiando aeq. 4 il y aura $dv\,(9)=-\frac{xdx}{v}$ car $vv=aa-xx$, donc $vdv=-xdx$. Et (par 5 et 9) $dv\,(10)=-\frac{xdy}{a}$ donc par 8 et 10 il y aura $-xdydy\,(11)=aaddx$. Ce qui fait voir que les arcs de cercle croiſſant uniformement, les ſinus de complement décroiſſent de telle ſorte qu'ils ſont proportionels à leur propres differences ſecondes; au lieu que lors que les Logarithmes croiſſent uniformement les nombres ſont proportionels à leur propres differences premieres. Soit $x\,(12)=$ $=a+byy+cy^4+ey^6$ etc., et (poſito $ddy=0$ ut dictum) ddx ſera $(13)=dydy$ multiplié par $1.2.b+3.4.cyy+5.6.ey^4$ etc., et l'equation 11 ou $xdydy+$ $+aaddx\,(14)=0$ eſtant interpretée par 12 et 13 il y aura:

$$0\,(15)=\left|\begin{matrix}+a\\+1.2.baa\end{matrix}\right|\begin{matrix}+\quad by^2\\+3.4.caay^2\end{matrix}\left|\begin{matrix}+\quad cy^4\\+5.6.eaay^4\ \text{[14])}\end{matrix}\right|\begin{matrix}+\quad cy^6\ \text{etc.}\\+7.8.faay^6\ \text{[14]) etc.}\end{matrix}$$

Donc, deſtruiſant tous les termes, pour faire que cette equation ſoit identique, il y aura $a+1.2.baa=0$, et $b+3.4.caa=0$ et $c+5.6.eaa$ [14]) $=0$. C'eſt-à-dire $b=-\frac{1}{1.2.a}$, et $c=-\frac{b}{3.4.aa}$, ou bien $c=\frac{1}{1.2.3.4.a^3}$ et $e=-$ $-\frac{1}{1.2.3.4.5.6.a^5}$ et ainſi de ſuite; donc par 12 nous aurons $x\,(16)=$ $=\frac{1}{1}a-\frac{1}{1.2.a}yy+\frac{1}{1.2.3.4.a^3}y^4-\frac{1}{1.2.3.4.5.6.a^5}y^6$ etc. ce qui donne la valeur du ſinus de complement x par l'arc y et par le rayon a. On trouueroit la même choſe par l'equation 3. en oſtant l'irrationelle et faiſant $aadydy\,(17)=$ $=xxdydy+aadxdx$, mais non pas ſi aiſement. Il y a encor d'autres abregés que j'explique dans les Actes[15]).

Mais pour vous donner un exemple d'un probleme Geometrique, prenons celui de la Chainette: et je vous donneray en meme temps l'analyſe dont je me

[13]) De même que dans la Lettre N°. 2863, les chiffres entre crochets, placés dans la présente devant le signe de l'égalité, servent à numéroter les équations.

[14]) Nous ajoutons dans ces termes les facteurs aa, omis par Leibniz.

[15]) Il s'agit toujours du „Supplementum Geometriae Practicae", cité dans la note 10 de la Lettre N°. 2863.

ſuis ſervi autres fois pour le reſoudre, puiſque vous avés temoigné de la deſirer auſſi[16]). Soit AB,x; BC,y; AT, retranchée par la tangente, eſt la diſtance entre l'axe et le centre de gravité de l'arc AC. Or, Cβ ou AB eſt à Tβ, comme dx à dy; donc Tβ ſera $x\, \overline{dy : dx}$, et AT ſera $y - x.\, \overline{dy : dx}$. L'arc AC ſoit appellé c et par la nature du centre de gravité il eſt manifeſte, qu'AT ſera $\int \overline{ydc} : c\ (1) = y - x\overline{dy : dx}$ ou bien $\int ydc\ (2) = cy - cx\overline{dy : dx}$; et differentiando $ydc\ (3) = cdy + ydc - x\overline{dy : dx}\, dc - - cdy - cxd, \overline{dy : dx}$. Et rejettant ce qui ſe détruit, il y aura $dc\, \overline{dy : dx} + cd, \overline{dy : dx}\ (4) = 0$. Suppoſons que les y ou $\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{A}\beta}$ croiſſent uniformement, ou que dy ſoit conſtante et $ddy\ (5) = 0$, nous aurons $d. \overline{dy : dx}\ (6) = - - dy\, ddx : \overline{dx\ dx}$, et au lieu de 4 il y aura $dcdx - cddx\ (7) = 0$, c'eſt-à-dire ſummando $dx : c\ (8) = dy : a$ (car cette equ. 8. eſtant differentiée rend l'equation 7) ou bien $adx\ (9) = cdy$ et differentiando $addx\ (10) = dcdy$. Or generalement en toute courbe $dcdc\ (11) = dydy + dxdx$ et differentiando $dc\, ddc = dyddy + + dxddx$, donc icy (par 5) $dcddc\ (12) = dxddx$, et (par 10 et 12) $addc\ (13) = = dxdy$ et ſummando $adc\ (14) = xdy + bdy$. Soit $x + b\ (15) = z$, fiet $dx\ (16) = dz$ et $adc = zdy$, et (par 11 et 16) $dcdc = dzdz\ (17) + dydy$. Donc par 14, 15, 17, nous aurons $aadzdz + aadydy\ (18) = zzdydy$, et enfin $y\ (19) = aa \int dz : \sqrt{zz - aa}$, c'eſt-à-dire il ne faut que chercher la quadrature d'une figure, dont l'ordonnée eſt $aa : \sqrt{zz - aa}$[17]). On peut faire $b = a$ ou $-a$, ou bien de quelque autre grandeur qu'on voudra, comme il depend auſſi de nous d'augmenter ou diminuer y par une droite conſtante et d'écrire

$$y + c\ (20) = aa \int dz : \sqrt{zz - aa}.$$

Pour ce qui eſt des equations exponentielles, je vous diray Monſieur, que toutes les fois que le probleme ſe reduit à des exponentielles traitables, il eſt reſolu en perfection, et il n'y a plus rien à chercher. De ſorte; que c'eſt proprement le plus haut point de la Geometrie des Tranſcendentes. Pour vous en developper tout le myſtere ſoit par exemple $\overline{x : a}^{\overline{y : a}} = y : a$ ou bien poſant a pour l'unité, ſoit

[16]) Voir la Lettre N°. 2693 du 1er septembre 1691 à la page 132, et comparez la pièce N°. 2793 aux pages 413, 414 et 416.

[17]) De cette manière la construction de la chaînette est donc réduite à la quadrature de la courbe $x^2y^2 = a^4 + a^2y^2$, comme Leibniz l'avait déjà annoncé dans sa Lettre du 13 octobre 1690, le N°. 2627, à la page 518. Comparez encore la Lettre N°. 2633, à la page 537, et la pièce N°. 2793, à commencer au bas de la page 413.

$x^v = y$; c'eſt comme ſi je diſois qu'v eſt à l'unité comme le logarithme de la grandeur y eſt au Logarithme de la grandeur x. Ainſi ſuppoſé que la valeur d'v ſoit donnée par x ou par y, ou par toutes les deux, la ligne ſe peut conſtruire Geometriquement par points auſſi bien que la logarithmique meme, et on en peut donner de meme la tangente et les autres proprietés. Et je puis tousjours changer l'equation exponentielle en differentielle, mais non pas vice verſa, car, puiſque x^v (1) $= y$ donc v log. x (2) $=$ log. y, ou bien $v \int \overline{dx : x}$ (3) $= \int \overline{dy : y}$ et differentiando $vdx : x + dv \int dx : x$ (4) $= dy : y$. Si v eſtoit egal à x, alors dy feroit à dx, ou bien, l'ordonnée ſeroit à la ſoutangentielle, comme y multipliée par $1 +$ log. x, eſt à l'unité, c'eſt-à-dire la ſoutangentielle ſera egale à l'unité multipliée [18]) par $1 +$ log. x. Si nous poſons que les x croiſſent uniformement, il y aura $yydxdx + axyddy = axdydy$ [19]), et cette equation differentio-differentielle ſe peut reduire à l'exponentielle $x^x = y$, qui en donne la conſtruction. Ainſi bien loin qu'on doive croire que ces exponentielles ſont embaraſſées, il faut juger que de toutes les expreſſions qui enſeignent la conſtruction des lignes Tranſcendentes par des points determinables ſuivant la Geometrie ordinaire, ce ſont les plus ſimples. Et il faut conſiderer que les exponentielles n'employent point d'autre grandeur qu'x et y, etc., c'eſt à dire que des grandeurs ordinaires, au lieu que les differentielles employent encor d'extra-ordinaires, comme dx, ddx etc., ce qui les empeche de ſervir aux determinations des interſections des courbes ou aux equations locales. car ſi j'avois $dy : dx$ (1) $= x : a$ pour une courbe, ſcavoir pour la Logarithmique; et $xx + yy$ (2) $= aa$ pour l'autre, ſcavoir pour le cercle, qui me donne $xdx + ydy$ (3) $= 0$, ou $dy : dx$ (4) $= - x : y$, il ne m'eſt point permis de me ſervir des equations 3 ou 4 pour le cas de rencontre des courbes, ny d'oſter $dy : dx$ par le moyen des equations 1 et 4, bien que je ſçache que les courbes des equations 1 et 2, ſcavoir la logarithmique et le cercle, ſe rencontrent; excepté le cas ou leur rencontre eſt un attouchement. Car ſans cela, quoyque x et y ſoyent les meſmes dans les deux courbes, dx et dy ne le ſont point (mais ddx, ddy ne ſont les memes de part et d'autre, que dans le cas de l'oſculation des deux courbes qui eſt un attouchement plus parfait). Au lieu que les exponentielles ne contenant qu'x et y, qui ſont les memes en cas de rencontre, ſervent abſolument à la determination des interſections. Ainſi c'eſt par elles ou leur ſemblables qu'on acheve la recherche et qu'on peut oſter une inconnue. Je trouue ces equations encor utiles dans les nombres. Je taſcheray de me faire entendre dans le traité que je projette pour mon nouueau calcul, et vous ſerés obligé de ce que vous y voudrés contribuer. Nous verrons ce que feront M. le Marquis de l'Hoſpital et Meſſieurs Bernoulli.

---

18) Lisez: diviſée.
19) Lisez: $y^2 dx\, dx + ax\, dy\, dy = axy\, ddy$, où a représente l'unité.

Voſtre explication de la peſanteur paroiſt juſqu'icy la plus plauſible. Il feroit ſeulement à deſirer qu'on pût rendre raiſon pourquoy celle qui paroiſt dans les Aſtres eſt en raiſon doublée reciproque des diſtances. Comme je vous diſois un jour à Paris qu'on avoit de la peine à connoiſtre le veritable ſujet du Mouuement, vous me répondîtes que cela ſe pouuoit par le moyen du mouuement circulaire, cela m'arreſta; et je m'en ſouuins en liſant à peu près la même choſe dans le liure de Mons. Newton; mais ce fut lorſque je croyois déja voir que le Mouuement circulaire n'a point de privilege en cela. Et je voy que vous eſtes dans le meme ſentiment. Je tiens donc que toutes les hypotheſes ſont equivalentes et lors que j'aſſigne certains mouuemens à certains corps, je n'en ay ny puis avoir d'autre raiſon, que la ſimplicité de l'Hypotheſe croyant qu'on peut tenir la plus ſimple (tout conſideré) pour la veritable. Ainſi n'en ayant point d'autre marque, je crois que la difference entre nous, n'eſt que dans la maniere de parler, que je tache d'accommoder à l'uſage commun, autant que je puis, ſalva veritate. Je ne ſuis pas meme fort eloigné de la voſtre, et dans un petit papier[20]) que je communiquay à Mr. Viviani, et qui me paroiſſoit propre à perſuader Meſſieurs de Rome à permettre l'opinion de Copernic, je m'en accommodois. Cependant ſi vous eſtes dans ces ſentimens ſur la realité du mouuement, je m'imagine que vous deuriés en avoir ſur la nature du corps de differens de ceux qu'on a couſtume d'avoir. J'en ay d'aſſez ſinguliers et qui me paroiſſent demonſtrés. Je ſouhaiterois d'apprendre un jour vos reflexions que vous m'aviés fait eſperer tant ſur mes animadverſions in Carteſium[21]), que ſur ce que je vous avois écrit contre le vuide et les Atomes[22]). Je veux lire avec attention la Theorie du manoeuvre et vous remercie cependant des communications de voſtre remarque qui paroiſt de conſequence. Il y a dejà du temps que j'ay envoyé à Leipzig mes reflexions ſur l'Iſochrone du Profeſſeur Bernoulli[23]); en y envoyant voſtre conſtruction du probleme du Medecin[24]), j'y adjouteray quelque choſe de vos conſiderations[25]) ſur ce que le Profeſſeur vient de donner.

Mr. Tayler s'eſt excuſé de venir à Wolfenbutel[26]). N'a-t-on point des nouuelles de la reſtitution entiere de Mr. Newton? [27]) Je la ſouhaitte fort. Quelques

[20]) Nous ne le connaissons pas.
[21]) Voir, sur le manuscrit en question, la note 23 de la Lettre N°. 2759, et sur la promesse de Huygens, la Lettre N°. 2785, à la page 387.
[22]) Voir la Lettre N°. 2822, à la page 509.
[23]) Voir l'article de Leibniz, cité dans la note 22 de la Lettre N°. 2841, et comparez la note 39 de la Lettre N°. 2873.
[24]) Voir la pièce N°. 2875.
[25]) Voir la pièce N°. 2874.
[26]) Consultez, sur Johannes Teyler et sur la place vacante à Wolfenbüttel, les Lettres N°. 2852 à la page 604, N°. 2854 à la page 615, N°. 2856 et N°. 2863 à la page 646.
[27]) Comparez la Lettre N°. 2856, vers la fin, et la Lettre N°. 2863, à la page 646.

uns ayant vû des definitions que j'ay données dans la preface de mon Code Diplomatique [28]) (dont, pour le dire en paſſant, je vous feray remettre un exemplaire) m'ont exhorté de mettre en ordre un amas d'autres que j'ay fabriquées autres fois. Voicy celles de la preface que je ſoûmets à voſtre jugement. Je dis que la juſtice eſt une charité conforme à la ſageſſe. La ſageſſe eſt la ſcience de la felicité. la charite eſt une bienveuillance generale. La bienveuillance eſt habitus diligendi. Diligere, aimer, cherir (en noſtre ſens) eſt ſe faire un plaiſir de la felicité d'autruy.

Vous ne pouués manquer, Monſieur, d'avoir mille belles meditations encor hors des mathematiques. Il ne faudrait pas nous en priver. Je me ſouuiens qu'un jour vous me fiſtes eſperer quelque choſe de cette nature [29]). N'aurons nous pas bien toſt voſtre Dioptrique? J'eſpere d'y trouuer des explications des meteores emphatiques [30]), ſuivant cet echantillon qu'on a vû de vous autres fois dans le journal des ſcavans [31]). Voſtre cryſtal d'Iſlande ne vous at-il donne aucun phenomene ſingulier ſur les couleurs? Il ſemble qu'il y deuroit encor ſeruir. Vous aviés auſſi fait ce me ſemble quelques decouuertes ſur la force electrique [32]). Que jugés vous Monſieur de l'Hypotheſe de Monſieur Halley, ſur le noyau mobile contenu dans le globe de la terre, pour expliquer la variation de l'aimant? [33]) Et ſur ce que Mr. Newton croit avoir rendu raiſon du flus et reflus de la mer [34]). Nous attendons auſſi l'explication de voſtre ligne propre pour les pendules des vaiſſeaux [35]). Je ſuis avec zele

MONSIEUR

Voſtre treſhumble et treſobeiſſant ſerviteur

LEIBNIZ.

[28]) L'ouvrage cité dans la note 7 de la Lettre N°. 2797.

[29]) Comparez les derniers alinéas des Lettres N°. 2759 et N°. 2766, et la Lettre N°. 2854, à la page 609.

[30]) Comparez la note 17 de la Lettre N°. 2841.

[31]) Il s'agit bien probablement du Journal des Sçavans du 28 Aoust 1667, qui contient un résumé de l'ouvrage „Relation d'une Observation faite à la Bibliothèque du Roy", etc., cité dans la note 10 de la Lettre N°. 1610, et où l'on trouve l'explication donnée par Huygens de la cause des couronnes solaires et des parhélies.

[32]) Comparez la Lettre N°. 2841 à la page 573.

[33]) Voir l'article de Halley, publié dans les Philosophical Transactions N°. 195, du 19 octobre 1692, sous le titre: „An Account of the Change of the Variation of the Magnetical Needle; with an Hypothesis of the Structure of the Internal parts of the Earth; as it was proposed to the Royal Society in one of their late Meetings. By Edm. Halley".

[34]) Comparez la Lettre de Leibniz N°. 2632, de novembre 1690, à la page 533, et la réponse de Huygens, p. 538 de la Lettre N°. 2633

[35]) Voir la pièce N°. 2823 vers la fin.

P. S. Si je ſuppoſe que la voile ne s'etend ou ne s'allonge point et prends l'effect du vent pour ce qui ſe feroit ſi un filet ABC conſideré comme ſans peſanteur en luy même, eſtoit chargé par tout d'un poids égal, tel que CD; le calcul qui me vient tout preſentement, me donne une ligne, dont la conſtruction demande une quadrature, qu'il eſt en mon pouvoir de donner autant qu'il eſt poſſible, et qui ſe reduira (: autant que je puis juger par avance :) à celle de l'hyperbole. Mais je crois que ce ſera autrement que lors qu'on conſtruit la chainette [36]).

N° 2877.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

18 SEPTEMBRE 1694.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]) et C. I. Gerhardt [2]).
Elle fait suite au No. 2876.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2884.

MONSIEUR

Je me ſuis donné l'honneur de vous écrire il y a quelques jours, où j'ay marqué d'auoir ſatisfait à vos ordres, en envoyant à Leipzig ce que vous aviés deſtiné aux Acta [3]). J'ay taché auſſi de ſatisfaire aux autres points de voſtre lettre.

Maintenant je profite de l'occaſion favorable que M. de Tſchirnhaus [4]) me fournit pour vous écrire cellecy, et je ne me ſçaurois diſpenſer de vous dire que jay vû avec admiration les effects de ſes verres ardens. [5]) ſur tout ſur des objets,

[36]) Comparez la page 666 de la Lettre N°. 2873 où l'on trouve le passage auquel ce postscriptum sert de réponse.

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 209.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 200, Briefwechsel, p. 753.
[3]) Voir la Lettre N°. 2876 à la page 681. Il s'agit de la pièce N°. 2875.
[4]) Voir, sur von Tschirnhaus, la note 3 de la Lettre N°. 2046, et sur ses relations avec Huygens la note 2 de la Lettre N°. 2199, la correspondance des années 1682, 1683, 1686 et 1687 et enfin la pièce N°. 2626.
[5]) On peut consulter, sur ces verres ardents de von Tschirnhaus, son article, cité dans la note 11 de la Lettre N°. 2748, et ses lettres à Leibniz du 13 janv. 1693 et du 27 févr. 1694; voir les pages 476, 488 et 489 du „Briefwechsel von Gottfried Wilhelm Leibniz" publié par C. I. Gerhardt.

qui ont paru indomtables aux fourneaux des chymiftes. Mais comme vous en verrés des objets incomparablement plus grands par le moyen des verres qu'il a déja envoyés en Hollande [6]), je n'en diray point d'avantage.

Il m'a auffi monftré des Theoremes de Geometrie, d'une grande beauté et generalité, et plufieurs autres belles penfées. Mais vous en eftes meilleur juge que moy, et j'efpere qu'en retournant, il me fera part du profit qu'il aura fait chez vous. Car fi j'eftois capable de luy porter envie, ce feroit de l'avantage qu'il aura de vous voir.

Je fuis avec zele

MONSIEUR

Votre trefhumble et trefobeiffant ferviteur
LEIBNIZ.

Hanover 8 Septemb. 1694.

N° 2878.

CHRISTIAAN HUYGENS à DE ROSEN.

1er OCTOBRE 1694.

La minute et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

Ce 1 Oct. 1694.

MONSIEUR

Je reconnois l'honneur que S.[on] A.[lteffe] Sme.[eremiffime] [1]) me fait et a ma nouvelle invention, en ce qu'elle daigne tefmoigner quelque envie de la voir, et je luy procurerois avec joye une horloge pareille a celle que j'ay fait conftruire [2]), s'il n'y avoit deux raifons qui me le defendiffent, et que je crois que vous trouverez legitimes. L'une eft que je dois propofer ce nouveau moien de trouver les Longitudes a Mrs. les Directeurs de la Compagnie des Indes, dans l'efperance d'en eftre bien recompenfé, ce que pour quelques

[6]) Dans la dernière des lettres citées dans la note précédente, von Tschirnhaus rapporte qu'il a envoyé un de ses verres ardents en Hollande pour le Roi d'Angleterre, c'est-à-dire pour Willem III.

[1]) Karl, landgrave de Hesse-Cassel; voir la Lettre N°. 2401, note 4.

[2]) Voir, entre autres, la Lettre N°. 2859, à la page 626.

confiderations je n'ay pas fait encore. L'autre eft la crainte que quelque plagiaire n'aille s'attribuer mon invention fi je ne la publie premierement en mon nom, comme j'ay deffein de faire en faifant imprimer la defcription et la demonftration de tout ce qui la regarde. Comme c'eft vous Monfieur qui par le raport avantageux que vous en avez fait avez excitè la curiofitè de S. A. S. de qui je ne fcaurois affez admirer l'inclination aux belles connoiffances, je vous fupplie trefhumblement de faire accepter par elle, les excufes que je viens d'alleguer. Je vous affure, que c'eft avec beaucoup de regret, et que je n'en ay pas moins de ce qu'a cette premiere occafion je ne puis vous donner une legere preuve du zele avec lequel je fuis

MONSIEUR

Voftre &c.

Ce que vous euftes la bontè de me mander touchant le paffage des Troupes de S. A. S. s'eft effectuè, a ce que nous venons d'apprendre, et quant et quant les heureux fucces des armes du Prince de Bade [2]), et la prife de Huy [3]). Il n'y a pas encore des nouvelles certaines du bombardement de Dunquerque [4]). Cependant voila que la face des affaires commence bien a changer, de quoy Dieu foit louè.

A Monfieur DE ROSEN,
aupres de S. A. Sme Monsr. le Landgrave de Heffe.

---

[2]) Ludwich Wilhelm I, margrave de Bade, maréchal de l'Empire et lieutenant-général d'Autriche, né à Paris le 8 Avril 1655. En 1675, il combattit contre Turenne dans l'Alsace; après la paix de Nimègue, en 1678, il succéda à son grand-père. En 1693, il commanda l'armée impériale allemande et prit Heidelberg. Après s'être concerté avec le roi William III à Londres, il envahit en 1694 l'Alsace. Il mourut à Rastadt le 4 janvier 1707.

[3]) Huy avait été reprise le 28 septembre 1694 par les alliés, après un siège de 9 jours conduit principalement par Coehoorn.

[4]) L'entreprise contre Dunquerque n'eut aucun succès.

N° 2879.

LE MARQUIS DE L'HOSPITAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

4 OCTOBRE 1694.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]).
Elle est la réponse au No. 2859.
Chr. Huygens y répondit par une lettre que nous ne connaissons pas[2]).

A Paris ce 4 octobre 1694.

Je commence par vous demander milles pardons Monſieur du longtemps que j'ai eté ſans faire reponce à vôtre derniere du 16e Juin. La mort de mon beau-pere qui eſt arrivée dans ce temps et qui m'a obligé de faire de petits voyages à la campagne pour des affaires de famille m'en a empeſché. De ſorte que depuis 8 ou 10 mois j'ai eté entierement occupé a des choſes differentes des mathematiques par l'embaras ou m'ont jetté les pertes que nous avons faites de l'oncle [3]) et du pere de ma femme [4]). Je ſuis bien faſché de l'indiſpoſition que vous avez euë, non ſeulement parce que je m'y intereſſe particulierement, mais auſſi parce que les mathematiques que vous avez pouſſées ſi loin y perdent beaucoup. Il me ſemble pourtant ſur ce que vous me mandez que vous ne les avez pas tout a fait negligées, la decouverte de vos horloges ſur la mer etant d'une conſequence extreme. J'eſpere que vous voudrez bien en faire part au public puis qu'elles reuſſiſſent ce qui me donnera occaſion de les admirer comme j'ai toujours fait tout ce qui eſt venu de vous.

A legard de vôtre diſpute avec Mr Renaud je puis vous aſſurer qu'il ne m'a point communiqué ſa reponſe [5]) quoique je le connoiſſe très particulierement. Ce n'eſt pas qu'il ne me ſoit venu chercher mais il ne m'a pas trouvé, et il a eté très peu de temps à Paris cet hyver parce qu'on la envoyé aſſez promtement ſur les côtes. Quand même je l'aurois vû je ne ſçais ſi je ſerois venu à bout de le faire changer de ſentiment; car quand on eſt entêté ſur tout dans les queſtions ou la phiſique a part, je trouve qu'on en revient difficilement. Il me ſemble que ſi vôtre replique [6]) dont Mr de la Hire ma fait part ne ſuffit pas pour cet effet, il ſeroit aſſez inutile que d'autres l'entrepriſſent.

La demonſtration que vous m'envoyez pour ma regle touchant les rayons des

1) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 319.
2) Elle était datée du 27 janvier; voir la réponse de de l'Hospital du 21 février 1695.
3) Voir la Lettre N°. 2847.
4) De l'Hospital avait épousé Marie Charlotte de Romilly de la Chesnelaye, de laquelle il eut un fils et trois filles.
5) La pièce N°. 2848.
6) La pièce N°. 2869.

developpées des paraboloides eſt conforme à la mienne. Je crois que ma quadrature de la feüille de Deſcartes par les appliquées à l'axe ſera fort differente de celle de Mr. de Volder; car elle eſt uniquement fondée, comme je vous ai deja mandé [7]) ſur quelques regles que j'ai pour prendre les ſommes et dont je vous ferai part lorſque j'aurai un peu de loiſir. Je n'ai plus de curioſité de voir ce qu'il y a de Mr Neuton dans le livre de Vallis apres ce que vous me mandez. J'avois fait ecrire à Mr Leers [8]) de m'apporter le traité de Vallis de algebra mis en latin, cependant il me l'a apporté en anglois [9]), ce qui m'eſt fort inutile puiſque je n'entens pas cette langue.

Je pars pour m'en aller du côté de lyon en Breſſe, où ſont les terres dont nous avons herité de feu Mr d'Autremonts. Si vous me faites l'honneur de m'ecrire on m'envoira vos lettres et j'aurai ſoin d'y repondre exactement vous aſſurant que je ſuis ſans aucune reſerve

MONSIEUR

vôtre treſhumble et tres obeiſſant ſerviteur

LE M. DE LHOSPITAL.

holande A Monſieur

Monſieur HUGENS DE ZULICHEM

Seignr. de Zehelem int noordeinde naaſt de Crabte

A la Haye.

7) Voir la Lettre N°. 2843, à la page 580.

8) Voir la Lettre N°. 2883, note 1.

9) Voir, sur cette édition anglaise, la Lettre N°. 2660, note 3.

N° 2880.

G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.

24 octobre 1694.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]) *et C. I. Gerhardt*[2]).
Elle fait suite au No. 2877.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2884.

Monsieur

Je vous auois écrit dernierement par Mr. de Tſchirnhaus qui n'en auoit point beſoin. Mais apreſent je prends la liberté de vous adreſſer un de mes amis[3]), qui eſt encor d'un tres grand merite en ſon genre, et qui eſpere que voſtre recommendation luy ſervira beaucoup, pour mieux inſinuer un deſſein de negoce, où il s'eſt engagé avec quelques perſonnes conſiderables, et qu'il veut propoſer au Roy et à Meſſieurs les Etats, pour en auoir l'agrement, l'octroy et la protection. Je ne ſuis pas des plus diſpoſés à la credulité, et il y a peu de noũueaux avis, qui ſe trouuent practicables. Mais cette affaire paroiſt ſi plauſible, et ſi convenable au temps et aux intentions de Sa Majeſté, que je croy qu'on ne riſque rien en luy donnant de l'applaudiſſement. Il vous en dira tout le detail, qu'il ne veut pourtant pas encor publier avant que d'en auoir jetté les fondemens.

En cas que vous en formiés le même jugement que moy, je ne doute point, Monſieur, que vous ne le favoriſiés de recommendations proportionnées, auprés du Roy, par Monſieur voſtre frere[4]), et aupres de Meſſieurs les Eſtats par M. le Penſionnaire[5]). Le perſonnage a acquis une tres grande experience en ces choſes par

---

[1]) Chr. Hugenii etc., Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 210.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 201, Briefwechsel, p. 754.
[3]) Krafft, voir la Lettre N°. 2884. Johann Daniel Krafft, Conseiller de Commerce de l'Electeur de Saxe, se trouve mentionné dans l'ouvrage du Docteur Eduard Bodemann, bibliothécaire royal à Hannover: „Der Briefwechsel des Gottfried Wilhelm Leibniz", comme un des correspondants de Leibniz; la bibliothèque de Hannover possède de lui 157 lettres avec 9 réponses de Leibniz, sur divers sujets de chimie, technologie, industrie et commerce. Nous l'avons déjà rencontré, dans la note 15 de la Lettre N°. 2192, comme celui qui avait mis en vogue les expériences avec le phosphore. Il résulte de l'article du Journal des Sçavans, cité dans cette note, qu'il avait, en 1675 ou en 1676, séjourné à Batavia.
[4]) Constantyn Huygens, secrétaire de Willem III.
[5]) Anthonie Heinsius, fils d'Anthony Heinsius et de Maria Dedel, né à Delft le 22 novembre 1641, fut pensionnaire depuis 1690 jusqu'à sa mort, le 3 août 1720.

ſon aage avancé, et par la quantité d'affaires de cette nature, qui luy ont paſſé par les mains, ayant eſté employé par pluſieurs Princes, qui en ont fait grand cas, mais particulierement Jean Philippus Electeur de Mayence[6]), qui eſtoit un des plus habiles Princes de ſon temps, et le defunt Electeur de Brandebourg[7]) l'honnoroient d'une confiance extraordinaire, et ſe ſervoient de ſes avis en telles matieres. Il a eſté plus d'une fois tant en Hollande qu'en Angleterre, et il a même fait autres fois le voyage de l'Amerique. C'eſt d'ailleurs une perſonne extremement reglée et eloignée des vanités, qui rapporte tout au bon uſage, et affecte l'ancienne ſimplicité. Il y a plus de 20 ans que je le connois, tousjours en reputation d'un homme tres ſage et laborieux. Ainſi pour luy rendre juſtice et pour vous en mieux informer; il a fallu que je vous fiſſe ſon caractere. Au reſte je me rapporte à mes precedentes, eſtant avec un tres grand zele

MONSIEUR

Voſtre treſhumble et tres obeiſſant ſerviteur
LEIBNIZ.

P. S. M. de Tſchirnhaus en repaſſant par icy m'a confirmé dans l'opinion que j'ay de vos bontés pour moy, et comme je l'avois chargé de vous ſonder, ſi vous ſouffririés la preſente recommendation, ce qu'il m'a dit la deſſus m'a encouragé d'avantage à vous écrire cellecy.

Hanover $\frac{14}{24}$ Octobre 1694.

[6]) Johann Philip van Schönborn, né en 1605, mort en 1673.
[7]) Friedrich Wilhelm, le grand Electeur, était mort le 9 mai 1688.

N° 2881.

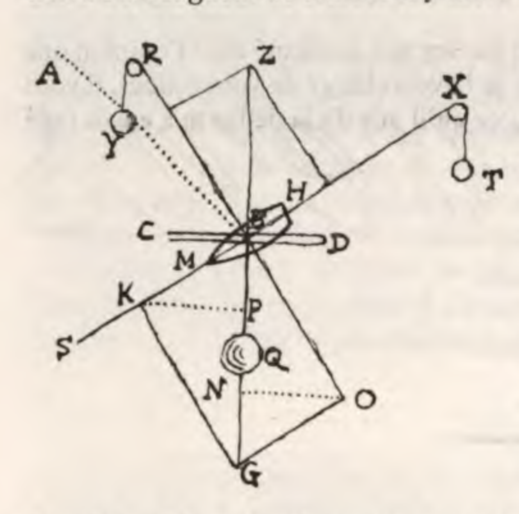
B. Renau à Christiaan Huygens.

[octobre ou novembre 1694].

La pièce[1]) *est la réponse au No.* 2869.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2882.

Reponſe de M. Renau.

Il paroiſt que M. Huguens n'eſt pas content des raiſons que je rapporte dans ma Réponſe [2]) aux objections [3]) qu'il a faites à mon Traité de la Theorie de la Manoeuvre des Vaiſſeaux [4]), & que la maniere aſſurée dont un homme de ſa reputation replique [5]) à ma Réponſe, donne occaſion aux perſonnes meſme verſées dans les Mathematiques, de ſe laiſſer prévenir en ſa faveur; j'eſpere les détromper entierement, s'ils veulent ſe donner la peine de ſuivre mon raiſonnement ſans prévention; & pour cela, je ne m'attacheray qu'à ce qui a donné occaſion à M. Huguens de tomber luy-meſe dans l'erreur.



M. Huguens dit [6]): *Pour ſçavoir qui de nous deux a raiſon, imaginons-nous*... & il conclud. *Donc auſſi la force avec laquelle le vent pouſſe le vaiſſeau ſelon BG, eſt à la force dont il eſt pouſſe ſelon BK, comme BG à BK, et non pas comme les quarrez de ces lignes comme veut M. Renau.*

Je ne conviens point du tout que cette derniere conſequence ſoit bien tirée, ny de beaucoup d'autres choſes qui ſont dans ce raiſonnement, parce qu'il me paroiſt que M. Huguens confond à tous momens les puiſſances ou les forces, avec les poids ou les maſſes, & qu'il ne fait point d'attention aux viteſſes des corps pour ſçavoir leurs puiſſan-

[1]) Elle constitue la seconde partie de l'ouvrage: „Replique de M. Huguens à la réponse de M. Renau, Capitaine de Vaisseau, & Chevalier de l'Ordre de S. Loüis, sur le principe de la Theorie de la Manoeuvre des Vaisseaux et la réponse de M. Renau a la Replique de M. Huguens. A Paris Chez Estienne Michallet, premier Imprimeur du Roy, ruë S. Jacques, à l'Image S. Paul. M.DC.XCIV. De l'exprès Commandement de Sa Majesté". In-8° de 2 feuilles, chacune de 8 pages (19 p.).

La première partie, qui occupe les pages 3—11 de l'ouvrage, reproduit textuellement notre pièce N°. 2869, sous l'en-tête: „Replique de M. Huguens à la réponse de M. Renau,

ces, ce qui me fait douter de ſa pretenduë demonſtration, malgré l'opinion que j'ay de ſon ſçavoir, & l'aſſurance qu'il donne de la certitude de ſes regles de Mechanique, qu'il dit eſtre établis dés longtemps, & dont il ne croit pas que j'oſe diſconvenir.

Quoy qu'il en ſoit, comme toute nôtre diſpute eſt reduite à ſçavoir ſi la force que le poids Q fait ſelon BG [7]), eſt à la force que le meſme poids fait ſelon BK, comme la ligne BG eſt à la ligne BK, ainſi que M. Huguens le pretend, ou bien comme le carré de BG eſt au quarré de BK comme je le pretend, j'eſſayeray encore de convaincre Monſieur Huguens.

Mais pour éviter les équivoques, je diray qu'un petit corps a la meſme puiſſance qu'un grand, lorſque la viteſſe du petit eſt à celle du grand, comme le grand corps eſt au petit; ce qui fait qu'un petit corps eſt en équilibre avec un grand, lorſque par le moyen d'une machine ou de cordes, l'un ne ſçauroit ſe mouvoir ſans faire mouvoir l'autre, en telle ſorte que la viteſſe de l'un ſoit à la viteſſe de l'autre, en raiſon reciproque de leurs maſſes, c'eſt-à-dire que le produit de la maſſe de l'un par ſa viteſſe, ſoit égal au produit auſſi de la maſſe de l'autre par ſa viteſſe.

Je dis de plus que comme le point R eſt ſuppoſé infiniment éloigné de B, toutes les lignes tirées du point R ſur la ligne BK ſont toutes égales, & font des angles droits avec la ligne BK, auſſi bien que celles tirées du meſme point R ſur la ligne OG, c'eſt-à-dire que RB eſt égale à RK, & que l'angle RKB eſt égal à l'angle droit RBX, & la ligne RO égale à la ligne RG, enfin que l'angle RGO, eſt droit.

De meſme imaginant le point X à l'infini, XB eſt égale à XO, & XK à XG, & les angles XOB & XGK ſont droits [8]).

Preſentement imaginons-nous que la ligne BG exprime la grandeur du poids

---

Ingénieur General de la Marine en France. Extraite de l'Histoire des Ouvrages des Sçavans du mois d'Avril 1694 à l'article V".

C'est à l'obligeance de M. Delisle, administrateur de la Bibliothèque Nationale à Paris, que nous devons la connaissance de cette seconde réponse de Renau, dont l'existence, comme aussi celle de la nouvelle réplique de Huygens, notre N°. 2882, semble avoir échappé à 's Gravesande; il ne les a pas reproduites dans les „Opera Varia" avec les autres pièces qui se rapportent à la polémique Huygens-Renau.

2) Voir la pièce N°. 2848.

3) Voir la pièce N°. 2826.

4) L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2813, note 17.

5) Dans la pièce N°. 2869.

6) Voir, pour les passages cités, la page 656 de la pièce N°. 2869.

7) La figure du texte a été calquée sur celle de l'ouvrage original.

8) On trouve encore imprimé en marge: „Il faut icy imaginer les lignes tirées RK, KG: XO, XG".

Q, & qu'il y ait une poulie en X par deſſus laquelle paſſe la corde BX, à laquelle tienne un poids T de la grandeur de BK. Si la corde BR eſt attachée en R, je dis que le poids T eſt en équilibre avec le poids Q, c'eſt-à-dire que la puiſſance du poids Q ſelon BK, eſt égal à la puiſſance du poids T, par la raiſon que le point B ne peut venir par exemple au point K, ſans que le poids T ne monte de la quantité BK, & alors le poids Q deſcend de la quantité BP. Donc par la diſpoſition de ces cordes le poids Q ne peut pas deſcendre ſans faire monter le poids T, en telle ſorte que la viteſſe du poids Q en deſcendant, ne ſoit à la viteſſe du poids T en montant, comme BP eſt à BK; Mais à cauſe des triangles ſemblables, BP eſt à BK, comme BK eſt à BG: Donc la viteſſe du poids Q en deſcendant, eſt à la viteſſe du poids T en monrant [ſic], comme le poids T eſt au poids Q; & par conſequent le rectangle de BG & de BP qui repreſente la puiſſance du poids Q, parce que c'eſt le produit de ſa viteſſe par ſa maſſe, eſt égal au quarré de BK, qui repreſente la puiſſance du poids T, à cauſe que c'eſt auſſi le produit de la viteſſe du poids T par ſa maſſe; & ces deux puiſſances eſtant égales, ces deux poids ſont en équilibre, & par conſequent le quarré de BK exprimera la puiſſance du poids Q ſelon BK.

De meſme le point X eſtant fixe, ſi l'on ſuppoſe une poulie en R comme on en a ſuppoſé une en X, & qu'on ſuſpende à la corde BR prolongée un poids Y, de la grandeur BO, ce poids ſera en équilibre, avec le poids Q, & en faiſant le meſme raiſonnement que pour le poids T, on verra que la puiſſance du poids Q ſelon BO, ſera exprimée par le quarré de BO.

D'où il s'enſuit que la puiſſance du poids Q ſelon BK, eſt à la puiſſance du meſme poids ſelon BO, comme le quarré de BK eſt au quarré de BO, & non pas comme BK eſt à BO, comme il ſuit du principe de M. Huguens.

Soit encore conſideré le poids Q ſuſpendu en B, le poids Y en R, & le poids T en X, je dis que je poids Q ſera en équilibre avec ces deux poids; Parce que le point B ne peut venir par exemple au point G, ſans que le poids T ne monte de la quantité BK, & le poids Y de la quantité BO, comme il ſe voit par ce que j'ay dit cy-devant, & alors le poids Q deſcend de la quantité BG; Donc par la diſpoſition de ces cordes, le poids Q ne peut pas deſcendre ſans faire monter ces deux poids, en telle ſorte que la viteſſe du poids Q en deſcendant, ne ſoit à la viteſſe du poids T en montant, comme BG eſt à BK, & à la viteſſe du poids Y, comme BG eſt à BO, & alors la puiſſance du poids Q ſelon BG, eſt exprimée par le quarré de BG, parce que c'eſt le produit de la viteſſe du poids Q par ſa maſſe; & par la meſme raiſon le quarré de BK exprime la puiſſance du poids T, & le quarré de BO, celle du poids Y: & comme ces deux quarrez ſont égaux au quarré de BG, la puiſſance du poids Q ſelon BG, eſt égale aux deux puiſſances des deux autres poids, & par conſequent le poids Q eſt en équilibre avec les deux autres poids.

D'où il ſuit que la puiſſance du poids Q ſelon BG, eſt à la puiſſance du poids T, comme le quarré de BG eſt au quarré de BK, & a la puiſſance du poids Y, comme le quarré de BG eſt au quarré de BO.

Mais on a fait voir cy-devant que la puiſſance du poids Q ſelon BK, eſtoit égale à la puiſſance du poids T, & ſelon BO, à la puiſſance du poids Y, donc la puiſſance du poids Q ſelon BG, eſt à la puiſſance du meſme poids ſelon BK, comme le quarré de BG eſt au quarré de BK, & non pas comme BG eſt à BK, comme le pretend M. Huguens, & a la puiſſance ſelon BO, comme le quarré de BG eſt au quarré de BO.

D'où l'on voit que ſi le Vaiſſeau HM a ſa quille dirigée ſelon HBM, & ſa voile CBD, perpendiculaire ſur BG, le vent AB le pouſſe ſelon BG & ſelon BK, comme fait le poids Q, ſi la corde BR cenſée infiniment longue, & attachée en R, fait que le Vaiſſeau ne puiſſe ſe mouvoir que le long de BK: on voit dis-je que le Vaiſſeau ira de B en K en meſme temps quil auroit eſté en G, s'il fendoit l'eau également de tous coſtez, & non pas en S, comme veut M. Huguens [9]).

Enſuite M. Huguens pour *indiquer en peu de mots ce qui a pû donner occaſion à mon erreur* [10]) pretenduë, continuë de cette ſorte [11]). *Je diray ſeulement que l'origine de l'erreur ....*

Je ne comprens pas comment M. Huguens cite cet endroit comme l'origine de mon erreur: car puiſque ſelon luy, *en ſuppléant le mot* d'égales, *la démonſtration & ce qu'elle conclut, ſont comme il faut:* il s'enſuit ſeulement qu'il s'exprime dans cet endroit un peu plus exactement que moy; ce qui au fond n'eſt point une faute, d'autant plus que par ma démonſtration, ni dans les conſequences que j'en ay tirées, on ne peut pas entendre la choſe autrement: & en cela, j'ay ſuivi un uſage aſſez ordinaire aux Geometres qui ſe ſervent du mot de *ligne*, pour ſpecifier *une ligne droite*, lors qu'il n'y a point danger d'équivoque.

J'eſpere que ce que je viens de faire voir à M. Huguens ſuffira pour luy prouver, & aux perſonnes verſées dans les Mathematiques qu'il cite [12]), que ce qu'ils croyoient une erreur capitale dans mon Traité de la Manoeuvre des Vaiſſeaux, n'eſt point une erreur, & que je ne raiſonne pas tout-à-fait ſi mal qu'il dit à la fin de ſa replique, quoy-que je ne faſſe pas profeſſion de Mathematiques. Et je puis aſſurer M. Huguens, que ſi ce que je prens la liberté de luy avancer ne me paroiſſoit pas tres-évident, je l'abandonnerois ſans peine, & je l'avouërois publiquement, en me condamnant moy-meſme, comme j'ay fait dans ce qui regarde la poſition du Gouvernail, quoy-qu'il me fiſt l'honneur de m'approuver dans cet endroit.

FIN.

---

[9]) Consultez, sur la construction du point S, la page 655 de la pièce N°. 2869.
[10]) Comparez le second alinéa de la page 655.
[11]) Voir la page 657 de la pièce N°. 2869.
[12]) Voir la page 655.

N° 2882.

CHRISTIAAN HUYGENS à BASNAGE DE BEAUVAL,
Rédacteur de l'Histoire des Ouvrages des Sçavans.

[NOVEMBRE 1694].

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens [1]).
La pièce a été publiée dans l'Histoire des Ouvrages des Sçavans [2])
pour les mois de septembre, octobre et novembre 1694, *sous le mois de novembre pp.* 128 *et* 129.
Elle est la réplique au No. 2881.

Ayant dêja tâché deux fois [3]) (Mr. Huygens) [4]) en vain de desabuser M. Renau, touchant les erreurs qu'il y a dans son livre de la Manoeuvre, je crois que ce seroit perdre le tems que de vouloir insister davantage, après ce que j'ai dit dans ma replique que vous avez inserée dans le mois d'Avril 1694. J'en demeure donc là: & puis qu'il a bien voulu faire imprimer cette replique ensemble avec la réponse

---

[1]) Elle occupe la page 126 du livre J, où elle porte la susscription: „Raisons qu'a M. Huguens pour ne plus continuer la dispute avec mr. Renau touchant la Theorie de la Manoeuvre des Vaisseaux". Elle y est précédée par le projet suivant, inachevé, d'une réponse à la pièce N°. 2881:

„Comment il devoit conclure en faisant mention de la resistance de l'eau".

„Il n'est pas estrange que nos conclusions de mr. Renau et de moy soient differentes, puis que nos definitions different. Moy, apres avoir exprimé la force, dont le vent pousse le voile CD [voir la figure de la pièce N°. 2881] selon BG, par un certain poids Q, par ex. de 100 livres, je dis que ces 100 livres sont la *force*, par laquelle le point B est tiré en bas suivant la perpendiculaire BG. Et ce point B estant obligé par la corde BR d'aller par la droite BK, je dis que le poids T capable de l'empescher de suivre cette voie, est la *force* dont ce point B est tiré suivant BK. mais mr. Renau apelle la *force* que le poids fait selon BG, le produit de sa pesanteur et de sa vitesse a descendre, comparant ce produit avec celuy de la pesanteur de T avec sa vitesse a monter pendant que Q descend le quel produit il prend aussi pour la force du poids T. Il met ensuite le mot de *puissance* au lieu de *force* pour ces produits. Nous n'entendons donc pas la mesme chose luy et moy par le mot de force. Mais je ne luy disputeray pas sa definition; on peut entendre force ou puissance comme il le fait. Voions a quoy aboutit son raisonnement en ce qui *est* des vitesses du vaisseau dont il est question".

„Il demontre fort bien que le poids Q est en equilibre, soit avec le poids T, quand le point R est fixe; soit avec le poids Y quand le point X est fixe; soit en fin avec les deux poids T et Y, quand ils pendent sur des poulies X et R. Ce sont des choses connuës dans la mechanique, et qui ne souffrent point de doute.

„Il est encore vray, ce qu'il dit".

[2]) Elle fait partie de l'article X, intitulé „Extraits de diverses Lettres".

[3]) Voir les pièces N°. 2826 et N°. 2869.

[4]) Les mots entre crochets ont été intercalés par Basnage de Beauval. Dans la minute la pièce débute comme il suit: „Ayant tasché en vain par deux fois de desabuser", etc.

qu'il y a faite, je ne fuis pas en peine que ceux [5]) qui auront bien examiné ces deux pieces, puiffent juger en fa faveur. Je croi même que Mr. Renau après avoir confideré plus à loifir mes objections, pourra reconnoître fa faute, puis qu'il agit [6]) de bonne foi, & qu'il ne foutient fa Theorie que parce qu'il eft perfuadé que la raifon eft de fon côté. Il pourra s'appercevoir qu'il explique mal dans cette derniere reponfe à quoi fe reduit nôtre difpute; puis qu'il prend le mot de force ou de puiffance [7]) dans un autre fens que je ne l'ai pris: d'où il arrive auffi neceffairement, à caufe des differentes definitions, qu'il prend des conclufions differentes des miennes. Mais celle où il determine les efpaces que doit parcourir le vaiffeau dans les deux cas, fuit fi peu de fon raifonnement precedent, que je m'étonne qu'il l'ait pu prendre pour legitime. Il verra [8]) ici ce que m'écrivent touchant nôtre different deux illuftres Geometres, que je pourrai nommer s'il eft neceffaire; après leur en avoir demandé la permiffion. L'un [9]) conclut par ces mots [10]). *Quand on eft entêté, fur tout dans les queftions où la Phyfique a part, je trouve qu'on en revient difficilement. Il me femble que fi vôtre replique ne le fait point, il feroit affez inutile que d'autres l'entrepriffent.* L'autre [11]) dit: j'ai vu avec chagrin que Mr. Renau ne s'eft pas rendu à vos raifonnements [12]), & qu'il fe croyoit affez fort pour s'oppofer tout feul & à vous, & à tout ce qu'il y a de Mathematiciens au monde; j'aurois été tenté de joindre mes raifons aux vôtres, & d'imprimer une double demonftration que j'ai de la propofition que l'on contefte, fi &c.

---

[5]) La minute a: „les Geometres".
[6]) La minute a: „puis qu'il paroit qu'il agit".
[7]) Dans la minute les mots „ou de puissance" manquent. Comparez d'ailleurs, pour mieux saisir la portée de ce qui va suivre, le projet de réponse reproduit dans la note 1.
[8]) La minute intercale ici les mots „au refte".
[9]) De l'Hospital. Consultez la Lettre N°. 2879.
[10]) La minute a: „L'un en ces mots".
[11]) Probablement de la Hire. Comparez la Lettre N°. 2859, à la page 624.
[12]) Au lieu de ce qui précède on lit dans la minute „L'autre. j'ay vu avec quelque indignation que Mr. Renau ne fe rendoit qu'a demi a vos raifonnemens, et" etc.

Nº 2883.

CHRISTIAAN HUYGENS à A. LEERS [1]).

27 DÉCEMBRE 1694.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Haghe den 27 Dec. '94.

Mijn Heer LEERS.

Ick fend hier nevens weder het pack met Franfche prenten, in welcke ick niets gevonden heb dat van mijn gaedingh is. Ick ben te laet gekomen, foo ick wel fien kan aen de lijft die UE aen de Heer van St. Annelant [2]) gefonden heeft. Ick fende oock hier nevens het boeck van Renaldini [3]), en bedanckende UE voor 't geficht van alles, blijve

UE dienftw. dienaer
CHR. HUYGENS.

Nº 2884.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

27 DÉCEMBRE 1694.

La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.
La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La minute a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]), *la lettre par C. I. Gerhardt* [2]).
La lettre est la réponse aux Nos. 2876, 2877 *et* 2880.
Leibniz y répondit par le No. 2893.

A la Haye ce 27 Décembre 1694.

MONSIEUR

Il y a defia quelque temps que Mr. Craft [3]) m'a rendu la lettre dont vous l'aviez voulu charger pour moy [4]); et comme il doit vous ecrire demain, il vient

[1]) Voir, sur Aernout Leers, la Lettre Nº. 1908, note 8. [2]) Philips Doublet.
[3]) Carlo Renaldini; voir la Lettre Nº. 723, note 5. En 1693 il publia une „Philosophia naturalis" en 3 volumes in-fº.

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 211.
La minute ne diffère sensiblement de la lettre que dans quelques endroits que nous indiquons dans les notes.
[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 202, Briefwechsel, p. 755.
[3]) Voir la Lettre Nº. 2880, note 3. [4]) La Lettre Nº. 2880.

de me prier de pouvoir vous envoier en mesme temps quelque mot de ma part; car pour faire response à celle que vous m'avez fait l'honneur de m'escrire du $\frac{4}{14}$ Sept., je luy ay dit qu'elle contenoit trop de choses differentes pour que j'y puisse satisfaire presentement.

Ce Mr. Craft, que je connoissois de reputation depuis l'invention du phosphore[5]), est veritablement, comme vous dites, un homme de merite et de bon sens, et qui a appris bien des choses par ses longues experiences en matiere de Physique. J'ay donc pris plaisir à l'entretenir plus d'une fois. Il m'a communiquè le dessein de la nouvelle manufacture, et m'en a apportè un echantillon, par lequel il semble que la chose pourroit avoir un bon succes. Toutefois j'ignore en quoy consiste le secret[6]), et à ce que je vois, c'est en Angleterre qu'il pretend commencer à le mettre en pratique, devant que d'en parler icy à personne. Lors que j'auray occasion de le servir, je le feray autant qu'il sera dans mon pouvoir.

J'ay estè fort aise de la visite peu attendue[7]) de Mr. Tschirnhaus au mois de Sept. dernier. Mais le malheur voulut, à cause du temps couvert, que je ne pus voir l'effect du verre brulant qu'il m'apporta d'environ 14 pouces. C'est un avantage de ces verres de bruler de haut en bas, parce que la matiere qu'on y expose se peut placer sur un charbon qui augmente la force du feu. Mais sans cela je ne scaurois croire que ses verres, quand ils seroient de 2 pieds, comme il dit en avoir, pussent egaler la force du miroir concave de 3 pieds, que nous avions à l'Academie de Paris, qui faisoit degouter les clous de fer en peu de temps[8]). Je me persuade au reste qu'on pourroit esperer de plus grands effects des miroirs concaves de verre, avec de la feuille derriere, comme une personne en fait icy à la Haye, qui sont d'une matiere claire et d'un poli tres beau. Mais il faudroit les faire de 3 ou 4 pieds, ce qui me semble tres possible, au lieu qu'ils ne sont jusqu'icy que d'un pied. Un petit miroir plat adjoutè aupres du foier pourroit reflechir les raions en bas pour brusler sur le charbon. Mr. de Tschirnhaus me dit à la haste quelque chose de ses inventions[9]) qu'il extolloit fort; nous les verrons peut-estre expliquées quelque jour dans le Journal de Leipzich[10]). Ce que vous y avez derniere-

---

[5]) Voir la Lettre N°. 2192, note 15.

[6]) Dans la minute Huygens annota: Machine Arithm. Très probablement ces mots n'ont d'autre signification que celle d'un mémorandum d'un sujet à traiter dans la suite de la lettre.

[7]) Les mots: peu attendue ne se trouvent pas dans la minute.

[8]) Voir la Lettre N°. 2274, note 3.

[9]) La minute ajoute: nouvelles en geometrie et remplace ce qui suit par les mots: lesquelles nous verrons peut estre expliquées quelque jour dans les Acta de Leipzich.

[10]) Les „Acta" de 1695, 1696, 1697 et 1698 contiennent plusieurs articles de mathématiques de von Tschirnhaus.

ment mis, Monſieur, touchant la Paracentrique [11]), m'a paru bon, mais j'en ſuis demeurè aux ſommes ou je trouvois quelque difficultè, c'eſt-à-dire à mon egard, parce que toute voſtre methode ne me demeure pas preſente à l'eſprit quand j'ay diſcontinuè longtemps à m'y exercer. Et c'eſt pour cela que j'ay ſouhaitè que vous l'eclairciſſiez par un traitè expres, depuis les fondemens [12]). Il y a meſme bien du temps que je n'ay rien fait en matiere de geometrie, à cauſe d'une certaine diſſertation philoſophique [13]) que j'eſpere de mettre au jour dans peu. C'eſt pourquoy je ne ſcaurois encore repondre à voſtre lettre du $\frac{4}{14}$ Sept., par ce qu'il y a du calcul differentiel, qui demande que je l'etudie. J'admire cependant comment par un ſi etrange chemin vous eſtes parvenu à la conſtruction de la *Catenaria.* Vous aurez vu ſans doute le dernier livre de Craige [14]), où il y a à la fin une reſponſe à Mr. de Tſchirnhaus qu'il s'eſt attirè par ſa violente cenſure. Voſtre calcul eſt beaucoup employè et louè dans ce traitè. Mr. Craft m'a dit que vous aviez achevè voſtre machine arithmetique, qui doit eſtre une piece merveilleuſe, et dont l'execution ſans doute vous aura coutè bien de la peine, puis que celle qu'avait fait Mr. Paſcal ſeulement pour les additions, luy avoit grandement uſè et gaſtè l'eſprit a ce que ſes amis m'ont dit [15]). On pouvoit la faire incomparablement plus ſimple et plus commode, ce que je ne crois pas eſtre de meſme de la voſtre. Je vous prie de me mander combien de chifres et par combien elle peut multiplier, et ſi elle eſt dans la perfection que vous ſouhaitez, ſans eſtre ſujette à manquer ni à ſe detraquer [16]).

[17]) L'on m'a apportè un Traitè manuſcrit d'un Mr. de Maroles, mort martir en

---

[11]) Voir l'article cité dans la note 22 de la Lettre N°. 2841

[12]) Voir, entre autres, la Lettre N°. 2873, page 669.

[13]) Le Cosmotheoros; voir la Lettre N°. 2844, note 6.

[14]) Le „Tractatus Mathematicus" de 1693, cité dans la note 5 de la Lettre N°. 2748.

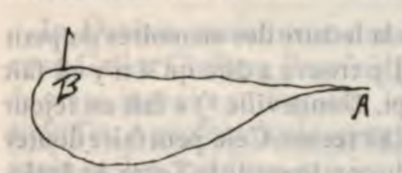
[15]) Les mots : a ce que ſes amis m'ont dit ne se trouvent pas dans la minute.

[16]) On peut consulter, sur les machines arithmétiques de Pascal et de Leibniz, l'„Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften, Band I, (1898—1904), Leipzig, Teubner" aux pages 960 à 967. Voir encore, sur celle de Leibniz, qui se trouve actuellement à la Bibliothèque royale de Hannover, les Lettres Nos. 1919, 2058 et 2205, et sur celle de Pascal, dont un spécimen a été pendant quelque temps entre les mains de Huygens, la note 20 de la Lettre N°. 46, ainsi que les Lettres Nos. 631, avec l'Appendice, 632, 639, 717, 722 et 1054.

[17]) Au lieu de cette fin de la lettre, on ne trouve dans la minute que les mots suivants:

Que c'eſt beaucoup fait à Mr. Bernoulli d'avoir determinè certaines choſes dans ſa Paracentrica, et entre autres le point où elle finit comme en A, et que je ne vois pas que par ſon calcul à luy on puiſſe inferer cela. Que je ne ſcay pas pourtant ſi la determination de Mr. Bernoulli eſt bien vraie, et ſi la droite AB n'eſt pas l'aſymptote à la courbe.

France fur les galeres, où il y a des Problemes numeriques fort fubtils, refolus de la maniere de Diophante [18]). Il avoit grand commerce avec le P. Billy [19]), et on doit me porter de leurs lettres reciproques. On a deffein d'imprimer le tout. Je n'ay jamais voulu m'amufer à ces fortes de queftions, et toutefois j'aime à voir l'adreffe que fouvent ils demandent. Devant que finir et pour ne pas laiffer cette page vuide je vous diray que dans l'invention de la Paracentrique de Mr. Bernoulli, je trouve que c'eft beaucoup d'avoir determinè certaines chofes touchant cette courbe, et entre autres le point où elle finit, comme en cette figure vers A, ce qui ne me femble pas qu'on puiffe inferer de voftre calcul. Auffi ne fcay je pas fi fa determination eft bien vraie, et fi la courbe n'a pas BA pour afymptote [20]). J'en voudrois bien fcavoir voftre fentiment, et finiffant icy je demeure en vous fouhaitant tout bonheur dans la prochaine année, etc.



[18]) Consultez, sur de Maroles et sur un des problèmes numériques dont il s'est occupé, la Lettre N°. 2455, aux pages 132—133.

[19]) Jacques de Billy, jésuite astronome, né à Compiègne, le 16 mars 1602, mort à Dijon, le 14 janvier 1679. Il fut ami de Fermat, professeur de mathématique à Dijon et auteur de divers ouvrages d'algèbre et d'astronomie.

[20]) En réalité, les paracentriques isochrones, pour autant qu'elles partent du centre B, touchent l'axe BA à une distance finie du centre; mais elles ne s'arrêtent pas au point d'attouchement. Tout au contraire ces courbes, dont l'équation polaire peut s'écrire sous la forme: $\sin\theta = \mathrm{cn}^2\left[2\left(\sqrt{r} \pm \sqrt{b}\right)v_0^{-1}\sqrt{g}\right]$, mod. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$, où v_0 indique la vitesse de départ du centre B et b une constante arbitraire, s'éloignent indéfiniment du centre B, touchant tour à tour l'axe BA lui-même et son prolongement de l'autre côté du centre, l'angle polaire θ oscillant entre 0° et 180°.

Ajoutons que le rapprochement asymptotique à une droite horizontale, supposé par Huygens, se présente en effet si l'on fait partir le point mobile d'un point quelconque P, situé au-dessous du centre B, dans la direction du rayon vecteur BP.

N° 2885.

CHRISTIAAN HUYGENS à [A. DU QUESNE] [1]).

[1694].

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

miſſa

Je vous rends treſhumbles graces Monsr. de la lecture des memoires du petit neveu de Aroſen [2]), les quelles je vous renvoie. J'y trouve a dire qu'il n'y eſt fait aucune mention de la Latitude du lieu ou le Capt. Gonneville [3]) a fait un ſejour de 6 mois. ni de la route qu'il a tenu en y allant ni au retour. Cela peut faire douter ſi ce lieu n'a pas eſtè quelque grande iſle au lieu du continent de la Terre Auſtrale, ou peut eſtre meſmes l'Amerique puis qu'on ne dit pas combien de temps la tempeſte et le calme leur a durè lors qu'ils furent portez ſur cette coſte, ni de quel coſtè venoit le vent qui les chaſſoit. Pour voſtre voiage de dannemarc vous me ſurprenez en me diſant qu'il eſt ſi proche. Je ne vous en diray pas autre choſe icy puiſque j'auray l'honneur de vous voir devant voſtre depart, je me plaindray ſeulement du tort que vous me faites en doutant que vos viſites puiſſent m'incommoder. Vous devez eſtre ſeur du contraire et que je ſuis avec beaucoup d'affection et d'eſtime.

MONSIEUR

Voſtre &c.

---

[1]) La lettre ne porte ni date, ni adresse, mais la suivante, qui se trouve écrite sur la même feuille, nous semble suffire à les déterminer, au moins approximativement quant à la date. Ajoutons que de la Lettre N°. 2839 il résulte qu'au 30 novembre 1693 du Quesne se trouvait encore à la Haye.

Sur Abraham du Quesne, seigneur de Monros, voir la Lettre N°. 2739.

[2]) Voir la note 3.

[3]) Probablement Binot Paulmier de Gonneville, navigateur, né à Honfleur vers le milieu du 15e siècle, qui, après une expédition aventureuse dans les Indes, prétendit avoir découvert au delà du Cap de Bonne Espérance une terre, demeurée depuis inconnue, mais qui longtemps a été désignée sous son nom sur les cartes.

Gonneville avait amené avec lui l'indien Essoméric, dont l'arrière-petit-fils fut l'abbé Paulmier de Gonneville, qui publia les „Mémoires touchant l'établissement d'une mission chrétienne dans le 3e monde autrement appelé la terre Australe méridionale, dédiés à N. S. P. Pape Alexandre VII par un ecclésiastique de cette même terre Australe". Paris, 1668. in-8°. C'est bien probablement ce livre que Huygens avait eu de du Quesne.

N° 2886.

CHRISTIAAN HUYGENS à [E. BARTHOLINUS] [1]).

[1694].

Appendice au No. 2885.

La minute [2]) *se trouve à Leiden, coll. Huygens.*

non miſſa

In Daniam profecturus comes de Monreau celeberrimi Duqueſnij filius olim apud Gallos Claſſium Praefecti, haſce a me exegit, quibus aditum ad Te pararet, de cujus ingenio ac ſingulari in rebus mathematicis peritia ſaepe me narrantem audijſſet. Agnoſces facile egregiam viri indolem ac ingenuitatem, quas paucis his annis quibus apud nos egit ita mihi probavit, ut non poſſem non eum amare plurimum atque in amicorum numero habere. Cum patri ſuo comes omnia Europae maria obierit ſitque rei maritimae et navalis architecturae intelligentiſſimus, ſaepe de his inter nos ſermo fuit, tum vero praeſertim de Itineribus in Regiones adhuc incognitas ſuſcipiendis, in quorum meditatione continue occupatum reperi, quibuſque et ipſe ita faveo, ut nemo magis.

Sed hoc tempore belli graviſſimi cum non exſpectandum ſit ut vel Ordinum noſtrorum vel Indicae Socitatis auſpiciis tale quid inceptetur putabat Veſtro Regi [3]) qui pace fruitur, facilius utiliuſve id ſuaderi poſſe. Audies de his ipſum Duquesnium, et quam in partem eam Expeditionem ſuſcipi vellet. Narrabit quoque de novo meo conatu ad inveniendas mari Longitudines, unde non parum auxilij ſibi pollicetur ſi quando haec ejuſmodi obvenient ſed ne feſtina credere. Sum enim in eo demum ut novi cujuſdam horologij equabilem motum experiar [4]) quod melius multo quam pendula navis jactationem perferet. Etſi et Pendulorum jam bis a noſtratibus captum ſit experimentum ſatis felici ſucceſſu [5]).

Semel [6]) iterumque [7]) ad Te literas dedi ab eo tempore cum hac tranſieres [8]), Librumque [9]) miſi [10]) de Luce et Gravitate Gallice Scriptum quem an acceperis,

[1]) Voir, sur E. Bartholinus (Bertelsen), la Lettre N°. 169, note 1.

[2]) Elle se trouve écrite sur la même feuille que le N°. 2885, et de même que cette dernière ne porte pas de date.

C'est évidemment une lettre de recommandation pour A. du Quesne, comte de Monros, laquelle n'a pas été envoyée. Elle a évidemment été destinée pour Bertelsen.

[3]) Christian V, qui régna de 1670 à 1699.

[4]) Voir, entre autres, la Lettre N°. 2859, à la page 626.

[5]) Voir, sur la première expérience de 1686 à 1687, la pièce N°. 2519, et sur la seconde de 1691 à 1692, les Lettres Nos. 2796, 2798, 2800 et 2803.

[6]) Voir la Lettre N°. 361 de 1656.

[7]) Cette seconde lettre nous est inconnue.

[8]) En août et septembre 1656; voir les Lettres Nos. 325 et 335.

[9]) Le Traité de la Lumière etc. avec un Discours sur la cause de la Pesanteur.

[10]) Par le consul de Danemarc, voir la Lettre N°. 2569, note 1 et la Lettre N°. 2619. Huygens lui avait fait parvenir également en 1658 son „Horologium" et en 1673 son „Horologium Oscillatorium"; voir les Lettres Nos. 511, note 2, et 1970.

adhuc ignoro ac vereor literas tuas caſu aliquo intercidiſſe, quod hujus ſaltem amici mei opera cognoſcam.

N° 2887.

Christiaan Huygens à ?[1]).

[1694].

Le sommaire et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

Sommaire: Receu ſa lettre, differè de repondre faute de matiere comme Mr. Schuylenboutg[2]) lui aura dit qui preſqu'en meſme temps me donna le traitè entier de Koerſma[3]), et me fiſt voir qu'il avoit remarquè la faute, la quelle il ſemble vouloir ſoutenir mais en vain, et ſans doute qu'il en ſera maintenant convaincu; qu'en reliſant l'imprimè de Koerſma je vois qu'il promet le ſecret des Longitudes qu'eſtant occupè a ajuſter mon invention d'horloges pour la mer, et voyant ce que Koerſma promet, que puis qu'il le connoit, il pourra luy en avoir dit quelque choſe, j'ay creu luy en devoir demander des nouvelles et ſi ce deſſein continue, ce que je ferois bien aiſe de ſcavoir parce que j'y travaille encore, et s'il conſiſte, comme on a toujours jugè a inventer des horloges tres juſtes, et qui puiſſent ſouffrir la mer, je ne vois pas qu'il me puiſſe manquer[4]).

Que je ne ſcai, ou ils en ſont avec la vocation d'un Profeſſeur en mathematique, ſi cela n'eſt pas encore fait, que je recommanderois outre le Sr. Bernoulli, ſi peut eſtre on ne le pourroit avoir le Sr. Papin Profeſſeur a Marpurgh, qui me temoigne par ſes lettres, qu'il ne ſe trouve pas aſſez bien, ni en repos, dans le poſte ou il eſt[5]) et me prie de l'aider a le tirer de la, lors qu'il s'offrira quelqu'occaſion. Je le connois particulierement depuis longtemps, et il a fait connoiſtre ſes talens par ſes inventions et par quelques traitez imprimez touchant les experiences du vuide[6]), et la machine pour reduire les os en nouriture[7]). Que ſes ſpeculations regardent principalement les inventions en mechanique et phyſique qui puiſſent eſtre d'uſage et qu'il poſſede aſſez la geometrie avec cela, quoyque non pas juſqu'a ces abſtruſes ſubtilitez, ou d'orenavant il commence d'y avoir de l'exces. Qu'il me ſemble, ſelon que Mr. Schuylenburg m'en parla dernierement, qu'on ne ſe haſtoit guères encore a remplir cette place de profeſſeur. Qu'il verra, s'il y a occaſion de faire quelque choſe pour luy, et qu'en ce cas je le ſupplie de vouloir s'emploier en ſa faveur, que je luy en ſeray obligé, die alreets geheelyck ben &c. &c.

J'affectionne Mons.r Papin je ſuis faſchè qu'il n'eſt pas traitè ſelon ſon merite, ce qui m'eſtonne parce que je ſcai que le Landgrave a de l'inclination pour les ſciences. Voir ce qu'eſcrit Wichers. Je ne connois pas ces autres Meſſieurs. Je ne ſcay pas ſi on eſt preſt de remplir la place. D'appeller Mr. Papin ſans le retenir cela ne ſe peut pas propoſer. Mr. Leibnitz n'eſt pas appellable que je crois. Ma recommandation de Bernoulli eſt un obſtacle.

---

[1]) Le sommaire ne porte ni date, ni adresse. Comme il y est question de la chaire de mathématiques, vacante à Groningen, on pourrait conjecturer que la lettre a été adressée à W. Wichers (voir la Lettre N°. 2858) si ce n'était que, dans la seconde partie, celui-ci est cité comme tiers. Il est possible aussi que cette seconde partie se rapporte à une autre lettre. Dans ce cas on ne pourrait guère douter que la première partie ne soit le sommaire d'une lettre à Wichers.

[2]) Johannes van Schuylenburgh, greffier de Willem III.

[3]) Cet auteur nous est inconnu.

[4]) Comparez, sur les desseins que Huygens avait avec ses nouvelles horloges, la Lettre N°. 2878.

[5]) Voir la Lettre N°. 2640 (Tome IX, p. 564).

[6]) Voir la Lettre N°. 2040, note 5.

[7]) Voir la Lettre N°. 2640, note 11.

N° 2888.

CHRISTIAAN HUYGENS à CONSTANTYN HUYGENS, frère.

7 JANVIER 1695.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
Const. Huygens y répondit par une lettre que nous ne connaissons pas[1]).

A la Haye ce 7 Jan. 1695.

Madame de Zuylichem me dit il y a quelques jours que dans voſtre derniere lettre vous vous eſtiez enquis où j'en eſtois avec mon Traitè des Planetes[2]), que l'on ſouhaitoit de voir en Angleterre. J'ay donc a vous dire qu'aujourdhuy j'ay parlè a Moetjes le libraire touchant l'impreſſion, et que nous ſommes demeurez d'accord. C'eſt d'icy en 15 jours qu'on commencera d'y travailler, et il pourra eſtre achevè d'icy en 2 mois, dans quel temps vous ſerez peut eſtre icy de retour.

Williet me dit ſouvent qu'on demande les ouvrages poſtumes de mon Pere. Si vous le trouvez a propos, nous pourrions les revoir le frere de S.t Annelandt[3]) et moy, et les commettre aux ſoins du miniſtre et Poete Vollenhove[4]), qu'eſt des plus aſſidus ſollicitants, et s'offre de corriger les epreuves. N'avez vous point eu occaſion de voir le Dr. Burnet autheur de l'Archæologia[5])? Il ſemble par la preface de ce livre, qu'il avoit deſſein de faire quelque Traitè du meſme ſujet que le mien, mais qu'a cauſe de ſon age avancè il en avoit deſiſtè. Je voudrois bien ſcavoir s'il n'a pas veu les ouvrages du Cardinal de Cuſe[6]), dont il ne parle point, et qui pourtant a avancè des premiers, des ſentiments comme luy touchant la Geneſe. Il doit eſtre bien ſcavant, et eſcrit mieux en Latin que ne font les Anglois d'ordinaire.

Souvenez vous je vous prie du livre des voiages que vous avez marquè dans vos tablettes. Toutefois voiez s'il vaut la peine d'eſtre lu, car ſi c'eſt le meſme dont Mr. de Berkeſtein[7]) m'a parlé, ce n'eſt qu'une rapſodie, et des traductions pour

---

[1]) Le 14 janvier 1695; voir le Journal de Constantyn Huygens, II, p. 444.
[2]) Le Cosmotheoros; voir la Lettre N°. 2844, note 6.
[3]) Philips Doublet.
[4]) Joannes Vollenhove, né le 2 juin 1632 à Vollenhove, où son père était bourgmestre. Il étudia à Utrecht et à Groningen et fut successivement pasteur à Vledder, Zwolle et la Haye. En 1674 il accompagna la députation envoyée en Angleterre par les Etats Généraux et y reçut le grade de docteur de l'Université d'Oxford. Il mourut le 14 mars 1708. Il publia plusieurs sermons et poëmes.
[5]) Voir la Lettre N°. 2808, note 4.
[6]) Voir la Lettre N°. 2808, note 5.
[7]) Voir la Lettre N°. 2846, note 2.

la plus part, de quelques voiages de nos Hollandois. Il me femble que l'auteur ou le compilateur de ce livre s'appelle Narborrough [8]). Berckeftein m'a auffi fçu dire, que vous aviez achetè de nouveau quelques deffeins a la derniere vente des chofes de Lely [9]), lefquels je verray avec plaifir. Le vent aiant changè, on efpere d'avoir des lettres d'Angleterre demain ou le jour d'apres. On eft curienx de fcavoir a quoy aboutira l'affaire du Parlement Triennal. Vous aurez eftè fans doute furpris et bien fachè de la perte qu'a fait Mad. de Zevenaar de fa fille unique. Je vous fouhaite de la fantè et une heureufe année.

Mijn Heer
Mijn Heer VAN ZUYLICHEM
Secretaris van Sijne Koninclijcke Maj.t van Engelandt
Tot Londen.

N° 2889.

Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens.

21 FÉVRIER 1695.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek [1]).
Elle est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas [2]).
Chr. Huygens y répondit par une lettre qui nous est également inconnue [3]).

Je n'ay receu qu'a mon arrivée à paris Monfieur vôtre lettre du 27e janvier et comme il n'y a que peu de jours ayant été longtemps en chemin je n'ai pû vous

[8]) Il s'agit de l'ouvrage suivant:
An account of Several Late Voyages & Discoveries to the South and North. towards the Streights of Magellan, the South Seas, the vast Tracts of Land beyond Hollandia Nova, &c. also towards Nova Zembla, Greenland or Spitsberg, Groynland or Ergrondland &c. by Sir John Narborough, Captain James Tasman, Captain John Wood and Frederick Marten of Hamburgh etc. London: Printed for Sam. Smith and Benj. Walford, Printers to the Royal Society, at the Prince's arms in S. Paul's Church Yard. 1694, in-12°.
Constantyn, frère, d'après son „Journal", acheta ce livre pour Christiaan, le 22 janvier.
[9]) Pieter van der Faes ou Pieter de Lely, voir la Lettre N°. 1124, note 8.

[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 321.
[2]) Celle du 27 janvier 1695, citée dans la présente.
[3]) L'absence de ces lettres est due très probablement à ce que l'état de plus en plus souffrant de Christiaan Huygens l'a empêché de mettre en ordre sa correspondance.

faire reponſe plûtoſt. Je prens toute la part poſſible à vôtre incommodité et je ſouhaiterois bien que cela ne retardaſt point l'impreſſion de vos excellens ouvrages. Ne ferez vous point paroître vôtre pendule? qui ne craint point les ſecouſſes de la mer[4]), il me ſemble que cette invention meriteroit bien d'être publiée.

Je ne doute pas qu'autrefois Mr Bernoulli le medecin n'euſt accepté la propoſition que vous me faites pour lui, mais a preſent qu'il eſt etabli à Baſle s'y eſtant marié et s'etant fait paſſer docteur en medecine je ne ſcais s'il voudra prendre ce parti[5]). Il me ſera cependant tres facile de vous eclaircir la-deſſus car je n'ai qu'à le lui mander[6]) et ıans commettre en aucune ſorte Mrs. les Curateurs je ſaurai poſitivement dans quel deſſein il eſt: mais auparavant je crois qu'il ſeroit a propos que vous me fiſſiez ſçavoir ce que vaut cette chaire de mathematique afin qu'il puiſſe prendre la-deſſus de juſtes meſures ainſi j'attendrai vôtre reponſe avant de rien faire.

Je ſerois bien aiſe que vôtre derniere reponſe parût[7]) car Mr Renaud trouve toujours ici des partiſans, et meme Mr Bernoulli le medecin m'a mandé qu'il

---

[4]) Comparez la Lettre N°. 2859 à la page 626.

[5]) Bernoulli, toutefois, a accepté la chaire de Groningen. Il l'occupa depuis décembre 1695 jusqu'en 1705.

[6]) Voir le début de la Lettre N°. 2892 et consultez la note 2 de cette lettre.

[7]) Comparez la pièce N°. 2882. Elle parut dans le numéro de l'„Histoire des ouvrages des Sçavans" pour les mois de septembre, octobre et novembre 1694, sous le mois de novembre, mais il est très possible, et l'ignorance de de l'Hospital le ferait présumer, que ce numéro a été antidaté, tout comme celui pour les mois de mars, avril et mai de la même année; voir la note 1 de la pièce N°. 2869.

[8]) Dans la préface de l'ouvrage de 1714, cité dans la note 12 de la pièce N°. 2826, Bernoulli raconte comme il suit ce qui s'était passé à ce sujet entre lui et de l'Hospital, décédé en 1704. „Feu Monsieur Huygens s'étant trouvé d'un sentiment different" [d'avec Renau] „sur quelques principes, forma une objection contre la manière de determiner la Vitesse des Vaisseaux de Monsr. le Chevalier Renau; Ce dernier répondit, mais Mr. Huguens repliqua; Cette célébre Dispute ayant partagé les sentiments des Mathematiciens en France, feu Monsr. le Marquis de l'Hôpital desirant de sçavoir mon sentiment sur cela, me communiqua un état abregé de cette dispute. Comme je n'avois encore vû le Livre de Monsieur le Chevalier Renau, & que ses raisons, telles que me les avoit rapportées Monsr. de l'Hôpital, me parois soient bonnes, je me determinai sans balancer en faveur de Mr. le chevalier Renau".

„Du depuis j'ai passé plusieurs Années sans avoir eu occasion d'y penser, & peut-être aurois je entierement oublié cette dispute sans une Lettre que je reçus...... ce qui ayant reveillé ma curiosité, je voulus scavoir précisement par moi-même, en quoi consistait le noeud de cette difficulté; Je lûs pour cet effet le Traité de la Theorie...... Cette lecture a abouti à me faire reconnoître, que non seulement e devois me retracter de ce que j'avois autrefois avancé en faveur de Monsieur le Chevalier Renau sur le simple rapport de Mr. de l'Hôpital, mais encore à me faire decouvrir une autre méprise très importante, touchant la Dérive des Vaisseaux", [voir à ce propos la note 15 de la pièce N°. 2826] „que Monsr. Huygens n'a pas remarquée, ou plûtôt qu'il a passée comme une chose non-erronnée dont il demeuroit

etoit de ſon ſentiment, et m'en a aporté des raiſons[8]) dont je vous ferai part ſi vous le ſouhaitez, je vous prie cependant de n'en point parler.

Je ſuis

MONSIEUR

tres veritablement vôtre treſhumble et tres obeiſſant ſerviteur

le M. DE L'HOSPITAL.

A paris ce 21.e fevrier.

Holande A Monſieur

Monſieur HUGENS DE ZULICHEM

Seigneur de Zeelhem

int noordeinde naaſt de Crabte

A la Haye.

---

d'accord, en sorte qu'il est tombé dans le même paralogisme, ce que je prouve évidemment dans cet Essai".

Or, lorsque la correspondance de Jean Bernoulli avec de l'Hospital, citée dans la note 14 de la Lettre N°. 2829, aura été publiée, on pourra se convaincre que Jean Bernoulli s'était bien plus compromis en faveur de Renau qu'il n'a voulu avouer dans ce récit. En effet, il résulte de cette correspondance que Bernoulli, dans sa lettre du 9 septembre 1694, écrite après lecture de la „Remarque" de Huygens (notre N°. 2826) et de la „Réponse" de Renau (notre N°. 2848), s'était prononcé avec la plus grande décision pour Renau et contre Huygens, et cela sans avoir reçu aucun „abregé" de la dispute de la part de de l'Hospital, qui, en lui envoyant ces écrits, s'était simplement borné à lui demander son avis. Et dans les lettres qui suivent Bernoulli persévère dans ce sentiment, tâchant de le faire partager par de l'Hospital, nonobstant les objections, présentées sans beaucoup d'insistance, il est vrai, par son correspondant, et nonobstant la Réplique de Huygens, notre N°. 2869, que de l'Hospital lui avait fait parvenir. Ce n'est qu'une seule fois, dans une lettre du 27 octobre 1694, que Bernoulli, sentant peut-être l'insuffisance des raisons qu'il venait d'apporter, a fait sa réserve en ajoutant, après avoir plaidé encore une fois la cause de Renau: „Voyla donc mes pensées que j'ay rapportées icy sur la dispute de ces deux grands hommes, non pas que je veuille refuter l'opinion de M. Hugens, mais plutost pour faire voir quelles peuvent etre les instances de M. Renaud: aussy ne puis-je pas juger de tout ce qui est contenu dans le beau livre *de la manoeuvre des vaisseaux* ne l'ayant jamais vû que je sçache".

Ajoutons que les passages en question de cette correspondance, comme aussi ceux que nous rapporterons dans la suite, nous sont connus par les copies qui se trouvent à Gotha, et que M. le Prof. Eneström de Stockholm a bien voulu les vérifier et collationner sur les lettres originales.

N° 2890.

CONSTANTYN HUYGENS, frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

23 FÉVRIER 1695.

La copie se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre fait suite à une lettre que nous ne connaissons pas[1]).
Chr. Huygens y répondit par le No. 2891.

Kenfington ce 23 Febr. 1695.

N'ayant point eu de vos lettres depuis quelques femaines je n'ay auffy rien appris des chofes, qui font l'objet de noftre curiofité, defquelles je vous prie de me donner quelqu'information. Comment va t'il de voftre Planetographie? [2]) N'avez vous rien appris du livre que Hartfoeker vouloit faire imprimer touchant la Poliffeure des verres? Comment en eft il du livre de Monfieur Witfen de la Tartarie? [3]) Si je ne me trompe, vous m'avez dit qu'il eftoit fous la preffe. Ce que je fouhaiterois extrefmement avec une infinité d'autres perfonnes.

Outre les deffeins et les eftampes que j'ay eu il y a quelque tems de la collection de Lilly [4]), j'en ay trouvé quelques cinq ou fix fort jolis et que j'ay eu a jufte prix par l'ignorance du poffeffeur. Tout cela contribuera a la Phtyfie de Monr. de Berkeftein.

Il ne me fouvient pas bien, fi vous m'avez parlé ou efcrit pour vous faire avoir le livre qu'un Warren [5]) a fait contre l'Archeologia de Burnet [6]) que je trouve dans le Catalogue de ma Bibliotheque que j'ay icy, et que pour cette raifon, je ne fcaurois m'imaginer comment vous n'auriez pas encore veu. Si vous le defirez, je vous en apporteray un.

L'enterrement de la Reine [7]) n'eft pas encore tout a fait reglé, ny le jour fixé.

Je feray tourmenté par le monde, qui voudra voir paffer le convoy devant mes feneftres. Tempion l'Horloger [8]) me fuft voir l'autre jour, et me dit qu'il travailloit a la conftruction d'une machine pour fervir fous l'eau a pefcher les chofes noyées, et elle devoit avoir un tuyeau qui fortira de la fuperficie de l'eau, et fournira de l'air au travailleurs. Je luy ay confeillé de fe tenir a celuy qu'il peut avoir dans le Fleet-ftreet.

---

[1]) Voir la Lettre N°. 2888, note 1.
[2]) Le Cosmothéoros; voir la Lettre N°. 2844, note 6.
[3]) Voir la Lettre N°. 2846, note 4.
[4]) Voir la Lettre N°. 2888 à la page 704.
[5]) Erasmi Warren Geologia: or a Discourse concerning the Earth before the Deluge &c. London, Richard Chriswell, 1690, in-4°.
[6]) Voir la Lettre N°. 2808.
[7]) La reine Mary d'Angleterre était décédée le 7 janvier 1695.
[8]) Voir la Lettre N°. 2846, note 8.

J'ay eu l'autre jour auffy Quare l'Horloger *Quaeker* [9]), qui fe meft fort fur les rangs, et pretend de difputer la fuperiorité a l'autre. Il fait des Barometres qu'on peut tranfporter de lieu a autre fans peine et fans les gafter ny mettre en desordre. On croyoit icy eftre quitte de l'hyver, mais aujourdhuy il eft encore tombé une auffy groffe neige, qu'il y en a encor eu de toute cette année. On achete les perdrix a 5. et 6. fols la piece tant qu'on veut, leur pied les trahiffant dans la neige. N'y a t'il point eu de rupture des digues, par ce dernier degel? Adieu.

N° 2891.

Christiaan Huygens à Constantyn Huygens, frère.

4 mars 1695.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2890.

A la Haye ce 4 mars 1695.

Je refpons a voftre lettre du 23 Fevr. que je ne recus que fur la fin de l'autre femaine. Je vous ay defia mandè par ma precedente [1]) que mon Cofmotheoros devoit eftre commencè a imprimer dans peu de jours. Le libraire Moetjens [2]) eft caufe que cela n'eft pas avancè comme il devroit, car la premiere feuille eftant imprimée, il me lanterne, parce qu'il a entrepris d'autres ouvrages, qui doivent fe debiter a la foire de Francfort. Il m'a donnè parole de recommencer la femaine prochaine. Cependant je corrige tousjours cet efcrit et j'y adjoute, ce qui fait que le retardement me fafche moins. Peut eftre Mr. Witzen fait de mefme de fa Tartarie [3]) dont je n'entens plus parler. J'ay efcrit hier a Paris [4]) pour m'informer touchant le Traité de Hartfoecker, que l'on avoit promis qu'il paroitroit des le mois d'Octobre [5]). Joubelot le Philofophe [6]) frere de noftre Voltigeur [7]), en devoit

---

[9]) Daniel Quare, de la confrérie des Quakers, horloger de Willem III, pour lequel il construisit une horloge pouvant marcher toute une année, sans être remontée. Il obtint une patente pour ses baromètres transportables le 2 août 1695. et fut élu Master of the Clockmakers Company, le 9 septembre 1708. Il mourut à l'âge de 75 ans, le 21 mars 1724. D'après le Journal de Constantyn Huygens, il paraît s'être associé avec Tempion pour l'exploitation des baromètres transportables.

---

[1]) La Lettre N°. 2888. [2]) Adriaan Moetjens, l'éditeur du Cosmotheoros, libraire à la Haye.

[3]) Voir la Lettre N°. 2846, note 4.

[4]) Probablement la lettre adressée au marquis de l'Hospital, de laquelle il est question dans la Lettre N°. 2892.

[5]) L'„Essay de Dioptrique, par Nicolas Hartsoeker" parut en 1694 à Paris, chez Jean Anisson, in-4°.

[6]) Louis Joblot ou Joubelot naquit à Bar-le-Duc en 1645 et mourut à Paris le 27 avril 1723. Depuis 1680 professeur de mathématique à l'Académie royale de peinture et de sculpture à Paris, il publia plusieurs articles sur le magnétisme et l'optique, reproduits avec quelques-unes de ses lettres dans l'ouvrage cité dans la note 4 de la Lettre N°. 2147[a] (voir le Supplément de

donner un de la Lumiere pour le commencement de cette année. Il vient de me dire ce dernier que de longtemps il n'a eu des nouvelles de fon frere, mais j'en auray de Paris auffi la deffus. Je voudrois que vous fuffiez paffè la mer et que nous viffions tous ces beaux deffeins et eftampes. Mr. de Berkeftein ne fçaura de moins rien de ces derniers, que vous avez eu fi bon marchè.

Le livre que vous dites avoir achetè pour moy [8]) fera ce recueil de voiages de Narborough &c. En voicy un autre que j'ay lu, mais que je vous recommande. Ce font Reflections upon Ancient and Modern Learning de Wotton [9]), et fe vend in Fleedftreet, at the fign of the Temple, near the Inner Temple gate. on trouve dans ce Traitè toutes les nouvelles decouvertes, fur tout en Anatomie, fort particulierement rapportees.

Un autre qu'on m'a dit eftre bon, eft de Numeris infinitis par Rafson [10]).

Celuy de Warren contre la Geologie de Burnet eftant dans voftre Bibliotheque, vous n'avez qu'a me dire, ou je le trouveray là, c'eft a dire a quel nombre. Perfonne n'a t'il efcrit contre fon Archæologie que ce pauvre Graverole? [11]).

Cette machine de Tempion a eftè tentée par plufieurs [12]), mais elle eft de difficile et dangereufe execution. fur tout, quand ce vient a faire que celuy qui eft enfermè puiffe travailler au dehors [13]). Vous lui aurez parlè, comme je crois, de ma nouvelle invention d'horloge, dont je vais faire la defcription et demonftration. J'en ay fait accommoder une vieille a pendule de 3 pieds, qui montre auffi l'heure du foleil, fans qu'il foit befoin de l'Equation du temps.

Les Barometres du Quaker font du livre de d'Alancè [14]), mais peut eftre il les

---

ce Volume). En outre il publia en 1718 un ouvrage intitulé: „Description et usages de plusieurs nouveaux microscopes, tant simples que composez avec de nouvelles observations faites sur une multitude innombrable d'insectes, et d'autres animaux de diverses espèces, qui naissent dans les liqueurs préparées et dans celles qui ne le sont point". A Paris, chez Jacques Collombat. En 1895 une biographie de L. Joblot a paru dans les Mémoires de la Société des lettres, sciences et arts de Bar-le-Duc, 3e Série, T. IV, sous le titre: „Un savant Barrisien, précurseur de M. Pasteur, Louis Joblot, par Wlodimir Konanski".

7) Très probablement le Joubelot de notre Tome IX. 8) Voir la Lettre N°. 2888, note 8.

9) William Wotton, docteur en théologie, ami et disciple de Burnet. Il mourut le 13 janvier 1727.
La seconde édition de son livre porte le titre:
Reflections upon Ancient and Modern Learning. By William Wotton, B. D. chaplain to the Right Honourable Earl of Nottingham. The Second Edition with large Additions with a Dissertation upon Epistles of Phalaris, Themistocles, Socrates, Euripides, &c. and Aesop's Fables by Dr. Bentley. London, Printed by J. Leake for Peter Buck, at the Sign of the Temple, near the Inner-Temple Gate in Fleet-Street. MDCXCVII. in-12°.

10) Joseph Raphson, membre de la Société Royale de Londres. Il mourut en 1715. Son principal ouvrage est intitulé: Analysis aequationum universalis, et parut à Londres en 1697.

11) Voir la Lettre N°. 2846, note 6.

12) Entre autres par Drebbel et par Papin; voir la Lettre N°. 2691.

13) Comparez la Lettre N°. 2706.

14) Voir, sur d'Alencé, la Lettre N°. 2074, note 3. Il s'agit de son ouvrage: Traité des baromè-

aura perfectionnez. Il y a icy proche le fils de l'Architecte Rooman[15]), qui tasche d'en faire, mais il y a cet inconvenient, que l'air de dehors doit passer a travers la boète de buis, pour presser la surface du vif argent, et que cette liqueur n'y doit point passer.

Vous aurez sçu que le cousin de Moggershil[16]) a la petite verole. J'y estois lors que cette nouuelle fut apportée. vous pouvez vous imaginer quel trouble cela causa. Je viens d'y envoier maintenant, et j'apprens qu'il se trouve assez bien nae den tijdt[17]). mais le frere de St. Annelant a mal aux pieds et aux mains, avec beaucoup de douleur. Le temps est variable icy comme par de la, avanthier il geloit derechef et bien fort depuis hier il degele, et j'espere qu'il continuera. Ce sera quand les neiges des montagnes seront fondues, que nos digues sans doute auront a souffrir, car il en tombe comme vous scavez une prodigieuse quantitè.

Si vous aviez un Barometre dans vostre chambre, ce seroit une chose a faire, de marquer chaque jour combien il hausseroit ou baisseroit, et le mesme icy. pour voir si ce changement dans la pesanteur de l'air s'etend si loin [ce][18]) que je crois estre ainsi par ce que je scay qu'on [l'a][18]) par toute l'Angleterre.

Jay lu une Eclogue Angloise[19]) sur la mort de la Reine, qui a valu a son autheur 100 guines, a ce qu'on dit. Je ne scay si vous en estes plus content que moy, qui ne le suis guere. Comment peut on souffrir ces noms de Pastora, d'Astrofel &c.? Et ces pointes et hyperboles outrées? Je vois cependant que ceux de la nation estiment fort haut cet ouvrage, comme ils sont enclins a admirer les choses de leur païs, des quelles la poesie me paroit bien estre des moindres. N'avez vous rien fait sur ce sujet?[20]).

Mijn Heer
Mijn Heer van Zuylichem
Secretaris van Syne Koninglijcke Majesteit van Engelandt
Tot Londen.

---

tres, thermomètres et notiomètres ou hygromètres. Par Mr. D***. A Amsterdam 1688. in-12°.

Une traduction hollandaise a paru encore en 1728 sous le titre:

Verhandelingen over de Barometers, Thermometers en Notiometers of Hygrometers, door den heer D. Uit het Fransch vertaalt. In 'sGravenhage, bij Gerard Block. M.D.CC.XXVIII. in-12°.

Le baromètre transportable s'y trouve décrit pp. 33—35.

[15]) Jacobus Roman, sculpteur et architecte à la Haye. Sur l'ordre de Willem III il restaura et acheva le château de Breda, commencé en 1536 par Henri de Nassau.

[16]) Philips, fils du beau-frère Doublet; voir la Lettre N°. 2170, note 5.

[17]) Traduction: „eu égard au temps".

[18]) Mots emportés par une déchirure de la lettre.

[19]) The Mourning Muse of Alexis. A Pastoral Lamenting the Death of our late gracious Queen of ever blessed memory. By Mr. Congreve. London. 1695. in-4°.

[20]) Ici finit la dernière lettre que nous possédons de Chr. Huygens.

N° 2892.

Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens.

14 mars 1695.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek[1]).
Elle est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas[2]).

A Paris le 14 Mars 1695.

Celleci Monſieur eſt pour vous donner avis qu'auſſi-toſt que j'ay receu vôtre lettre du 3e mars je n'ay point manqué d'ecrire à Mr Bernoulli dont j'atens la reponſe au premier jour. Ainſi vous pouvez conter que vous ſerez inceſſamment eclairci ſur cette affaire.

J'aprens avec plaiſir que vous faites imprimer un petit traité philoſophique avec la deſcription de vôtre nouvelle horloge[3]) que j'ai beaucoup d'impatience de voir eſtimant infiniment tout ce qui vient de vous.

Mr Hartſoeker m'eſt venu aporter ſon livre qui eſt intitulé eſſay de dioptrique que je n'ai point encore lû, mais ſur ce qu'il m'en a dit autre fois je ne ſuis point content de ſes idées ſur la phiſique. A legard du livre de Mr de la Hire il contient pluſieurs petits traitez. Ce qu'il y a de purement mathematique regarde les Epicycloides[4]), il y maltraite fort Mr. Tchirnhaus quil reprend ſur ſa cauſtique

---

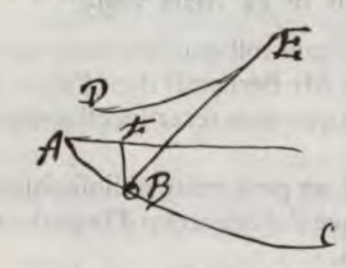
[1]) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 322.

[2]) La Lettre N°. 2891 (voir la note 4 de cette lettre) et l'extrait suivant d'une lettre de de l'Hospital à Jean Bernoulli, datée du 10 juin 1695 nous font connaître du moins partiellement le contenu de cette lettre perdue: „Voici l'histoire de la chaire de mathematique d'holande. *M. Hugens* a qui j'ecrivis il y a deja longtems que s'il se presentoit quelque chaire de mathematique en holande il me feroit plaisir de m'en avertir et de vous la procurer" [nous n'avons pas rencontré une phrase de cette portée dans les lettres de de l'Hospital à Huygens] „m'a écrit une lettre par laquelle il me prioit de savoir de vous si vous seriez toujours dans le mesme dessein, je luy fis réponse qu'il me falloit mander les appointemens de cette chaire et le lieu de la ville, afin que vous puissiez vous determiner plus facilem.t la dessus. Il me marqua qu'il y avoit 1200 ₶ d'appointement, monnoye d'holande qui valent 1440 ₶ de celle de france & que la ville étoit *Groningues*, mais qu'il me prioit instamment de ne vous point nommer la ville que vous n'eussiez donné parole positive de l'accepter. Sur cela je vous ecrivis la lettre que vous scavez, et aussitost que je receus vostre reponse, j'écrivis a M. Hugens que je vous trouvois ebranlé mais que vous désiriez scavoir si l'on souhaittoit en particulier vostre personne et la ville et les autres particularités que vous me marquiez dans vostre lettre. Sur cela je n'ay eu aucune reponse de M. Hugens quoique je luy aye encore écrit deux fois depuis" [lettres que nous ne connaissons pas]. „Mais apparemment qu'il l'a fait servir à Mrs. les curateurs de l'académie de *Groningue*, qui vous ont fait ecrire la lettre dont vous me parlez".

[3]) Comparez la Lettre N°. 2889.

[4]) Voir la note 12 de la Lettre N°. 2893.

circulaire fans faire aucune mention des journaux de leipfic ou cela a deja été fait[5]; de forte qu'a vous parler franchement je trouve que cela vient un peu tard, d'ailleurs fes demonftrations font à la maniere des anciens, ce qui les rend longues et ennuyeufes. J'ai refolu pendant mon voyage de la campagne un probleme de mechanique qui me paroit affez curieux, et qui peut eftre fort utile, mais comme je l'ai envoyé il y a deja quelque temps à Mr Bernoulli pour etre mis dans les actes de Leipfic[6]) je ne vous en dirai rien ici. Cela a donné occafion à Mr Bernoulli de propofer un probleme que voici.



Trouver dans un plan vertical la courbe ABC, telle que le poids B qui defcend librement le long de cette courbe la preffe en tous fes points avec la meme force centrifuge: ou ce qui revient au même trouver une courbe DE, telle que le poids B attaché au fil BE enveloppé autour de cette courbe et defcendant par fa pefanteur tende toujours avec une egale force le fil BE[7]). J'en ai trouvé fur le champ une folution, qui me donne pour la nature de la courbe ABC en nommant la coupée AF, x; et l'appliquée FB, y; cette equation $axx = 2y^3 - 5ayy + 4aay - a^3$ [8]). Je vous enverray, fi vous le fouhaitez la maniere dont je m'y fuis pris.

[5]) Voir l'article de février 1690, cité dans la note 15 de la pièce N°. 2626, dans lequel von Tschirnhaus reconnaît l'erreur commise sur laquelle on peut consulter la pièce N°. 2626 et l'article de Jean Bernoulli qui parut dans les „Acta" de janvier 1692 sous le titre: „Solutio Curvae Causticae per vulgarem Geometriam Cartesianam; aliaque, Auctore Johanne Bernoulli, Med. Cand.".

[6]) L'article en question parut dans les „Acta" de février 1695 sous le titre: „Illustris Marchionis Hospitalii solutio Problematis Physico-Mathematici ab erudito quodam Geometra propositi". Dans cet article il s'agit du problème du pont-levis, c'est-à-dire de la détermination de la courbe sur laquelle un poids donné fait équilibre partout avec un pont-levis à l'extrémité duquel il est attaché par une corde passant sur une poulie.

[7]) Ce problème fut proposé publiquement aux géomètres par Jean Bernoulli dans une „Additio" à l'article: „Excerpta ex Literis Illustris D. Marchionis Hospitalii ad Joh. Bernoulli, addenda ejus Solutioni problematis aequilibrii in Actis Eruditorum Lipsiensibus A. 1695. pag. 56. publicatae", qui parut dans le Tome II des „Actorum Eruditorum quae Lipsiae publicantur Supplementa". Lipsiae, Typis Johannis Georg I. A. M.DC.XCVI.

Dans cette „Additio" Bernoulli fait remarquer l'affinité du problème avec celui de la courbe isochrone, tam Hugeniana quam Leibnitiana et il ajoute: „Problemati huic satisfaciunt plures variorum graduum curvae".

[8]) Probablement de l'Hospital a voulu se borner au cas où la pression sur la courbe est non seulement constante mais de plus égale à la pesanteur même du poids. C'est d'ailleurs le seul cas auquel, comme dans la solution indiquée, le quotient différentiel $\frac{dy}{dx}$ s'approche de zéro avec les valeurs croissantes de l'ordonnée y. Toutefois dans ce cas encore la solution est

Jl y a quelques années que j'avois composé un traité [9]) où j'explique tout ce qui regarde le calcul differentiel, et j'avois deſſein d'y ajoûter pluſieurs methodes pour l'inverſe de ce calcul parmi les quelles etoit celle qui m'a donné la quadrature de la feüille de Deſcartes par rapport à ſon axe [10]), j'avois deſſein auſſi de faire voir l'uſage de ces deux calculs pour la reſolution des queſtions ou la phiſique et mechanique entrent. Mais ayant receu une lettre de Mr Leibnitz [11]) par laquelle il me marque qu'il a deſſein de donner au public un traité de Scientia infiniti, je m'en abſtiendrai n'etant pas juſte de prevenir ſon travail, puiſqu'il eſt l'autheur de ce calcul, et que d'ailleurs il s'en acquittera beaucoup mieux que moi. Je pourai cependant donner ce qui regarde le calcul differentiel parce que cela eſt achevé, et ne nuira point au livre de Mr Leibniz, et qu'au contraire cela poura ſervir à le faire entendre plus facilement. Il m'a meme prié fort honnettement de le faire [12]), et dans la ſuitte, lorſque les ouvrages de Mrs. Leibniz et Neuton auront paru, je pourai peut-eſtre achever le mien, auſſi bien le nombre des affaires que j'ai à preſent m'empeſche d'avoir aſſez de loiſir.

Je vous prie Monſieur de me conſerver toujours l'honneur de vôtre amitié et d'être perſuadé qu'on ne peut être plus parfaitement que je ſuis

vôtre treſhumble treſobeiſſant ſerviteur
Le M. DE L'HOSPITAL.

Si Mr Bernoulli accepte le parti que vous luy propoſez comme je l'eſpere cet etabliſſement me paroiſſant ſolide, j'eſtime que ces Mrs. les Curateurs ne peuvent mieux faire. Car c'eſt un jeune homme qui a l'eſprit fort penetrant et tout ce qu'il faut pour aller bien loin dans les mathematiques.

holande A Monſieur
Monſieur HUGENS DE ZULICHEM
Seigneur de Zeelhem
int noordeinde naeſt de Crabte
A la Haye.

---

erronnée, de même qu'une autre solution communiquée par de l'Hospital à Leibniz dans une lettre du 25 août 1695 (voir le Tome II de C. J. Gerhardt, Leibnizens Mathematische Schriften, à la page 281). Plus tard de l'Hospital publia une solution correcte du cas particulier mentionné dans les „Memoires de l'Academie Royale des Sciences" de l'Année 1700, sous le titre: „Solution d'un probléme physico-mathematique".

[9]) L'ouvrage de 1696 cité dans la note 1 de la Lettre N°. 2580.

[10]) Comparez les Lettres Nos. 2838, à la page 566, N°. 2842 et 2843.

[11]) Elle était datée du 16 août 1694, ainsi qu'il résulte de la réponse de de l'Hospital, imprimée p. 249—255 du Tome II de la publication de Gerhardt citée dans la note 8.

[12]) Dans une lettre datée du 27 décembre 1694. Consultez, au lieu cité, la réponse de de l'Hospital pp. 269—272.

N° 2893.

G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.

1er JUILLET 1695.

La minute se trouve à Hannover, Bibliothèque royale [1]).
Elle a été publiée par C. I. Gerhardt [2]).
La lettre est la réponse au No. 2884.

21 Juin 1695.

Plusieurs distractions m'ont empeché de jouir de l'avantage que je tire de l'honneur de vostre commerce. J'ay appris de M. Bauval Banage [3]) que vous aviés esté malade, mais j'espere que vous vous porterés bien presentement, ce que je souhaitte de tout mon coeur, sçachant combien nous importe vostre conservation, et combien il est important que nous ayons de nostre temps une personne dont le jugement puisse estre suivi seurement sur les matieres les plus profondes; et dont nous attendons encor de si importantes productions, qui sont déja en vostre pouvoir et pourroient estre donnés par parties, si vous vouliés vous humaniser comme vous avés fait dans les appendices de vostre excellent livre de la lumiere et de la pesanteur.

Un exemplaire du grand miroir [4]) de Mr. Tschirnhaus est à Amsterdam, de sorte que vous en pourriés voir l'experience quand vous voudriés. Ce que vous dites, Monsieur, des miroirs concaves de verre, que quelcun fait à la Haye me paroist considerable. Il est difficile cependant pour l'ordinaire d'en faire avec de la feuille derriere. On fait des miroirs convexes de verre à Norenberg, qui ont une certaine composition derriere que tient lieu de feuille. J'ay oui dire à plusieurs qu'ils ont taché en vain de l'apprendre. Et autres fois Mons. Curtius resident du Roy Charles II a Franckfort [5]) me dit d'avoir eu ordre de la Société Royale de s'en informer.

La seconde edition de *Medicina Mentis* de Mons de Tschirnhaus [6]) a paru à

---

[1]) La lettre ne se trouve pas dans notre collection. Gerhardt considère comme probable qu'elle n'a pas été expédiée. La nouvelle prématurée de la mort de Huygens en a probablement été la cause.

[2]) Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 205, et Briefwechsel p. 757.

[3]) Henri Basnage de Beauval; voir la note 11 de la Lettre N°. 2426.

[4]) Peut-être y a-t-il confusion avec le verre ardent dont il est question dans la note 6 de la Lettre N°. 2877.

[5]) Probablement Johannes Jacobus Curtius, né à Reutlingen en 1621, jurisconsulte, connu par son grand savoir et recherché comme conseiller par plusieurs hauts personnages de son temps.

[6]) Voir la Lettre N°. 2466, note 1.

Leipzig. Il y corrige[7]) ce que Monfieur Facio[8]) et moy[9]) avions remarqué fur fa premiere façon de donner les tangentes par les foyers; qu'il femble attribuer à une maniere d'errata. Il donne encor d'autres theoremes plus generaux, mais je n'ay point le loifir qu'il faudroit pour mediter la deffus. Il en faut laiffer le foin à Mons. le Marquis de l'Hofpital, qui a trouvé la regle la plus generale[10]) qu'on puiffe fouhaitter là deffus autant que je m'en fouviens.

Quant au denombrement des courbes de chaque degré Algebraique, il le donne autrement que dans fa premiere edition, mais je m'etonne qu'il le fait encor d'une maniere, qui me paroift infoutenable; comme fi on pouvoit tousjours ofter tous les termes d'y excepté un feul. Ainfi dans le 3me degré felon luy, toutes les courbes fe peuvent reduire à ces equations $y^3 = x, y^3 = xx, y^3 = x + xx, y^3 = x + x^3$, $y^3 = xx + x^3, y^3 = x + xx + x^3$, mettant à part la varieté des coefficients et des fignes. Je m'etonne en effect qu'ayant tant de penetration et de connoiffance, il avance fi aifement de telles propofitions. Mons. le Marquis de l'Hofpital me mande[11]), que Mons. de la Hire dans un livre fur les Epicycloides[12]) difpute contre la demonftration de la Cauftique que M. Tfchirnhaus avoit donnée à l'Academie royale des Sciences[13]); et repond au paffage de fa *Medicina Mentis*[14]), ou Mons.

---

7) Consultez, à ce sujet, la note 14 de la Lettre N°. 2486.

8) Il s'agit de la pièce N°. 2460 et de l'article d'avril 1689, cité dans la note 14 de la Lettre N°. 2486.

9) Consultez la Lettre N°. 2627, à la page 519. De plus, Leibniz était revenu sur le sujet en question dans un article qui parut dans le „Journal des Sçavans" du 14 septembre 1693, sous le titre: „Deux Problemes construits par Mr. de Leibniz, en employant la regle generale de la composition des mouvements qu'il vient de publier".

10) On peut consulter, sur cette règle, la lettre de de l'Hospital à Leibniz, du 15 juin 1693, publiée par Gerhardt pp. 241—245 du volume cité dans la note 8 de la Lettre N°. 2893. Déjà, dans l'article cité dans la note précédente, Leibniz avait fait mention de cette méthode inédite, qui lui plaisait beaucoup, surtout parce qu'elle constituait une application simple et élégante de son nouveau calcul.

11) Dans sa lettre du 25 avril 1695; voir p. 277—281 du volume mentionné dans la note précédente.

12) Le „Traité des Epicycloides et de leur usage dans les Mécaniques" se trouve inséré dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences. Depuis 1666, jusqu'à 1699. Edition de Paris, Tome IX, p. 341. Voir les pages 458 et suivantes.

13) En 1682, consultez la Lettre N°. 2324 à la page 463. Et voici ce que de la Hire rapporte dans son livre à propos de cette séance: „il" [von Tschirnhaus] „nous voulut demontrer quelle etoit la grandeur de cette ligne courbe" [la catacaustique du cercle pour le cas de rayons parallèles] „par rapport au diametre du quart de cercle dans lequel elle est decrite; mais.... la methode dont il se servait pour sa demonstration etoit une espece d'evolution fort differente de celle dont mr. Hugens s'est servi dans son traité des pendules et qui ne nous sembloit point geometrique, n'ayant pas demontré quelques lemmes qui devoient preceder cette evolution."

14) Voici le passage en question, que l'on trouve aux pages 75 et 76 de l'édition originale, celle

Tſchirnhaus avoit cité voſtre approbation [15]), et m'avoit même fait l'honneur de me nommer [16]) avec vous. Mons. de la Hire dit que voſtre exactitude eſtant connue vous ne vous feriés pas fié ſans doute à de telles demonſtrations. Je remarque que Mons. de Tſchirnhaus a retranché ce paſſage, où il s'eſtoit rapporté à voſtre jugement. Il affecte auſſi partout d'eviter l'uſage de mon calcul des differences, bien eloigné en cela de vous, Monſieur, qui aviés toutes les raiſons de monde de vous tenir entierement à vos propres Methodes qui vous avoient ſervi à tant d'importantes decouvertes avant que j'avois commencé d'y avoir quelque entrée; et qui n'avés pas laiſſé de vous abaiſſer tout grand Maiſtre de l'art que vous eſtes, à employer

---

de 1687, de la „Medecina mentis". „Hinc infinitis novis inventis omnes matheseos particulares scientiae locupletantur.... Dioptricam quod attinet, ut & Catoptricam, innumera quoque in iis nova oriuntur. Unum horum in Actis Eruditorum", [ceux de novembre 1682, dans l'article cité dans la note 4 de la Lettre N°. 2274] „quae Lipsiae eduntur, publicè exhibui specimen, cujus etiam demonstrationem viris ingeniosis privatim communicavi. Horum ego jam fontes genuinos aperio, ex quibus haec infinitis poterunt locupletari modis".

„Novi equidem quendam" [de la Hire probablement] „de veritate primarii theorematis, nempe in quo ostendo, solis radios incidentes in curvam & inde reflexos suis intersectionibus curvas formare, rectis semper aequales, dubitasse, &, ut mihi relatum est, etiamnum dubitare; quia vero demonstrationes hae jam dudum fuêre probatae a D. Hugenio & D. Leibnitio, qui absque dubio inter primos nostri aevi mathematicos numerantur, parum his moveor: praestat pergere'

A propos de ce passage de la Hire remarque, qu' „il n'y a personne qui puisse douter que les courbes formées par les intersections des rayons du soleil réfléchis lors qu'ils tombent au dedans d'une courbe, ne soient egales à des lignes droites, non plus que toute autre sorte de courbes et le cercle même; mais la difficulté est de demontrer quelle est la grandeur de cette ligne droite", ce qu'il prétend n'avoir pas été accompli par von Tschirnhaus.

[15]) Comme on le voit, cette prétendue approbation se rapporterait au théorème mentionné dans la „Medicina mentis" et qu'on retrouve dans la Lettre N°. 2274, d'août 1682, à la page 381, comme aussi dans l'article de von Tschirnhaus mentionné dans la note 4 de cette même lettre. C'est de ce théorème que la rectification de la catacaustique du cercle se déduit immédiatement. Or, cette rectification est identique avec celle formulée à la dernière page du „Traité de la lumière", publié en 1690, mais dont le manuscrit existait depuis 1678, et avait été vu par von Tschirnhaus, nommément la partie qui se rapportait à la catacaustique du cercle. C'était même sur ce fait que se fondaient les suspicions que Huygens exprimait contre von Tschirnhaus dans la pièce N°. 2626. D'ailleurs il est bien probable qu'une ou plus d'une des démonstrations dont Huygens fait mention à la page citée du „Traité de la lumière" menaient au théorème en question. Voir encore la Lettre N°. 2670 et la pièce N°. 2671.

[16]) Voir encore le passage cité dans la note 14. Dans sa lettre du 27 mai 1682 (publiée dans Gerhardt, „Leibnizens mathematische Schriften", Bd. 4, p. 489,) von Tschirnhaus avait communiqué à Leibniz le théorème en question sans en donner la démonstration. Dans sa réponse (voir pp. 493 et 494 de la publication citée) Leibniz y suppléa de sa propre invention, et von Tschirnhaus, dans sa lettre du 27 juillet 1682 (voir p. 498), assura que cette démonstration ne différait par de la sienne.

encor une nouvelle Methode[17]) d'un de vos difciples, car vous ne devés pas ignorer que je pretends à l'honneur de l'eftre, et que j'en ay fait profeffion publique plus d'une fois[18]). Au lieu que je crois que Mr. de Tfchirnhaus a profité un peu de mes meditations, et plus qu'il ne penfe luy même. Il eft vray que je m'imagine qu'il ne s'en eft point apperçû, et c'eft pour cela que je ne l'accufe point de peu de fincerité. Je ne laiffe pas de trouver cette affectation un peu extraordinaire.

Vous aurés vû, Monfieur, les deux livres de Monfieur Bernard Nieuwentiit, Geometre Hollandois[19]), qui me les a envoyés par un autre Mathematicien du pays qu'il cite dans fon livre nommé M. J. Makreel[20]), qui a écrit fur le livre qu'il me l'envoye *juffu autoris*. Je m'imagine que ces Meffieurs vous feront connus. Pour ce qui eft des objections de Monfieur Nieuwentiit, j'y repondray dans les Actes de Leipzig[21]). Premierement il me fait une objection fur un point qui m'eft commun avec Meffieurs Fermat, Barrow, Newton et tous les autres, qui ont raifonné fur les grandeurs infiniment petites. Car il dit que felon luy deux grandeurs font egales, quand leur difference eft rien, et non pas, quand elle eft feulement infiniment petite. Mais pour employer cependant et juftifier nos raifonnemens, il prend un plaifant tour. Il dit que ce qui ne fcauroit devenir une quantité ordinaire, quand on multiplieroit par un nombre infini, doit eftre appellé rien, et n'eft pas une quantité. Et que pour cela, quoyque dx foit quelque chofe, neantmoins le quarré $dxdx$ ou le rectangle $dxdy$ n'eft rien; parce qu'un tel rectangle multiplié par un nombre infini ne devient une grandeur. Il eft aifé de luy repondre que le rectangle doit eftre multiplié par un nombre infini du fecond degrée puis qu'il eft infiniment petit du fecond degré; c'eft à dire par un nombre infini multiplié par

---

[17]) Comparez la pièce N°. 2823 à la page 513, où Huygens professe d'avoir employé avec avantage le „calculus differentialis" de Leibniz.

[18]) Voir la note 12 de la Lettre N°. 1919.

[19]) Bernard Nieuwentijdt, né le 10 août 1654 à Westgrafdijk; il s'établit comme médecin à Purmerend, où il exerça en même temps les fonctions de membre du Conseil de la commune et de bourgmestre. De plus il donna des leçons de physique expérimentale et publia des ouvrages de philosophie, à tendance téléologique, ainsi que de mathématiques, parmi lesquels les deux suivants sont ceux dont parle Leibniz.

Bernhardi Nieuwentiit, Considerationes Circa Analyseos ad quantitates infinitè parvas applicatae Principia, & Calculi Differentialis Usum In resolvendis problematibus geometricis. Amstelaedami. Apud Joannem Wolters, Anno 1694. in-12°.

Bernhardi Nieuwentiit Analysis Infinitorum, seu Curvilineorum Proprietates ex Polygonorum natura deductae. Amstelaedami, Apud Joannem Wolters, Anno 1695. in-12°.

Nieuwentijdt mourut le 28 mai 1718.

[20]) Voir, sur Dirck Makreel, la Lettre N°. 2485, note 3.

[21]) Voir l'article des „Acta" de juillet 1695 intitulé : „G.G.L. Responsio ad nonnullas difficultates a Dn. Bernardo Nieuwentiit circa methodum differentialem seu infinitesimalem motas" avec le Supplément imprimé dans le cahier d'août : „Addenda ad Dn.G.G.L. Schediasma Proximo mensi Julio pag. 310 & seqq. insertum".

luy même. C'eſt cependant ſur ce fondement, ſcavoir que *dxdx*, ou *dxdy* n'eſt rien, qu'il appuye ſes pretendues demonſtrations du calcul de Mons. Fermat (qu'il attribue a Mr. Barrow) comme ſi pour cela les termes où il y a *dx* ou *dy* reſtoient, et que les termes, où il y a ou *dxdx* ou *dydy* ou *dxdy* devoient eſtre rejettès, au lieu qu'on ſcait qu'il faut tousjours rejetter les termes qui ſont incomparablement moindres que ceux qui reſtent, et que ceux qui ont *dx* devoient encore eſtre rejettès, ſi les ordinaires n'evanouiſſoient. Cependant c'eſt une choſe eſtrange, qu'il veut que le coſté, *dx*, ſoit une grandeur et ſon quarré *dxdx* ne ſoit rien. Il croit de même que les differences ulterieures, comme *ddx* ne ſont rien du tout. Mais comme les *x* eſtant en progreſſion geometrique, les *x*, *dx*, *ddx*, d^3x, d^4x etc. le ſont auſſi, comment peut on dire que les termes *x* et *dx* ſont quelque choſe, et que la 3me proportionnelle *ddx* n'eſt rien. Je repondray dans les Actes de Leipzig d'une maniere que j'eſpere luy pouvoir ſatisfaire et comme ſes objections ſont propoſées d'une maniere fort honneſte, j'en uſeray de même. J'eſpere de trouver un jour le loiſir d'expliquer diſtinctement mon calcul, pour prevenir certaines beveues ſemblables à celles que Mons. Nieuwentiit a faites en le voulant employer à deſſein de monſtrer qu'il eſt peu ſeur.

Monſieur Bournet gentilhomme Ecoſſois, parent de Mons. l'Eveque de Salisbury [22]) a vû icy ma machine Arithmetique [23]) entierement achevée, et des exemples que j'ay faits en ſa preſence, qui l'ont ſurpris; les produits peuvent aller à 12 figures, et le multiplicandus eſt de 8 figures. J'en fais faire encor d'autres exemplaires maintenant pendant que j'ay l'ouvrier à la main.

Je ſouhaitte fort de voir voſtre traité philoſophique, qu'on dit regarder des conſiderations particulieres ſur la conſtitution des autres planetes ou mondes. Vous ne pouvés gueres entreprendre de ſujet plus beau et plus digne de vous. Monſieur Mariotte me diſoit que vous devriés eſtre un jour un des habitans de Saturne, puis qu'il vous a l'obligation de nous eſtre devenu mieux connu. Et s'il aime la gloire, il y doit eſtre ſenſible. Je ne deſapprouverois pas ce changement de domicile pourveu que vous le faſſiés bien tard. *Serus in coelum redeas diuque Laetus interſis populo petenti* [24]). Il ſera bon que les meditations numeriques de feu M. de Marolles paroiſſent. Mais je ſouhaitte ſur tout que vous nous faſſiés part des voſtres de temps en temps ſur toutes ſortes de matieres. Je ſeray bien aiſe d'apprendre voſtre jugement de mon Code diplomatique [25]); il eſt vray qu'il n'y a rien de moy que la preface.

---

[22]) Voir la Lettre N°. 2431, note 2.
[23]) Voir la Lettre N°. 2884, note 16.
[24]) Horatius, Carminum, Lib. I, 2.
[25]) L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2797, note 7.

N° 2894.

G. W. Leibniz à H. Basnage de Bauval.

26 juillet 1695.

Appendice au No. 2893.

La minute se trouve à Hannover, Bibliothèque Royale.

$\frac{16}{26}$ juillet 1695.

Je viens d'apprendre, Monſieur, la mort de Monſieur Hugens [1]) il m'eſt fatal d'écrire des lettres à des amis qui ne ſauroient répondre, le prince Erneſte Land-

---

[1]) Christiaan Huygens est mort après de longues souffrances.

Les premiers symptômes de l'atteinte mortelle d'une maladie qui trois fois déjà, lors de son séjour à Paris, avait mis sa vie en danger, apparurent vers l'été de 1694. Qu'il en parle lui-même dans ses lettres à Constantyn (Nos. 2855 et 2864) et même dans celles à Leibniz et à de l'Hospital (Nos. 2854 et 2859) montre bien à quel point ils l'inquiétaient. Toutefois, pour contraindre Huygens à quitter le travail, il fallut que le mal devint plus menaçant encore. C'est ce qu'atteste l'admonition qu'il semble s'adresser à lui-même par quelques vers latins, inscrits dans le livre J des Adversaria sur une page remplie de calculs et de spéculations qui doivent dater de novembre 1694. On y lit :

Strata premens dormi, venturus perditur unà
Insomni cum nocte dies, vitaeque brevis pars.
Ut valeas sit cura, minantemque effuge morbum;
Nam ratio atque animi languent cum corpore vires
Tristitia quodcunque agitat mens inficit aegri,
Nec tibi judiciis propriis tunc fidere fas est.

Nous ignorons si Huygens a pris ses vers de quelque auteur, ou bien s'ils sont sortis de sa propre pensée. On peut les traduire comme il suit :

Dormez en plein repos, une nuit d'insomnie,
Perdant le jour qui vient, abrège encore la vie.
Gardez vous sain et fort, fuyez la maladie;
Car la langueur de l'âme, — à celle du corps unie, —
Infecte la raison d'amère mélancolie
Et trompe qui alors à ses conseils se fie.

Il n'est que trop clair que Huygens, luttant contre l'abattement qui l'envahissait, éprouvait déjà la crainte poignante de ne pouvoir plus disposer de toute la force de sa haute intelligence.

L'hiver passa sans accident. Mais vers le milieu de mars la gravité de son état se manifesta. Le 23, il fit venir son notaire Adam van der Smalingh pour lui déclarer ses dernières volontés. Celui-ci, dans la superscription du testament olographe, attesta que Huygens était „malade de corps mais parfaitement présent d'esprit, comme il nous apparut" (sieck van lichaam edoch sijn verstant volcomentlyck maghtigh synde, soo ons bleek). Le 28 suivant, Huygens ajouta

grave de Heffe, et Monfieur de Seckendorf ne purent lire les miennes, et M. Peliffon la lut en effet mais la mort l'empecha de faire la réponfe qu'il avait déjà promife [2]).

encore à son testament un codicille contenant quelques nouvelles dispositions. D'après une note consignée dans le Journal du frère Constantyn, celui-ci reçut le 1er avril à Londres l'avis de Williet, que Christiaan s'était trouvé dans les derniers jours un peu mieux qu'auparavant. C'est encore au Journal de Constantyn que nous devons emprunter les détails suivants, quoique, pour la plupart, ils ne nous parviennent que d'une source dont la pureté laisse à désirer, savoir de la femme de Constantyn, Susanna Ryckaert, dont les commérages, rapportés dans quelques endroits du Journal, accusent un esprit dénué de toute délicatesse de sentiment.

Le 16 avril, Constantyn apprit de sa femme que Christiaan se trouvait fort mal, qu'il passait les nuits sans sommeil et vivait dans la crainte continuelle de perdre la raison. On avait dû fermer les volets de sa chambre et interdire toute visite parce que, lorsqu'il parlait beaucoup, son état empirait tout de suite. Il désirait vivement le retour de son frère, pensant que la joie de le revoir lui ferait du bien.

Les nouvelles du 26 et du 29 avril furent plus fâcheuses encore. Le malade était en proie à un désespoir que rien ne pouvait distraire. Le médecin van Liebergen, le même qui l'avait traité en 1670, déclarait que la maladie de Christiaan était la bile noire (la Melancholia Hypochrondica de la Lettre N°. 1802); il avait prescrit les mêmes remèdes, les bains et le lait de chèvre.

Lorsque Constantyn revint à la Haye, le 24 mai, il apprit que les douleurs intestinales étaient devenues tellement violentes que, pour empêcher que Christiaan n'attentât à sa vie, on avait dû éloigner de lui tout objet qui pût lui nuire. Il éprouvait des hallucinations et était sujet à des délires.

Au commencement de l'été Constantyn dut suivre le Roi à l'armée. Le 3e juin, Christiaan avait passé une nuit tranquille. Cependant lorsque, le soir, Constantyn se présenta à la porte de sa chambre pour prendre congé, Christiaan lui fit dire que, s'il voulait le voir dans l'extrême détresse, il pouvait entrer, mais que, sans cela, il lui souhaitait un heureux voyage. Constantyn n'insista pas.

A l'armée, les nouvelles reçues de la Haye ne purent qu'aggraver les alarmes qui tourmentaient Constantyn. Le 17 juin, Christiaan avait passé deux ou trois jours dans le délire; le 22, il n'y avait plus d'apparence de guérison; l'amaigrissement du malade était effrayant. Mais, si la médecine était impuissante à soulager les douleurs ou à mitiger la lutte suprême, les idées religieuses du temps prescrivaient de recommander à Christiaan Huygens le secours spirituel d'un pasteur. L'insistance exercée sur le pauvre malade l'irrita au point de provoquer une crise violente.

Les souffrances continuèrent jusqu'au 8 juillet lorsque, un affaissement subit s'étant produit, la famille qui l'entourait se crut en droit de faire venir le pasteur contre la volonté du moribond. Les dernières forces de l'auteur du Cosmothéoros s'épuisèrent à repousser les exhortations et les oraisons d'un prêtre calviniste.

Enfin la mort vint le délivrer. Christiaan Huygens expira dans la matinée du 9 juillet 1695, à l'âge de 66 ans.

[2]) Le Landgrave Ernst de Hesse Cassel était mort le 12 mai 1693; Veit Ludwig von Seckendorf, conseiller secret de la Cour de Brandebourg, chancelier de l'Université de Halle, le 18 décembre 1692; et Paul Pellisson (voir la Lettre N°. 2185, note 1) le 7 février 1693.

La perte de l'illuftre M. Hugens eft ineftimable peu de gens le favent autant que moy, il a égalé à mon avis la reputation de Galilée et de Defcartes et aidé par ce qu'ils avaient fait il a furpaffé leur découvertes en un mot il fait un des premiers ornemens de ce temps. je l'ay fouvent exhorté à nous donner fes penfées quand ce ne ferait que par lambeaux et d'une maniere familiere j'efpère que fon livre fur le fyfteme du monde et la conftitution interieure des planetes aura efté achevé. Mais comme il avoit couftume de mettre fes penfées par écrit en affez bonne forme j'efpère qu'on trouvera un grand tréfor parmy fes papiers, je ne fcay s'il n'aura donné quelque ordre pour cela, ce que je ferois bien aife d'apprendre. Mais en cas que non nous y devons fonger. Et moy furtout qui ay eu l'honneur de le connoiftre depuis tant d'années, et de communiquer fouvent avec luy ce qui m'a donné le moyen de penetrer dans fes penfees, un peu mieux que beaucoup d'autres, il connoiffoit par des preuves publiques combien j'eftois fincere a reconnoiftre en quoy je luy eftois redevable. Et il me rendoit la pareille au deça de ce que je meritois.

Je n'ay pas l'honneur de connoiftre Monfieur de Zulichem fon frère, Secretaire d'Eftat du Roy. Et fans cela je prendrois la liberté de l'exhorter à y mettre quelque ordre convenable. Et fi vous avez quelque liaifon avec luy, ou avec fes amis; je vous fupplie de leur faire connoiftre mes fouhaits qui tendent également au bien public et à la gloire de ce grand homme qu'on ne fauroit affez honorer. j'ay écrit pour faire marquer mes fentiments dans les Actes de Leipzig [3]) fur ce fujet

[3]) Consultez les Acta Eruditorum Mensis Augusti Anni M.DC.XCV, p. 369, à l'article: „Addenda ad Dn. G. G. L. Schediasma Proximo mense Julio pag. 310 & seqq. insertum", où Leibniz dit (p. 371):

„Dum haec scribo, tristem nuntium mortis Viri incomparabilis, Christianii Hugenii accipio. Non poterant majorem jacturam pati literae illae sublimiores, quae humanae menti aditum faciunt in arcana naturae. Ego Hugenium solo tempore Galilaeo & Cartesio postpono. Cum maxima dederit, expectabantur non minora. Et spero inter schedas ejus thesaurum quendam repertum iri, qui nos utcunque soletur. Eoque magis orandus est frater ejus, vir meritis in rempublicam illustris, ut maturata editione communi utilitati pariter ac fraternae gloriae, imo suae consulare velit".

Sous la date du 29 juillet 1695 Leibniz écrivit à Jean Bernoulli. (Gerhardt, Leibnizens Mathematische Schriften, Band III, erste Hälfte, p. 211).

„Incomparabilem Hugenium obiisse haud dubie intellexisti. Quanta haec sit jactura, dici satis non potest, ob summum viri judicium, cum maxima profundissimaque rerum notitia conjunctum. Utinam, quemadmodum spero, reperiantur in ejus schedis, ex quibus pars eorum, quae meditatus est, erui & publico commodo produci in lucem possit. Dolendum est quod vis morbi, quae mentem obfuscaverat, non permisit ut ipse, quod optimum visum fuisset, ea de re non statuerit, atque ordinarit. Nisi forte (ut fieri solet) paulo ante mortem ad se rediit ultimamque voluntatem suam aperuit; quod si factum est, non diu latebit".

Joh. Bernoulli, qui venait d'être nommé à Groningen, répondit le 3 sept. (l. c. p. 215):

„Tristissimum nuncium, de obitu Incomparabilis Hugenii, jam ex Belgio acceperam. Ego ut puto, prae aliis summam feci jacturam, si vel solam eum videndi spem amissam conside-

mais vous Monſieur qui n'eſtes pas moins qu'eux en droit d'avoir ſoin de la gloire des grands hommes ne manquerez pas de rendre juſtice à un tel ami dans voſtre Hiſtoire des ouvrages [4]).

Au reſte je me rapporte à ma précédente et ſuis avec bien du zele

MONSIEUR

Voſtre treſhumble et tres obeiſſant ſerviteur

rem. Dnus. Hospitalius mihi scribit habuisse illum 66 annos, & Fratri suo exheredato substituisse heredes nepotes suos. Solatium nobis est, quod ante mortem de Manuscriptis suis optime disposuerit, nominavit enim, ut audio, duos Mathematicos Batavos, quibus schedas suas committi jussit, ut praestantiora typis mandentur. Quantum damnum si ea intercidissent!"

A la première nouvelle prématurée, qu'il avait reçue de de l'Hospital touchant la mort de Huygens, Bernoulli avait répondu le 23 juin 1695: „La plus facheuse nouvelle que vous m'apprenez c'est la mort de Mr. Hugens; en vérité elle m'a tout a fait consterné et j'ay de la peine à me relever; car je contois dèja beaucoup par avance sur son amitié dont j'aurais pû jouir quand je seray en Hollande, en effet l'envie que j'avais de faire connaissance avec ce grand homme étoit le premier ressort qui me tirait en ce pays-là".

Quant à de l'Hospital, dans sa lettre du 22 août 1695, il communiqua à Bernoulli l'issue fatale de la maladie de Huygens en ces termes: „Je ne doute pas que vous ne scachiez la mort de Mr. *Hugens*. Il était agé de 66 ans, et il a fait heritier ses neveux a l'exclusion de son frere, et a nommé deux mathematiciens de holande pour revoir ses ecrits et avoir soin de les faire imprimer. J'en suis tres faché en mon particulier, car il me faisoit beaucoup d'amitiés. Je suis persuadé que quand il vous auroit connu il vous auroit fort estimé et rendu tous les services qu'il auroit pû. C'est lui qui vous avoit indiqué à Mrs. de Groningue qui s'etoient adressés a lui pour avoir un Mathematicien de sa main, s'etant ressouvenu de la priere que je lui avois faite sur vôtre sujet, comme il me marqua dans sa lettre".

4) De Beauval s'est acquitté de cette tâche en écrivant, dans la livraison d'août 1695, pp. 542—547 de son Journal, un Eloge de Mr. Huygens. Après avoir qualifié Huygens comme le plus célèbre Mathématicien du siècle, il donne un résumé succint de ses principaux travaux et termine comme il suit: „Il aimoit la vie paisible et méditative. Souvent il se retiroit dans la solitude de la campagne pour être moins distrait & moins dissipé. Cependant il n'avoit point cet humeur triste & sauvage, que l'on contracte d'ordinaire dans la retraite. Ses manieres étoient faciles et humaines. Il faudroit recueillir les éloges qu'il a reçus de toutes parts, pour exprimer l'estime universelle, qu'il a méritée, & les justes regrets que doit causer dans a République des lettres la perte d'un homme si peu ordinaire. Mr. Dierkens (Président du Conseil souverain de Brab.) l'un de ses plus intelligens admirateurs lui a dressé une Epitaphe, et lui applique ce vers de Virgile:

Credo equidem, nec vana fides, genus esse Deorum".

FIN
DE LA CORRESPONDANCE.

SUPPLÉMENT.

N° 392a.

Christiaan Huygens à Lodewijk Huygens.

22 JUIN 1657.

La lettre se trouve à Houten, coll. van Rappard[1]).

A la Haye ce 22 juin 1657.

Mon frere

J'ay eu la mesme pensee que vous touchant l'augmentation de nostre train, et il y a desia 15 jours que j'ay pris un valet, et l'ay fait habiller de deuil[2]), car en tout cas je scavois bien qu'il faudroit un habit pour le garçon qui est avec vous. Mais si nous pouvons obtenir de mon Pere qu'il nous laisse encore cet autre il ne sera pas necessaire a mon advis de faire la despence d'encore un habit. En france, a ce que m'a dit Mr. de la Plate[3]), l'on laisse aux garcons la casacque de couleur, et ne leur donne t on que simplement un habit noir. Sed de his coram. le principal est de maintenir la possession. J'eusse escrit à mon Pere, mais il faut que je m'en aille à Leyden pour chercher quelque quadrant astronomique afin de pouvoir observer avecq Mr. Bouillaut l'eclipse qui sera lundi prochain[4]), dont il m'a priè. Coster[5]) a obtenu l'octroy pour 21 an. dont il a recu la lettre[6]) ce matin. Je suis marry que vous passez mal vostre temps. Adieu

Vostre tres affectionè frere

Chr. Huygens de Z.

A Monsieur

Monsieur Louis Huygens de Zulichem.

---

[1]) M. E. W. Moes, Directeur du Cabinet d'Estampes du Musée d'Amsterdam, a récemment découvert cinq lettres de Christiaan Huygens dans la collection de M. A. C. P. G. chevalier van Rappard, qui a bien voulu nous donner l'occasion d'en prendre copie. Parmi ces lettres deux, savoir les Nos. 392a et 1844a, nous étaient complètement inconnues. Les trois autres ont été imprimées dans cette correspondance sous les Nos. 1566, 1903 et 1908, d'après les copies des deux volumes d'„Apographa" qui font partie de la collection de Leiden. Les deux dernières concordent suffisamment avec les originaux pour nous permettre de rétablir le vrai texte dans la Table des Additions et Corrections, quoique la correction dans la Lettre N°. 1908 (*contre les formes* au lieu de *dans les formes*) soit importante par rapport à un détail historique de l'affaire des frères de Witt. La Lettre N°. 1566 au contraire a été tellement mutilée par le copiste que nous avons dû reproduire dans ce Supplément sous le N°. 1566a, les passages corrompus ou supprimés.

[2]) A cause de la mort du frère cadet Philips; voir la Lettre N°. 390.

[3]) François van Aerssen, Seigneur de Plaat; voir la Lettre N°. 246, note 2.

[4]) Consultez la Lettre N°. 392, spécialement la remarque de la note 2, laquelle se trouve confirmée par la présente lettre.

[5]) Voir, sur Salomon Coster, la Lettre N°. 452, note 1.

[6]) Voir la pièce N°. 525.

N° 1566a.

Christiaan Huygens à Lodewijk Huygens.

3 décembre 1666.

La lettre se trouve à Houten, coll. van Rappard [1]).
La copie incomplète se trouve à Leiden, coll. Huygens [2]).

a Paris ce 3 Dec. 1666.

Dans la Lettre N°. 1566 au lieu de la phrase: je vous croiois encore tous deux a Zuylichem etc. il faut lire:

Je vous croiois encore à Zulichem et mon P[ere] m'avoit efcrit touchant ce voiage en de termes fi eftranges que je croiois prefque que vous y eftiez comme refugiez et ne fçavois ce que j'en devois penfer. *Voila fes mots, Les deux freres* [3]) *font demain enfemble a Zulichem pour confideration. Dieu fcait quand je les pourray reveoir. Me voila donc orbus pater et en profondes melancholies. Dieu veuille conduire le tout: nous fommes fous fa main.* Qui eft ce qui s'imagineroit, ayant leu ces paroles, que vous n'eftiez allè que pour la reparation des digues et de la tefte.

A la fin de la Lettre il faut ajouter

Je ne doute par que le fr. de Z.[4]) ne s'ennuye bientoft des affaires facheuses dont vous luy avez laiffè le foin, et qu'il ne faffe defia voeu de fe defaire de cette terre de Zulichem fi quelque jour il en eft le maiftre.

Je vous remercie de toutes vos nouvelles, dont la plus chere eft celle de la guerifon entiere de la dame de Mogg[erfhil] [5]). Le frère ne me mande rien touchant l'accouchement de la coufine Henri Zuerius [6]) auquel affurement fe feront paffé des chofes dignes d'eftre fceues fi Miralinde [7]) s'en eft meflée.

Il y euft lundy 8 jours que j'envoyai vos tours de bras par un homme que m'adreffa la Coufine Caron [8]). Je veux efperer qu'il vous les aura delivré fidelle-

[1]) Voir la Lettre N°. 392a, note 1.
[2]) Dans ce qui suit nous extrayons de l'original les passages qui corrigent ou complètent la copie, reproduite au Tome VI, pp. 91 et 92.
[3]) Constantyn et Lodewijk Huygens.
[4]) Constantyn Huygens, frère.
[5]) Geertruid Doublet, sœur de Constantyn Huygens, père, tombée malade à Amsterdam; (Dagboek de Constantyn Huygens, père, 3 et 5 sept. 1666).
[6]) Frederik Hendrik Zuerius ou Suerius avait épousé Margaretha Bartelotti, voir la Lettre N°. 1632, note 9.
[7]) Voir, sur Miralinde Suerius, la Lettre N°. 877, note 5, et la Lettre N°. 2179, note 5. Elle est fréquemment mentionnée dans les Lettres de Susanna Doublet; voir les Lettres Nos. 2179, 2215 et 2218.
[8]) Suzette ou Susanna Caron; voir la Lettre N°. 1557, note 17.

ment. Vous y trouverez dedans un biliet de Mad.le Mariane [9]) qui marque le prix, et en mesme temps le soin qu'elle a pris en faisant et en refaisant cette emplete.

Pour les cousinets j'avoue que je ne m'en suis pas souvenu qu'apres le depart dud.t porteur, mais je tascheray de vous en faire avoir par quelque autre occasion. Les lunettes de Menard à 4 verres [10]) dont j'en ay payè pour il S. P. et un autre pour moy coustent 24 fr. Si vous en voulez a ce prix vous n'avez qu'a le dire &c.

Je puis bien a peu pres m'imaginer comment ma chambre est faite apres votre reformation mais reste a sçavoir, quel beau lict vous y avez mis digne de cette superbe alcove, car celuy qui estoit dans cette chambre premiere n'y sçauroit faire une belle figure. Je vois icy beaucoup d'honnestes gens qui se contentent de la housse seule de jaune ou de rouge et peut estre aurez vous fait de mesme. Il n'y a point de dorure chez moy mais les cheminees et planches et tout ce qu'il y a de bois est peint en bois marbrè. Mon apartement au reste n'a point de suite, mais entre les 2 chambres que j'ay a un meme estage il y a 7 ou 8 pieds d'une porte a l'autre et le degrè est entre deux. Outre cela j'ay une troisième chambre deux estages plus bas ou mes instrument et machines sont rangées. Au dessous de moy il n'y a que des chambres pleines de livres du Roy, et plus bas ma cuisine et cave. La chambre ou je couche est la plus belle et plus grande elle est tendue d'un brocatel rouge et vert, par bandes et l'alcove et le lict d'un autre brocatel, et une house de serge rouge par dessus. En l'autre chambre ou cabinet ou sont mes livres il n'y a que de la tapisserie de Rouen assez jolie, mais qui avec le temps pourra deloger de là dans mon laboratoire ou il n'y a jusqu'icy que les murailles peintes de jaune. Je mange dans ma plus grande chambre et suis seul à table si non quand M. Auzout ou quelque autre ami me vient tenir compagnie. Apres souper je me transporte reglement dans le quartier de M. de Carcavy ou nous jouons au Verkeer [11]) et causons une heure ou deux, mais cecy ne regarde point la description de mon apartement que vous aviez seulement demandée.

La Sign.a Anna [12]) m'a fait promettre que je luy procureray de la graine de choux de nostre païs, je vous prie de vouloir prendre le soin de m'en faire avoir de toutes les sortes dans des petits papiers que vous pourrez enfermer dans une lettre, et que ce soit au plustost s'il vous plait. Il me semble qu'il y avoit une sorte qui estoit quelque chose d'extraordinaire dont le fr. de Mogg. [13]) a connaissance si je ne me trompe; de celle là il faut mettre d'avantage que des autres.

---

9) Marianne Petit; voir la Lettre N°. 1571, note 5.
10) Voir, sur ces lunettes, les Lettres Nos. 1556, 1563, 1603, 1617, 1635 et 1710.
11) Le jeu de trictrac.
12) Voir, sur Anna Bergerotti, les „Additions et Corrections" du Tome V, à la page 622.
13) Philips Doublet de Moggershil, époux de la sœur Susanne.

M.lles Jaxon[14]) et Paiot[15]) dont vous avez demandé des nouvelles dans une de vos precedentes se portent bien et vous font leur baisemains. Elles vivent encore tout de meme que lors que vous les avez vues. Paiot est grande et bien faite et se marieroit si elle pouvoit.

Mes excuses s'il vous plait al S.[ignor] P.[adre] de ce que je ne luy escris point, et salut a tout le parentage, Mick [16]) y compris si elle est encore là.

A Monsieur
Monsieur L. Hugens de Zulichem
A
la Haye.

N° 1844a.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. HUDDE.

2 OCTOBRE 1671.

La lettre se trouve à Houten, coll. van Rappard[1]).
Elle est la réponse aux Nos. 1839 *et* 1843.

Parijs den 2 Oct. 1671.

Mijn Heer

Beyde UE aengenaeme van den 18 Aug. en 14 Sept. sijn mij wel behandight, waer van d'eerste al over langh behoorden beantwoordt te zijn. doch het waernemen van den tijdt van onse vacantie die ick te Landtwaert [2]) besteedt hebbe is oorsaeck van dit versuym geweest, waer van daen nu eerst wedergekomen sijnde, vinde ick hier soo veel affaires dat noch geen tijdt hebbe konnen vinden om te dencken op de lijfrente Rekeningen, noch selfs tegenwoordigh geen en hebbe om UE pertinentlyck op alles te antwoorden.

Ick sal alleenlijck UE bedancken, eerstlijck voor de beleeftheijdt aen Mr. Picard [3]) bewesen, waer van hij door sijn schrijven alhier bethoont heeft ten

[14]) Voir la Lettre N°. 1224, note 2.
[15]) Peut-être une fille de François Payot de Linière; voir la Lettre N°. 1589, note 8.
[16]) Miralinde Suerius.

[1]) Voir, page 725 de ce volume, la note 1 de la Lettre N°. 392a.
[2]) Probablement à Viry, chez Claude Perrault.
[3]) Consultez la Lettre N°. 1838.

hooghſten voldaen te ſijn. Ten tweeden voor de genomene moeijte in't vervorderen van onſe betaelingh, alhoewel het mij leet is, in de rekeningh die het UE gelieft heeft daer van te doen, die poſte van de 10 ducatons geſtelt te ſien [4]) van welcke niet UE maer veel eer mijn Heeren de Staten mij behoorden te rembourſeren gelijck ick langh genoegh, maer, ſoo ick nu ſie, te vergeefs tegen UE hebbe ſtaende gehouden. Het communiceren van 't regiſter der lijfrenten is de derde obligatie die ick UE tegenwoordigh hebbe [5]) welcke ick voornementlijck wenſchte te ſien om te weten hoe dit overeenquam of verſcheelde van het Regiſter van de Hr. Raedpens.[6]). De methode die zijn Ed.e in deſe reeckeningh gebruijckt, ſich dienende van de Logarithmi was mijns oordeels onwederſpreeckelijck en de kortſte die men ſoude konnen in't werck ſtellen. Indien die van UE anders is, en ſonder de hulp der Logarithmi, ſoo moet die noodſaeckelijck van grooter arbeijt weſen. De reeckeningh van de Hr. Raedpens. op 2, 3, of meer lijven was mede ſeer goet en niet ſwaerder als die op een lijf, welcke mij nog ſeer wel voorſtaet. Ende niet ſiende wat daer in beter ſoude konnen gedaen werden ſoo weet ick niet of het ook noodigh is dat ick daer aen vergaere, want daar niet weijnigh moeijte aen vaſt is, en de uijtkomſten, gelijck UE ſiet, verſcheijden, naer de verſcheijde Regiſters der geſtorvenen. doch indien UE oordeelt datter noch iet ſoeckens waerdigh in deſe materie reſteert ſal mij altijdts aengenaem ſijn dien aengaende te confereeren. Hier mede eijndigende blijve

Mijn Heer
UE dienſtwillige dienaer
CHR. HUYGENS van Zuylichem.

Mijn Heer
Mijn Heer Jo. HUDDE
Raedt en Schepen der Stadt Amſterdam.

---

[4]) Voir la Lettre N°. 1843.
[5]) Voir la Lettre N°. 1839 et le Tableau vis-à-vis la page 96 du Tome VII.
[6]) Ce Registre, que nous ne connaissons pas, est mentionné dans l'Addition („Bijvoeghsel") qui se trouve dans l'ouvrage cité dans la note 6 de la Lettre N°. 1828.

N° 2147[a].

[GALLON] [1]) à [LOUIS DE PUGET] [2]).

16 NOVEMBRE 1678.

La lettre se trouve à Besançon, Bibliothèque [3]).
Elle a été publiée par H. Brocard [4]).

A Paris le 16 Nov.re 1678.

Je vous demmande mille pardons mon cher Monſieur ſy ie ne vous ay pas encore envoié les petites boules a microſcope que vous m'avez demmandé il y a quelques ſepmaines [5]); j'en ay ie vous aſſeure quelque confuſion, ie ſuis cependant peuteſtre digne d'excuſe puiſque madame Le Bas [6]) qui loge aux Galeries du Louvre ayant appris a les faire de Mons.r Huguens paſſe pour eſtre le plus habile a les conſtruire, les autres en faiſant un beaucoup plus grand nombre qu'elle pour en avoir quelques bonnes, ayant eſté fort preſſée pour d'autres ouvra-

---

[1]) Gallon était un opticien, demeurant à Paris.

[2]) Louis de Puget ou du Puget, physicien, membre de l'Académie de Lyon, né à Lyon en 1629, y mourut le 6 décembre 1709. Il fit de nombreuses observations sur le magnétisme des aimants et l'anatomie des insectes, qu'il publia dans divers ouvrages. Il a laissé quelques poésies.

D'après M. Brocard, à qui nous devons ces renseignements biographiques, l'inspection du recueil cité dans la note 3 ne laisse aucun doute que la présente lettre avec plusieurs autres du même recueil, n'ait été adressée à Louis de Puget. D'ailleurs ce recueil contient la minute d'une lettre, signée non plus, mais écrite de la main de de Puget qui répond à une autre objection soulevée contre son système oculaire de trois lentilles sphériques. Selon cette minute (page 27 de l'ouvrage cité de M. Brocard), de Puget ne désespère pas qu'on pourrait construire une lunette, composée de petites boules, si portative qu'elle ne tiendrait pas plus de place dans la poche qu'un estuy de curedent ou un porte-crayon.

[3]) Dans le recueil manuscrit numéroté 603. La lettre, qui n'est pas signée mais doit être attribuée à Gallon dont l'écriture est connue, nous a été communiquée par Mr. H. Brocard avant la publication de son ouvrage.

[4]) Dans un ouvrage tiré à 120 exemplaires et qui n'a pas été mis dans le commerce, intitulé: „Louis de Puget, François Lamy, Louis Joblot, leur action scientifique d'après de nouveaux documents. Contribution à l'Histoire des Sciences Physiques et Naturelles de 1671 à 1711 par H. Brocard. Bar-le-Duc, Imprimerie Comte-Jacquet, 1905", in-4°., p. 25.

[5]) Dans une lettre datée du 5 aoust 1678 (l. c. p. 23) Gallon avait écrit à Puget: „A l'esgard de la Nouvelle manière des microscopes que M. Huguens a tout recement apportez d'Holande qui sont faits d'un verre fondu au feu de la Lampe des esmailleurs ie puis vous dire que le sieur Hubin dont le nom vous est connu a commencé depuis quelques iours en faire, et parce que on ne doubte pas que au moins quelques uns réussiront fort bien i espere d'icy a peu de sepmaines de vous en addresser un qui avec la monture ne coutera au plus que demye pistole; on m'a dit que l'efet en est fort divertissant".

On peut consulter, sur les microscopes en question, la note 1 de la Lettre N°. 2117 et les Lettres Nos. 2119, 2132, 2133, 2135, 2136, 2142 et 2148.

[6]) Voir la Lettre N°. 2187.

ges n'a voulu m'en promettre que pour la fin de cette fepmaine; Je crois donc que je ne vous les envoieray d'ici a cinq ou fix jours.

Touchant la Pneumatique, il n'y a que Mr. Hubin [7]) qui en vend quelques unes, il dit qu'il faut 4 louis d'or pour en avoir une bien compofée, elles font un peu delicates, mais il n'y aurait guere a craindre entre vos mains parce que vous la fcauriez tres bien gouverner.

Pour fatisfaire entièrement voftre curiofité touchant la propofition que vous me fites de faire fervir ces petites boules pour des nouveaux microfcopes a des lunettes d'aproche, et pour cet efet d'en enchaffer trois dans un fort petit tube ou l'on ferait rencontrer leurs foyers de la mefme facon que l'on difpofe d'ordinaire les trois lentilles oculaires d'une lunette à quatre verres en y aioutant un objectif de la portée et grandeur requife et proportionée, j'ay jugé que ie ne pouvois mieux m'y prendre qu'en m'addreffant à l'incomparable Mons.r Huguens, dont voicy exactement la penfée fur ce propos.

Les petites boules de verre ne pourraient fervir pour en compofer des lunettes d'aproche de quelque manière qu'on les ordonat, parce que les lunettes d'aproche doivent ramaffer quantité des rayons venant de chaque point de l'objet et cela a proportion qu'elles groffiffent l'objet: c'eft pourquoy dans les longues lunettes le verre obiectif doit avoir beaucoup d'ouverture, autrement elles deviennent obfcures; or ces petites boules eftant mefme plus petites que la prunelle de l'oeil, il eft impoffible qu'elles amaffent plus de rayons que la prunelle, mais dans le microfcope la prochaine diftance de l'objet fait qu'elles prennent beaucoup des rayons de ceux qui viennent de ces objets [8]).

Il m'a dit que s'il vous reftoit la deffus quelque doute et que l'on defirat fon fentiment qu'il le donnera volontiers.

Il a efté de mefme opinion que moy touchant la propofition que Monfieur Charrier le lieutenant me fait l'honneur de me faire faire qu'on pourroit emploier en des lanternes des criftaux convexes et taillez a facettes pour efclairer un caroffe au lieu des flambeaux que les lacquais portent et fy ils efclairoient mieux que les fimples convexes. Voicy precifement l'opinion du mefme Mons.r Huguens fur ce propos.

„Les verres a facettes pourroient fervir a peu prez comme les verres ou criftaux

[7]) Voir la Lettre N°. 1928. Hubin, constructeur d'instruments physiques à Paris, était anglais d'origine. En 1699 il portait le titre d'émailleur du Roi.

[8]) Il est évident, d'après cette remarque, que dans l'idée de Huygens, de Puget se proposait de construire une lunette uniquement composée de petites boules dans le genre de celle de la note 2. La minute citée dans cette note semble indiquer que de Puget avait aussi conçu le projet d'une lunette composée de trois petites boules comme oculaire combinées avec une boule plus grosse comme objectif, mais il est clair que pour échapper de cette manière à l'objection de Huygens, on arriverait à un système qui, s'il était réalisable, ne présenterait plus aucun avantage.

convexes ſimplement pour eſclairer de loing en mettant la chandele dans leurs foyers, mais cette clarté s'etend ſeulement en ligne droite, et n'a point d'etendue aux cotez".

Je recevray en touttes les occaſions les ordres de Mons.r le Lieutenant Charrier avec beaucoup de ſatisfaction et le ſerviray de tout mon mieux vous; voulez bien mon cher Mons.r me faire l'amitié de l'en aſſeurer.

Vous voulez bien M.r aſſeurer M.r de la Valette de mes reſpects et lui dire qu'il n'y a plus des oeuvres du P. Mainbourg[9]) in 4° hors le Schiſme d'Occident; les autres ſont en petit voulume il y en a 11 et valent 40 s. la piece le ſchiſme d'Occident s'acheve en petit volume, et le tout vaudra 26 ₶.

N° 2335[a].

CHRISTIAAN HUYGENS à P. E. VEGELIN VAN CLAERBERGEN[1]).

24 MAI 1684.

La lettre se trouve à Leeuwarden, archives de la famille van Eysinga[2]).
Elle est la réponse au No. 2330.

A la Haye ce 24. Maj. 1684.

MONSIEUR

Je vous dois encore des remercimens de m'avoir communiquè le project de Mr. de Frijbergen touchant un nouvel uſage de la poudre à canon, ayant differè d e

[9]) Louis Mainbourg, né à Nancy en 1610, mort le 13 août 1686.

[1]) Aux données biographiques de la Lettre N°. 2316, note 1 nous pouvons ajouter les suivantes.

Philip Ernst Vegelin van Claerbergen naquit le 10 octobre 1613, dans le Palatinat. Après quelques voyages il devint secrétaire, puis chambellan de Willem Frederik van Nassau, comte de Nassau-Dietz, Stadhouder de la Frise. Il épousa, le 22 janvier 1643, Fokjen van Sminia, veuve de Frederik van Hillema, laquelle mourut le 30 avril 1658. Il se remaria avec Josina Ruisch, qui lui survécut. Philip Ernst mourut le 6 décembre 1693.

[2]) Nous devons la copie de cette lettre, ainsi que celles des Lettres Nos. 2364[a], 2382[b], 2498[a] et 2561[a], aux soins de M. le docteur T. J. de Boer, sous-bibliothécaire de la Bibliothèque royale de la Haye.

La lettre est évidemment la même que celle dont nous avons imprimé un fragment sous le N°. 2425 avec la date 24 mai 1686, dont le millésime est en erreur de deux ans. Ce fragment était emprunté à l'article des Nouvelles de la République des Lettres, cité dans la note 1 de la Lettre N°. 2425. L'Unicus", dont il est question dans cette note, est donc bien Christiaan Huygens et l'„amicus" ne peut être que P. E. Vegelin van Claerbergen, lequel très probablement a communiqué l'extrait à Freybergen. Ce dernier s'identifie maintenant avec le *„stifts-hauptmann à Zoedtenbourg"*. Voir, sur Freybergen, les Lettres Nos. 2495, 2496 et 2504.

m'acquiter de ce devoir jusqu'a ce que je puſſe vous communiquer en revenche la nouvelle invention de ſe ſervir des teleſcopes [3]) ſans avoir beſoin de tuyau, ni de machine embaraſſante pour les dreſſer. L'on a voulu que je fiſſe imprimer la deſcription que j'en ay faite et je vous en envoie deux exemplaires, dont vous aurez la bontè d'en faire tenir un à Monſieur Fullenius [4]) qui verra par là que je me ſouviens de luy quoyqu'il ſemble m'avoir obliè. Pour ce qui eſt du deſſein de Mr. de Frijberguen [5]) il n'eſt pas tant hors d'eſperance de ſucces a mon avis que l'on diroit d'abord et il y a 7 a 8 ans que je fis voir a Mr. Colbert une machine que j'avois fait conſtruire dans cette meſme intention, et qui fut enregiſtrée dans noſtre academie. L'effect en eſtoit qu'avec une petite quantitè de poudre, comme il en faut pour remplir un dè a coudre, elle eſtoit capable d'elever quelques ſeize-cent livres à la hauteur de 5 pieds, et cela ſans cette impetuoſitè ordinaire qu'on luy voit, mais d'une force temperée et egale. quatre ou cinq laquais que Mr. Colbert fit tirer a la chorde attachee a cette machine furent elevez fort facilement en l'air. Toutefois il ſe rencontre quelque difficultè a renouveller continuellement cette force, et puis que nous avons des moteurs plus commodes, comme ſont le vent et les eaux courantes, je ne vois pas qu'il y ait grand avantage a pourſuivre ou perfectionner cette invention. Si vous avez appris depuis voſtre derniere ou en eſt Mr. de Frijbergen [6]), je feray bien aiſe d'en eſtre inſtruit, comme auſſi de l'eſtat de voſtre ſantè a la quelle je m'intereſſe comme eſtant de tout mon coeur

MONSIEUR

Voſtre treſhumble et treſobeiſſant ſerviteur
HUGENS de Zulichem.

---

[3]) L'ouvrage cité dans la note 1 de la Lettre N°. 2334.
[4]) Comparez la Lettre N°. 2335. Sur R. Fullenius, voir la Lettre N°. 2317, note 1.
[5]) Ici commence, avec un autre exorde, le fragment de cette lettre, imprimé dans les Nouvelles de la République des Lettres et reproduit dans notre N°. 2425.
[6]) Chr. Huygens avait reçu avis des projets de Freybergen par la Lettre N°. 2330.

N° 2364a.

CHRISTIAAN HUYGENS à P. E. VEGELIN VAN CLAERBERGEN.

1er SEPTEMBRE 1684.

La lettre se trouve à Leeuwarden, archives de la famille van Eysinga [1]).
Elle est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.

A la Haye ce premier Sept. 1684.

MONSIEUR

Je prens la libertè de vous envoier ce pacquet pour Monſieur Fullenius, vous ſuppliant de le luy faire tenir ſurement. J'y ay mis entre autres une feuille imprimee qui doit eſtre miſe a la place de celle qui eſt au commencement de mon Aſtroſcopia [2]) dans l'exemplaire que je luy ay envoiè cydevant. Et j'adjoute une pareille feuille pour faire le meſme ſupplement dans voſtre exemplaire. Je vous ſuis tres obligè Monſieur du ſentiment avantageux qu'il vous a plu me teſmoigner pour ce petit Traitè et je ſouhaite fort qu'un jour je vous puiſſe faire voir l'effect de l'invention que j'y propoſe. Pour ce qui eſt de vous faire avoir des inſtrumens ſemblables a ceux que j'y emploie il m'a ſemblè qu'ils ne vous pourroient ſervir de rien, n'ayant pas la principale piece qui eſt le grand verre objectif. Et en tout cas je crois qu'il ſeroit fort neceſſaire que vous viſſiez auparavant la maniere de ces ſortes d'obſervations. Je reçus hier les Poeſies et deſcriptions compoſees a l'occaſion de vos illuſtres Nopçes [3]) dont vous avez eu la bontè de me faire part. Il paroit que cette feſte s'eſt paſſée avec beaucoup de magnificence, et je ne doute pas qu'elle ne vous ait donnè aſſez d'occupation. Je ne ſçay ſi vous n'aurez rien appris d'avantage du deſſein de Mons. Freibergue [4]). Ce qui m'empeſche d'en attendre de grands effects, c'eſt que nous avons deſia ces excellents principes de mouvement, ſçavoir le vent, les eaux, les animaux, pour ſervir dans tous les beſoins. Et il eſt malaiſè de s'imaginer des occurrences ou ſon moteur ſeroit preferable a ceux la. Je ſuis de tout mon coeur

MONSIEUR

Voſtre treſhumble et treſobeiſſant ſerviteur
HUGENS de Zulichem.

---

[1]) Voir la Lettre N°. 2335a, note 2.
La Lettre N°. 2364a a été accompagnée par la Lettre N°. 2364.
[2]) Consultez la Lettre N°. 2340, note 6.
[3]) Il s'agit des noces du prince Hendrik Casimir avec Henriette Amalia d'Anhalt-Dessau, célébrées à Dessau le 16 novembre 1683.
[4]) Voir la Lettre N°. 2335a, note 6.

N° 2382^b.

Christiaan Huygens à P. E. Vegelin van Claerbergen.

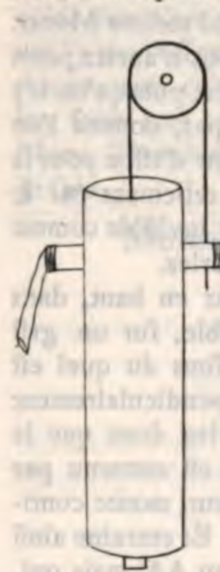
19 avril 1685.

La lettre se trouve à Leeuwarden, archives de la famille van Eysinga[1]).
Elle est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.

A la Haye ce 19 Avr. 1685.

Monsieur

Je vous dois demander pardon auſſi bien qu'a Monſieur Fullenius de ce long ſilence, car toutes mes occupations ne ſcauroient me fournir d'excuſe aſſez legitime. Vous aurez s'il vous plait la bontè de luy envoier ma lettre[2]), par la quelle je l'exhorte de nous venir voir, comme il m'a mandè[2]) qu'il en avoit eu deſſein. Je vous aſſure Monſieur que j'ayme extremement ce perſonnage tant pour ſa grande inclination pour les mathematiques, que pour ſa candeur et autres rares qualitez.



Vous me parlez dans voſtre derniere de l'envie qu'auroit Monsr. Freibergh de voir le modelle ou deſſein de ma machine pour le nouvel uſage de la poudre a canon. Mais comme la communication doit eſtre reciproque je ſouhaiterois auſſi de ſcavoir ce que c'eſt qu'il a inventè en ce genre, et ſi ſa machine eſt differente de la miene. La figure de la principale pièce de celle que je fis voir a Monsr. Colbert eſt telle que je vous la repreſente icy[3]). Mandez je vous prie a Mr. Freibergh qu'il vous faſſe de meſme voir quelque choſe de la ſiene. La quelle ſi elle eſt baſtie ſur le meſme principe que cellecy il en comprendra aiſement tout le miſtere ſans que j'y adjoute d'autre explication. Si non, je veux bien la luy donner entiere. Je crois vous avoir eſcrit cydevant que je ne voiois pas aſſez d'utilitè dans cette invention pour m'y appliquer d'avantage mais il ſe peut que Mr. Freibergh ait trouvè quelque choſe de meilleur, dont je feray bien aiſe d'avoir part. Je ſuis de tout mon coeur

Monsieur

Voſtre treſhumble et treſobeiſſant ſerviteur
Hugens de Zulichem.

[1]) Voir la Lettre N°. 2335^a, note 2.
[2]) Nous ne connaissons pas cette lettre.
[3]) Comparez la Lettre N°. 1971.

N° 2498 a.

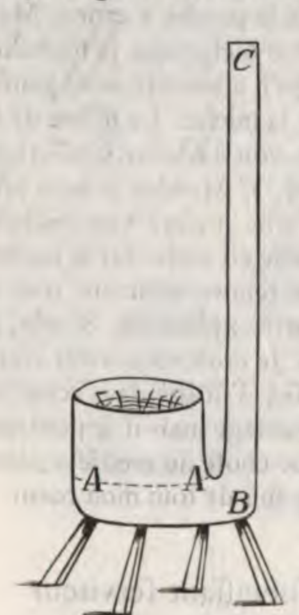
CHRISTIAAN HUYGENS à P. E. VEGELIN VAN CLAERBERGEN.

25 OCTOBRE 1687.

La lettre se trouve à Leeuwarden, archives de la famille van Eysinga[1]).
Elle est la réponse au No. 2495.
Vegelin y répondit par la Lettre No. 2504.

MONSIEUR

J'ay receu par les mains de Monſieur Tronchin [2]) la lettre que vous m'avez fait l'honneur de m'eſcrire qui enfermoit l'extrait de celle de Monſieur Freydberg [3]) a vous. Je ne ſcay pas bien ſi l'invention de cheminées dont il ſouhaite d'eſtre informè eſt la meſme dont j'ay vu quelque deſcription dans le Journal de Scavants de Paris [4]). Cependant je ne laiſſeray pas de vous dire comment on m'a fait comprendre que ces cheminees ſont faites, par ce que quand meſme Monsr. Freydberg ou vous euſſiez vu ce journal, il ſe pourroit que vous n'auriez point entendu en quoy l'invention conſiſte, puis qu'on n'y a point adjoutè de figure. Ce n'eſt pas, comme l'on luy a fait entendre, qu'il n'y a point d'iſſue pour la fumée, mais la fumée ſe conſume tellement par le feu, qu'elle ſort comme une vapeur inviſible comme il arrive dans les fourneaux des verreries.



AA eſt un receptacle ouvert par en haut, dans lequel on met la matiere combuſtible, ſur un gril qui eſt a cet endroit AA. au deſſous du quel eſt joint le tuyau BC. montant perpendiculairement et eſtant ouvert au bout C. Il arrive donc que le tuyau BC. s'echauffant, l'air qui y eſt contenu par la legeretè que luy donne ſa chaleur, monte continuellement et ſort par le bout C. Et entraine ainſi la fumée qui s'engendre au vaiſſeau AA, mais qui, paſſant en deſcendant a travers le feu, perd toute ſon epaiſſeur et ſon odeur, de ſorte qu'en mettant meſme du cuir ou autre choſe puante avec les char-

1) Voir la Lettre N°. 2335a, note 2.
2) Jean Antoine Tronchin; voir la Lettre N°. 2495, note 7.
3) La Lettre N°. 2496.
4) Voir la Lettre N°. 2447, note 6.

bons allumez, et plaçant la machine au milieu d'une chambre, on n'appercoit aucune mauvaiſe odeur, ni fumée. Mais il faut que le feu ſoit auparavant bien allumè et que le tuyau BC ſoit echauffè. Voila comme on m'a depeint cette ſorte de fourneau ou cheminée, dont on a fait l'experience a Paris, mais non pas icy à la Haye que je ſcache. l'inventeur ſe nomme d'Aleſme [5]) que j'ay connu eſtant en France. Si j'ay bien retenu le tuyau B.C. avoit 5 ou 6 pieds de haut. Je ne croy pas qu'on puiſſe emploier cette machine pour chauffer une chambre en la mettant ailleurs que ſous la cheminee par ce que l'air qui ſort par le tuyau B.C. devient inutile a la reſpiration, pour avoir paſſé par le feu. Je ſouhaiterois pour la ſatisfaction de Monſieur Freydberg que l'ouvrage que l'on fait imprimer a Paris fuſt achevè, mais comme il y a encore bien de pieces qui y doivent entrer je ne ſcaurois dire quand cela ſera [6]). Il y a deſia 4 ou 5 mois que j'ay envoiè pour cela les copies de mes eſcrits, ou eſt entre autres [7]) la maniere dont je me ſers pour emploier la poudre a canon, que Mr. Freydberg a tant d'envie de voir et qu'il eſtime plus qu'elle ne merite. pour luy en donner quelque ouverture vous pouvez luy mander qu'au lieu d'un poids de plomb ou autre matiere ſolide qu'il ſe propoſoit d'elever [8]) par l'effort de la poudre je n'eleve que l'air, qui apres cela, par ſa preſſion, fait mouvoir ce que l'on veut. En luy eſcrivant je vous prie d'avoir la bontè de luy faire mes treſhumble baiſemains et de meſme a Mons. Fullenius de qui Mons. Tronchin m'a dit qu'il travaille avec aſſiduitè aux verres des Teleſcopes. Je ſuis

MONSIEUR

Voſtre treſhumble et treſobeiſſant ſerviteur
HUGENS de Zulichem.

---

[5]) Sur André d'Alesme, voir la Lettre N°. 2008, note 15.
[6]) L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2432, note 1.
[7]) Voir la note 1 de la Lettre N°. 2435.
[8]) Voir la Lettre N°. 2425, note 1.

N° 2571 [a].

Christiaan Huygens à P. E. Vegelin van Claerbergen.

9 mars 1690.

La lettre se trouve à Leeuwarden, archives de la famille van Eysinga [1]).
Elle fait suite à la lettre indiquée dans la Lettre No. 2564.
Vegelin van Claerbergen y répondit le 10 *avril* 1690 *par une lettre que nous ne connaissons pas* [2]).

A la Haye ce 9 Mars 1690.

Monsieur

Je ne vous efcris ce mot que pour fcavoir fi ma lettre du 17e du mois paffè vous a eftè rendue avec la quelle eftoient 3 Exemplaires d'un Traité de la lumiere que je viens de mettre au jour [3]). Il y en avoit un pour vous, un pour Mr. Fullenius avec une lettre dans une enveloppe à part, et un troifieme que je vous priois de faire tenir a ces Mrs de Leipfich, qui efcrivent les Acta Eruditorum. Le paquet n'eft parti d'icy a ce qu'on m'a dit, que le 23e du mefme mois. Mais comme il s'eft paffè affez de temps pour pouvoir avoir refponfe foit de vous, foit de Mr. Fullenius, cela m'a fait douter s'il avoit eftè rendu. Celuy qui s'en eft chargè eft un meffager ordinaire de Frife que l'on m'a enfeignè icy, mais qu'on me dit a cette heure qu'il ne doit retourner a la Haye que vers le mois de May, il s'appelle Claes Juckes. Deux lignes de voftre main me mettront en repos, en attendant les quelles je demeure

Monsieur

Voftre trefhumble et trefobeiffant ferviteur
Chr. Hugens de Zulichem.

Quand vous me ferez l'honneur de m'efcrire je vous prie d'adreffer voftre lettre au noordende naeft de Crabbe, qui eft mon logement pendant cet hyver, et toute les fois que je fuis a la Haye.

[1]) Voir la Lettre N°. 2335[a], note 2.
[2]) Voir le N°. 2564.
[3]) Le Traité de la Lumière etc. avec un Discours de la Cause de la Pesanteur, voir la pièce N°. 2519, note 8.

N° 2701[a].

Christiaan Huygens à B. de Volder.

[septembre 1691].

Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Sommaire: a Mr. de Volder [1]).

Autant de clarté qu'il en peut avoir dans des diſputes de cette nature. qu'il raiſonne fort ſubtilement, et qu'on voit bien qu'il eſt fort verſé dans ces matieres et diſputes. qu'a moins de cela on n'en ſcauroit faire autant. que ces theſes ſont un Traité qui peut ſervir à bien entendre des Cartes et a oster des difficultez tant vraies qu'apparantes.

la 9me et 10me ſont belles.

que m. l'Eveſque [2]) bien ſouvent objecte aſſez groſſierement. s'il a vu ces reponſes.

Que je ne ſuis pas tout a fait pour le Criterium de des Cartes. Parce que dans la geometrie meſme on s'imagine ſouvent de comprendre tres clairement des choſes qui ſont fauſſes. Il y reſte donc tousjours a ſcavoir ſi l'on a compris clairement et diſtinctement, ce que eſt aſſez douteux dans des longues demonſtrations. Et de la naiſſent les paralogiſmes. Je ferais donc plus pour les divers degrez de vraiſemblance, laquelle dans certaines rencontres eſt ſi grande que d'eſtre quelque fois comme 100000000000 et plus contre un [3]), que le vray ou le faux d'une propoſition, et qu'en de certaines choſes cela va comme à l'infini.

---

[1]) La lettre a évidemment été écrite en réponse à un ouvrage de B. de Volder que Huygens venait de lire, probablement celui cité dans la note 12 de la Lettre N°. 2711.

[2]) P. D. Huet; voir la Lettre N°. 2696.

[3]) Comparez la pièce N°. 1944, où Huygens émet une opinion pareille.

TABLES.

I. LETTRES.

N°.	Date.				Page.
2866	9	Juillet	1694	G. W. Leibniz *à* Chriftiaan Huygens	649
2867	12	„		Conftantyn Huygens, frère, *à* Chriftiaan Huygens	652
2868	15	„		Chriftiaan Huygens *à* J. P. Bignon	653
2869				*Appendice.* Chriftiaan Huygens *à* H. Bafnage de Beauval (juin 1694)	654
2870	15	„		Chriftiaan Huygens *à* Ph. de la Hire	658
2871	27	„		G. W. Leibniz *à* Chriftiaan Huygens	659
2872	27	„		Chriftiaan Huygens *à* Conftantyn Huygens, frère	662
2873	24	Août		Chriftiaan Huygens *à* G. W. Leibniz	664
2874				*Appendice I.* Chriftiaan Huygens *à* G. W. Leibniz (feptembre 1694)	671
2875				*Appendice II.* Chriftiaan Huygens *aux* Editeurs des Acta Eruditorum (août 1694)	673
2876	14	Septembre		G. W. Leibniz *à* Chriftiaan Huygens	675
2877	18	„		G. W. Leibniz *à* Chriftiaan Huygens	683
2878	1	Octobre		Chriftiaan Huygens *à* de Rofen	684
2879	4	„		Le Marquis de l'Hofpital *à* Chriftiaan Huygens	686
2880	24	„		G. W. Leibniz *à* Chriftiaan Huygens	688
2881		„		B. Renau *à* Chriftiaan Huygens	690
2882				Chriftiaan Huygens *à* H. Bafnage de Beauval	694
2883	27	Décembre		Chriftiaan Huygens *à* A. Leers	696
2884	27	„		Chriftiaan Huygens *à* G. W. Leibniz	696
2885				Chriftiaan Huygens *à* A. du Quefne	700
2886				Chriftiaan Huygens *à* E. Bartholinus	701
2887				Chriftiaan Huygens *à* ?	702
2888	7	Janvier	1695	Chriftiaan Huygens *à* Conftantyn Huygens, frère	703
2889	21	Février		Le Marquis de l'Hofpital *à* Chriftiaan Huygens	704
2890	23	„		Conftantyn Huygens, frère, *à* Chriftiaan Huygens	707
2891	4	Mars		Chriftiaan Huygens *à* Conftantyn Huygens, frère	708
2892	14	„		Le Marquis de l'Hofpital *à* Chriftiaan Huygens	711
2893	1	Juillet		G. W. Leibniz *à* Chriftiaan Huygens	714
2894	26	„		*Appendice.* G. W. Leibniz *à* H. Bafnage de Beauval (26 juillet 1695)	719

SUPPLEMENT.

N°.	Date.				Page.
392^a	22	Juin	1657	Christiaan Huygens *à* Lodewijk Huygens.........	725
1566^a	3	Décembre	1666	Christiaan Huygens *à* Lodewijk Huygens.........	726
1844^a	2	Octobre	1671	Christiaan Huygens *à* J. Hudde.................	728
2147^a	16	Novembre	1678	Gallon *à* Louis de Puget..................	730
2335^a	24	Mai	1684	Christiaan Huygens *à* P. E. Vegelin van Claerbergen	732
2364^a	1	Septembre	1684	Christiaan Huygens *à* P. E. Vegelin van Claerbergen	734
2382^b	19	Avril	1685	Christiaan Huygens *à* P. E. Vegelin van Claerbergen	735
2498^a	25	Octobre	1687	Christiaan Huygens *à* P. E. Vegelin van Claerbergen	736
2571^a	9	Mars	1691	Christiaan Huygens *à* P. E. Vegelin van Claerbergen	738
2701^a		Septembre	1691	Christiaan Huygens *à* B. de Volder..............	739

II. LISTE ALPHABÉTIQUE DE LA CORRESPONDANCE.

Les chiffres gras défignent les numéros d'ordre des lettres.

Les chiffres gras pourvus d'une lettre italique défignent les numéros d'ordre du Supplément, pages 725—739.

Les lettres figurent tant fous le nom de l'auteur que fous celui du correfpondant. Dans le premier cas on a indiqué la date de la lettre.

Chriſtiaan Huygens *à* Conſtantyn Huygens, frère. 1691, 26 juillet **2689;** 1693, 16 juillet **2808,** 1er ſeptembre **2817;** 1694, 19 mars **2846,** 2 avril **2850,** 6 juin **2855,** 6 juillet **2864,** 27 juillet **2872;** 1695, 7 janvier **2888,** 4 mars **2891.**

„ (Conſtantyn Huygens, frère, *à*). **2725, 2729, 2731, 2753, 2758, 2764, 2776, 2783, 2818, 2844, 2849, 2851, 2865, 2867, 2890.**

„ *à* Lodewijk Huygens. 1693, 26 février **2792;** 1657, 22 juin **392**[a]**;** 1666, 3 décembre **1566**[a]**.**

„ *à* Hub. Huighens. 1692. 12 février **2735,** 15 février **2738.**

„ (Hub. Huighens *à*). **2730, 2742.**

„ *à* A. Leers. 1694, 27 décembre **2883.**

„ *à* G. W. Leibniz. 1691, 23 février **2660,** 26 mars **2667,** 21 avril **2677,** 5 mai **2680,** 1er ſeptembre **2693,** 4 ſeptembre **2695,** 16 novembre **2709;** 1692, 1er janvier **2726,** 4 février **2732,** 15 mars **2744,** 11 juillet **2759;** 1693, 12 janvier **2785,** 17 ſeptembre **2822;** 1694, 29 mai **2854,** 8 juin **2856,** 24 août **2873,** ſeptembre **2874,** 27 décembre **2884.**

„ (G. W. Leibniz *à*). **2659, 2664, 2676, 2682, 2688, 2699, 2713, 2727, 2728, 2740, 2751, 2766, 2784, 2797, 2829, 2841, 2852, 2863, 2866, 2871, 2876, 2877, 2880, 2893.**

„ *à* W. van Lith. 1691, 15 décembre **2717.**

„ *à* W. Matthijſen. 1692, 6 juin **2754.**

„ *à* G. Meier. 1691, 26 mars **2666,** juin **2686,** 16 novembre **2711.**

„ (G. Meier *à*). **2663, 2678, 2701, 2712.**

„ *à* van Merle. 1692, 31 juillet **2761.**

„ *à* D. Papin. 1691, 2 novembre **2706;** 1690, 14 décembre **2707.**

„ (D. Papin *à*). **2691, 2702.**

„ *à* A. du Queſne. 1694, **2885.**

„ (B. Renau *à*). **2848, 2881.**

„ *à* de Roſen. 1694, 1er octobre **2878.**

„ *à* J. G. Steigerthal. 1692, 9 avril **2749,** 9 juin **2756;** 1693, 19 novembre **2837.**

„ (J. G. Steigerthal *à*). **2747, 2750, 2755, 2757, 2804.**

„ *à* P. E. Vegelin van Claerbergen. 1684, 24 mai **2335**[a], 1er ſeptembre **2364**[a]**;** 1685, 19 avril **2382**[b]**;** 1685, 25 octobre **2498**[a]**;** 1690, 9 mars **2571**[a]**.**

„ (M. van Velden *à*). **2687.**

„ *à* B. de Volder. 1693, 24 mars **2798, 2799;** 19 avril **2802, 2803;** 1691. ſeptembre **2701**[a]**.**

„ (B de Volder *à*). **2800, 2861, 2862.**

„ *à* W. Wichers. 1694, 15 juin **2858.**

Chriftiaan Huygens *à* ?. 1691, **2724**; 1694, **2887**.
„ 1691, **2661, 2662, 2668, 2669,** mars **2671,** août **2694,** octobre **2710;** 1692, janvier **2736, 2737;** 1691, décembre **2763;** 1692, octobre **2769, 2770, 2771, 2778,** décembre **2779, 2780,** octobre **2781,** 21 novembre **2782;** 1693, **2791,** octobre **2794,** juillet **2811. 2814,** feptembre **2821, 2827, 2834, 2835;** 1694, 16 juin **2860.**

Conftantyn Huygens, frère, *à* Chriftiaan Huygens. 1692, 1er janvier **2725,** 18 janvier **2729,**
„ 26 janvier **2731,** 2 juin **2753,** 30 juin **2758,** 8 feptembre **2764,** 2 dé-
„ cembre **2776,** 30 décembre **2783;** 1693, 3 feptembre **2818;** 1694, 5 mars **2844,** 30 mars **2849,** 13 avril **2851,** 8 juillet **2865,** 12 juillet **2867;** 1695, 23 février **2890.**
„ (Chriftiaan Huygens *à*). **2689, 2808, 2817, 2846, 2850, 2855, 2864, 2872, 2888, 2891.**

Lodewijk Huygens (Chriftiaan Huygens *à*). **2792, 392**[a]**, 1566**[a]**.**

Hub. Huighens *à* Chriftiaan Huygens. 1692, 20 janvier **2730,** 3 mars **2742.**
„ (Chriftiaan Huygens *à*). **2735, 2738.**

P. van Laer, voir J. de Graaff.

A. Leers (Chriftiaan Huygens *à*). **2883.**

G. W. Leibniz *à* H. Bafnage de Beauval. 1695, 26 juillet **2894.**
„ *aux* Editeurs des Acta Eruditorum. 1693, feptembre **2824.**
„ *à* Chriftiaan Huygens. 1691, 6 février **2659,** 2 mars **2664,** 20 avril **2676,** 27 mai **2682,** 24 juillet **2688,** 21 feptembre **2699,** octobre **2713;** 1692, 8 janvier **2727,** 10 janvier **2728,** 19 février **2740,** 11 avril **2751,** 26 feptembre **2766,** 30 décembre **2784;** 1693, 20 mars **2797,** 11 octobre **2829,** 11 décembre **2841;** 1694, 26 avril **2852,** 22 juin **2863,** 9 juillet **2866,** 27 juillet **2871,** 14 feptembre **2876,** 18 feptembre **2877,** 24 octobre **2880;** 1695, 1er juillet **2893.**
„ (Chriftiaan Huygens *à*). **2660, 2667, 2677, 2680, 2693, 2695, 2709, 2726, 2732, 2744, 2759, 2785, 2822, 2854, 2856, 2873, 2874, 2884.**

W. van Lith (Chriftiaan Huygens *à*). **2717.**

W. Matthijfen (Chriftiaan Huygens *à*). **2754.**

G. Meier *à* Chriftiaan Huygens. 1691, 25 février **2663,** 23 avril **2678,** 26 feptembre **2701,** 20 novembre **2712.**
„ (Chriftiaan Huygens *à*). **2666, 2686, 2711.**

G. Meybos, voir J. de Graaff.

Van Merle (Chriftiaan Huygens *à*). **2761.**

D. Papin *à* Chriftiaan Huygens. 1691, 16 août **2691,** 25 octobre **2702.**
„ (Chriftiaan Huygens *à*). **2706, 2707.**

L. de Puget (Gallon *à*). **2147**[a]**.**

A. du Quefne (Chriftiaan Huygens *à*). **2885.**

B. Renau *à* Chriftiaan Huygens. 1694, janvier **2848,** octobre **2881.**

De Rofen (Chriftiaan Huygens *à*). **2878.**

J. G. Steigerthal *à* Chriftiaan Huygens. 1692, 31 mars **2747,** 11 avril **2750,** 9 juin **2755,** 12 juin **2757;** 1693, avril **2804.**

" (Chriftiaan Huygens *à*). **2749, 2756, 2837.**

P. E. Vegelin van Claerbergen (Chriftiaan Huygens *à*). **2335**^{a}**, 2364**^{a}**, 2382**^{b}**, 2498**^{a}**, 2571**^{a}**.**

M van Velden *à* Chriftiaan Huygens. 1693, 19 juillet **2687.**

B. de Volder *à* Chriftiaan Huygens. 1693, 6 avril **2800;** 1694, mai **2861, 2862.**

" (Chriftiaan Huygens *à*). **2798, 2799, 2802, 2803, 2701**^{a}**.**

W. Wichers (Chriftiaan Huygens *à*). **2858.**

III. PERSONNES MENTIONNÉES DANS LES LETTRES.

Dans cette liſte on a rangé les noms ſans avoir égard aux particules telles que *de*, *a*, *van*, et autres.

Les chiffres gras déſignent les pages où l'on trouve des renſeignements biographiques.

Les chiffres ordinaires indiquent les pages où les perſonnes nommées ſont citées.

IV. OUVRAGES CITÉS DANS LES LETTRES.

Les chiffres gras défignent les pages où l'on trouve une defcription de l'ouvrage.
Les chiffres ordinaires donnent les pages où il eft queftion de l'ouvrage.

V. Coufin, Fragments Philofophiques, 1838. **81**, 399.

Jo. Craig. Methodus figurarum lineis rectis et curvis comprehenfarum quadraturas determinandi, 1685. 214, **219**, 231, 236, 258, 277, 278, 280, 298, 635.

„ Animadverfio in Methodum figurarum. etc. 1685. **277**.

„ Additio ad Methodum figurarum quadraturas determinandi, 1686. **635**, 636.

„ Refponfio ad Literas D. T. Lipfiam miffas Feb. 20, 1686. 277.

„ Tractatus Mathematicus de Figurarum curvilinearum Quadraturis et Locis Geometricis, 1693. **277**, 635, 698.

„ Theologiae Chriftianae Principia Mathematica, 1699. **219**, 220.

„ De Calculo fluentium libri duo, 1718. **219**.

J. A. du Cros, Apologie contre William Temple, 321.

Nic. de Cufa, Opera 455, 703.

L. Delifle, Catalogue des manufcrits des Fonds Libri et Barrois, 1888. **81**.

Diogenes Laertius, Opera, 105.

N. Fatio de Duillier, Errata de Mr. Newton (manufcrit), 147—155, 209, 215, 346, 354, 567.

„ Theorie de la Pefanteur, 257, 271, 354, 609, 669.

Dutens, Gotfridi Guilelmi Leibnitii Opera Omnia, 602, 605, 608.

Jo. Eberhardi, voyez Schweling.

J. G. Eifenfchmid, Diatribe de figura telluris Elliptico fpheroide, 1691. **229**, 261.

Fr. Efchinardi, De impetu tractatus duplex, 1684. **293**.

Euclidis, Elementorum libri VI, 4.

P. de Fermat, Varia opera, 1679. 132, 350.

„ De aequationum localium tranfmutatione et emendatione, **132**, 350, 369, 370.

„ Œuvres, publiés par Paul Tannery et Charles Henry, 1891, **132**, 350, 369, 370, 371.

G. Gachard, Voyage de Siam des pères Jéfuites, 1686. 658.

J. Galloys, Extrait d'un Ecrit compofé par Dom François Quefnet, Rel. Bened. envoyé à l'Acad. Roy. des Sciences, **570**.

G. I. Gerhardt, Der Briefwechfel von G. W. Leibniz mit Mathematikern, 1899. 9, 17, 49, 55, 59, 83, 86, 93, 99, 109, 127, 139, 156, 182, 197, 221, 225, 230, 238, 257, 260, 268, 283, 296, 316, 382, 383, 425, 464, 509, 511, 538, 572, 575, 600, 609, 614, 619, 639, 646, 649, 659, 664, 674, 676, 683, 684, 689, 696, 713, 714.

„ Leibnizens mathematifche Schriften, 1855. 9, 17, 49, 55, 83, 86, 93, 99, 109, 127, 139, 156, 160, 182, 197, 221, 225, 230, 238, 257, 260, 268, 283, 296, 316, 382, 383, 425, 428, 509, 511, 538, 539, 572, 574, 600, 609, 614, 619, 639, 642, 645, 649, 659, 664, 674, 683, 688, 696, 713, 714, 716, 721.

„ Die philofophifche Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz, 1875—1890. **302**, 303, 614, 681.

E. Gerland, Leibnizens und Huygens Briefwechfel mit Papin, 1881. 119, 122, 164, 175, 177.

G. Gilbert, De Magnete, Magneticifque corporibus, 1600. **15**.

A. Godeau, Hiftoire de l'Eglife, **107**.

G. W. Leibniz, Nova methodus pro maximis et minimis, etc. 1684. 226, 252, 305, 315, 636.
„ Opera Omnia. Voyez Dutens.
„ Quadratura arithmetica communis Sectionum Conicorum quae centrum habent, 1691. 111, 308.
„ Reſponſio ad nonnullas difficultates a Dn. Bern. Nieuwentiit circa methodum differentialem ſeu infiniteſimalem motas, 1695. **717.**
„ Schediaſma de reſiſtentia Medii et motu projectorum gravium in medio reſiſtente, 1689. 50.
„ Specimen Dynamicum pro admirandis Naturae legibus (1695). **645.**
„ Supplementum Geometriae Dimenſoriae, 1693. 516, **517,** 572, 578, 579, 601, 625, 678, 679.
„ Supplementum Geometriae Practicae, 1693. **641.**
„ Tentamen de motuum coeleſtium cauſis, 1689. 297.
„ Traité ſur le calcul differentiel (projet), 640, 669, 698, 713.
„ Unicum Opticae, Catoptricae et Dioptricae Principium, 1682. **602.**
D. Lipſtorp, Specimina Philoſophiae Carteſianae, 1653. 401.
Hiob. Ludolf, Hiſtoria Aetiopica, 101, 102.
L. Mainbourg, Le Schiſme d'Occident. 732.
N. Malebrande, Recherche de la Verité, 563.
Mariotte, Œuvres, 1717. 602.
De Maroles, Traité ſur des problèmes numériques (manuſcrit), 699, 718.
N. Mercator, Logarithmo Technia, 1668. 41, 641.
Van Merle, Carte Généalogique, 397.
W. Molyneux, Dioptrica nova, 1692. **260,** 276, 279, 280, 281.
G. Monchamp, Galilée et la Belgique, 1892. **107,** 113.
La Montre, La quarante ſeptième propoſition du premier livre des Elemens d'Euclide, 1691. **324.**
Moreri, Le grand Dictionnaire Hiſtorique, 1675. **398,** 455, 487, 489.
John Narborough, An Account of Several Late Voyages & Diſcoveries to the South and North, 1694. **704,** 709.
Is. Newton, Enumeratio linearum tertii ordinis, 1704. 236, 241, 271, 276, 279, 280.
„ Methodus Fluxionum et ſerierum infinitarum, 1736. 271, 276, 327, 354, 440, 622, 675.
„ Optics; or a Treatiſe of the Reflections, Refractions, Inflections and Colours of Light, 1704. 229, 236, 271, 613, 651.
„ Philoſophiae Naturalis Principia Mathematica, 1687. 20, 27, 28, 29, 30, 33, 38, 51, 57, 94, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 168, 209, 213, 214, **215,** 219, 229, 239, 241, 257, 258, 259, 261, 269, 279, 297, 317, 346, 605, 613, 614, 616, 626, 645.
„ Principia, ed. altera de Dav. Gregory (projet). 213, 346, 354, 567, 598, 601, 614, 626.
„ Principia, ed. altera de R. Cotes, 1713. **614.**
„ Tractatus de quadratura curvarum, 1704. 236, 241, 271, 276, 279, 280, 327, 440.

V. MATIÈRES TRAITÉES DANS LES LETTRES.

Dans cette Table les matières fcientifiques traitées dans ce Volume ont été groupées fous divers articles généraux, favoir:

Algèbre.	Géodéfie.	Œuvres.
Anagrammes fcientifiques.	Géographie.	Optique.
Anatomie.	Géologie.	Philologie.
Arithmétique.	Géométrie.	Philofophie.
Aftronomie.	Hydrodynamique.	Phyfiologie.
Beaux-Arts.	Hydroftatique.	Phyfique.
Botanique.	Mécanique.	Probabilités.
Chimie.	Médecine.	Travaux publics.
Chronométrie.	Météorologie.	Zoologie.
Cours des études des frères Huygens.	Mufique.	
	Navigation.	

Pour connaître tous les endroits de la Correfpondance où quelque fujet eft traité, on cherchera dans la Table l'article général auquel il appartient. On y trouvera, foit du fujet même, foit d'un fous-article qui devra y conduire, la nomenclature adoptée dans l'ordre alphabétique de la Table.

Les chiffres indiquent les pages de ce Volume.

On a marqué d'un aftérifque les endroits qui ont été jugés les plus importants.

L'article *Œuvres* fe rapporte aux écrits de Huygens, foit publiés, foit reftés en manufcrit ou feulement ébauchés. Il pourra fervir de guide à ceux qui défirent connaître les renfeignements que la Correfpondance de Huygens peut fournir à l'égard de l'origine ou de l'hiftoire de fes travaux.

ADDITIONS ET CORRECTIONS.

AU TOME I.

Page		*Au lieu de*	*lisez*
15 *ligne*	1	invention de Mathematique	invention de Mathematique [3*])

et ajoutez la note: [3*]) De la pièce N°. 2724 (voir le Tome X à la page 217), il résulte, qu'il s'agit de la démonstration „de ce qu'une corde ou chaine „pendue ne faict point une parabole, et quelle doit estre la pression sur une „corde mathematique ou sans gravité pour en faire une", envoyée ensuite à Mersenne. Comparez les Lettres N°. 14, vers la fin, et N°. 20.

AU TOME IV.

238 *note* 1 *Remplacez la dernière phrase de cette note par la suivante:* Mais on rencontre une discussion de la courbe, communiquée par Hudde, dans les „Exercitationes Mathematicae" de van Schooten (voir les pages 493 et 407—499 de l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 128, note 3).

AU TOME VI.

91 *en-tête* de la Lettre N°. 1566.

		à Louis Huygens	à Paris ce 3 décembre 1666.
		et dans la lettre même:	
„ *ligne*	2	surtout	sur tout
		des gens	de gens
„ „	5	Zuylichem	Zulichem
„ „	6	Teste	teste
„ „	7	cela	cecy
92 „	6	Rivere	riviere

AU TOME VII.

3 *note* 8 *Ajoutez à cette note:* Dans cet ouvrage Boyle s'applique à démontrer qu'il n'y a rien qui nous empêche de supposer que même dans les corps les plus durs les particules sont dans un mouvement continuel.

Page		Au lieu de	lisez
95 et 103.	*en-tête*	des Lettres Nos. 1839 et 1843.	
		Ajoutez : Christiaan Huygens y répondit par le N°. 1844*a*; voir le Supplément du Tome X.	
208	*note* 1	vaanders	vaarders
212	*en-tête*	de la Lettre N°. 1903.	
		Ajoutez : La lettre se trouve à Houten, coll. van Rappard.	
		et dans la lettre la date : A Paris ce 5 aost 1672.	
		Corrigez de plus d'après l'original.	
„	*ligne* 1	celuyci	cettuy ci
„	„ 16	desmeurer	demeurer
„	„ 18	On dit	L'on dit
213	„ 1	depuis vostre	depuis la date de vostre
„	„ 3	lundy	lundi
„	„ 18	aussi en general	en general aussi
„	„ 19	accroire	acroire
214		*Ajoutez :* à la fin de la Lettre. Je salue treshumblement tous les amis.	
218	*en-tête*	de la Lettre N°. 1908.	
		Ajoutez : La Lettre se trouve à Houten, coll. van Rappard.	
		et dans la lettre la date : A Paris ce 4 septembre 1672.	
		Corrigez de plus d'après l'original.	
„	*ligne* 9	dans les formes	contre les formes
219	„ 4	certainement	certainement par la gazette qui arrive
„	*note* 5	*Ajoutez :* Elle se trouve toutefois dans l'original de la collection van Rappard.	

AU TOME VIII.

Page		Au lieu de	lisez
214	*note* 5 *ligne* 3	Nos. 988, 1055	Nos. 988, 1025
481	*ligne* 11	f	3
482	*en-tête*	de la Lettre N°. 2330.	
		Ajoutez : Chr. Huygens y répondit par le N°. 2335*a*, voir le Supplément du Tome X.	

AU TOME IX.

Page		Au lieu de	lisez
110	*ligne* 11	navis	naves
123	„ 13	revolvi	resolvi
135	„ 7	cognoscas	cognosces
„	„ 10	allaboremus	allaborem
152	„ 1	Geometricae	Geometricae [2])
		et ajoutez la note : On peut consulter sur cette courbe, inventée par von Tschirnhaus, dans l'„Intermédiaire des Mathématiciens" de janvier 1905, T. XII, p. 19—21, la réponse de M. P. Barbarin à la question 2380.	

Page *Au lieu de* *lisez*

184 *en-tête:* lettre — minute

„ *ligne* 18 *d'en-bas* nimia — nimio

185 „ 3 ad — a. d.

„ „ 8 *d'en-bas* rideo — video

235 *en-tête* de la Lettre N°. 2495.
Ajoutez: Chr. Huygens y répondit par le N°. 2498*a*, voir le Supplément du Tome X.

248 „ de la Lettre N°. 2504.
Elle fait suite au N°. 2495. — Elle est la réponse au N°. 2498*a*, voir le Supplément du Tome X.

284 *ligne* 16 Welck — Welck [9*])
et ajoutez a note: [9*]) La soulignation de cette phrase et l'annotation *a*) ont été ajoutées probablement par Huygens pendant l'examen des Journaux de de Graaff, dont il est question dans la Lettre N°. 2786 du 10 Février 1693.

331 *note* 2 *ligne* 17 le remarque Newton — le remarque Huygens

357 „ 2 *Ajoutez:* p. 105.

391 *en-tête* de la Lettre N°. 2572. *Ajoutez:* Le sommaire en a été publié par P. J. Uylenbroek (Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 115).

489 *ligne* 10 verisimiliores habebuntur — verisimelior habebitur

498 *note* 9 *Biffez les derniers mots de cette note, à commencer par les mots „sans beaucoup" jusqu'à la fin; puisqu'en réalité les mots cités de Huygens ne se rapportent pas à la solution de Huygens de septembre* 1690, *mais à l'examen des solutions de Leibniz et de Bernoulli.*

501 „ 6 *l'avant-dernière ligne* dans la note 21 — dans la note 22.

502 *ligne* 1 curvae — curva

507 „ 2 *d'en-bas* (puta arcus $\alpha\zeta$) — (puta arcus $\alpha\xi$)

508 *Fig.* 5 *Plaçez la lettre* ξ *au point d'intersection de l'axe de cercle* $\alpha\zeta$ *avec la diagonale du carré.*

„ *note* 22 *ligne* 3 de cette correspondance — de cette correspondance (voir les §§ II et III de la pièce N°. 2669).

509 „ 22 *l'avant-dernière ligne. Remplacez les mots:* le verra dans la dernière note de cet article *par:* l'a vu dans la note 6 de la pièce N°. 2624.

513 *ligne* 3 *d'en-bas* calculo — calculo ([16*]
et ajoutez la note: [16*]) Jean Bernoulli a publié plus tard le calcul de la catacaustique du cercle dans l'article de 1692 cité dans la Lettre N°. 2892, note 5.

518 „ 8 dans mon calcul — dans mon calcul [8*])
et ajoutez la note: [8*]) Consultez sur ce calcul la Lettre N°. 2876 et surtout la note 17 de cette lettre.

519 „ 8 *d'en-bas* ma maniere — ma maniere [12*])
et ajoutez la note: [12*]) On peut consulter encore sur cette manière l'article de Leibniz cité dans la note 9 de la Lettre N°. 2893.

AU TOME X.

Page	*Au lieu de*	*lisez*
16 *ligne* 7 *d'en bas*	$xxyy^2 = a^4 - aayy^2$	$xxyy = a^4 - aayy$
„ *note* 16	1633	2633
48 *en-tête*	du N°. 2663 25 Février	7 Mars
52 *ligne* 14	parelies	parelies [15*])
	et ajoutez la note : [15*]) Voir la note 31 de la Lettre N°. 2876.	
81 „	du N°. 2675 *ajoutez:* Huet y répondit par le N°. 2696	
89 „	du N°. 2678 *ajoutez:* Chr. Huygens y répondit par les Nos. 2686 [1*]) et 2711.	
	ajoutez la note: [1*]) Comparez toutefois la note [3]) de la Lettre N°. 2686.	
104 *note* 3 *ligne* 3	de novembre	du 16 novembre
108 *ligne* 15	digneris	digneris [10])
	et ajoutez la note: [10]) Voir la Lettre N°. 2689	
128 *note* 12	*Biffez* la note 1.	
135 *figure*	*Ajoutez la lettre V au point d'intersection de la ligne MW avec la chainette.*	
136 *note* 5 *ligne* 5	ordonnée Vy	ordonnée VY
„ „ 5 „ 6	donc Vy	donc VY
143 *ligne* 1 *d'en bas*	a Leijde	a Leijde [1*])
	et ajoutez la note: [1*]) Voir sur ces thèses la note 12 de la Lettre N°. 2711 et la Lettre N°. 2701^a (dans l'Appendice du Tome présent)	
159 *note* 10 *ligne* 2	Histodromice	Histiodromice
163 „ 4 „ 4	2698	2693
166 *en-tête*	du N°. 2703 27 Octobre 1691	27 Octobre 1692 [1*])
	et ajoutez la note: [1*]) Consultez la note 1 de la Lettre N°. 2772.	
„ *ligne* 5.	*Biffez:* 27 Oct. 1691.	
186 *figure.*	*Ajoutez trois fois au côté droit de la figure la lettre S qui représente le point à l'infini commun aux courbes AT, AV et à la droite PW.*	
194 *en-tête*	du N°. 2711 au N°. 2701	aux Nos. 2678 et 2701
246 *note* 11 *ligne* 1	BE^2	Be^2
257 „ 3	mars	février
„ „ 3	des Lettres Nos. 2667	des Lettres Nos. 2660 (p. 21), 2667,
296 *en-tête*	du N°. 2759 par le N°. 2765	par le N°. 2766
298 *note* 10 *ligne* 1	dans la note 3	dans la note 5
300 „ 20 „ 1	„ „ „ 22	„ „ „ 23
303 „ 31 „ 5	„ „ „ 25	„ „ „ 26
„ „ 32 „ 1	„ „ „ 22	„ „ „ 23
309 „ 2.	*Ajoutez:* Consultez sur l'origine de ce théorème la note 8 de la pièce N°. 2794.	
310 *ligne* 2 *d'en bas*	asumptoton	asymptoton
356 „ 7	spatio FBAK	spatio FBAK [2*])
	et ajoutez la note: [2*]) Par le théorème de de Roberval. Voir la note 8 de la pièce N°. 2794.	

Page			Au lieu de	lisez
368	*ligne*	2 *d'en-bas*	pridus	prius
381	„	6	Beverland [2])	Beverland [5])
„	„	8	Halewijn [3])	Halewijn [6])
			et changez à cette même page les numéros 2 *et* 3 *des notes en* 5 *et* 6	
401	*note*	14 *ligne* 2	ouvrage	ouvrage imprimé
„	„	14 „ 3	note [1]).	note [1]) et quelques uns de ses ouvrages manuscrits ou projetés entre autres : „De iis quae liquido supernatant".
407	*ligne*	5 *d'en bas*	fait	sait
414	„	1	les a conduits	les a conduits [26*])
			et ajoutez la note [26*]) Consultez pour ce qui regarde Jean Bernoulli la note 6 de la pièce N°. 2778 et quant à Leibniz la Lettre N°. 2876 et surtout la note 17 de cette Lettre.	
425	*note*	5 *de la page précédente ligne* 3 *d'en bas.*	1693, p. 495	1693, p. 475
429	„	6 *dernière ligne*	de la note 13	de la note 14
464	*ligne*	3	On m'a promis	On m'a promis [21*])
			et ajoutez la note [21*]) Il s'agit de David Gregory; comparez la Lettre N°. 2859 à la page 622.	
„	*note*	21	*Ajoutez à cette note :* Consultez encore sur cette même règle la lettre de Gregory du 21 juillet 1692 publié par Wallis au Cap. 95, p. 377, de son ouvrage.	
473	*ligne*	5	$\times (sx + a)^m$	$\times (sx^n + a)^m$
484	*note*	13	des deux courbes logarithmiques	de la courbe logarithmique et de la courbe de de Beaune. Comparez la Lettre N°. 2787 à la page 392 et N°. 2805 à la page 449.
497	„	26 *ligne* 3 *d'en-bas*	note 21	note 22
512	*ligne*	4 *d'en-bas*	Bernouliano	Bernoulliano
517	„	2	1 pem	spem
„	*note*	5 „ 7	Bulletino	Bullettino
„	„	5 „ 3 *d'en-bas*	Tangenitbus	Tangentibus
525	„	4 „ 3	Renaud	Renau
528	„	8 „ 7 *d'en-bas*	Renaud	„
601	„	9 „ 2	Martin	Martino
„	„	10 „ 7 *d'en-bas*	*R. Hoocke in*	*R. Hoocke* in
673	*ligne*	2	Bernoulio	Bernoullio
709	*note*	13 *dernière-ligne*	Konanski	Konarski
744	*ligne*	9 *d'en-bas.*	*Biffez la lettre* 2703 *qui est du* 27 *octobre* 1692.	
746	„	4 „	*Intercalez la lettre* 2703 *du* 27 *octobre* 1692. *J. de Graaff à Christiaan Huygens.*	

SOMMAIRE.


Stanford University Libraries
3 6105 014 951 102
Q
113
H9
JUN 1985
G.E.STECHERT
& Co.




Stanford University Libraries
3 6105 014 951 102
Q
113
H9
JUN 1985

